

A Sliding Mode Control Strategy for Cascade Systems

M. Coronel, R. Orellana, L. Mora, R. Rojas, and J. Agüero, *Member, IEEE*

Abstract—In this paper we propose a sliding mode control strategy for cascade systems. Models of first and second order are utilized to design the internal and external control loop respectively. The dead time is considered in the control tuning, which is performed by optimization of the integral square error subject to the existence of sliding mode conditions. A simulation study was performed for a non-linear system representing a Hot-Cold water tank. In addition we study the benefits of our proposal for disturbances and changes in the set-point for the dynamical system.

Index Terms—Cascade system, Sliding mode control, Optimization.

I. INTRODUCCIÓN

EXISTEN procesos que presentan dinámicas internas que varían rápidamente, y afectan la variable controlada actuando como perturbaciones. Para evitar esto se desarrolló la técnica de control en cascada [1], usado en conjunto con controladores de tipo proporcional, integral, derivativo (PID) debido a su simplicidad, fácil implementación entre otras ventajas.

A pesar del buen desempeño que para algunos procesos presenta el controlador en cascada basado en PID, en algunos casos este se degrada debido a dinámicas no modeladas del proceso que generan errores de modelaje, siendo una de estas dinámicas el tiempo muerto. La presencia de tiempo muerto puede causar las siguientes dificultades en un proceso de control: i) el efecto de alguna perturbación puede detectarse después de un lapso de tiempo considerable, ii) puede originar inestabilidad en el sistema, iii) la acción de control será inadecuada ya que su efecto sobre el error actual afectará la variable controlada después de un tiempo considerable [2].

El control por modo deslizante (SMC) del inglés Sliding Mode Control, se presenta como una alternativa viable para resolver este problema, siendo robusto ante la variación de los parámetros del sistema y errores de modelado [3]. La integración de SMC junto con otras estrategias de control, por ejemplo lógica difusa o control adaptativo, han permitido la síntesis y diseño de esquemas de control híbridos basados en SMC, considerando las características dinámicas de un modelo

del proceso [4], [5], [6]. Por otro lado el control por modo deslizante ha sido utilizado en diversas aplicaciones como control en vehículos de transporte, control de motores, control de sistemas mecánicos, entre otros [7], [8], [9], [10].

Un enfoque dinámico de SMC para sistemas con tiempo muerto elevado es mostrado en [11], [12], [13], [14]. Por otro lado, en [15] se muestra el diseño de sistemas de control SMC basados en modelos de primer orden más tiempo muerto (POMTM), donde estructuras del tipo PI-D son usadas para la superficie deslizante. En este sentido, en [16], [17] se considera el uso de modelos de orden reducido con tiempo muerto, en el diseño de sistemas de control SMC en cascada, sin embargo, no analizan el desempeño de los controladores sobre sistemas no lineales con tiempo muerto.

El presente trabajo muestra el desarrollo de una estrategia de control que considere las bondades del SMC aplicado en cascada a un sistema no lineal con tiempo muerto elevado, utilizando una estructura diferente para cada controlador por modo deslizante. Para el controlador interno se utiliza una superficie de deslizamiento del tipo PI [18], debido a que el proceso interno es rápido y el término derivativo puede ser afectado por el ruido. En este lazo se utiliza una aproximación de un sistema de primer orden [19] para la síntesis del controlador. En el controlador externo se utiliza la superficie de deslizamiento integro-diferencial, ya que ha presentado buenos resultados en aplicaciones de control de procesos no lineales [20], [3]. La síntesis del controlador se basa en modelo de segundo orden [19], siendo que en ambos lazos de control se obtienen controladores realizables. El tiempo muerto es considerado en las ecuaciones de ajuste de parámetros del controlador externo, la cual se hace a través de la minimización de la integral cuadrática del error de seguimiento (ISE), basado en el algoritmo de minimización del punto interior [21], [22].

II. MARCO TEÓRICO

La estrategia de control en cascada se basa en la conexión de dos controladores, donde la salida del controlador del lazo externo o primario se conecta como punto de referencia del controlador del lazo interno o secundario. El lazo de control secundario consiste esencialmente en la variable manipulada del lazo de control primario. El control en cascada utiliza la medición adicional de una variable secundaria que debe estar directamente afectada por la perturbación principal del proceso, siendo la selección adecuada de la misma fundamental para el éxito del controlador en cascada [1].

En la sintonización de los controladores en cascada, primero se sintoniza el lazo interno desconectando el modo cascada,

M. Coronel, Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María, maria.coronelm@sansano.usm.cl.

R. Orellana, Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María, rafael.orellanap@sansano.usm.cl.

L. Mora, Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María, luis.moraa@sansano.usm.cl.

R. Rojas, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Los Andes, rdrojas@ula.ve.

J.C. Agüero, Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María, juan.aguero@usm.cl.

una vez sintonizado el lazo interno se cierra la cascada y se sintoniza el externo, procedimiento conocido como el método de sintonización de Austin [2]. El control en cascada basado en estrategias de control convencional presenta un buen desempeño en la mayoría de los casos, pero cuando existen dinámicas internas presentes en el lazo secundario junto a las perturbaciones, usar una estrategia de control más robusta compensa estos efectos [16].

El SMC es una estrategia de control que permite, a partir de señales conmutadas alrededor de una superficie (superficie deslizante), dirigir cualquier estado inicial ubicado fuera de esta superficie hacia la misma, hasta que se intercepte con ella (condición de alcance) y a partir de allí se desplace por ella hasta el valor final deseado (régimen deslizante). El modo deslizante es el comportamiento en el que la trayectoria del estado se “desliza” sobre la superficie y converge a un punto de dicha superficie, lo cual se produce mediante una ley denominada control equivalente [23].

La Fig. 1 muestra el movimiento del estado sobre la superficie, donde el estado del sistema representa errores a ser compensados, por lo que el origen de las coordenadas es el punto deseado para el estado del sistema. La estructura del controlador cambia según se cumpla la condición de alcanzabilidad y existencia del modo deslizante [24], [25].

III. SÍNTESIS DEL CONTROLADOR POR MODO DESLIZANTE PARA SISTEMAS EN CASCADA

A. Síntesis del Controlador Interno (C_2)

La conexión usada para un sistema conectado en cascada se muestra en el diagrama de bloques de la Fig. 2. En los sistemas en cascada debe primero funcionar adecuadamente el lazo de control interno antes de pasar a diseñar el externo [1]. Dado que para este tipo de esquema el lazo interno de control debe ser rápido con respecto al lazo externo [2], entonces $G_2(s)$ se aproxima a través de un sistema de primer orden obtenido de la identificación no paramétrica ¹, quedando:

$$\tau_2 \dot{x}_2(t) + x_2(t) = K_2 u_2(t) + \varphi_2(t), \quad (1)$$

¹El propósito del proceso de identificación no paramétrica es obtener un modelo simplificado del proceso real alrededor del punto de operación

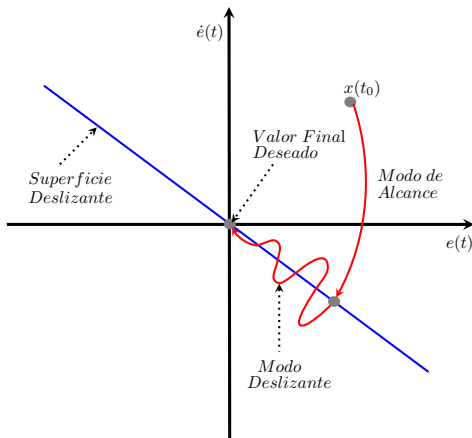


Fig. 1. Movimiento del estado en modo deslizante.

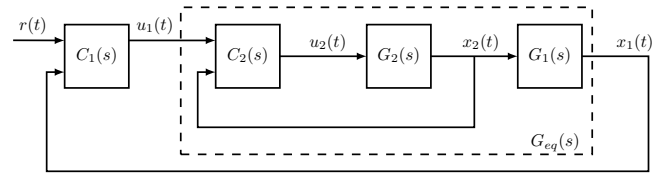


Fig. 2. Esquema de conexión en cascada.

donde K_2 representa la ganancia en lazo abierto del lazo interno, τ_2 la constante de tiempo del lazo interno, $x_2(t)$ es la variable controlada para el lazo interno de control y $\varphi_2(t)$ representa el término asociado a las variaciones paramétricas, perturbaciones acopladas y dinámicas no modeladas para el lazo interno de control. La ley de control $u_2(t)$ está formada por una componente continua $u_{C2}(t)$ y una parte discontinua $u_{D2}(t)$ tal que [25]:

$$u_2(t) = u_{C2}(t) + u_{D2}(t). \quad (2)$$

Para calcular $u_{C2}(t)$, se utiliza la superficie deslizante integro-deferencial propuesta por [18] en función del error de seguimiento dado por:

$$e_2(t) = u_1(t) - x_2(t), \quad (3)$$

donde $u_1(t)$ representa la salida del controlador del lazo externo. Usando (3) en (1) (omitiendo el término $\varphi_2(t)$) es posible obtener:

$$\tau_2(\dot{u}_1(t) - \dot{e}_2(t)) + u_1(t) - e_2(t) = K_2 u_2(t). \quad (4)$$

La superficie deslizante $S_2(t)$ viene dada por:

$$S_2(t) = e_2(t) + \lambda_2 \int_0^t e_2(t) dt \quad (5)$$

donde λ_2 es un parámetro de ajuste. Usando el método del control equivalente [23] se calcula $\dot{S}_2(t) = 0$, de (5) se obtiene:

$$\dot{S}_2(t) = \dot{e}_2(t) + \lambda_2 e_2(t) = 0. \quad (6)$$

Sustituyendo de (6) en (4) la derivada de $e_2(t)$, se obtiene la componente continua $u_{C2}(t)$ del controlador como:

$$u_{C2}(t) = \frac{1}{K_2} [\tau_2 \dot{u}_1(t) + u_1(t) + e_2(t)(\tau_2 \lambda_2 - 1)]. \quad (7)$$

Dado que la estructura de $u_{C2}(t)$ no es realizable (por lo que es un sistema no causal [26]), y además se requiere compensar el efecto del *set-point kick* [27] en $u_1(t)$, se utiliza una aproximación con filtro derivativo donde usando transformada de Laplace se obtiene:

$$\mathcal{L}\{\dot{u}_1(t)\} \cong \frac{s}{\tau_U s + 1} U_1(s), \quad (8)$$

donde τ_U es la constante de ajuste del filtro derivativo.

La ley de control discontinua $u_{D2}(t)$ típicamente es modelada basada en una función tipo relé, es decir $u_{D2}(t) = K_{D2} \{\text{sgn}(S_2(t))\}$, ya que permite un cambio entre las estructuras del controlador a una frecuencia rápida [11], además, esto permite compensar el efecto de las dinámicas no modeladas y perturbaciones acopladas en el lazo de control interno. Entonces, la ley de control final $u_2(t)$ se obtiene de (2) como:

$$u_2(t) = \frac{1}{K_2} [\tau_2 \hat{u}_1(t) + u_1(t) + e_2(t)(\tau_2 \lambda_2 - 1)] + \underbrace{K_{D2} \{\text{sgn}(S_2(t))\}}_{u_{D2}(t)} \quad (9)$$

donde:

$$\hat{u}_1(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{\tau_U s + 1} U_1(s) \right\}. \quad (10)$$

Observación 1: Note que la estructura discontinua del controlador condiciona su rendimiento dada las limitaciones físicas de los actuadores, causando *chattering* alrededor de la superficie deslizante [23]. Una aproximación $\text{sgn}(S_2(t)) \approx S_2(t)/(|S_2(t)| + \delta_2)$ donde δ_2 es un parámetro de sintonización, permite compensar el efecto del *chattering* obteniendo buen desempeño en el control de sistemas no lineales (ver [18], [11] y sus referencias). ∇

B. Síntesis del Controlador Externo (C_1)

En la Fig. 2 se muestra el lazo equivalente $G_{eq}(s)$ representado por un modelo de segundo orden [2], que se obtiene realizando la identificación no paramétrica del bloque: proceso externo ($G_1(s)$), proceso interno ($G_2(s)$) y el controlador interno ($C_2(s)$) previamente sintonizado, esta identificación se realiza alrededor del punto de operación. Se incluyen estos tres elementos porque la presencia del controlador interno modifica los parámetros característicos del sistema original. Para este caso, el factor de tiempo muerto t_0 no es considerado en la síntesis de C_1 , sin embargo, será utilizado en la sintonización del esquema de control SMC es cascada propuesto (ver Sección IV). La ecuación diferencial de segundo orden viene representada por:

$$\ddot{x}_1(t) + 2\zeta\omega_0\dot{x}_1(t) + \omega_0^2 x_1(t) = K_1\omega_0^2 u_1(t) \quad (11)$$

donde K_1 representa la ganancia del lazo equivalente, ω_0 la frecuencia de oscilación natural, ζ el coeficiente de amortiguamiento [2] y $x_1(t)$ la salida del lazo externo. Al igual que en lazo interno, la ley de control $u_1(t)$ la forma la componente continua $u_{C1}(t)$ y la parte discontinua $u_{D1}(t)$ donde se cumple [25]:

$$u_1(t) = u_{C1}(t) + u_{D1}(t). \quad (12)$$

Para determinar $u_{C1}(t)$, se utiliza la superficie deslizante integro-diferencial de segundo orden [18] en función del error de seguimiento del lazo externo de control dado por:

$$e_1(t) = r(t) - x_1(t), \quad (13)$$

donde $r(t)$ es la señal de referencia de la variable controlada $x_1(t)$. Usando (13) en (11) considerando $r(t)$ constante se obtiene:

$$\ddot{e}_1(t) + 2\zeta\omega_0\dot{e}_1(t) + \omega_0^2(e_1(t) - r(t)) = -K_1\omega_0^2 u_1(t). \quad (14)$$

La superficie deslizante de segundo orden $S_1(t)$ viene dada por:

$$S_1(t) = \dot{e}_1(t) + \lambda_{11}e_1(t) + \lambda_{01} \int_0^t e_1(t)dt, \quad (15)$$

donde λ_{11} y λ_{01} son parámetros de ajuste. Usando el método del control equivalente [23] se calcula $\dot{S}_1(t) = 0$, y de (15) se obtiene:

$$\dot{S}_1(t) = \ddot{e}_1(t) + \lambda_{11}\dot{e}_1(t) + \lambda_{01}e_1(t) = 0. \quad (16)$$

Sustituyendo de (15) en (14) la segunda derivada de $e_1(t)$, se obtiene la componente continua $u_{C1}(t)$ como:

$$u_{C1}(t) = \frac{1}{K_1} \left[\left(\frac{\lambda_{11} - 2\zeta\omega_0}{\omega_0^2} \right) \dot{e}_1(t) + \left(\frac{\lambda_{01}}{\omega_0^2} - 1 \right) e_1(t) + r(t) \right]. \quad (17)$$

Al igual que para el lazo de control interno, se aproxima la derivada de $e_1(t)$ con un filtro derivativo tal que:

$$\mathcal{L}\{\dot{e}_1(t)\} \cong \frac{s}{\tau_E s + 1} E_1(s), \quad (18)$$

donde τ_E es la constante de tiempo del filtro derivativo. La ley de control discontinua $u_{D1}(t)$ se selecciona como la planteada en el lazo interno, es decir, $u_{D1}(t) = K_{D1}\{\text{sgn}(S_1(t))\}$. La ley de control final $u_1(t)$ se obtiene de (12) como:

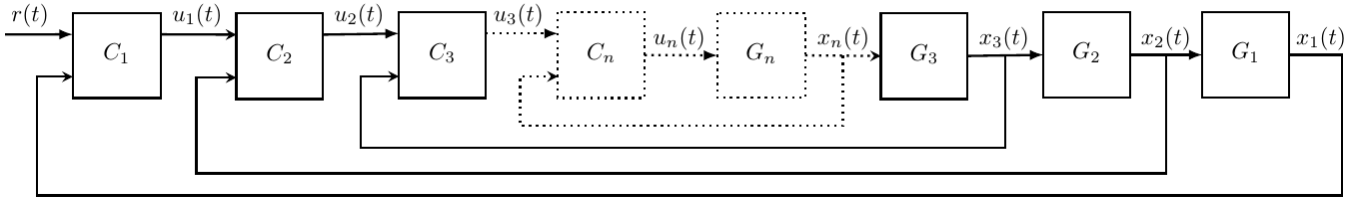
$$u_1(t) = \frac{1}{K_1} \left[\left(\frac{\lambda_{11} - 2\zeta\omega_0}{\omega_0^2} \right) \dot{e}_1(t) + \left(\frac{\lambda_{01}}{\omega_0^2} - 1 \right) e_1(t) + r(t) \right] + \underbrace{K_{D1}\{\text{sgn}(S_1(t))\}}_{u_{D1}(t)}, \quad (19)$$

donde

$$\dot{e}_1(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{s}{\tau_E s + 1} E_1(s) \right\}. \quad (20)$$

Finalmente, se presenta el procedimiento para la síntesis del esquema SMC para n -bloques en cascada, este se muestra en la Fig. 3. A continuación se muestran los pasos para obtener la estructura de los controladores del sistema en cascada:

- 1) *Síntesis de los controladores C_{n-k} de los lazos internos:* donde n corresponde a la cantidad de bloques en cascada y $k = 0, 1, \dots, n - 2$.
 - 1.1. Obtener el modelo de primer orden (K_{n-k}, τ_{n-k}) para $G_{n-k}(s) = \frac{X_{n-k}(s)}{U_{n-k}(s)} = \frac{K_{n-k}}{\tau_{n-k}s + 1}$.
 - 1.2. Seleccionar la superficie deslizante de 1^{er} orden $S_{n-k}(t)$ en función de $e_{n-k}(t)$.
 - 1.3. Aplicar el método del control equivalente para obtener $\dot{S}_{n-k}(t) = 0$.
 - 1.4. Utilizar 1.3 en el modelo de 1^{er} orden para obtener $u_{C_{n-k}}(t)$.
 - 1.5. Seleccionar la estructura de la parte discontinua $u_{D_{n-k}}(t)$.
 - 1.6. Obtener la ley de control $u_{n-k}(t) = u_{C_{n-k}}(t) + u_{D_{n-k}}(t)$.
- 2) *Síntesis del controlador C_1 del lazo externo:*
 - 2.1. Obtener el modelo de segundo orden (K_1, ζ, ω_0) para $G_{eq}(s) = \frac{X_1(s)}{U_1(s)} = \frac{K_1\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0s + \omega_0^2}$.
 - 2.2. Seleccionar la superficie deslizante de 2^{do} orden $S_1(t)$ en función de $e_1(t)$.
 - 2.3. Aplicar el método del control equivalente para obtener $\dot{S}_1(t) = 0$.

Fig. 3. Esquema de conexión de n bloques en cascada.

- 2.4. Utilizar 2.3 en el modelo de 2^{do} orden para obtener $u_{C1}(t)$, considerando $r(t)$ constante.
- 2.5. Seleccionar la estructura de la parte discontinua $u_{D1}(t)$.
- 2.6. Obtener la ley de control $u_1(t) = u_{C1}(t) + u_{D1}(t)$.

IV. SINTONIZACIÓN DEL CONTROLADOR POR MODO DESLIZANTE PARA SISTEMAS EN CASCADA

La sintonización se basa en la optimización de la ISE por el algoritmo de minimización del punto interior [21], [22], donde se obtienen los parámetros de ajuste, θ_i , de los controladores como:

$$\hat{\theta}_i = \arg \min_{\theta_i} \int_0^{t^*} e_i^2(\theta_i, t) dt, \quad \text{para } i = 1, 2 \quad (21)$$

donde t^* es el tiempo usado para la optimización, en este caso $2\tau_i$. La minimización de (21) está sujeta a las condiciones de alcanzabilidad del modo deslizante [25] para $i = 1, 2$:

$$K_i K_{Di} > 0, \quad \delta_i > 0. \quad (22)$$

Para el controlador interno C_2 se tiene $\theta_2 = [\lambda_2 \ K_{D2} \ \delta_2 \ \tau_U]$, donde la dinámica del error $e_2(t)$ en el lazo interno se encuentra sustituyendo (9) en (4):

$$e_2(\theta_2, t) = u_1(t) - \int_0^t \hat{u}_1(\tau_U, z) + \lambda_2 e_2(z) dz - \int_0^t \frac{K_2}{\tau_2} u_{D2}(K_{D2}, \delta_2, z) dz. \quad (23)$$

De manera similar, para el controlador externo C_1 se tiene $\theta_1 = [\lambda_{11} \ \lambda_{01} \ K_{D1} \ \delta_1 \ \tau_E]$, y la dinámica del error $e_1(t)$ en el lazo externo se obtiene considerando el tiempo muerto t_0 , $a = 1/\omega_0^2$, $b = 2\zeta/\omega_0$, sustituyendo (19) en (14) donde:

$$e_1(\theta_1, t) = r(t) + \frac{b}{a} \int_0^t (r(z_1) - e_1(z_1)) dz_1 - \int_0^t \int_0^{z_2} \lambda_{01} e_1(z_1 - t_0) + \frac{a\lambda_{11} - b}{a} \hat{e}_1(\tau_E, z_1 - t_0) dz_1 dz_2 - \int_0^t \int_0^{z_2} \frac{K_1}{a} u_{D1}(K_{D1}, \delta_1, z_1 - t_0) dz_1 dz_2 - \int_0^t \int_0^{z_2} \frac{1}{a} (e_1(z_1) - e_1(z_1 - t_0)) dz_1 dz_2 - \int_0^t \int_0^{z_2} \frac{1}{a} (r(z_1 - t_0) - r(z_1)) dz_1 dz_2 \quad (24)$$

El procedimiento descrito anteriormente para la sintonización de parámetros de los controladores se puede generalizar como se muestra en la siguiente proposición.

Proposición 1: Sea un sistema de control cuyo error es dado por $e(t) = r(t) - x(t - t_0)$, donde $r(t)$ es la señal de referencia $x(t)$ la señal medida de la planta y t_0 el tiempo de retardo. Si la planta es descrita por una ecuación diferencial de orden n de la forma

$$\sum_{j=0}^n c_j x^{(j)}(t) = K u(t) \quad (25)$$

con $c_0 = 1$ y la ley de control esta dada por una función f_c que depende de $e(t)$ y $r(t)$. Entonces los parámetros θ del controlador pueden ser ajustados mediante un proceso de optimización de la forma

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} V(e(\theta, t)) \quad (26)$$

donde $V(e(\theta, t))$ es la función a optimizar, adecuadamente definida, y el error de control esta dado por

$$e(\theta, t) = r(t) + \sum_{j=0}^{n-1} \frac{c_j}{c_n} \int_0^{n-j} (r(t) - e(t)) - \frac{K}{c_n} \int_0^n f_c(\theta, r(t - t_0), e(t - t_0)) \quad (27)$$

donde $\int^j g(t)$ denota una integral de orden j de la forma $\int_0^t \cdots \int_0^{z_2} g(z_1) dz_1 \cdots dz_n$, tal que $\int^j g^{(j)}(t) = g(t)$.

Demostración:

Denote por \int^n una integral de orden n de la forma $\int^n g(t) = \int_0^t \cdots \int_0^{z_2} g(z_1) dz_1 \cdots dz_n$ tal que

$$\int^n g^{(j)}(t) = \int^{n-j} g(t), \quad \int^0 g(t) = g(t) \quad (28)$$

Desplazando (25) en t_0 y considerando $u(t) = f_c(\theta, r(t), e(t))$ y $x(t - t_0) = r(t) - e(t)$ la ecuación diferencial que describe la planta se puede reescribir como:

$$\sum_{j=0}^n c_j [r^{(j)}(t) - e^{(j)}(t)] = K f_c(\theta, r(t - t_0), e(t - t_0))$$

Aplicando \int^n en ambos lados de la ecuación anterior y usando (28) se obtiene

$$\sum_{j=0}^n c_j \int^{n-j} [r(t) - e(t)] = K \int^n f_c(\theta, r(t - t_0), e(t - t_0))$$

Reescribiendo $\sum_{j=0}^n c_j \int^{n-j} [r(t) - e(t)]$ como $c_n (r(t) - e(t)) + \sum_{j=0}^{n-1} c_j \int^{n-j} [r(t) - e(t)]$ y despejando para $e(t)$ la ecuación (27) es obtenida.

Finalmente, considerando que $V(e(\theta, t))$ esta adecuadamente definida, entonces existe al menos un conjunto de

parámetros $\hat{\theta}$ tal que $V(e(\hat{\theta}, t)) \leq V(e(\hat{\theta} + \epsilon, t))$ para todo $\hat{\theta} + \epsilon$ que se encuentre en el vecindario cercano a $\hat{\theta}$. Esto indica que $\hat{\theta}$ puede ser estimado mediante algoritmos de optimización matemática como los descritos en [21] y [22], evaluando el error de control usando (27), con lo cual se completa la demostración. ■

Note que en este trabajo se utilizó para $V(e(\theta, t))$ la integral del error cuadrático (ISE) como criterio de diseño del controlador, sin embargo, esto no condiciona la estrategia de sintonización.

Adicionalmente, cabe destacar que no linealidades en la señal de control pueden ser incluidas mediante f_c en el ajuste de los parámetros del controlador.

V. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

Para evaluar el desempeño del esquema SMC en cascada, se utiliza como caso de estudio el Tanque de Agua Fría-Agua Caliente con volumen variable para control de temperatura $TT(\%)$, recibiendo dos flujos de entrada, agua caliente $W_1(t)$ y agua fría $W_2(t)$ con flujo de salida $W_3(t)$. Mayores detalles del modelo se encuentran en la sección del Apéndice A. La Fig. 4 muestra el esquema de conexión en cascada usando la norma ISA S5.1, donde se muestra el lazo de control para el flujo $W_2(t)$ (lazo interno), y el lazo de control de temperatura $TT(\%)$ (lazo externo). Se realizan cambios de tipo escalón de $\pm 10\%$ en la señal de referencia de $TT(\%)$ con la finalidad de analizar el desempeño del sistema de control ante dinámicas directas e inversas. Por otro lado, se analiza el rechazo a perturbaciones del tipo escalón de $\pm 10\%$ en $W_2(t)$, y $\pm 10^\circ F$ en las temperaturas de los flujos de entrada, cuyas variaciones están acotadas en $|\Delta T_1(t)| < 30^\circ F$, $|\Delta T_2(t)| < 15^\circ F$ y $|\Delta W_2(t)| < 30$ [lb/min]. Junto a esto, se realiza un estudio comparativo usando la estrategia de control por modo deslizante de [18] (SMC_C) para un lazo simple de control de temperatura $TT(\%)$ con el flujo $W_2(t)$ como variable manipulada, usando la ISE para estudiar el rendimiento del sistema de control. El tiempo muerto en la medición de la temperatura $T_4(t)$ varía en función de las dimensiones de la

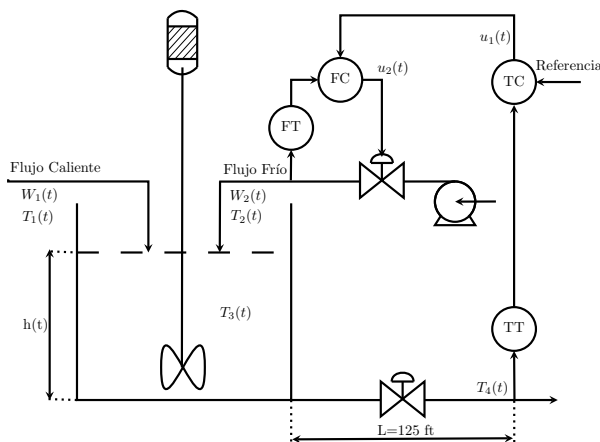


Fig. 4. Conexión en cascada basada en la norma S5.1 para el Tanque Agua Fría-Agua Caliente.

TABLA I
PARÁMETROS DE SINTONIZACIÓN DEL CONTROLADOR SMC PARA EL SISTEMA EN CASCADA

| Parámetros de sintonización | Controladores | |
|-----------------------------|---------------|------------------|
| | SMC | SMC _C |
| λ_2 | 4.626 | - |
| K_{D2} | 6.663 | - |
| δ_2 | 5.813 | - |
| λ_{01} | 0.150 | 0.075 |
| λ_{11} | 2.061 | 0.547 |
| K_{D1} | -49.998 | -4.947 |
| δ_1 | 9.733 | 0.558 |
| τ_U | 0.050 | - |
| τ_E | 0.690 | - |

tubería y el flujo $W_3(t)$, considerando para la simulación el valor inicial $t_0 \approx 3.55$ min.

Para la sintonización de los controladores SMC en cascada se utilizaron como valores iniciales del algoritmo de optimización de la ISE la sintonización propuesta en [28]. Para el controlador SMC_C se utilizó un ajuste de la sintonización propuesta por [18] en base a un modelo de primer orden con tiempo muerto (POMTM). La Tabla I muestra los parámetros finales de sintonización del control SMC en cascada y para la estrategia SMC_C .

La Fig. 5 muestra el desempeño del lazo de control interno ante los cambios de referencia en $TT(\%)$. Se observa como se mantiene el punto de operación de $W_2(t)$ tanto para dinámicas directas e inversas, siendo su actuación rápida como es de esperarse para el lazo de control interno.

La Fig. 6 muestra el desempeño del sistema de control en cascada SMC y la estrategia SMC_C a la salida $TT(\%)$ para cambios del punto de operación. Se muestra como la estrategia SMC mejora el rendimiento del sistema de control, siendo que la estrategia SMC_C falla ante uno de los cambios del punto de operación. Este comportamiento se debe a que la estrategia SMC se hace más robusta en una conexión en cascada, además, la síntesis y sintonización se hace en base a modelos con mayor información dinámica del proceso. Sin embargo, un ajuste en la sintonización del lazo de control simple SMC_C puede mejorar el rendimiento del sistema de control.

La Fig. 7 muestra la salida $TT(\%)$ ante perturbaciones en el flujo $W_2(t)$. Se observa en el esquema SMC en cascada

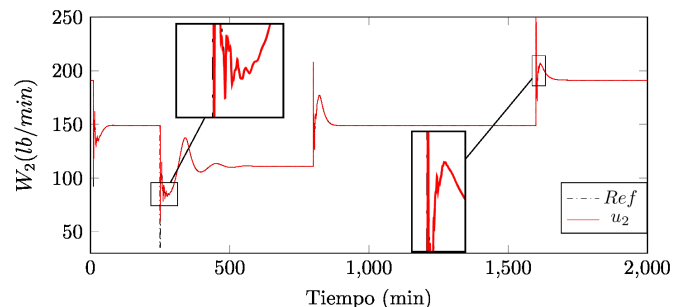
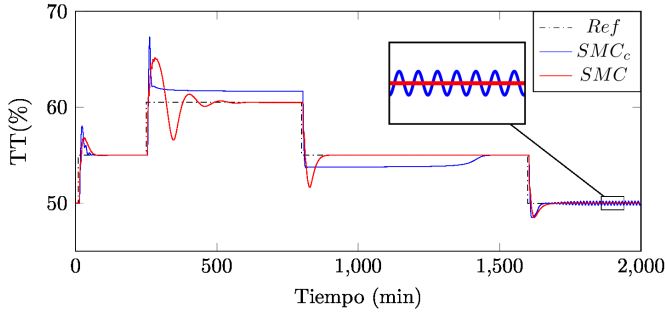
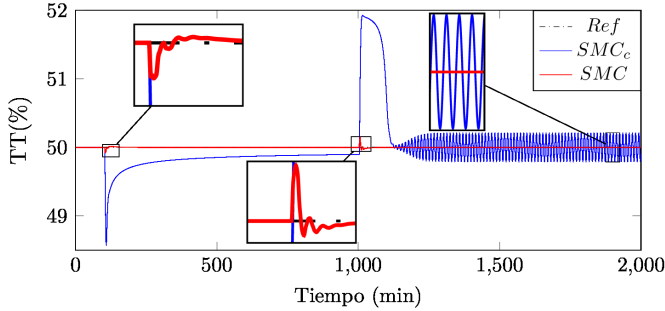


Fig. 5. Salida $W_2(t)$ ante cambios de referencia en la temperatura.

Fig. 6. Salida $TT(\%)$ ante cambios del valor de referencia en $\pm 10\%$.Fig. 7. Salida $TT(\%)$ ante perturbaciones en $W_2(t)$ de $\pm 10\%$.

compensa rápidamente el efecto de la perturbación sobre la variable controlada $TT(\%)$ gracias al lazo interno de control, caso contrario ocurre en controlador SMC_C donde a pesar de ser una estrategia robusta, no logra compensar el efecto de dicha perturbación. Esto demuestra como el esquema de conexión en cascada rechaza perturbaciones en el lazo interno de control.

En la Fig. 8 se presenta el comportamiento de la salida $TT(\%)$ ante perturbaciones en las temperaturas $T_1(t)$ y $T_2(t)$ de los flujos de entrada. A pesar que la estrategia SMC en cascada es sintonizada para optimizar los cambios de punto de operación, dado la robustez del controlador se consigue rechazar el efecto de perturbaciones en el lazo externo de control.

La Tabla II resume los valores de la ISE que se obtienen para cambios de punto de operación y rechazo a perturbaciones. Se muestra como la combinación de robustez del control SMC y una sintonización adecuada para un esquema

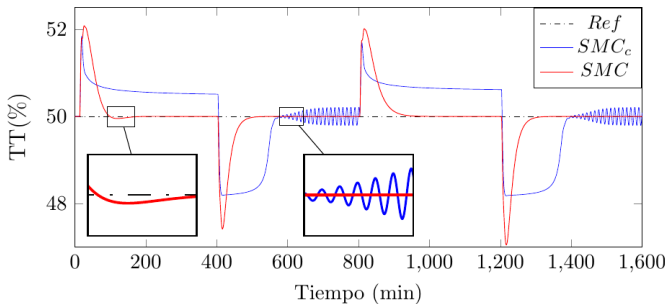
Fig. 8. Salida $TT(\%)$ ante perturbaciones en $T_1(t)$ y $T_2(t)$ de $\pm 10^\circ F$.

TABLA II
VALORES DE ISE PARA LAS ESTRATEGIAS DE CONTROL

| | Cambios de referencia | Perturbaciones en $W_2(t)$ | Perturbaciones en $T_1(t)$ y $T_2(t)$ |
|---------|-----------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| SMC | 2047 | 0.1035 | 569.1 |
| SMC_C | 2731 | 342.5011 | 1222.0 |

en cascada logra un desempeño satisfactorio compensando aproximaciones realizadas en la etapa de síntesis de los controladores.

VI. CONCLUSIONES

Se logró determinar para un sistema en cascada la estructura de un controlador por modo deslizante. La síntesis de los controladores se basa en aproximaciones de modelos de primer y segundo orden, donde el tiempo muerto es considerado en la sintonización de la estrategia de control optimizando el error de seguimiento a través de la minimización del ISE. La estrategia SMC en cascada permite rechazar el efecto de perturbaciones de manera más agresiva que usando un lazo de control simple (es decir, cuando se realimenta solo una señal del sistema), combinando la ventaja de robustez del controlador en un sistema en cascada. Para trabajos futuros se plantea explorar técnicas de optimización \mathcal{H}_2 y \mathcal{H}_∞ en la síntesis de controladores SMC en cascada con el fin de mejorar el rendimiento del controlador en procesos con fase no mínima y tiempo muerto elevado, además se propone hacer un análisis de la estabilidad del sistema.

APÉNDICE A

El modelo del tanque de Agua Fría- Agua Caliente se basa en las ecuaciones diferenciales que describen el balance de masas y energía mostradas en [29]. El balance de masa viene descrito por:

$$W_1(t) + W_2(t) - W_3(t) = A\rho \frac{dh(t)}{dt}, \quad (29)$$

donde A es el área transversal del tanque, ρ es la densidad de las mezcla de agua y $h(t)$ es el nivel de agua en el tanque. Para el flujo $W_3(t)$ se tiene:

$$W_3(t) = \frac{500}{600} C_{VL} V_p \sqrt{G_f \rho g h(t)}, \quad (30)$$

donde C_{VL} es el coeficiente de flujo de la válvula, V_p la posición de la válvula, g la fuerza de gravedad y G_f la gravedad específica. De manera similar, en el flujo $W_2(t)$ la ecuación de la válvula se define como:

$$W_2(t) = \frac{500}{600} C_{VL} V_p(t) \sqrt{G_f \Delta P_V}, \quad (31)$$

donde ΔP_V es la caída de presión a través de la válvula, y la posición de válvula $V_p(t)$ se describe por una ecuación diferencial de primer orden. Por otro lado, el balance de energía se obtiene como:

$$C_{p1} W_1(t) T_1(t) + C_{p2} W_2(t) T_2(t) - C_{p3} W_3(t) T_3(t) + \dots - \frac{dh(t)}{dt} T_3(t) = C_v A \rho h(t) \frac{dT_3(t)}{dt}, \quad (32)$$

donde C_{pi} representa la capacidad calorífica a presión constante, C_V la capacidad calorífica a volumen constante y $T_3(t)$ la temperatura del agua en el Tanque. El retardo en la medición de la temperatura, debido a la ubicación del sensor viene dado por $T_4(t) = T_3(t - t_0)$, donde el tiempo muerto o de retraso variable viene definido como:

$$t_0 = \frac{LA_t\rho}{W_3(t)}, \quad (33)$$

siendo L la longitud de la tubería y A_t el área de la sección transversal del tubo. Finalmente, la dinámica del transmisor de temperatura $TT(\%)$ se modela con una ecuación diferencial de primer orden. En la Tabla III se presentan las condiciones en estado estacionario y otra información de operación del sistema.

TABLA III
PARÁMETROS DE DISEÑO Y CONDICIONES INICIALES

| Variable | Valor | Variable | Valor |
|------------------|-------------------------|-------------|---------------------------|
| W_1 | 250 lb/min | g | 32.2 |
| W_2 | 191.17 lb/min | G | 1 |
| C_{p1} | 0.8 Btu/(lb °F) | h | 3 ft |
| C_{p2} | 1 Btu/(lb °F) | C_{val} | 12 gpm/psi ^{1/2} |
| C_{p3}, C_{v3} | 0.9 Btu/(lb °F) | A | 4 ft ² |
| T_1 | 250 °F | A_t | 0.2006 ft ² |
| T_2 | 50 °F | L | 125 ft |
| T_3 | 150 °F | τ_{TT} | 2 min |
| ρ | 62.4 lb/ft ³ | τ_{TF} | 1 min |

AGRADECIMIENTOS

El trabajo de M. Coronel fue patrocinado por el programa CONICYT-PFCHA/ Doctorado Nacional/2017-21170804, Chile y por el Programa PIIC No. 012/2018 y la DGP de la Universidad Técnica Federico Santa María. El trabajo de L. Mora fue financiado por el programa CONICYTPFCHA/ Doctorado Nacional/2017-21170472, Chile. El trabajo de J. C. Agüero fue parcialmente financiado por el Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT) – Chile a través del proyecto No. 1181158. Este trabajo fue parcialmente financiado por el AC3E, Proyecto Basal FB0008, Chile y por la Universidad de Los Andes, Venezuela.

REFERENCIAS

- [1] T. Marlin, *Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance*, 2nd ed. McGraw-Hill, 2000.
- [2] C. Smith and A. Corripio, *Principles and practice of automatic process control*, 3rd ed. Wiley, 2006.
- [3] O. Camacho, "A new approach to design and tune sliding mode controller for Chemicals processes," Ph.D. dissertation, South of Florida University, Florida, USA, 7 1996, Ph.D Thesis.
- [4] L. Chaouech, O. Saadaoui, and A. Chaari, "Sliding mode control of nonlinear uncertain system based on Takagi-Sugeno fuzzy model," in *International Conference on Electrical Engineering and Software Applications*, March 2013, pp. 1–6.
- [5] M. J. Reinoso, L. I. Minchala, P. Ortiz, D. F. Astudillo, and D. Verdugo, "Trajectory tracking of a quadrotor using sliding mode control," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 5, pp. 2157–2166, 2016.
- [6] F. G. Rossomando and C. M. Soria, "Adaptive Neural Sliding Mode Control in Discrete Time for a SCARA robot arm," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 6, pp. 2556–2564, 2016.
- [7] J. E. Azzaro and R. A. Veiga, "Sliding Mode Controller with Neural Network Identification," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 13, no. 12, pp. 3754–3757, Dec 2015.
- [8] P. Augusto Queiroz Assis and R. Kawakami Harrop Galvao, "Sliding mode predictive control of a magnetic levitation system employing multi-parametric programming," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 2, pp. 239–248, Feb 2017.
- [9] O. Mofid and S. Mobayen, "Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties," *ISA Transactions*, vol. 72, pp. 1–14, 2018.
- [10] C. Xiu and R. Wang, "Sliding Mode Control Based on Dynamic Model for Transport Vehicle," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 33 819–33 825, 2018.
- [11] O. Camacho and F. De la Cruz, "Smith predictor based-sliding mode controller for integrating processes with elevated deadline," *ISA Transactions*, vol. 43, no. 2, pp. 257–270, 2004.
- [12] R. Orellana, M. Coronel, R. Rojas, and O. Perez, "Un nuevo enfoque del control por modo deslizante para sistemas multivariables," *Ingeniería al Día*, vol. 2, no. 2, pp. 54–71, Jul. 2016.
- [13] P. Proaño, L. Capito, A. Rosales, and O. Camacho, "A dynamical sliding mode control approach for long deadline systems," in *4th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, April 2017, pp. 0108–0113.
- [14] D. Baquero, C. Ochoa, D. Chávez, O. Camacho, and E. Colina, "Adaptive sliding mode control based on fuzzy logic for variable dead time processes," in *4th International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, April 2017, pp. 0114–0119.
- [15] A. Jayabalan and G. K. Elumai, "Control of FOPDT Process using Sliding Mode Controller with Modified PI-D Sliding Surface," *WSEAS Transactions on Systems and Control*, vol. 11, no. 1, pp. 27–31, 2004.
- [16] S. Maldonado, "Sintonización de Controladores por Modo Deslizante Aplicados en Cascada," Master's thesis, Universidad de Los Andes, Venezuela, Julio, 2002.
- [17] D. B. Talange, A. R. Laware, and V. S. Bandal, "Development of an internal model sliding mode controller for cascade control system," in *International Conference on Energy Systems and Applications*, Oct., 2015, pp. 51–56.
- [18] O. Camacho and C. Smith, "Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes," *ISA transactions*, vol. 39, pp. 205–18, Feb., 2000.
- [19] L. Ljung, Ed., *System Identification: Theory for the User*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 1999.
- [20] J.-J. Stoline and L. Weiping, *Applied Nonlinear Control*, 1st ed. Prentice-Hall, 1991.
- [21] R. H. Byrd, J. C. Gilbert, and J. Nocedal, "A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming," *Mathematical Programming*, vol. 89, no. 1, pp. 149–185, Nov 2000.
- [22] R. Waltz, J. Morales, J. Nocedal, and D. Orban, "An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps," *Mathematical Programming*, vol. 107, no. 3, pp. 391–408, Jul 2006.
- [23] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 22, no. 2, pp. 212–222, April 1977.
- [24] A. Zinober, *An introduction to sliding mode variable structure control*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1994, pp. 1–22.
- [25] W. Perruquetti, *Sliding Mode Control in Engineering*, J. P. Barbot, Ed. New York, NY, USA: Marcel Dekker, Inc., 2002.
- [26] O. Alkin, *Signals and Systems: A MATLAB Integrated Approach*. UK: CRC Press, 2014.
- [27] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 4th ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall PTR, 2001.
- [28] M. Coronel, "Nueva Estrategia de Control por Modo Deslizante para Sistemas en Cascada," Master's thesis, Universidad de Los Andes, Venezuela, July, 2013.
- [29] M. Coronel and R. Rojas, "Efecto de las Consideraciones en los Sistemas de Control: Caso Volumen del Tanque Agua Fría-Agua Caliente," in *XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático y VI Congreso Venezolano de Automatización y Control*, 11 2008, pp. 293–297.

María Coronel obtuvo título de Ingeniero Electrónico de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (Venezuela), y el grado de Magíster en Automatización e Instrumentación de la Universidad de Los Andes (Venezuela) en 2013. Desde el 2009 es profesora de la Universidad de Los Andes, Venezuela. Actualmente, es estudiante del Doctorado en Ingeniería Electrónica de la Universidad Técnica Federico Santa María, Chile. Sus áreas de investigación son sistemas de control no lineal, modelado e identificación de sistemas.

Rafael Orellana recibió el título de Ingeniero Electrónico de la Universidad Nacional Experimental del Táchira (Venezuela), y el grado de Magister en Automatización e Instrumentación de la Universidad de los Andes, Venezuela. Desde el 2009 es profesor de la Universidad de Los Andes. Actualmente, es estudiante de Doctorado en Ingeniería Electrónica de la Universidad Técnica Federico Santa María, Chile. Sus áreas de investigación son sistemas de control no lineal e identificación de sistemas.

Luis Mora obtuvo el título de Ingeniero en Electrónica en la Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET) en 2007, y el título de Magister en Ingeniería Electrónica en año 2012 en la misma universidad. Actualmente es estudiante de Doctorado en Ingeniería Electrónica de la Universidad Técnica Federico Santa María, Chile. Sus áreas de investigación son identificación de sistemas, modelado de sistemas puerto-Hamiltonianos y algoritmos heurísticos.

Rubén Rojas se licenció en Ingeniería de Sistemas en la Universidad de Los Andes. Obtuvo los grados de M.Sc. en 1994 y de Ph.D. en 1997, en la Universidad de Iowa y Postdoctorado (2010) en el Rensselaer Polytechnic Institute en Troy, NY, E.E.U.U en el Área de Ingeniería Biomédica. Es profesor Titular del Departamento de Circuitos y Medidas de la Universidad de Los Andes, Venezuela. Sus áreas de investigación incluyen Modelado, Identificación y Control.

Juan C. Agüero obtuvo el título de Ingeniero Civil Electrónico y el grado de Magíster en Ingeniería de la Universidad Técnica Federico Santa María (Chile), y el grado de doctor (PhD) de la Universidad de Newcastle, Australia en el año 2006. Entre los años 2006 y 2014 fue investigador de la Escuela de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación de la Universidad de Newcastle, Australia. Desde el año 2015 es académico del Departamento de Ingeniería Electrónica en la Universidad Técnica Federico Santa María, Chile. Sus áreas de interés son identificación de sistemas, control y procesamiento de señales.