

# An Approach for Minimizing Time to Degree based on University Course Timetabling Problem

F. Freitas, G. Loch

**Abstract** — This paper addresses the solving of the University Course Timetabling problem (UCTTP), considering some of the needs of university students. The aim of this problem is to define the best schedule for offering each course subject in each period to allow the students completing the degree in less time. For this, the constraints of the course curriculum are considered, as well as the current academic background of each student, to avoid the student delaying subjects or taking the subjects outside the regular period in which they are offered. The solution approach presented is a mathematical modeling of a Mixed Integer Linear Programming (MILP). For the computational implementation, real data from an undergraduate course at a public Brazilian university was used. The results obtained showed that the solutions served the intended purpose within a feasible computational time and, they also highlighted the main factors that cause students to delay the course degree.

**Index Terms** — Degree, Schedule, Student's needs, University Timetabling.

## I. INTRODUÇÃO

Diversos motivos podem distanciar os discentes da conclusão do curso de graduação em relação à previsão que tinham quando ingressaram no curso. A liberdade para escolher a quantidade de disciplinas que realizarão em cada período, o trabalho, as situações externas da vida pessoal de cada estudante ou até mesmo a dificuldade de ambientação na graduação podem fazer com que eles deixem de cursar disciplinas ou com que acumulem dependências no decorrer do curso.

Esse acúmulo de dependências ou de disciplinas não cursadas faz com que os discentes possuam limitações na definição de suas grades horárias de cada período. Conforme sejam as disciplinas e seus horários de oferta, o aluno não consegue fechar sua grade horária com as disciplinas pendentes, além da impossibilidade de matrícula em disciplinas ofertadas que possuam pré-requisitos ainda não cumpridos. Além disso, tem-se os horários de oferta de cada disciplina e a quantidade de vagas para cada turma que está sendo ofertada. Por consequência, os estudantes acabam prolongando o seu tempo de permanência na universidade.

F. L. F. Freitas, Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE) – Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, Paraná, Brasil (email: flavioluiz@ufpr.br).

G. V. Loch, Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE) – Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, Paraná, Brasil (email: gustavo.gvalentim@gmail.com).

O comum é que as universidades ofertem com prioridade as disciplinas que satisfaçam a grade dos discentes “regulares”, isto é, aqueles alunos que concluíram todas as disciplinas previstas até o período em que se encontram e que não acumularam dependências no decorrer do curso. Esses discentes podem cursar todas as disciplinas programadas que serão ofertadas sem conflitos de horário porque já concluíram todos os possíveis pré-requisitos delas, isto é, não deixarão de cursar uma disciplina por não terem cursado outras anteriormente.

Entretanto, existem casos que pela reprovação numa única disciplina semestral, o estudante acaba atrasando em um ano a conclusão do curso e casos em que a reprovação em duas disciplinas semestrais acaba atrasando em dois anos. Para evitar esse tipo de situação, a grade de oferta para os discentes regulares, assim como a oferta de turmas extras, pode ser otimizada a fim de viabilizar a conclusão do curso em prazos mais próximos aos regulares.

Como consequência da pandemia ocasionada pelo COVID-19 e da necessidade de manter o isolamento social durante esse período, muitos graduandos enfrentaram diversas dificuldades que impactaram significativamente em suas vidas acadêmicas. Muitos optaram por não cursar disciplinas durante o período mais crítico da pandemia ou até mesmo por trancar o curso. Aliado a menor oferta de disciplinas e as dificuldades de acompanhar as aulas de forma remota, estabeleceu-se um cenário em que muitos alunos universitários passaram a estar desperdiçados.

Observa-se então a necessidade da resolução de um problema de agendamento [1] [2] de forma que a oferta de turmas permita aos discentes minimizar o número de períodos restantes necessários para se formar. Esse é considerado um dos subproblemas do *Timetabling* [3], o *University Course Timetabling Problem* (UCTTP) [4]. Essa é uma variação utilizada para agendamento educacional dentro de universidades em períodos delimitados, satisfazendo um determinado conjunto de restrições.

Esse problema vem sendo estudado há muito tempo e amplamente utilizado no campo educacional [5] [6] para elaboração de grades horárias em instituições de ensino de nível superior. A pesquisa de [7] apresenta a utilização de um algoritmo de busca local iterada (ILS) para encontrar uma solução viável para o UCTTP. Nesse trabalho os autores utilizam um procedimento de *Simulated Annealing* e um de diversificação que são executados de forma iterativa até que

uma determinada condição de parada seja completamente atendida.

O estudo de [8] utiliza uma abordagem metaheurística baseada em população para atribuição de professores a um conjunto de intervalos de tempo. Esse método considera um número inicial de pessoas (soluções iniciais) e a cada iteração um mecanismo de seleção é utilizado para selecionar as melhores soluções repetindo o processo até chegar em uma solução desejável. Neste trabalho os autores optaram pela utilização de um algoritmo de busca híbrida com o uso da escalada de colinas para maximizar a exploração local e utilizaram de um exame de partículas para melhorar a convergência da solução, alcançando bons resultados.

No trabalho de [9], os autores trabalham com a atribuição de horário de professor-curso para instituições de cursos universitários. Eles apresentam um modelo de programação linear inteira e utilizam o algoritmo clássico *branch-and-bound* para a obtenção da solução. Além disso, realizam a construção de um cronograma a partir de uma matriz de atribuições para realizar a validação do modelo proposto.

Cabe observar que existem várias outras pesquisas sobre o UCTTP. No entanto, grande parte desses trabalhos tem enfoque na elaboração de grades horárias considerando principalmente as restrições apresentadas pelos professores que trabalham em cada instituição e suas preferências. Além disso, dificilmente se encontram na literatura trabalhos que considerem a aplicação do UCTTP para a construção de horários baseado nas necessidades dos discentes em formação de nível superior.

Com vistas a esse problema, este estudo apresenta o uso do UCTTP para encontrar o horário de oferta das disciplinas em cada período buscando minimizar o número de períodos que um estudante necessita para se formar. Para isso, são utilizados seu histórico de disciplinas que já foram cursadas e/ou disciplinas faltantes e as restrições associadas a seu curso. Além disso, dados reais de um curso de uma universidade pública brasileira foram utilizados para validar o modelo e sua aplicabilidade.

A sequência deste artigo está organizada da seguinte forma: na próxima seção, descreve-se as características do problema abordado e os tipos de restrições envolvidas. Na seção III apresenta-se a formulação do modelo matemático e os parâmetros utilizados para sua construção. A seção IV apresenta a abordagem proposta, sua avaliação por meio de testes computacionais e os resultados obtidos. Por fim, as considerações são apresentadas na seção V.

## II. UNIVERSITY COURSE TIMETABLING PROBLEM

Os problemas de *Timetabling* são amplamente estudados em várias áreas da sociedade como educação, esportes, saúde e transportes, principalmente por se tratar de problemas com difíceis e diferentes tipos de resoluções. O objetivo deste tipo de problema é a alocação de eventos ou pessoas a espaços e/ou intervalos de tempo. Particularmente no campo da educação, o foco está na obtenção das grades horárias, alocação de salas e professores ou no agendamento de exames [9].

O problema abordado neste artigo é o *University Course*

*Timetabling Problem* (UCTTP), que como mostra a figura 1, corresponde a uma das variações do problema de *Timetabling*. Estas variações diferem de acordo com o objetivo a ser atingido e cada uma possui suas próprias características e restrições [10].

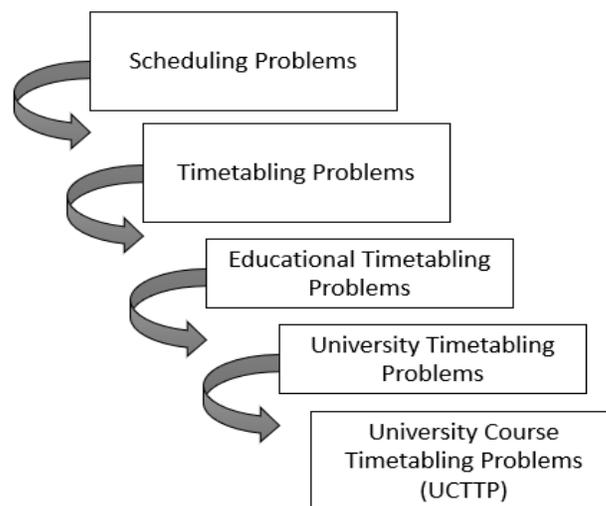


Fig. 1. Variações do problema de *Timetabling*.

