

Mathematical Model with Pressure Constraints to Minimize Electric Energy Costs in the Operation of Hydraulic Pumps

Letícia Maria Miquelin, Maristela Oliveira dos Santos, Marcos Mansano Furlan, Edilaine Martins Soler

Abstract—Water supply systems are responsible for providing quality water to the population in sufficient quantity. As sanitation companies are major energy consumers of electrical power, they have a contract of power in which the cost of electricity varies according to the period of the day. Thus, for these companies, at peak times the price of electricity is much higher. Most of the expenditure on electricity in water supply systems is due to hydraulic pumps, which are activated when the level of the tanks reaches the minimum level and remain on until the maximum levels are reached, without taking into account the time where this operation is performed. This work proposes a mathematical model for the optimization of electricity costs in water supply systems through the planning of the operation of hydraulic pumps. Numerical tests were performed through the implementation of the proposed model in GAMS software and solved by the CPLEX optimization package for different demand scenarios, in order to validate the proposed model. A model that simulates the operation performed in the practice of water supply systems is also presented, and its results are compared to the proposed optimization model. The obtained results proof of the efficiency of hydraulic pumps operation planning provided by the proposed model in relation to the operation performed in practice in water supply systems.

Index Terms—Electricity, water supply systems, hydraulic pumps, optimization.

I. INTRODUÇÃO

As empresas de abastecimento de água estão cada vez mais interessadas em reduzir seus custos operacionais. Estima-se que, no Brasil, 7% do total da energia elétrica do país são consumidos por estas empresas [1]. Além disso, em muitos países as tarifas de energia elétrica possuem preços diferenciados de acordo com as horas do dia, sendo denominado horário de ponta aquele em que a energia é mais cara.

Para o funcionamento de um sistema de abastecimento de água é comum o reservatório (rio, manancial, poço, represa) ficar em um nível abaixo da estação de tratamento de água e dos tanques, encarregados da distribuição de água para população, sendo, assim, indispensável o uso de um sistema de bombeamento. Os tanques podem estar em um nível

mais alto, de onde a água é distribuída por gravidade aos consumidores, mas, em alguns casos, a instalação do tanque na parte elevada não é possível, e então a distribuição tem que ser realizada através de bombeamento. Estima-se que a operação das bombas hidráulicas possa representar até 85% dos custos com energia elétrica [2], fazendo-se, assim, necessário um planejamento adequado do funcionamento destas.

O objetivo da otimização da operação das bombas nos sistemas de abastecimento de água é fornecer um nível aceitável de serviço aos consumidores, atendendo as restrições do sistema e legislação vigente, minimizando os custos operacionais [3], [4]. A operação ideal das bombas acarreta em benefícios econômicos e ambientais [5], além de ser um investimento de baixo custo [6], pois não envolve alterações estruturais na rede. O consumo de energia na maioria dessas empresas pode ser reduzido em, pelo menos, 25%, através de ações de eficiência operacional [7]. Além disso, um plano eficiente nas operações desses sistemas pode, não apenas evitar o uso desnecessário de recursos, mas também minimizar o impacto ecológico das emissões de gases do efeito estufa [8].

Os primeiros trabalhos que abordam o problema da redução dos custos com energia elétrica nos sistemas de abastecimento de água foram desenvolvidos na década de 80 ([9], [10]). Desde então, grande parte das pesquisas relacionadas a otimização nos sistemas de abastecimento de água estão concentradas na operação ótima das bombas, com modelos que utilizam a técnica do planejamento explícito das bombas, em que as variáveis de decisão são o status da bomba (ligada/desligada) em cada intervalo de tempo [11]. Dentre estes destacam-se: [12], que faz uso de um método de otimização híbrido para o problema, além de serem autores de uma rede fictícia muito utilizada por outros autores em trabalhos posteriores; [13] com um modelo matemático para o problema da operação das bombas hidráulicas considerando a interdependência entre os tanques; [14], que propõem um modelo multiobjetivo para o problema levando em consideração não só a operação das bombas, mas também a qualidade da água fornecida aos consumidores e o dimensionamento de tanques a serem instalados; [1], com uma extensão do modelo matemático de [13] através de programação estocástica, onde os autores lidam com a aleatoriedade da demanda de forma explícita, usando a programação estocástica de dois estágios, e tentam suavizar o risco relacionado ao não-atendimento desta, além de determinar cenários onde podem haver excesso ou falta de água na rede; e [15], que consideram contratos de energia elétrica em cada estação de bombeamento.

L. M. Miquelin, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Bauru, São Paulo, Brasil, leticia.miquelin@unesp.br.

M. O. dos Santos, Universidade de São Paulo (USP), Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, São Carlos, São Paulo, Brasil, mari@icmc.usp.br.

M. M. Furlan, Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), Dourados, Mato Grosso do Sul, Brasil, marcosfurlan@ufgd.edu.br.

E. M. Soler, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), Faculdade de Ciências, Bauru, São Paulo, Brasil, edilaine.soler@unesp.br.

A operação nos sistemas de abastecimento de água é de grande complexidade. As bombas devem ser ligadas/desligadas de maneira que o atendimento da demanda seja garantido. Porém, se a pressão for baixa, a água não alcança os pontos mais altos de demanda, e se a pressão for alta, ocorrem vazamentos, além do maior uso de energia, gerando aumento de custos [16]. Existem trabalhos na literatura que não consideram tais características dos sistemas de abastecimento de água, como [13].

Assim, como as tarifas de energia elétrica possuem preços diferenciados ao longo do dia para as empresas de saneamento, visando obter um modelo mais próximo da realidade e de fácil aplicação em instâncias reais, este trabalho propõe um modelo matemático para a otimização energética em sistemas de abastecimento de água com objetivo de minimizar os gastos com energia elétrica via planejamento do liga/desliga das bombas. O modelo proposto foi desenvolvido a partir do modelo de [13], diferindo deste através do uso de três grupos de restrições: as que visam exigir pressão suficiente para que a água chegue aos centros consumidores através da gravidade considerando os estoques de água nos tanques e suas respectivas demandas; as que determinam um número mínimo de períodos que uma bomba deve permanecer ligada após ser acionada; e as que obrigam o estoque de água do tanque ao final do horizonte de planejamento a ter seu volume próximo ao estoque no início do horizonte de planejamento. Testes numéricos foram realizados a partir dos dados de [13] sob diferentes cenários de demanda e perdas de água, comprovando a versatilidade e eficiência do modelo.

Também é apresentado um modelo matemático que simula a operação de bombeamento comumente realizada na prática dos sistemas de abastecimento de água, cujos testes destacam a importância do planejamento do liga/desliga das bombas, tanto para minimizar os custos com energia elétrica proveniente do bombeamento, quanto para o uso racional da água disponível.

O artigo está organizado da seguinte maneira: na Seção II é descrito o modelo matemático desenvolvido. Na Seção III são apresentados os testes realizados com o modelo proposto e um modelo que simula a operação realizada na prática dos sistemas de abastecimento de água, onde os resultados são analisados. A Seção IV apresenta as considerações finais.

II. MODELO MATEMÁTICO

A Tabela I apresenta os índices, variáveis e parâmetros utilizados no modelo proposto (MP).

Desse modo, o MP é dado por:

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R (c_{jt} * x_{jt} + s_{c_{jt}} * \alpha_{jt}) + \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^R \sum_{l \in R_j} (\gamma_{jlt} * z_{jlt}) \quad (1)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} I_{jt} = & (1 - \theta_{j,t-1}) * I_{j,t-1} + v_{jt} * x_{jt} + \sum_{l \in P_j} (w_{ljt} * z_{ljt}) - \\ & - \sum_{l \in R_j} (w_{jlt} * z_{jlt}) - \sum_{k \in S_j} d_{kt}, \quad j \in R, t \in T; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\alpha_{jt} \geq x_{jt} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (3)$$

$$h_j^{\min} \leq I_{jt} \leq h_j^{\max}, \quad j \in R, t \in T; \quad (4)$$

$$\alpha_{jt} \leq x_{jt'}, \quad t \leq t' \leq t + \tau, \quad j \in R, t \in T; \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^F \bar{d}_i * y_{i+1,kt} < d_{kt} \leq \sum_{i=1}^F \bar{d}_i * y_{ikt}, \quad k \in B, t \in T; \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^F y_{ikt} \leq 1, \quad k \in B, t \in T; \quad (7)$$

$$I_{jt} \geq \sum_{i=1}^F (y_{ikt} * vol_{ji}), \quad j \in R, k \in B, t \in T; \quad (8)$$

$$(1 - \beta) * h_j^0 \leq I_{jT} \leq (1 + \beta) * h_j^0, \quad j \in R; \quad (9)$$

$$x_{j0} = 0, \quad j \in R; \quad (10)$$

$$I_{j0} = h_j^0, \quad j \in R; \quad (11)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \alpha_{jt} \in \{0, 1\}, z_{ljt} \in \{0, 1\}, y_{ikt} \in \{0, 1\}, \quad j \in R, l \in R_j, t \in T, i \in F \quad (12)$$

A função objetivo (1) representa os custos com energia elétrica para o funcionamento e acionamento das bombas de captação e para o funcionamento das bombas de transferência do sistema de abastecimento de água. As restrições (2) representam o volume de água para cada um dos tanques a cada período. As restrições (3) asseguram que, caso a bomba j esteja ligada durante o período $t-1$, ela poderá ser utilizada no período t sem o custo de acioná-la. Os volumes mínimos e máximos de água para cada tanque são definidos pelas restrições (4).

As restrições (5), baseadas em [8], foram adicionadas para garantir que, se uma bomba de captação for acionada, esta permanecerá ligada por pelo menos τ períodos, de modo a diminuir o número de acionamentos, reduzindo os custos com energia e o desgaste destas.

As restrições (6)-(8), propostas neste trabalho, garantem pressão suficiente, assegurada pelo nível dos tanques, para que a água seja transportada do tanque até os nós de demanda que este deve atender no abastecimento feito por gravidade. Assim, as restrições (6) e (7) indicam que a demanda deve pertencer a apenas um intervalo (faixa), e as restrições (8) garantem que o estoque do tanque seja maior ou igual ao volume mínimo exigido pela faixa em que a demanda deste se encontra.

As restrições (9), baseadas em [17], garantem que o volume dos tanques fiquem próximos no início e ao final do horizonte de planejamento (I_{jT}); onde decisor escolhe o valor de β , o qual indica a variação entre os níveis de água inicial e final; com o objetivo de facilitar o planejamento da operação de um futuro horizonte de tempo, pois implica em um cenário de estoque futuro inicial conhecido. Estas restrições são necessárias pois o problema visa a minimização dos custos, assim, em uma solução ótima, os estoques tendem aos menores valores possíveis no final do horizonte de planejamento. Dessa forma, as restrições inibem esse comportamento.

Os estados das bombas são ajustados para desligado no início do horizonte de planejamento pelas restrições (10). As restrições (11) definem o volume inicial dos tanques. Por fim, as restrições (12) definem as variáveis como binárias.

TABELA I
NOMENCLATURA UTILIZADA

Índices	Variáveis	Parâmetros
$j, l: 1, \dots, R$; tanques	I_{jt} : volume de j ao final de t (m^3)	d_{kt} : demanda de k em t (m^3)
$k: 1, \dots, B$; centros consumidores	x_{jt} : (Binária) ativa se a bomba j está ligada em t	c_{jt} : custo de manter ligada a bomba j durante t
$t: 1, \dots, T$; períodos	α_{jt} : (Binária) ativa se a bomba j é acionada em t	sc_{jt} : custo de acionar da bomba j em t
$i: 1, \dots, F$; faixas de demanda	z_{ljt} : (Binária) ativa se há transferência de l para j em t	γ_{jlt} : custo de transferência de j para l em t
	y_{ikt} : (Binária) Ativa se $\bar{d}_{i-1} < d_{kt} \leq \bar{d}_i$	v_{jt} : vazão da bomba j em t (m^3)
	ψ_{jt} : (Binária) ativa se a bomba j é desligada em t	w_{jlt} : vazão da bomba para transportar de j para l em t (m^3)
		S_j : $\{k, \text{tal que } k \text{ é abastecido por } j\}$
		R_j : $\{l, \text{tal que } l \text{ pode receber água de } j\}$
		P_j : $\{l, \text{tal que } l \text{ pode enviar água para } j\}$
		τ : número mínimo de períodos contínuos que a bomba deve permanecer ligada
		$h_j^0, h_j^{min}, h_j^{max}$: volumes inicial, mínimo e máximo, respectivamente, de j (m^3)
		β : diferença permitida entre h_j^0 e o volume no último período em cada j (%)
		\bar{d}_{i-1}, \bar{d}_i : limites inferior e superior, respectivamente, de i (m^3)
		v_{olj} : volume mínimo necessário em j para atender a demanda da faixa i (m^3)
		θ_{jt} : perda de água em j em t (%)
		m : valor positivo suficientemente pequeno
		ω : diferença máxima aceita entre I_{jt} e h_j^{min} e h_j^{max} para todo j (%)

A. Simulação da Operação Prática

Na prática, usualmente, liga-se as bombas quando o nível de água no tanque está próximo do mínimo, desligando-as quando seu nível está próximo do máximo, e, desligando, se possível, no início do horário de pico. Para isso, criou-se o modelo Simulação da Operação Prática (SOP), um modelo de programação inteira mista formulado a partir do MP que representa a operação usual nos sistemas de abastecimento de água. Para SOP, embora a operação das bombas seja realizada sem planejamento, desligando-as quando possível, não há um planejamento para o horário de ponta.

Assim, utilizando os índices, variáveis e parâmetros presentes na Tabela I, o modelo para SOP tem como diferencial as seguintes restrições:

$$\alpha_{jt} + \psi_{jt} \leq 1, \quad j \in R, t \in T; \quad (13)$$

$$\alpha_{jt} - \psi_{jt} = x_{j,t} - x_{j,t-1}, \quad j \in R, t \in T; \quad (14)$$

$$\begin{aligned} -\alpha_{jt} * (h_j^{max} - h_j^{min}) &\leq I_{j,t-1} - (1 + \omega) * h_j^{min} \leq \\ &\leq (1 - \alpha_{jt}) * (h_j^{max} - h_j^{min}) - m * \alpha_{jt}; \quad j \in R, t \in T \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} m - \psi_{jt} * (h_j^{max} - h_j^{min}) &\leq (1 - \omega) * h_j^{max} - I_{j,t-1} \leq \\ &\leq (1 - \psi_{jt}) * (h_j^{max} - h_j^{min}); \quad j \in R, t \in T \end{aligned} \quad (16)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \alpha_{jt} \in \{0, 1\}, z_{ljt} \in \{0, 1\}, \psi_{jt} \in \{0, 1\} \quad (17)$$

$$j \in R, l \in R_j, t \in T$$

As restrições (13) e (14) dizem respeito ao liga/desliga das bombas, onde só pode ser ligada ou desligada em t ; podendo ser desligada em t apenas se estava ligada em $t-1$.

Através das restrições (15), quando o estoque de água no tanque em $t-1$ for menor do que $1+\omega$ do volume mínimo, a bomba é acionada. Nestas, o termo $-m * \alpha_{jt}$ garante que a bomba j não seja acionada quando $I_{j,t-1} = (1 + \omega) * h_j^{min}$, sendo assim, acionada apenas quando $I_{j,t-1} < (1 + \omega) * h_j^{min}$. As restrições (16) fazem com que, quando o estoque de água no tanque em $t-1$ for maior ou igual do que $1-\omega$ do volume máximo, a bomba seja desligada. As restrições (17) definem as variáveis como binárias.

Desse modo, o modelo para SOP é dado pela função objetivo (1) e as restrições (2)-(4), (10) e (11), presentes no MP; e as restrições (13)-(17).

III. RESULTADOS E DISCUSSÕES

MP e SOP foram implementados no *software* GAMS, versão 24.5.6, com configuração padrão; e resolvidos através do pacote de otimização CPLEX 12.6. Os testes foram realizados em um computador de mesa com processador Intel Core i7, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 Pro.

Foi considerado um sistema de abastecimento composto por três reservatórios, três tanques de armazenamento e três centros consumidores (Fig. 1), onde cada reservatório abastece um tanque através de bombeamento, e cada tanque atende a demanda de um centro consumidor por gravidade. Além disso, pode haver transferência de água através de bombeamento entre os tanques 1 e 2, e entre os tanques 2 e 3.

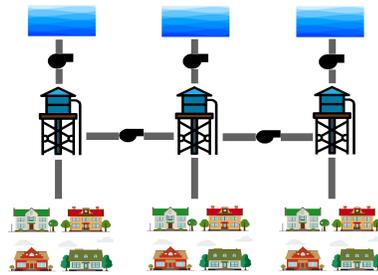


Fig. 1. Sistema de abastecimento.

Foi considerado o horizonte de planejamento de um dia dividido em 24 períodos de uma hora cada, com os períodos referentes ao horário de ponta compreendidos entre às 18h e às 21h. O custo considerado para manter uma bomba de captação ligada por hora é de 30 unidades monetárias (u.m.) nos horários fora de ponta e de 60u.m. nos horários de ponta. Seus custos de partida e de transferência são de 1u.m. em todos os períodos. Além disso, uma bomba deve permanecer ligada por pelo menos duas horas consecutivas a partir do momento que é acionada. A vazão de uma bomba de captação é de $300m^3/h$, e da bomba de transferência de $50m^3/h$.

Foram testadas 10 instâncias de demanda baseadas nos dados de [13], geradas aleatoriamente dentro do intervalo $[0; 270]$, com diferentes cenários de demanda, levando em consideração o consumo de acordo com as horas do dia. Também foram realizados testes considerando 0%, 5% e 10% de perda de água a cada hora.

O volume mínimo e inicial de água adotado para os três tanques é de $270m^3$, com volume máximo de $2000m^3$ para o primeiro tanque e $1000m^3$ para os demais. A porcentagem aceita na diferença entre os estoques inicial e final nos tanques foi de 25%. O valor de ω adotado se refere à uma porcentagem aceita entre 10% e 20%, e o valor de m foi de 0,000001.

A. Resultados

A Tabela II apresenta os valores obtidos para a função objetivo nos testes realizados com SOP e MP, onde, em todos os casos, o MP apresenta menor custo com energia elétrica quando comparado à SOP. Tal redução ocorre por conta do MP evitar o acionamento das bombas durante o horário de ponta, enquanto a SOP opera apenas em relação a quantidade de água no estoque para ligar ou desligar as bombas, havendo o funcionamento destas durante os períodos onde a energia é mais cara. Além disso, quanto maior a perda de água, maior é o valor da função objetivo, indicando que investimentos em infra-estrutura são benéficos, não apenas para diminuir o desperdício de água, mas para minimizar os gastos com energia nos sistemas de abastecimento. Os *gaps* obtidos estão abaixo de 0,1%, indicando a confiabilidade das soluções obtidas; e os tempos de execução das instâncias variam de 0,199s à 0,437s, garantindo sua viabilidade computacional. Destaca-se que nas soluções obtidas pelo MP, em todos os casos as demandas são atendidas, enquanto nas soluções fornecidas pela SOP há períodos em que as demandas não são atendidas.

As Fig. 2, Fig. 3 e Fig. 4 apresentam o volume de água ao final de cada período nos tanques 1, 2 e 3, respectivamente, para a Instância 3 (I3), escolhida aleatoriamente, nos testes com 0% de perdas. Além disso, são apresentadas a demanda e os períodos em que a demanda não é atendida na SOP, pois, como sua solução não considera as restrições relacionadas a pressão, não há garantias de volume suficiente nos tanques para fornecer pressão necessária para que a água chegue ao centro consumidor por gravidade. Através do volume dos tanques nota-se a diferença da política de acionamento das bombas entre a solução do MP e da SOP, onde a solução obtida pelo MP evita a utilização das bombas durante o horário de ponta (Fig. 5), enquanto a solução via SOP possui bombas ligadas durante estes. Observa-se que o volume gerado via SOP para o Tanque 1 é insuficiente para garantir a pressão necessária para atender a demanda em 5 dos 24 períodos, o que, na prática, representaria um centro consumidor sem suas demandas atendidas durante 5h no dia; e para os Tanques 2 e 3 há um período sem ser atendido no dia. Neste caso, temos uma demanda total de $1531m^3$ não atendida na solução via SOP, cerca de 16,6% da demanda total, enquanto que na solução obtida pelo MP todas as demandas são atendidas.

As Fig. 6, Fig. 7 e Fig. 8 apresentam o volume de água ao final de cada período, a demanda e os períodos em que

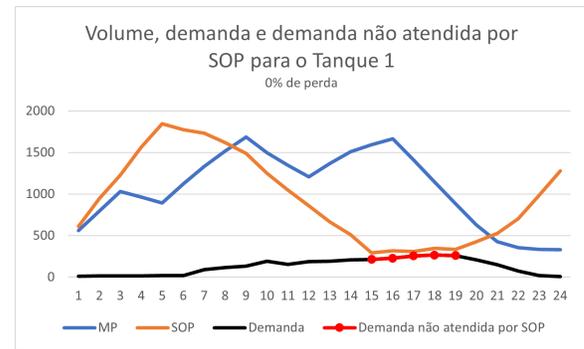


Fig. 2. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 1 - I3 - 0% de perda.

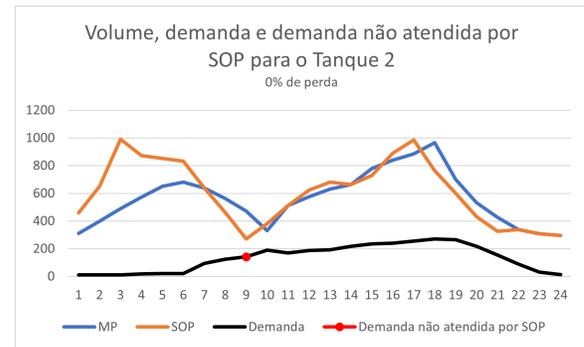


Fig. 3. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 2 - I3 - 0% de perda.

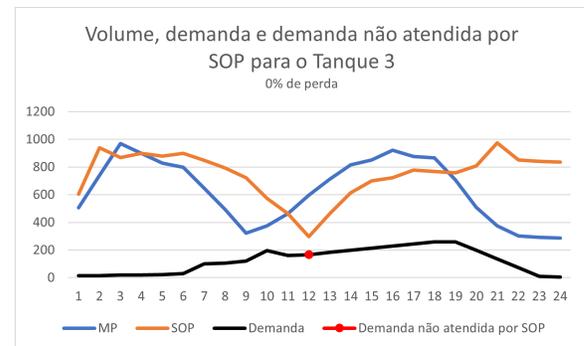


Fig. 4. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 3 - I3 - 0% de perda.

a demanda não é atendida por SOP nos tanques 1, 2 e 3, respectivamente, para a I3, nos testes com 5% de perdas. Através dos volumes podemos observar que as bombas de captação na solução via SOP permanecem ligadas por mais tempo do que em MP (Fig. 9) pois, no MP há uma tendência em diminuir os estoques de água quando as perdas aumentam, enquanto SOP só considera o acionamento a fim de alcançar o volume máximo dos tanques, acarretando mais perdas de água e, conseqüentemente, custos na função objetivo. Além disso, o volume gerado para os Tanque 2 e 3 em SOP é insuficiente para garantir a pressão necessária para atender a demanda em um período cada, acarretando uma demanda de $311m^3$ não atendida, cerca de 3,4% da demanda total.

As Fig. 10, Fig. 11 e Fig. 12 apresentam o volume de água

TABELA II
CUSTO COM ENERGIA ELÉTRICA (EM U.M.): SOP *versus* MP

Instância	0% de perda			5% de perda			10% de perda		
	F.O.		Redução (em %)	F.O.		Redução (em %)	F.O.		Redução (em %)
	SOP	MP		SOP	MP		SOP	MP	
1	1204	919	23,67	1520	1192	21,58	1709	1519	11,18
2	1417	1107	21,88	1581	1382	12,59	1837	1698	07,57
3	1296	1018	21,45	1433	1256	12,35	1855	1524	17,84
4	1385	1048	24,33	1442	1286	10,82	1800	1553	13,72
5	1202	1044	13,14	1523	1252	17,80	1802	1520	15,65
6	1197	1012	15,46	1490	1316	11,68	1857	1577	15,08
7	1291	1043	19,21	1504	1324	11,97	1980	1610	18,69
8	1290	1015	21,32	1551	1345	13,28	1887	1643	12,93
9	1290	1048	18,76	1566	1318	15,84	1856	1610	13,25
10	1310	1082	17,40	1468	1313	10,56	1798	1581	12,07
Média	1288	1034	19,66	1508	1298	13,85	1838	1584	13,80

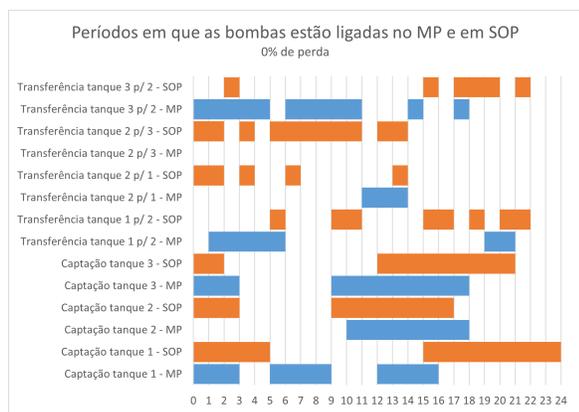


Fig. 5. Períodos em que as bombas de captação e transferência estão ligadas no MP e em SOP - I3 - 0% de perda.

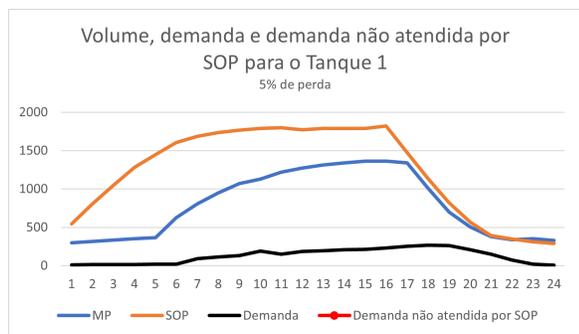


Fig. 6. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 1 - I3 - 5% de perda.

ao final de cada período, a demanda e os períodos em que a demanda não é atendida por SOP nos tanques 1, 2 e 3, respectivamente, para a I3, para 10% de perdas. A solução obtida pelo MP captou água durante boa parte do horário de ponta (Fig. 13); porém, a solução via SOP teve captação durante todo o horário de ponta. O funcionamento das bombas no MP, neste caso, se dá por conta da grande quantidade de perdas de água. Além disso, o volume gerado pela solução via

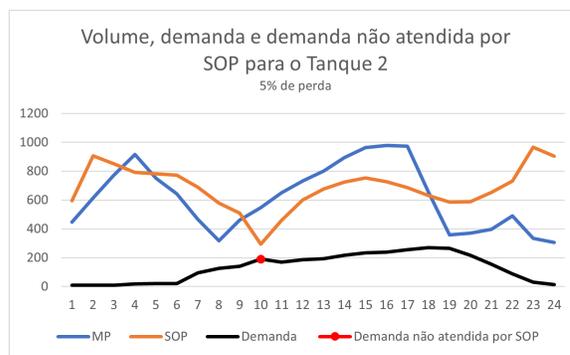


Fig. 7. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 2 - I3 - 5% de perda.

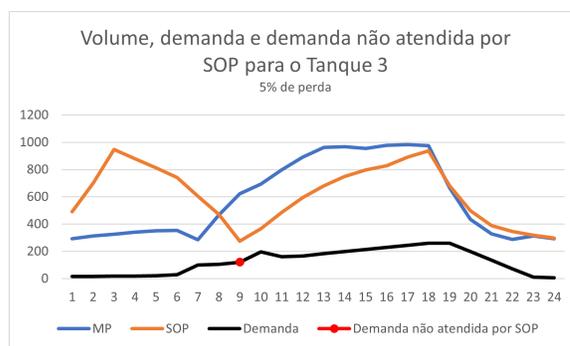


Fig. 8. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 3 - I3 - 5% de perda.

SOP para o Tanque 1 é insuficiente para garantir a pressão necessária em 8 de 24 períodos, o que na prática representaria um centro consumidor sem suas demandas atendidas durante 8h no dia; e o Tanque 3 não atende a demanda em um período. Assim, temos uma demanda de 1953 m³ não atendida na solução via SOP, cerca de 21,2% da demanda total, enquanto no MP todas as demandas são atendidas.

Nas soluções obtidas pelo MP, a quantidade de água estocada diminui conforme a porcentagem de perda de água no

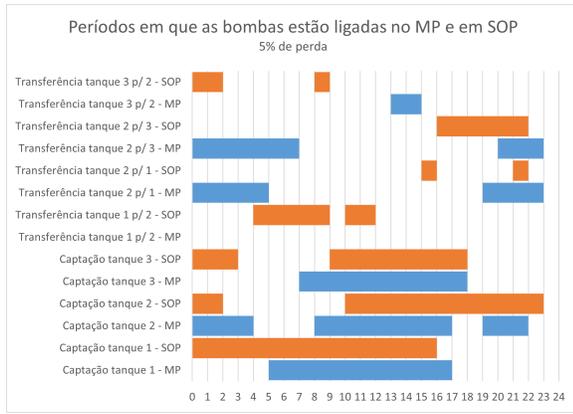


Fig. 9. Períodos em que as bombas de captação e transferência estão ligadas no MP e em SOP - I3 - 5% de perda.

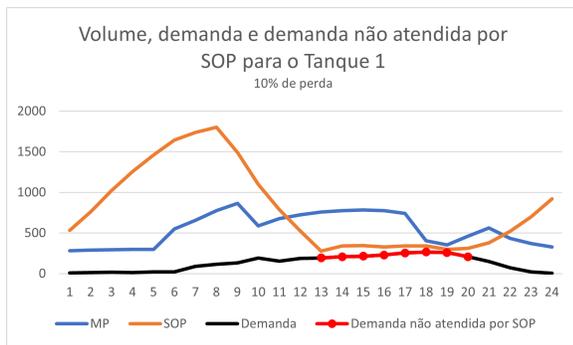


Fig. 10. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 1 - I3 - 10% de perda.

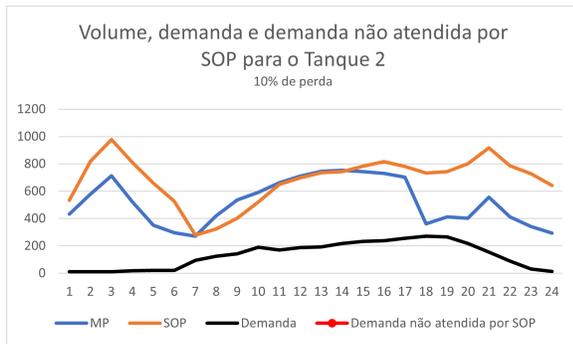


Fig. 11. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 2 - I3 - 10% de perda.

sistema aumenta; mas em SOP os tanques tendem a estocar grandes volumes de água. