

Adaptive Estimation of Parameters of a Gaussian Multifractal Model of Network Traffic in the Wavelet Domain

D. Abrahão, A. Cardoso, and F. Vieira

Abstract—In this paper, an algorithm for adaptive estimation of the parameters of a multifractal model is proposed considering the Haar wavelet transform. The multifractal model is intended to describe real network traffic traces and it is based on a multiplicative cascade in the Wavelet domain, where it is assumed that the multipliers and other parameters of the model are Gaussian. Simulations are carried out to evaluate the performance of the Gaussian Wavelet Domain Model in capturing characteristics of real traffic traces with the application of the proposed parameter estimation algorithm in comparison to other models known in the literature.

Index Terms—Adaptive Wavelet, Gaussian Multifractal Model, Network Traffic.

I. INTRODUÇÃO

A análise de longa dependência e os modelos monofractais, como o caso do *fractional Brownian motion* (fBm), permitem descrever o comportamento geral do tráfego de rede em escalas maiores de tempo [1]. A análise multifractal generaliza a modelagem monofractal sendo mais bem ajustada à investigação da estrutura em escalas mais finas (escalas menores de tempo) do tráfego, que reflete aspectos particulares das redes de comunicações em um determinado instante [2].

O modelo fBm pode não ser adequado para descrever fluxos de tráfego de rede em pequenas escalas de tempo, uma vez que o espectro multifractal do fBm nestas escalas não coincide com os dos dados de tráfegos reais [2]. Em [3], é mostrada a superioridade dos modelos multifractais em relação ao fBm para modelar fluxos de tráfego de rede.

Os modelos monofractais possuem limitações para descrever processos naturais, muitos desses processos exibem características de longa dependência, mas também exibem correlações de curto prazo e comportamento inconsistente com a autossimilaridade estrita [4]. Uma análise mais profunda do tráfego de dados revela uma estrutura local altamente irregular com um comportamento de escala mais complexo, o que não pode ser explicado por um modelo simplesmente monofractal [5]. Os multifractais podem fornecer um tratamento matemático para caracterizar essas estruturas complexas de tráfego local [6]. Vários estudos têm mostrado que os fluxos de tráfego de rede possuem características multifractais [1], [3].

Um modelo multifractal conhecido na literatura é o MWM (*Multifractal Wavelet Model*) [4]. O MWM consiste de

uma cascata multiplicativa realizada no domínio *wavelet* de Haar, onde os multiplicadores dessa cascata são computados baseados no decaimento da energia do sinal do tráfego de rede. Embora o modelo MWM, seja adequado, o mesmo requer a aplicação da transformada *wavelet* de Haar em todas as amostras do tráfego de rede. Em outras palavras, na formulação original do MWM, seus parâmetros não são atualizados a cada instante de tempo.

Alguns modelos de tráfego consistem em variações do modelo MWM, como é o caso de [7]. Em [7], objetiva-se gerar séries de tráfego de rede com parâmetros de Hurst e espectros multifractais determinados pelo usuário. Para tal, são realizadas várias gerações controladas de tráfego de rede pelo modelo MWM até que os parâmetros de Hurst e os espectros multifractais estejam próximos ao desejado pelo usuário. Embora o modelo apresentado em [7] gere séries de tráfego de rede estatisticamente mais próximas às desejadas, o mesmo apresenta complexidade computacional superior ao do modelo MWM.

Uma aplicação de modelagem multifractal é a detecção de ataques de negação de serviço, na qual fontes de fluxos de tráfego de rede sobrecarregam um servidor para interromper seus serviços. Pode-se citar os trabalhos [8] e [9]. Em [8], é verificada a mudança no espectro multifractal a cada janela de tempo, uma vez que pelo espectro multifractal pode-se detectar mudanças no comportamento da intensidade dos fluxos de entrada do servidor e assim perceber o ataque. Já os autores em [9] empregam modelos multifractais com o uso da transformada *wavelet* para capturar mudanças no decaimento da energia dos coeficientes da transformada *wavelet* para detectar ataques de negação de serviço nos servidores.

A modelagem multifractal também é utilizada na estimação de parâmetros de qualidade de serviço em redes de comunicação como apresentado em [10] e [11]. Em [10], é proposta a utilização de modelagem multifractal e Cálculo de Rede (*Network Calculus*) para estimação do atraso e do *backlog* em sistemas OFDM/TDMA (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing - Time Division Multiplexing Access*) considerando policiamento dos fluxos de tráfego de rede. Em [11], é proposta uma abordagem de controle de admissão de fluxos levando em consideração a modelagem multifractal do tráfego de redes na estimação de probabilidade de perda de dados dos fluxos.

Verificando-se os trabalhos relacionados de modelagem multifractal, percebe-se a necessidade de se obter modelos com menores complexidades computacionais que permitam o

Os autores são pesquisadores na Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e Computação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, GO, BRA e-mail: diegoabrahao@outlook.com, alsnac@gmail.com, flavio@emc.ufg.br.

seu uso em aplicações em tempo real. Buscando contornar o problema do modelo MWM de não ser realizado de forma adaptativa, neste artigo é proposta uma variação do modelo MWM, denominado de AGWM (*Adaptive Gaussian Wavelet Model*). O modelo AGWM considera que os multiplicadores da cascata no domínio *Wavelet* sejam Gaussianos. Para tal, propõe-se um algoritmo para estimação adaptativa dos seus parâmetros. A modelagem adaptativa proposta permite que sejam atualizados os valores dos parâmetros à medida que dados de tráfego são disponibilizados.

II. MODELAGEM FRACTAL

Estudos empíricos mostram que os fluxos de tráfego de rede e de vídeo apresentam Longa-Dependência e são autossimilares (*self-similar*), uma vez que exibem elevado grau de rajada em várias escalas de tempo [12], [13].

Um processo $A(t)$ com incrementos estacionários é autossimilar com um parâmetro H (Hurst) se a relação $A(\tau) \doteq a^{-H}A(a\tau)$ for verdadeira [14].

Na maioria dos processos reais, o grau de autossimilaridade não é constante, isso é, o parâmetro de Hurst é uma função no tempo ($H = H(t)$) [14]. Tal processo, quando observado por um longo intervalo de tempo pode ser considerado multifractal, uma vez que sua dimensão fractal varia com o tempo [15]. A natureza multifractal dos tráfegos de rede são mostradas por exemplo em [16] e [17].

Um processo $A(t)$ é dito ser multifractal, com incrementos estacionários $x(t)$ se satisfaz $\mathbb{E}[|x(t)|^q] = c(q)t^{\tau(q)+1}$ [18], sendo $q \in \mathbb{Q}$, $[0, 1] \subset \mathbb{Q}$, em que $\tau(q)$ é chamado função escalar e $c(q)$ o fator de momentos que são independentes de t . Se $\tau(q)$ é linear em q o processo é monofractal, caso contrário, é multifractal. Nota-se que a informação da taxa de crescimento do processo é contida em $\tau(q)$, então a função escalar é o foco na teoria dos multifractais. Pode ser mostrado que no caso especial do processo autossimilar, com parâmetro H , tem-se que $\tau(q) = qH - 1$ e $c(q) = E[|x(1)|^q]$ [18].