O UCTTP corresponde a alocação de eventos [11] em slots de tempo ou espaços no ambiente das instituições de ensino superior, como por exemplo a atribuição de um curso a um professor em um determinado dia da semana. Também são consideradas determinadas restrições que podem variar de acordo com cada problema [12].

As restrições envolvidas nesse tipo de problema podem ser definidas como *hard* ou *soft* [13] [14]. Todas as restrições do tipo *hard* devem ser totalmente satisfeitas no problema para que a solução gerada seja considerada factível. Um exemplo de restrição do tipo *hard* é a de que um discente não pode assistir a duas aulas no mesmo slot de tempo. As restrições do tipo *soft*, por sua vez, não precisam necessariamente ser satisfeitas, mas geram penalizações quando não satisfeitas. Um exemplo de restrição *soft* é a de que o discente deve cursar todas as disciplinas no período em que elas são regularmente ofertadas.

Em muitos países é comum que os professores lecionem em mais de uma instituição de ensino, o que faz com que não estejam disponíveis em determinados períodos. É por este motivo que comumente os problemas de *Timetabling* relacionados a área educacional, como o UCTTP, são abordados mediante a tentativa de atribuir disciplinas ou cursos em janelas de tempo que considerem principalmente a disponibilidade dos professores, bem como suas restrições e/ou preferências [15] [16].

Em contrapartida, em nosso trabalho nos concentramos no UCTTP com enfoque nos estudantes, propondo um modelo matemático, apresentado na seção seguinte, sob a ótica de definir o slot em que cada disciplina deve ser ofertada de tal maneira que seja possível minimizar o número de períodos que eles necessitam para se formar fornecendo uma grade que respeite a particularidade/ restrições de cada discente.

### III. MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Cada instituição de ensino possui suas características, restrições (recursos e instalações), por isso o UCTTP torna-se um problema de difícil resolução. Além disso, encontra-se na literatura diversos modelos e diferentes metodologias para sua resolução, uma vez que um único modelo não pode ser aplicado a todos os casos existentes.

Dada a característica combinatorial do problema abordado, sabe-se que pequenas alterações podem tornar o tempo computacional inviável, havendo dificuldades na busca por uma solução ótima. Por este motivo, o modelo aqui abordado tem o propósito de servir de referência a trabalhos futuros, bem como uma base para possíveis evoluções que possam ser incorporadas ao próprio modelo proposto.

No UCTTP apresentado no presente artigo aborda-se o caso de um curso de graduação de uma universidade pública brasileira, no qual o objetivo é encontrar os melhores slots para ofertar cada disciplina do curso visando a minimização do número de períodos que um discente necessita para se formar.

As premissas utilizadas no modelo são: todas as disciplinas do curso são conhecidas, bem como seus pré-requisitos e a qual período regular pertence cada disciplina. O turno de cada discente será respeitado. Sabe-se o período em que ele se encontra bem como o conjunto de disciplinas que precisam ser cursadas. São conhecidos também, o número de períodos do curso e a quantidade de slots de tempo para cada um deles. Neste caso de estudo, cada dia da semana entre segunda-feira e sábado representa um possível slot no qual o discente pode cursar uma disciplina.

Na sequência estão as notações utilizadas na formulação do modelo de Programação Linear Inteira Mista:

TABELA I  
NOTAÇÕES DO MODELO

Notação	Descrição
$E$	Conjunto dos discentes $e$ .
$e$	Discente do curso.
$P$	Conjunto de períodos do curso, $P = \{1, 2, \dots, 8\}$ .
$p$	Período do curso.
$S$	Conjunto de slots $s$ , $S = \{1, 2, \dots, 6\}$ .
$s$	Slot.
$D_p$	Conjunto das disciplinas do período $p$ do curso.
$d$	Disciplina do curso.
$A(e)$	Período do discente $e$ no início do planejamento.
$H_{de}^-$	Conjunto dos períodos em que o discente $e$ , ao cursar a disciplina $d$ , cursará de forma adiantada.
$N_{ce}$	Conjunto de disciplinas cursadas pelo discente $e$ .
$N_e$	Conjunto de disciplinas a serem cursadas pelo discente $e$ .
$N_i$	Número total de disciplinas do curso.
$P_d$	Conjunto de pré-requisitos da disciplina $d$ .
$\delta_c$	Capacidade das salas de aula.
$\delta^{max}$	Quantidade máxima de disciplinas ofertadas no período $p$ .
$\delta^{min}$	Quantidade mínima de oferta da disciplina $d$ .
$R(d)$	Período regular para cursar a disciplina $d$ .

As variáveis de decisão inteiras do modelo são:  $F_{ep}$  que indica a quantidade de disciplinas restantes para o discente  $e$  após determinado período  $p$ ;  $B_{ep}$  que indica a quantidade de disciplinas que faltam para que o discente complete a sua grade em cada período;  $Y_{dsp}$  que indica a quantidade de turmas da disciplina  $d$  ofertadas em algum slot  $s$  de um determinado período  $p$ .

Além disso, definimos as variáveis binárias da seguinte forma:  $X_{edsp}$  recebe o valor 1 se é planejado o discente  $e$  cursar a disciplina  $d$  no slot  $s$  de  $p$ . Caso contrário,  $X_{edsp}$  recebe o valor 0;  $G_{ep}$  recebe o valor 1 se o discente  $e$  ainda possui disciplinas para cursar após o período  $p$ . Caso contrário,  $G_{ep}$  recebe o valor 0.

A função objetivo e as restrições do UCTTP são apresentadas, como segue:

$$\begin{aligned} \min \sum_e \sum_p 2^p \cdot F_{ep} + \sum_e \sum_p (\omega - p) \cdot B_{ep} \\ + \sum_e \sum_{d \in N_e} \sum_{s \in H_{de}^-} \sum_{p \in H_{de}^-} X_{edsp} \cdot \gamma(R(d) - A(e) - p) \end{aligned} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{d \in N_e} X_{edsp} \leq 1, \forall e \in E, s \in S, p \in P \quad (2)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{d \in N_e} X_{edsp} + B_{ep} = 6, \forall e \in E, p \in P \quad (3)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{p \in P} X_{edsp} = 1, \forall e \in E, d \in N_e \quad (4)$$

$$\sum_{s \in S} X_{edsp} \leq \sum_{s \in S} \sum_{q=1}^{p-1} X_{egsq}, \forall e \in E, d \in D, p \in P \quad (5)$$

$$P, g \in P_d \text{ se } g \notin N_{ce}$$

$$\sum_{s \in S} Y_{dsp} \geq \delta^{min}, \forall d \in D, p \in P \quad (6)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{s \in S} Y_{dsp} \leq \delta^{max}, \forall p \in P \quad (7)$$

$$\sum_{e \in E} X_{edsp} \leq \delta_c Y_{dsp} \forall d \in D, s \in S, p \quad (8)$$

$$F_{ep} = F_{ep-1} - \sum_{s \in S} \sum_{d \in N_e} X_{edsp}, \forall e \in E, p \in P \quad (9)$$

$$F_{ep} \leq M G_{ep}, \forall e \in E, p \in P \quad (10)$$

$$X_{edsp}, G_{ep} \in \{0, 1\} \quad (11)$$

$$Y_{dsp}, F_{ep} \in Z^+ \quad (12)$$

A função objetivo indicada em (1) é responsável pela minimização do atraso das disciplinas que precisam ser cursadas por cada discente. No primeiro termo aplica-se um valor ( $2^p$ ) a cada disciplina restante para cada discente após

cada período cursado, penalizando geometricamente o acúmulo de disciplinas não cursadas, principalmente nos últimos períodos do curso.

No segundo termo aplica-se um valor  $(\omega - p)$  a cada disciplina programada para um período que o discente não cursar, penalizando aritmeticamente grades incompletas, principalmente nos primeiros períodos do curso. Neste termo, o parâmetro  $(\omega)$  se refere ao número total de períodos que o curso possui.

Já no último e terceiro termo da função objetivo, aplica-se um valor  $\gamma$  para penalizar as disciplinas cursadas fora do período regular do curso em que são ofertadas, dando prioridade a se cursar as disciplinas no período para o qual foram programadas.

O conjunto de restrições em (2) garante que no mesmo horário do mesmo período cada discente deve se matricular em no máximo uma disciplina. O conjunto de restrições em (3) garante que no mesmo período, cada discente deve ter matrícula em seis disciplinas. O conjunto de restrições em (4) garante que todo discente deve se matricular uma única vez em cada disciplina faltante. Em (5), as restrições asseguram que o discente só deve se matricular em uma disciplina caso os pré-requisitos dessa disciplina tenham sido concluídos.

O conjunto de restrições em (6) garantem a quantidade mínima de cada disciplina ofertada em todos os slots. Em (7), as restrições asseguram que a quantidade máxima de disciplinas oferecidas em cada período seja respeitada de acordo com o número de professores disponíveis para lecionar em cada período. O conjunto de restrições em (8) certificam que a quantidade máxima de discentes matriculados em cada disciplina e em cada slot deve ser menor que a quantidade de vagas ofertadas da disciplina no determinado slot. O conjunto de restrições em (9) certificam a quantidade de disciplinas restantes para cada discente em cada período. Em (10), o conjunto de restrições associam o conjunto de restrições (9) com a função objetivo. Por fim, os conjuntos definidos em (11) e (12) indicam o domínio das variáveis de decisão.

O modelo descrito acima é capaz de resolver o problema proposto anteriormente. Contudo, dada a especificidade do caso de estudo em questão, adotamos a seguinte restrição adicional:

$$Y_{d6p} = 0, \forall d \in D_6, D_7, D_8, \forall p \in P = \{6, 7, 8\} \quad (13)$$

A restrição acima estabelece que a partir do 6º período, nenhuma disciplina será ofertada no 6º slot.

#### IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A abordagem e o modelo matemático foram implementados na linguagem C#, no ambiente IDE Microsoft Visual Studio 2022 e para resolução dos problemas utilizou-se o software de otimização *Gurobi Optimization* versão 9.5.2. Os testes foram realizados em um computador com sistema operacional Microsoft Windows 11 Home 64 Bits, processador i7-8550U, e 12 GB de RAM.

As instâncias utilizadas são compostas por dados reais de um curso de uma universidade pública brasileira composto por 46

disciplinas distribuídas em oito períodos, das quais 12 possuem pré-requisitos para serem cursadas. Cada uma das disciplinas pode ser ofertada em seis slots de tempo diferentes. Até o 5º período do curso as disciplinas regulares são ofertadas de segunda-feira a sábado e do 6º ao 8º período de segunda-feira a sexta-feira.

Para calcular o valor da solução foram considerados para os parâmetros  $\omega$ ,  $\gamma$ ,  $\delta_c$ ,  $\delta^{min}$  e  $\delta^{max}$  os valores de 8, 10, 60, 1, 46 respectivamente. Na tabela II são apresentados os valores alcançados para a função objetivo e seus respectivos tempos de execução. Salienta-se que a coluna instância é formada pelo prefixo UCTTP concatenado com o número de discentes para os quais o modelo foi implementado.

TABELA II  
RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Instâncias	Discentes	Tempo (s)	F.O.
UCTTP_300	300	526	115.116
UCTTP_600	600	1.913	462.400
UCTTP_900	900	3.866	946.240

Além do resultado para a função objetivo, a solução para o problema abordado nos fornece também os valores estabelecidos para as variáveis  $X_{edsp}$ ,  $F_{ep}$  e  $G_{ep}$ . Dessa forma é possível criar a programação de disciplinas a serem cursadas por cada discente determinando em que período e slots elas estarão alocadas e determinar a quantidade mínima de períodos que serão necessários para conclusão do curso.

Essa programação torna possível realizar o levantamento de quando e quais disciplinas poderão ser ofertadas com prioridade ou em maior número de turmas visando reduzir ainda mais o número de períodos necessários para a conclusão do curso, principalmente para aqueles estudantes em iminência de conclusão.

Na tabela III, apresentam-se a frequência de discentes para cada quantidade de dependências que eles possuem e o número de períodos necessários para a conclusão do curso. Para tanto, foram utilizados os dados da instância UCTTP\_900.

Sabe-se que os discentes que acumulam um maior número de dependências no decorrer do curso necessitam de um número maior de períodos para se formar. O mesmo ocorre para aqueles discentes que optam ou que, por algum motivo, não conseguiram realizar todas as disciplinas programadas para algum determinado período.

De acordo com a tabela III, 85,66% dos discentes tem entre uma e dez disciplinas pendentes que não foram concluídas em seu período programado, sejam elas disciplinas não cursadas ou dependências. Em contrapartida, pode-se observar que apenas 22,89% dos discentes necessitam de apenas 2 períodos ou menos para conclusão de seu curso.

Essa variação na quantidade de períodos, principalmente entre alunos que possuem o mesmo número de disciplinas pendentes, é decorrente da quantidade de dependências ou disciplinas não cursadas que são consideradas pré-requisitos de outras disciplinas.

TABELA III  
IMPACTO DO NÚMERO DE DEPENDÊNCIAS NO TEMPO DE CONCLUSÃO DA GRADUAÇÃO

		Nº de períodos necessários para se formar							Total	Total (%)
		1	2	3	4	5	6	7		
Nº de dependências	1 + 5	86	73	60	89	37	83	34	462	51,33
	5 + 10	11	23	68	20	83	9	95	309	34,33
	10 + 15	0	13	12	28	6	19	0	78	8,67
	15 + 20	0	0	6	7	11	6	0	30	3,33
	20 + 25	0	0	0	5	3	4	1	13	1,44
	25 + 30	0	0	0	0	4	0	1	5	0,56
	30 + 35	0	0	0	0	0	2	1	3	0,33
Total		97	109	146	149	144	123	132		
Total (%)		10,78	12,11	16,22	16,56	16,00	13,67	14,66		

Este é um fator que impacta significativamente nos resultados do modelo, já que não é possível que um estudante curse uma disciplina sem ter concluído seu respectivo pré-requisito, como também não é possível cursar uma disciplina e seu pré-requisito de forma simultânea. Além disso, é necessário evitar conflitos de horários com as demais disciplinas que ainda precisam ser cursadas no decorrer do curso. Por esta razão, alguns alunos levam mais tempo para a conclusão de sua graduação.

Em posse dos resultados para a variável  $Y_{dsp}$ , consegue-se estabelecer o melhor cenário de oferta para cada disciplina em cada período, isto é, definir o slot ideal para ofertar cada disciplina considerando o conjunto atual de discentes. Essa oferta é limitada pela quantidade de professores que podem atuar em cada semestre letivo, sendo essa uma limitação associada a cada Instituição de Ensino. Caso o modelo não seja limitado por esse valor, torna-se possível visualizar quais disciplinas deveriam ser ofertadas em maior número a cada período, virtualizando o cenário ideal que atenderia a necessidade de todos os discentes.

## V. CONCLUSÕES

Esta pesquisa propôs a utilização de um modelo de Programação Inteira Mista (MILP) para a resolução de um problema baseado no *University Course Timetabling Problem* (UCTTP). O objetivo do problema abordado foi a definição do melhor horário para oferta de cada disciplina em cada período do curso, visando a minimização do número de períodos necessários para que todos os discentes se formem.

Para tanto, as estratégias adotadas foram penalizar grades incompletas, penalizar o acúmulo de disciplinas ao decorrer do curso, principalmente aquelas que são pré-requisitos para outras disciplinas e priorizar que as disciplinas sejam realizadas no período regular em que são ofertadas. Além disso, foram utilizados dados reais de um determinado curso de graduação de uma universidade pública brasileira para que fosse possível realizar a validação do modelo.

A opção pelo uso de um modelo de programação inteira mista ocorreu pela facilidade de implementação computacional e garantia de otimalidade. Dada a escolha do solver, pode-se monitorar as técnicas de otimização utilizadas,

a convergência do método e a eficiência computacional do modelo. O uso dessa metodologia também torna este estudo facilmente replicável para outros cursos da universidade abordada. Além disso, realizando pequenos ajustes nas restrições e pesos do modelo, este estudo pode ser replicado em outras instituições de ensino superior.

As soluções atenderam ao objetivo proposto, uma vez que, ao utilizar os dados obtidos com a resolução do problema abordado obtemos informações valiosas para determinar o melhor slot para oferta de cada disciplina de tal modo que se garanta a minimização do número de períodos para conclusão da graduação. Ademais, conseguiu-se também analisar quais disciplinas precisam de um número maior de oferta.

Pela especificidade do problema abordado, torna-se difícil realizar uma comparação dos resultados com outros trabalhos presentes na literatura, porém, os resultados obtidos mostraram que todas as restrições foram atendidas e satisfeitas dentro de um tempo computacional viável.

Uma vez que a opção pelo MILP demonstrou bons resultados computacionais, como propostas para trabalhos futuros sugere-se a adoção de outros fatores que aproximem cada vez mais o modelo do mundo real. Como por exemplo, a utilização de uma matriz de preferências/ disponibilidade de professores para evitar conflitos de agendamento. Ademais, sugere-se também a adoção de outras estratégias que permitam a redução do tempo de permanência dos discentes nas instituições de ensino superior, como a modelagem de grades menos densas, que levem em consideração o grau de dificuldade das disciplinas cursadas em semestre.

## REFERÊNCIAS

- [1] M. Veenstra and I. F. A. Vis, "School timetabling problem under disturbances," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 95, pp. 175–186, 2016. W.-K. Chen, *Linear Networks and Systems*. Belmont, CA, USA: Wadsworth, 1993, pp. 123–135.
- [2] E. Ayca e T. Ayav, "Solving the Course Scheduling Problem Using Simulated Annealing," *2009 IEEE International Advance Computing Conference*, pp. 462–466, 2009.
- [3] H. Babaei, J. Karimpour, A. Hadidi, "A survey of approaches for university course timetabling problem," *Computers & Industrial Engineering*, vol. 86, pp. 43–59, ISSN 0360-8352, 2015. vol. 134, pp. A635–A646, Dec. 1965.

- [4] S. Abdullah, H. Turabieh, B. McCollum, "A hybrid metaheuristic approach to the university course timetabling problem," *J. Heuristics*, vol. 18, pp. 1–23, 2012.
- [5] L. N. Ahmed, E. Ozcan and A. Kheiri, "Solving high school timetabling problems worldwide using selection hyper-heuristics," *Expert Syst. Appl.*, vol. 42, no. 13, pp. 5463–5471, 2015.
- [6] M. W. S. Almeida, J. P. S. Medeiros and P. R. Oliveira, "Solving the Academic Timetable Problem Thinking on Student Needs," *2015 IEEE 14th International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA)*, pp. 673–676, 2015.
- [7] T. Müller, H. Rudová, and Z. Müllerová, "University course timetabling and international timetabling competition 2019," *Proceedings of the 12th International Conference on the Practice and Theory of Automated Timetabling (PATAT-2018)*, vol. 1, pp. 5–31, 2018.
- [8] M. A. Al-Betar, A.T. Khader, M. Zaman, "University Course Timetabling Using a Hybrid Harmony Search Metaheuristic Algorithm," *IEEE Lat. Am. Trans.* vol. 42, no 5, pp. 664–681, 2012.
- [9] A. E. Phillips, C. G. Walker, M. Ehr Gott, D. M. Ryan, "Integer programming for minimal perturbation problems in university course Timetabling," *Annals of Operations Research*. pp. 1–22, 2016.
- [10] N. M. A. Martinez, C. M. Padron, P. A. A. Torres, "University Course Timetabling Problem with Professor Assignment," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2021, pp. 1–9, 2021.
- [11] G. H. Fonseca, H. G. Santos, E. G. Carrano, T. J. Stidsen, "Integer programming techniques for educational timetabling," *European Journal of Operational Research*, vol. 262, pp. 28–39, 2017.
- [12] T. Song, S. Liu, X. Tang, X. Peng, and M. Chen, "An iterated local search algorithm for the university course timetabling problem," *Applied Soft Computing*, vol. 68, pp. 597–608, 2018.
- [13] C. Akkan, A. Gulcu, Z. Kus, "Minimum penalty perturbation heuristics for curriculum-based timetables subject to multiple disruptions", *Computers & Operations Research*, vol. 132, ISSN 0305-0548, 2021.
- [14] A. Abuhamdah, M. Ayob, G. Kendall, and N. R. Sabar, "Population based local search for university course timetabling problems," *Applied Intelligence*, vol. 40, vol. 1, pp. 44–53, 2014.
- [15] P. Avella, M. Boccia, S. Viglione, I. Vasilyev, "A Local Branching MIP Heuristic for a Real-World Curriculum-Based Course Timetabling Problem", *Mathematical Optimization Theory and Operations Research*, vol. 1090, pp. 438–451, 2019.
- [16] G. Woumans, "A column generation approach for solving the examination timetabling problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 253, pp. 178–194, 2016.
- [17] S. L. Goh, G. Kendall, R. Nasser Sabar and S. Abdullah, "An effective hybrid local search approach for the post enrolment course timetabling problem," *Opsearch*, vol. 57, no. 4, pp. 1131–1163, 2020.
- [18] R. Bellio, S. Ceschia, L. Di Gaspero, A. Schaerf, T. Urli, "Feature-based tuning of simulated annealing applied to the curriculum-based course timetabling problem," *Computers & Operations Research*, vol. 65, pp. 83–92, 2016.
- [19] D. S. Holm, R. O. Mikkelsen, M. Sorensen, "A graph-based MIP formulation of the International Timetabling Competition 2019," *J Sched.*, vol. 25, pp. 405–428, 2022.
- [20] N. Bagger, G. Desaulniers, J. Desrosiers, "Daily course pattern formulation and valid inequalities for the curriculum-based course timetabling problem," *Journal of Scheduling*, vol. 22, pp. 155–172, 2019.
- [21] N. Aizam, V. Uvaraja, "Generic model for timetabling problems by integer linear programming approach," *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, vol. 9, pp. 668–675, 2015.
- [22] M. Penn, C. N. Potts, P. R. Harper, P. R. "Multiple criteria mixed-integer programming for incorporating multiple factors into the development of master operating theatre timetables," *European Journal of Operational Research*, vol. 262 pp. 194–206, 2017.
- [23] T. Müller, "Real-life examination timetabling," *Journal of Scheduling*, vol. 19, pp. 257–270, 2016.
- [24] M. Mazlan, M. Makhtar, A. F. K. A. Khairi, M. A. Mohamed, "University course timetabling model using ant colony optimization algorithm approach," *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, vol. 13, pp. 72–76, 2019.



**Flavio Luiz Farias de Freitas** Licenciado em Matemática (2020) pela Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR). Especialista no Ensino da Matemática e suas Tecnologias (UFPI). Atualmente cursa o Mestrado no Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE) da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Suas pesquisas se concentram nas áreas: Pesquisa Operacional e Programação Inteira.



**Gustavo Valentim Loch** Doutor (2014) e Mestre (2010) em Pesquisa Operacional pela UFPR. Possui graduação em Matemática Industrial (2007) pela UFPR e Ciências Contábeis pela Universidade Positivo (2011). Atua nos seguintes temas: Inteligência Artificial, Otimização combinatória, Gestão de Operações, Problema de Transporte e Engenharia da Qualidade.