Um dos parâmetros que caracterizam os processos multifractais é o expoente de Holder, que mede o grau da singularidade da função [4]. Para exibir as características de singularidade, é necessário quantificar a regularidade local do sinal. Os expoentes de Holder fornecem medições regularmente uniformes, não somente em intervalos de tempo, mas também em torno de qualquer ponto [4].

A. Modelo Bm (Brownian Motion)

O movimento Browniano foi definido inicialmente para descrever o movimento de uma partícula em um líquido sujeita a colisões e outras forças. Macroscopicamente, a posição $x(t)$ de uma partícula pode ser modelada por um processo estocástico (Bm) que satisfaz uma equação diferencial de segunda ordem [16].

B. Modelo fBm (Fractional Brownian Motion)

O fBm é um modelo amplamente usado para descrever processos autossimilares, pois fornece técnicas de análise tratáveis matematicamente. Esse modelo foi introduzido inicialmente por Mandelbrot e Van Ness [19].

Considerando $B_H(t)$ um processo autossimilar com incrementos estacionários, sendo o processo incremento $Y(t) = B_H(t) - B_H(t-1)$. Em particular, seja $Y(t)$ um processo Gaussiano que pode ser completamente descrito pela média e a variância, então $B_H(t)$ é chamado de *Fractional Brownian Motion* e $Y(t)$ é chamado de *Fractional Gaussian Noise*.

Se $H = 1/2$ o fBm reduz-se ao Brownian Motion, sendo não correlacionado. Se $H > 1/2$, o processo possui um comportamento persistente. Se $H < 1/2$, o processo tem um comportamento não persistente, ou seja, uma tendência crescente no passado implica em uma tendência decrescente no futuro e vice-versa [19].

C. Modelo mBm (Multifractal Brownian Motion)

A fundamental limitação do fBm é considerar o parâmetro H um valor constante, sendo que na maioria dos processos reais o grau de autossimilaridade não é constante, isto é, o parâmetro de Hurst é uma função do tempo [19]. O mBm proposto por Jacques Levy Vehel [15] é um modelo que contorna essa limitação e considera, em que é chamado de expoente de Holder.

Diferentemente do processo fBm, os incrementos do mBm não são estacionários e o processo não é autossimilar.

D. Modelo MWM (Multifractal Wavelet Model)

O MWM proposto em [4] é baseado em uma cascata multiplicativa no domínio *wavelet* de Haar. A cascata multiplicativa binomial divide um processo estocástico, definido no intervalo $I = [0, 1]$, com massa unitária, em 2^n subintervalos disjuntos diádicos $I_n^k = [k2^{-n}, (k+1)2^{-n}]$, sendo $k = 0, \dots, 2^n - 1$ o índice do subintervalo e n , chamado de resolução ou camada, o número de subintervalos. A Figura 1 apresenta a cascata multiplicativa binomial, sendo $r_{n,j}$ os multiplicadores da cascata, cujo valores estão entre $[0, 1]$.

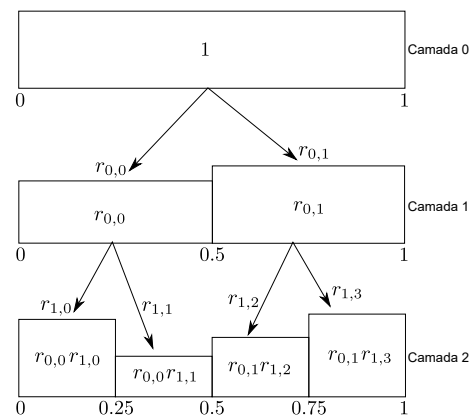


Fig. 1. Cascata multiplicativa binomial.

O MWM é baseado em um modelo estatístico para os coeficientes *wavelets* $W_{j,k}$ que são dados em função dos multiplicadores $A_{j,k}$, através de $W_{j,k} = A_{j,k}U_{j,k}$, sendo $A_{j,k}$ uma variável aleatória definida no intervalo $[-1, 1]$ e simétrica em torno de zero, $U_{j,k}$ os coeficientes de escala da transformada *wavelet* de Haar e j o número da camada da cascata multiplicativa binomial.

Uma expressão para os coeficientes de escala é obtida através de um esquema de indexação, que relaciona o coeficiente de escala na camada mais grosseira, $U_{0,0}$, com os descendentes na escala mais fina. Considerando k_j uma variável que indexa o deslocamento dos descendentes de $U_{0,0}$ na escala j . O deslocamento k_j dos coeficientes de escala são relacionados com o deslocamento de um de dois descendentes diretos na forma $k_j = 2k_{j-1} + k'_{j-1}$, sendo $k'_{j-1} = 0$ correspondendo ao descendente à esquerda e $k'_{j-1} = 1$ correspondendo ao descendente à direita.

Os coeficientes de escala na escala mais fina (n) são de fato a saída do processo MWM, isto é, $C^n[k] = 2^{-n/2}U_{n,k}$, dados por [4]:

$$C^n[k] = 2^{-n/2}U_{0,0} \prod_{i=0}^{n-1} [1 + (-1)^{k_i} A_{i,k_i}]. \quad (1)$$

III. MODELAGEM DE TRÁFEGO DE REDE AGWM

A transformada *wavelet* discreta é empregada para a representação multiescala do sinal real de uma dimensão (1-D) $X(t)$, em termos de uma versão deslocada e dilatada de uma função *wavelet* ψ e de uma versão deslocada de uma função de escala ϕ [20].

A família de funções definidas por $\psi_{j,k}$ e $\phi_{j,k}$, com $j, k \in \mathbb{Z}$, formam uma base ortonormal e o sinal $X(t)$ pode ser representado por [20]:

$$X(t) = \sum_k U_{J_0,k} \phi_{J_0,k}(t) + \sum_{j=J_0}^{\infty} \sum_k W_{j,k} \psi_{j,k}(t), \quad (2)$$

sendo $W_{j,k}$ e $U_{j,k}$ os coeficientes *wavelet* e de escala, respectivamente.

Para a *wavelet* $\psi(t)$ centrada em zero e frequência f_0 , o coeficiente *wavelet* $W_{j,k}$ mede o conteúdo do sinal em torno do tempo $2^{-j}k$ e frequência $2^j f_0$. O coeficiente de escala $U_{j,k}$ mede a média local em torno do tempo $2^{-n}k$. Na transformada *wavelet*, j é o índice de escala da análise: $j = 0$ indica a escala mais grosseira ou a menor resolução da análise, e o maior j corresponde a mais alta resolução da análise.

Neste trabalho, é considerada uma versão discreta do sinal $X(t)$ (série de *bytes* de tráfego de rede), que será denominada de $C^n[k]$. Assim, para realizar a transformada *wavelet* do sinal discreto que aproxima o sinal contínuo $C(t)$ na resolução 2^{-n} , é substituído o somatório semi-infinito de (2) por um somatório finito sobre o número de escalas $0 \leq j \leq n$.

Usando a simples transformada *wavelet* de Haar é possível construir um modelo para os incrementos do processo discreto $C^n[k]$. A modelagem AGWM utiliza a transformada discreta *wavelet* de Haar para um número fixo de camadas da cascata multiplicativa binomial. A cascata multiplicativa binomial divide um processo estocástico, definido no intervalo $I = [0, 1]$, com massa unitária, em 2^n subintervalos disjuntos diádicos $I_n^k = [k2^{-n}, (k+1)2^{-n}]$, sendo $j = 0, \dots, 2^n - 1$ o índice do subintervalo e n , chamada de resolução ou camada, o número de subintervalos.

Os coeficientes *wavelets* e de escala da transformada *wavelet* de Haar podem ser recursivamente calculados através de [20]:

$$U_{j,k} = 2^{-1/2}(U_{j+1,2k} + U_{j+1,2k+1}), \quad (3)$$

e

$$W_{j,k} = 2^{-1/2}(W_{j+1,2k} - W_{j+1,2k+1}), \quad (4)$$

Desta forma, para garantir que o processo gerado seja positivo, $X \geq 0, \forall t$, é necessário e suficiente que $|W_{j,k}| \leq U_{j,k}, \forall j$ e k . Com o objetivo de construir um modelo estatístico para os coeficientes *wavelets* $W_{j,k}$, é utilizado um modelo de sinal multiplicativo. Dessa forma, os coeficientes *wavelet* são modelados a partir dos multiplicadores $A_{j,k}$, através de $W_{j,k} = A_{j,k}U_{j,k}$, sendo $A_{j,k}$ uma variável aleatória suportada no intervalo $[-1, 1]$ e simétrica em torno de zero.

Para completar o modelo de tráfego é necessário definir a função densidade de probabilidade (PDF – *Probability Density Functions*) dos coeficientes de escala na escala mais grosseira $U_{0,0}$ e dos multiplicadores A_j de cada escala. Essas PDF's podem ser definidas de forma a controlar a correlação e a Longa-Dependência do sinal de saída $C^n[k]$.

A. Distribuição dos Coeficientes de Escala $U_{0,0}$

Os coeficientes de escala $U_{0,0}$ da modelagem no domínio *wavelet* apresentada na subseção anterior possui aproximadamente uma distribuição Gaussiana, conforme sugerido em [4]. Dessa forma, pode-se caracterizá-los através da esperança $E[U_{0,0}] = \mu_c$ e da variância $var[U_{0,0}] = \sigma_c^2$.

Com intuito de confirmar a distribuição de $U_{0,0}$, foi realizada uma análise gráfica da PDF e aplicado o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS-teste) [21] dos coeficientes de escala de várias séries de tráfegos. O teste de Kolmogorov-Smirnov fornece uma avaliação para a hipótese nula de que certos dados tenham sido obtidos de uma distribuição normal, contra a hipótese alternativa dos dados não serem provenientes de tal distribuição. O resultado do teste é denotado pelas variáveis h e p . O valor de h pode ser interpretado da seguinte forma: se o valor de h é 1, então o teste rejeita a hipótese nula com nível de significância de 5% (valor escolhido), caso contrário h será 0. O valor da variável p , contida no intervalo $[0, 1]$, é a probabilidade de se observar um teste com resultado tão crítico quanto ou mais crítico do que o valor observado sob a hipótese nula. Os valores assumidos por p podem ser interpretados da seguinte forma: quanto mais próximo de 0, maior é a dúvida sobre a validade da hipótese de nulidade.

Através da modelagem MWM de várias séries de tráfego de rede reais é possível confirmar a distribuição dos coeficientes de escala $U_{0,0}$ considerados através do KS-teste. Os resultados obtidos para os fluxos de tráfego de rede WaikatoVIII-20110921, WaikatoVIII-20111027 e WaikatoVIII-20110623, nomeados Waikato A, B e C, respectivamente, com 10^5 amostras agregadas no intervalo de $1ms$, são apresentados a seguir. Através das PDF's obtidas, verifica-se que a distribuição dos coeficientes de escala $U_{0,0}$ é similar a uma distribuição normal. Esses resultados corroboram com o KS-teste realizado, em que a hipótese para a distribuição Gaussiana foi aceita para todas as séries consideradas e o valor de p foi, em todos os casos, superior a 5%.

B. Distribuição dos Multiplicadores A_j

Com o objetivo de controlar a correlação e a Longa-Dependência do sinal de saída $C^n[k]$ é utilizado o decaimento

de energia (n_j) dos coeficientes *wavelets*. Considerando a natureza aproximadamente descorrelacionada da transformada *wavelet*, conforme mostrado em [4], é possível controlar o comportamento da correlação do sinal através do conjunto dos momentos de segunda ordem dos coeficientes *wavelets* em cada escala.

Um modo simples de controlar a energia escalar do sinal é fixar a energia na escala mais grosseira ($j = 0$) e então definir as taxas de energia para outras escalas [4]:

$$n_j = \frac{\text{var}(W_{j-1,k})}{\text{var}(W_{j,k})} = \frac{E[W_{j-1,k}^2]}{E[W_{j,k}^2]}, \quad 0 \leq j \leq n. \quad (5)$$

É possível calcular o decaimento de energia dos coeficientes *wavelets*, dado por:

$$n_j = \frac{2E[A_{j-1}^2]}{E[A_j^2](1 + E[A_{j-1}^2])}. \quad (6)$$

Para corresponder a um determinado decaimento da variância, é possível calcular recursivamente $E[A_j^2]$ em função de n_j e $E[A_{j-1}^2]$, para $j = 1, 2, \dots, n$. Inicialmente, é calculado na escala mais grosseira ($j = 0$), através de:

$$E[A_0^2] = \frac{E[W_{0,0}^2]}{E[U_{0,0}^2]}. \quad (7)$$

Sabendo que $A_{j,k}$ é uma variável aleatória com suporte no intervalo $[-1, 1]$ e simétrica em torno de zero, uma possível modelagem para os multiplicadores é a utilização da distribuição Gaussiana com média zero $N(0, \sigma_{(j)}^2)$.

Com intuito de validar essa consideração, foi realizada a análise gráfica da PDF e o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS-teste) [21] dos multiplicadores de várias séries de dados.

Através da modelagem MWM de vários fluxos de tráfego de rede reais é possível confirmar a distribuição dos multiplicadores A_j . Os resultados obtidos para os fluxos de tráfego de rede WaikatoVIII-20111027, WaikatoVIII-20110921 e WaikatoVIII-20110520 [22], nomeados Waikato B, A e D, respectivamente, com 10^5 amostras agregadas no intervalo de 1ms, são apresentados a seguir. A Tabela I, mostra os resultados do KS-teste, obtidos nas escalas $j = 5, 6, 7, 8, 9, 10$. Através das PDF's obtidas, verifica-se que a distribuição dos multiplicadores é similar a uma distribuição normal (curva em forma de sino). Esses resultados corroboram com o KS-teste realizado, em que a hipótese para a distribuição Gaussiana foi aceita para todas as séries consideradas e o valor de p foi, em todos os casos, superior a 5%.

Uma vez que se considera os multiplicadores do modelo com sendo Gaussianos e sendo os parâmetros atualizados de forma adaptativa, denomina-se esse modelo como AGWM (Adaptive Gaussian wavelet Model).

Considerando que os multiplicadores A_j sejam descritos por uma variável aleatória com distribuição Gaussiana de média zero, então $E[A_j^2] = \sigma_{(j)}^2$. Assim, é possível calcular os parâmetros $\sigma_{(j)}^2$'s do modelo AGWM para obter o comportamento de escala em função de n_j . Substituindo o valor do momento de segunda ordem dos multiplicadores em (6) e (7), obtém-se o parâmetro dos multiplicadores na escala j , por:

$$\sigma_{(j)}^2 = \frac{2\sigma_{(j-1)}^2}{n_j(1 + \sigma_{(j-1)}^2)}, \quad (8)$$

TABELA I
RESULTADO DO TESTE DE KOLMOGOROV-SMIRNOV DOS
MULTIPLICADORES A_j

Fluxos de Tráfego								
Waikato B			Waikato A			Waikato D		
j	h	p	j	h	p	j	h	p
5	0	0,42	5	0	0,53	5	0	0,77
6	0	0,35	6	0	0,90	6	0	0,15
7	0	0,38	7	0	0,29	7	0	0,88
8	0	0,27	8	0	0,98	8	0	0,27
9	0	0,61	9	0	0,89	9	0	0,98
10	0	0,68	10	0	0,89	10	0	0,44

$$\sigma_{(0)}^2 = \frac{E[W_{0,0}^2]}{E[U_{0,0}^2]}. \quad (9)$$

Outra distribuição que pode ser utilizada para modelar os multiplicadores A_j é a distribuição beta simétrica contida no intervalo $[-1, 1]$, conforme investigada em [4]. A modelagem que utiliza essa distribuição é conhecida como β MWM. A distribuição beta $\beta(p, p)$ para um alto valor de p aproxima-se de uma distribuição Gaussiana [21], dessa forma, a variância dos multiplicadores é dada por $\text{var}[A_j] = E[A_j^2] = 1/(2p_j + 1)$. Substituindo $E[A_j^2]$ em (6), o parâmetro p_j da distribuição beta simétrica na escala j , é calculado por:

$$p_j = \frac{n_j}{2}(p_{j-1} + 1) - \frac{1}{2}. \quad (10)$$

Sabendo que os multiplicadores são independentes e identicamente distribuídos (i.i.d), as estatísticas dos coeficientes $U_{j,k}$ na escala mais fina ($j = n$), podem ser calculadas por [4]:

$$E[U_{j,k}^q] = E[U_{0,0}^q] \prod_{j=0}^{n-1} E\left[\left(\frac{1 + A_j}{2^{-1/2}}\right)^q\right]. \quad (11)$$

C. Determinação da Janela de Tempo

Nesta seção, é apresentado um procedimento para determinar a janela de tempo a ser considerada no cálculo adaptativo dos parâmetros da modelagem MWM. O primeiro passo é a análise dos coeficientes *wavelet* dos dados, através do cálculo da transformada *wavelet* de Haar das amostras da série. O número de escalas *wavelets* (n) é escolhido conforme descrito abaixo.

Para ajustar a modelagem MWM via (6) e (7) é necessário o conhecimento da $\text{var}(W_{j,k})$, $j = 0, \dots, n-1$, e da $E[U_{0,0}^2]$. A obtenção desses valores pode ser realizada com base em dados reais, relacionando-os aos momentos dos coeficientes *wavelets* e de escala diretamente. Para isso é necessário garantir que a quantidade de dados seja suficiente para capturar estatísticas confiáveis. Na prática, é escolhido o número de escalas da transformada *wavelet* de Haar de modo que a quantidade de coeficientes de escala e *wavelets* sejam suficientes para modelar os dados da série real. Nota-se que são $\lfloor N2^{-n} \rfloor$ coeficientes *wavelets* e de escala na escala mais grosseira e 2^j coeficientes *wavelets* em cada escala j , sendo $\lfloor r \rfloor$ o maior número inteiro menor ou igual a r e N a quantidade de amostras da série. Os coeficientes de escala na escala

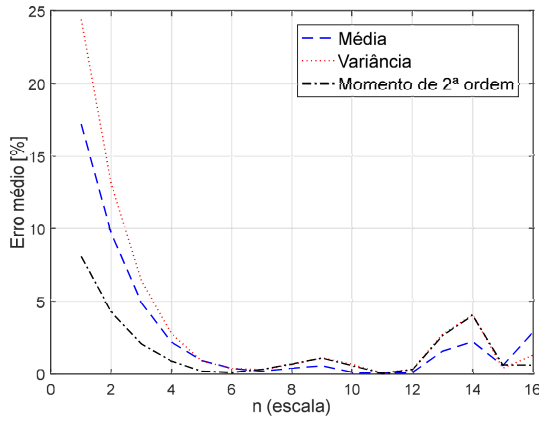


Fig. 2. Estatísticas do tráfego sintético variando a quantidade de escalas da modelagem MWM do fluxo de tráfego WaikatoVIII-20111027.

mais fina (n) são de fato a saída do processo MWM, isto é, $C^n[k] = 2^{-n/2}U_{n,k}$ [4].

Com o intuito de encontrar o valor de n que resulte em uma pequena janela de tempo para o cálculo adaptativo dos parâmetros do modelo e que seja suficiente para capturar as estatísticas das séries de tráfego de rede, são realizadas simulações da modelagem MWM variando a quantidade de escalas *wavelets* n de fluxos de tráfego de rede reais WaikatoVIII-20111027 [22], utilizando 10^5 amostras agregadas no intervalo de 1 ms. As Figuras 2 mostram os erros médios percentuais das estatísticas obtidas pelos fluxos de tráfego sintéticos gerados com os modelos, considerando 100 realizações. Observa-se que os erros percentuais diminuem até $n = 6$ e oscilam após isso. Quando $n \geq 11$ os erros aumentam, nesse caso, a quantidade de coeficientes *wavelets* e de escala na escala mais grosseira é pequena para modelar o tráfego, tendo apenas $\lfloor 10^5 2^{-10} \rfloor = 97$ coeficientes. Por isso, para modelar as séries de tráfego de rede é utilizado, neste trabalho, o valor de $n = 6$. Esse valor resulta em janelas de tempo de 32 amostras do tráfego para o cálculo adaptativo dos parâmetros do modelo, através do algoritmo que será proposto na próxima seção.

IV. ALGORITMO PARA CÁLCULO ADAPTATIVO DOS PARÂMETROS DO MODELO AGWM

A modelagem de tráfego MWM faz uso de todas as amostras do tráfego para estimar os seus parâmetros, o que demanda um grande tempo de processamento e recursos para o armazenamento de dados. Isto torna inviável sua aplicação em mecanismos de QoS (*Quality of Service*) que exijam respostas em tempo real, como é o caso de algoritmos de escalonamento de recursos de rádio.

O cálculo adaptativo dos parâmetros da modelagem dos fluxos de tráfego de rede, além de possibilitar uma análise do comportamento da demanda dos usuários, permite o desenvolvimento de mecanismos de QoS eficientes que se adaptam às variações da rede. Além disso, as limitações de processamento e armazenamento de dados dos fluxos de tráfego tornam atrativo o cálculo adaptativo dos parâmetros da modelagem de tráfego. Dessa forma, pensando na aplicação da modelagem

de tráfego em mecanismos de QoS que exigem respostas em tempo real, é proposto nesta seção um algoritmo para o cálculo adaptativo dos parâmetros μ_c , σ_c^2 e $\sigma_{(j)}^2$ da modelagem AGWM em janelas de tempo pré-definidas.

Proposição 1: A média $\mu_c^{(t+1)}$ e a variância $\sigma_c^{(t+1)}$ dos coeficientes $U_{0,0}$, e a energia dos coeficientes *wavelets* $E[W_{j,k}^2]^{(t+1)}$ da modelagem AGWM no instante $t+1$ podem ser recursivamente calculados a cada janela de dados com 2^n amostras, em que n é a quantidade de escalas consideradas na modelagem, da seguinte forma:

$$\mu_c^{(t+1)} = \mu_c^{(t)} \left(\frac{t}{t+1} \right) + \frac{\tilde{U}_{0,0}^{(t+1)}}{t+1}, \quad (12)$$

$$\sigma_c^{2(t+1)} = (\sigma_c^{2(t)} + \mu_c^{2(t)}) \left(\frac{t}{t+1} \right) + \frac{\tilde{U}_{0,0}^{2(t+1)}}{t+1} - \mu_c^{2(t+1)}, \quad (13)$$

e

$$E[W_{j,k}^2]^{(t+1)} = E[W_{j,k}^2]^{(t)} \frac{t}{t+1} + \frac{\sum_{k=0}^{2^j-1} \tilde{W}_{j,k}^{2(t+1)}}{(t+1)2^j}, \quad (14)$$

sendo $\tilde{W}_{j,k}$ e $\tilde{U}_{0,0}$, respectivamente, os coeficientes *wavelet* e de escala da transformada *wavelet* de Haar, calculados a cada janela de amostras de dados. Nota-se que em cada janela de dados, existem 2^j coeficientes *wavelets* ($\tilde{W}_{j,k}$) em cada escala j , e um coeficiente de escala, na escala mais grosseira ($\tilde{U}_{j,k}$).

Prova: O primeiro e o segundo momento do processo $U_{0,0}$, com função de densidade de probabilidade Gaussiana, é dado por:

$$E[U_{0,0}^1] = \mu_c \quad \text{e} \quad E[U_{0,0}^2] = (\sigma_c^2 + \mu_c^2). \quad (15)$$

Para a janela de tempo t , é definido $\mu_c^{(t)}$ como o primeiro momento de $U_{0,0}$. A estimação recursiva do valor médio a $\bar{a}^{(t+1)}$ de uma variável aleatória no instante $t+1$ pode ser obtida, através de [21]:

$$\bar{a}^{(t+1)} = \bar{a}^{(t)} \left(\frac{t}{t+1} \right) + \left(\frac{y^{(t+1)}}{t+1} \right), \quad (16)$$

sendo $y^{(t+1)}$ a observação de $\bar{a}^{(t+1)}$ no instante $t+1$. Portanto, de acordo com a definição de $\mu_c^{(t)}$ e usando (16), é possível derivar (12). Sendo $\sigma_c^{2(t)}$ a variância de $U_{0,0}$ para a janela de tempo t e usando a estimação recursiva de $E[U_{0,0}^2]$ via (16), obtém-se:

$$E[U_{0,0}^{2(t+1)}] = E[U_{0,0}^{2(t)}] \frac{t}{t+1} + \left(\frac{\tilde{U}_{0,0}^{2(t+1)}}{t+1} \right). \quad (17)$$

Substituindo $E[U_{0,0}^2]$ dado por (15) em (17), é possível derivar (13). Sabendo que há 2^j coeficientes *wavelets* $[\tilde{W}_{j,k}^2]^{(t)}$ em cada escala j , obtidos pelas amostras do tráfego de chegada na janela de tempo t . Então, $E[\tilde{W}_{j,k}^2]^{(t)}$ é dado por:

$$E[\tilde{W}_{j,k}^2]^{(t)} = \frac{\sum_{k=0}^{2^j-1} \tilde{W}_{j,k}^{2(t)}}{2^j}. \quad (18)$$

Considerando a estimação recursiva de $E[W_{j,k}^2]$, calculada através de (16), obtém-se:

$$E[W_{j,k}^2]^{(t+1)} = E[W_{j,k}^2]^{(t)} \frac{t}{t+1} + \frac{E[\tilde{W}_{j,k}^2]^{(t)}}{(t+1)2^j}. \quad (19)$$

Substituindo (18) em (19) é possível derivar (14), como se queria demonstrar. ■

Após o cálculo recursivo dos momentos de segunda ordem dos coeficientes *wavelet* (14), a cada janela t de dados, é calculado o decaimento da energia n_j via (5) e o parâmetro $\sigma_{(j)}^2$ via (8). O **Algoritmo 1** sintetiza o funcionamento do algoritmo proposto para cálculo adaptativo dos parâmetros do modelo AGWM.

Algoritmo 1: Cálculo adaptativo dos parâmetros do modelo AGWM

```

1 Passo 1: Considera o número de janelas de tempo com
   tamanho de  $2^n$  amostras de tráfego igual a
   TotalJanelas;
2   Lê  $n$ ;
3   Lê TotalJanelas;
4    $t=1$ ;
5 para  $t$  TotalJanelas faça:
6   Passo 2: Calcula os coeficientes  $\tilde{U}_{0,0}$  e  $\tilde{W}_{j,k}$  da
   transformada wavelet de Haar de uma janela de  $2^n$ 
   amostras do tráfego  $X[i]$ , sendo
    $i = 2^n(t-1) + 1, \dots, t2^n$ ,  $j = 0, \dots, n-1$  e
    $k = 0, \dots, 2^n - 1$ . Fazendo os coeficientes de
   escala na escala mais fina iguais às  $2^n$  amostras do
   tráfego, ou seja,  $\tilde{U}_{n,1:k} = X[2^n(t-1) + 1 : t2^n]$ ,
   os coeficientes da transformada wavelet de Haar
   podem ser recursivamente calculados por (3) e (4).
   Ou seja:
7    $U_{n,1} = X[2^n(t-1) + 1]$ ;
8    $\tilde{U}_{n,2} = X[2^n(t-1) + 2]$ ;
9    $\vdots$ 
10   $\tilde{U}_{n,k} = X[t2^n]$ ;
11  para  $j = n-1$  até 0 faça:
12    para  $k = 0$  até  $2^j - 1$  faça:
13       $\tilde{U}_{j,k} = 2^{-1/2}(\tilde{U}_{j+1,2k} + \tilde{U}_{j+1,2k+1})$ 
14       $\tilde{W}_{j,k} = 2^{-1/2}(\tilde{U}_{j+1,2k} - \tilde{U}_{j+1,2k+1})$ 
15    fim
16  fim
17  Passo 3: Atualiza os parâmetros  $\mu_c$ ,  $\sigma_c^2$  e os
   momentos de segunda ordem dos coeficientes
   wavelets  $E[W_{j,k}^2]$  de cada escala  $j = 0, \dots, n-1$ ,
   através de (12), (13) e (14), respectivamente;
18  Passo 4: Calcula as taxas de decaimento de
   energia  $n_j$ , através de (5). Atualiza os parâmetros
    $\sigma_{(j)}^2$ 's via (8);
19   $t = t + 1$ ;
20 fim

```

A série sintética do modelo AGWM pode ser gerada, através dos coeficientes de escala, na escala mais fina (n), dados por:

$$U_{n,k} = 2^{-n/2} N(\mu_c, \sigma_c^2) \prod_{i=0}^{n-1} [1 + (-1)^{k'_i} N(0, \sigma_{(j)}^2)]^+, \quad (20)$$

sendo $[x]^+ = \max[0, x]$, $k'_i = 1$ correspondendo ao descendente à esquerda e $k'_i = 0$ ao descendente à direita.

O **Algoritmo 1** possui complexidade computacional igual a $O(2^n - 1)$, devido ao cálculo recursivo do passo 2, que provê como saída um conjunto de dados de tamanho $O(2^{n+1} - 1)$. Assim, a complexidade computacional do **Algoritmo 1** é igual ao do modelo MWM tradicional [4]. Entretanto, o algoritmo proposto apresenta a vantagem de se usar menores valores para n , uma vez que é aplicado em janelas de tempo.

V. AVALIAÇÃO DOS MODELOS DE TRÁFEGO

Para verificar se o modelo adaptativo AGWM consegue capturar as características das séries de dados, são realizadas simulações com fluxos de tráfego de rede reais, através do Algoritmo 1. Foram realizadas várias simulações utilizando diferentes séries de tráfego da rede da Universidade de Waikato. Entretanto, para sermos concisos, a seguir são apresentados os resultados obtidos para as séries de tráfego de rede WaikatoVIII-20111027 e WaikatoVIII-20111029 [22], utilizando 10^5 amostras agregadas no intervalo de $1ms$ e 6 camadas da cascata multiplicativa binomial ($n = 6$). Escolheu-se apresentar os resultados desta série porque refletem a maioria dos resultados obtidos para outras séries. As séries de tráfego Waikato representam fluxos de tráfego de rede TCP/IP coletados na comunicação entre a Universidade de Waikato e o resto do mundo [22].

Inicialmente é avaliada a precisão da estimação dos parâmetros do modelo calculados de forma adaptativa através do **Algoritmo 1** e estática (utilizando todas as amostras do tráfego). A Figura 3 mostra os valores obtidos da $E[W_{n,k}^2]$ na escala mais fina ($n = 6$) via (14). Os valores obtidos de μ_c via (12) são mostrados na Figura 4. Já os valores obtidos de σ_c^2 via (13) são mostrados na Figura 5. Nota-se que em todos os casos, a abordagem adaptativa de $E[W_{n,k}^2]$, μ_c e σ_c^2 converge para o valores estimados de forma estática, ou seja, no final do tempo de execução os valores obtidos de forma recursiva são iguais aos valores obtidos considerando todas as amostras do tráfego. Os resultados mostram que é possível a utilização do **Algoritmo 1** para o cálculo adaptativo dos parâmetros do modelo em tempo real.

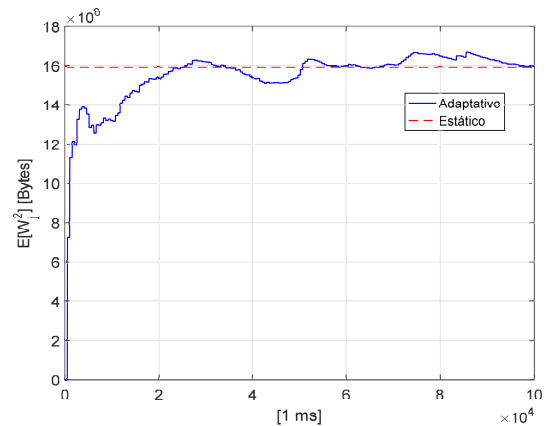


Fig. 3. $E[W_{j,k}^2]$ do tráfego WaikatoVIII-20111027 calculado de forma adaptativa e estática.

É realizada a seguir a comparação das séries sintéticas obtidas pelos modelos fBm, mBm, β MWM e AGWM adaptativo. A Figura 6 mostra as séries sintéticas geradas e o

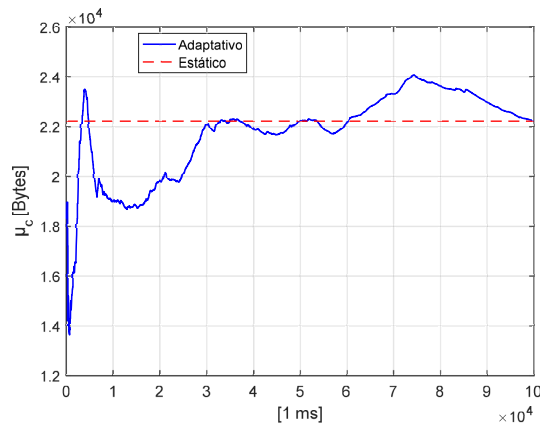


Fig. 4. Parâmetro μ_c do tráfego WaikatoVIII-20111027 calculado de forma adaptativa e estática.

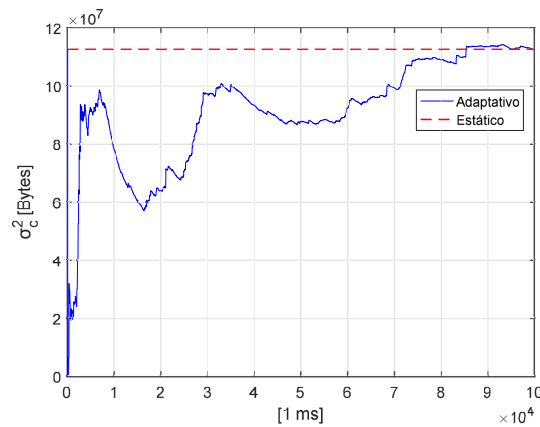


Fig. 5. Parâmetro σ_c do tráfego WaikatoVIII-20111027 calculado de forma adaptativa e estática.

tráfego de rede real utilizado. Observa-se que os modelos fBm e mBm não descrevem adequadamente o tráfego real, produzindo amostras menores do que zero, o que é inapropriado para a representação dos fluxos de tráfego de rede. Já as séries sintéticas AGWM e β MWM representam melhor o fluxo de tráfego real, por se tratarem de modelos multifractais que utilizam a transformada discreta wavelet de Haar para a representação multiescala do fluxo de tráfego

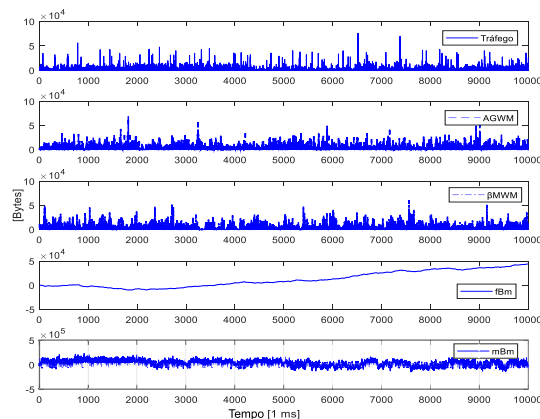


Fig. 6. Tráfego WaikatoVIII-20111027 e as modelagens consideradas.

TABELA II
VALORES DAS ESTATÍSTICAS (*bytes*) DO FLUXO DE TRÁFEGO REAL
WAIKATOVIII-20111027 E DAS MODELAGENS CONSIDERADAS

Modelo	Média	Variância	Hurst	Série MSE	ACF MSE
Real	$2,78 \cdot 10^3$	$2,15 \cdot 10^7$	0,653	-	-
AGWM	$2,82 \cdot 10^3$	$1,94 \cdot 10^7$	0,687	$6,412 \cdot 10^3$	0,028
MWM	$2,82 \cdot 10^3$	$2,24 \cdot 10^7$	0,653	$6,642 \cdot 10^3$	0,030
fBm	$1,25 \cdot 10^5$	$2,48 \cdot 10^9$	0,653	$1,320 \cdot 10^5$	0,950
fBm corrigido	$1,25 \cdot 10^5$	$2,44 \cdot 10^9$	0,654	$1,320 \cdot 10^5$	0,950
mBm	$2,57 \cdot 10^4$	$5,12 \cdot 10^9$	0,743	$7,537 \cdot 10^4$	0,490
mBm corrigido	$4,34 \cdot 10^4$	$2,44 \cdot 10^9$	0,730	$6,415 \cdot 10^4$	0,441

Para a análise das características de longa dependência das amostras do tráfego, é calculada a ACF (*Autocorrelation Function*) da série real e comparada com as ACF's obtidas para as séries sintéticas. Os resultados são mostrados na Figura 7. Verifica-se que o decaimento da ACF do modelo adaptativo proposto é similar ao do modelo β MWM e acompanha o comportamento da série real, diferentemente dos modelos fBm e mBm, que não descrevem adequadamente o comportamento da função de autocorrelação dos fluxos de tráfego real.

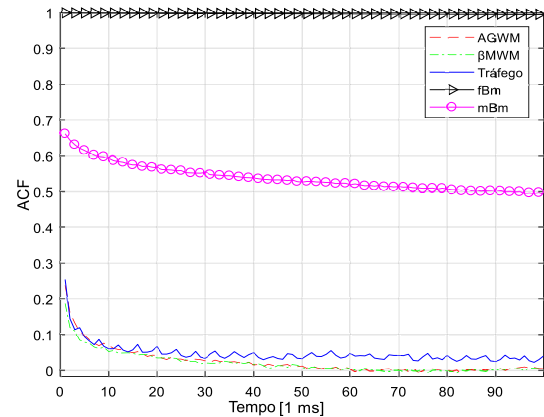


Fig. 7. ACF do tráfego WaikatoVIII-20111027 e das modelagens consideradas.

As estatísticas das séries sintéticas obtidas pelos modelos foram comparadas com as dos fluxos de tráfego reais. Os valores obtidos da média, variância e parâmetro de Hurst para os tráfegos de rede reais WaikatoVIII-20111027 e WaikatoVIII-20111029 e das modelagens consideradas são mostrados na Tabela II e III, respectivamente, considerando a média de 100 simulações. Foi utilizado o estimador baseado em *wavelets* de Abry e Veitch [23] para calcular o parâmetro de Hurst. Os resultados obtidos mostram que as estatísticas das séries sintéticas geradas pelo modelo adaptativo proposto são similares as do modelo β MWM, no caso das séries fBm e mBm os valores obtidos são mais distantes dos valores reais. São mostrados ainda, os valores das estatísticas das séries sintéticas fBm e mBm corrigidas, ou seja, são zerados os valores das amostras negativas. Os modelos multifractais AGWM e β MWM obtiveram melhores resultados em termos de média, variância, erros quadrático médio de Série e de ACF.

TABELA III
VALORES DAS ESTATÍSTICAS (*bytes*) DO FLUXO DE TRÁFEGO REAL
WAIKATOVIII-20111029 E DAS MODELAGENS CONSIDERADAS

Modelo	Média	Variância	Hurst	Série MSE	ACF MSE
Real	$2,77 \cdot 10^3$	$4,03 \cdot 10^7$	0,592	-	-
AGWM	$2,82 \cdot 10^3$	$3,62 \cdot 10^7$	0,612	$8,77 \cdot 10^3$	0,029
β MWM	$2,82 \cdot 10^3$	$3,98 \cdot 10^7$	0,579	$8,94 \cdot 10^3$	0,029
fBm	$1,24 \cdot 10^5$	$3,78 \cdot 10^3$	0,593	$5,34 \cdot 10^4$	0,960
fBm corrigido	$1,25 \cdot 10^5$	$7,69 \cdot 10^3$	0,028	$7,93 \cdot 10^4$	0,071
mBm	$2,57 \cdot 10^4$	$4,48 \cdot 10^9$	0,703	$8,39 \cdot 10^4$	0,304
mBm corrigido	$4,33 \cdot 10^4$	$5,71 \cdot 10^9$	0,692	$2,53 \cdot 10^4$	0,236

VI. CONCLUSÃO

Neste artigo, foi proposta uma abordagem para modelagem adaptativa de séries de tráfego de rede através da estimação adaptativa de parâmetros de um modelo multifractal no domínio *wavelet*. Para este modelo, denominado de AGWM, assume-se que os multiplicadores e outros parâmetros sejam gaussianos. Para isto, também são propostas equações para estimar os parâmetros do modelo AGWM de forma adaptativa. Os resultados obtidos nas simulações comprovam que o algoritmo AGWM apresenta desempenho de modelagem superior aos demais algoritmos em termos das diferenças de média, variância, e erro quadrático médio em relação às séries reais e erro quadrático médio da função de autocorrelação.

REFERÊNCIAS

- [1] J. W. de Godoy Stenico and L. Lee, "A new network traffic modeling based in conservative multiplicative cascade with weights newton binomial," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 11, no. 5, pp. 1143–1155, 2013.
- [2] W. Song, M. Li, Y. Li, C. Cattani, and C.-H. Chi, "Fractional brownian motion: Difference iterative forecasting models," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 123, pp. 347–355, 2019.
- [3] J. Gao and I. Rubin, "Multiplicative multifractal modelling of long-range-dependent network traffic," *International Journal of Communication Systems*, vol. 14, no. 8, pp. 783–801, 2001.
- [4] R. H. Riedi, M. Crouse, V. Ribeiro, and R. Baraniuk, "A multifractal wavelet model with application to network traffic," *Information Theory, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 3, pp. 992–1018, Apr 1999.
- [5] O. Sheluhin and I. Y. Lukin, "Network traffic anomalies detection using a fixing method of multifractal dimension jumps in a real-time mode," *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 52, no. 5, pp. 421–430, 2018.
- [6] T. D. Dang, S. Molnar, and I. Maricza, "Capturing the Complete Multifractal Characteristics of Network Traffic," in *In Proc., GLOBECOM 2002*, 2002.
- [7] M. Tuberquia-David, F. Vela-Vargas, H. López-Chávez, and C. Hernández, "A multifractal wavelet model for the generation of long-range dependency traffic traces with adjustable parameters," *Expert Systems with Applications*, vol. 62, pp. 373–384, 2016.
- [8] P. Zegzhda, D. Lavrova, and A. Shtyrkina, "Multifractal analysis of internet backbone traffic for detecting denial of service attacks," *Automatic Control and Computer Sciences*, vol. 52, no. 8, pp. 936–944, 2018.
- [9] M. Yue, L. Liu, Z. Wu, and M. Wang, "Identifying ldo attack traffic based on wavelet energy spectrum and combined neural network," *International Journal of Communication Systems*, vol. 31, no. 2, p. e3449, 2018.
- [10] J. A. S. Junior and F. H. T. Vieira, "Estimation of backlog and delay in ofdm/tDMA systems with traffic policing through network calculus," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 13, no. 3, pp. 796–803, 2015.
- [11] J. W. de Godoy Stenico, L. L. Ling, and F. H. T. Vieira, "Queueing modeling applied to admission control of network traffic flows considering multifractal characteristics," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 11, no. 2, pp. 749–758, 2013.
- [12] R. Li, Z. Zhao, C. Yang, C. Wu, and H. Zhang, "Wireless big data in cellular networks: the cornerstone of smart cities," *IET Communications*, vol. 12, no. 13, pp. 1517–1523, 2018.
- [13] A. Cardoso and F. H. Vieira, "Adaptive estimation of haar wavelet transform parameters applied to fuzzy prediction of network traffic," *Signal Processing*, vol. 151, pp. 155–159, 2018.
- [14] V. Gadre, U. B. Desai *et al.*, *Multifractal based network traffic modeling*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [15] J. Lebovits, M. Podolskij *et al.*, "Estimation of the global regularity of a multifractional brownian motion," *Electronic Journal of Statistics*, vol. 11, no. 1, pp. 78–98, 2017.
- [16] J. L. Véhel and R. Riedi, "Fractional brownian motion and data traffic modeling: The other end of the spectrum," in *Fractals in Engineering*. Springer, 1997, pp. 185–202.
- [17] Z. Xu, L. Wang, and K. Wang, "A new multifractal model based on multiplicative cascade," *Information Technology Journal*, vol. 10, no. 2, pp. 452–456, 2011.
- [18] S. Molnár, T. D. Dang, and I. Maricza, "On the queue tail asymptotics for general multifractal traffic," in *International Conference on Research in Networking*. Springer, 2002, pp. 105–116.
- [19] J. Goddard and E. Onali, "Long memory and multifractality: A joint test," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 451, pp. 288–294, 2016.
- [20] R.-F. Peltier and J. L. Véhel, "Multifractional brownian motion: definition and preliminary results," Ph.D. dissertation, INRIA, 1995.
- [21] B. V. Gnedenko, *Theory of probability*. Routledge, 2017.
- [22] WITS, "Wits: Waikato internet traffic storage from university of waikato," <http://wand.net.nz/wits/waikato/8/>, April 2014.
- [23] P. Abry and D. Veitch, "Wavelet analysis of long-range-dependent traffic," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 1, pp. 2–15, Jan 1998.



Diego C. Abrahão Possui graduação em Engenharia de Elétrica pela Universidade Federal de Goiás (2006) e mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Goiás (2015). Atualmente está em busca do título de doutor em Engenharia Elétrica. Possui experiência na área de Telecomunicações atuando principalmente nos seguintes temas: Banda Efetiva, Escalonamento, Fuzzy, LTE, Modelagem Multifractal.



Álisson A. Cardoso Possui graduação em Engenharia de Computação pela Universidade Federal de Goiás (2012) e mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação pela Universidade Federal de Goiás (2014). Atualmente está em busca do título de doutor em Engenharia de Computação. Possui experiência na área de Telecomunicações em análise e desempenho de redes móveis, modelagem de tráfego de redes e redes sem fio, sistemas inteligentes, reconhecimento de padrões e inteligência artificial.



Flávio H. T. Vieira possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Goiás (2000), mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação (EEEC) pela Universidade Federal de Goiás (2002), doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (2006) e pós-doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas (2008). Atualmente é professor Associado da Universidade Federal de Goiás (UFG). Tem experiência na área de Engenharia Elétrica e de Computação atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem e controle de tráfego, redes de computadores, redes sem fio e sistemas inteligentes.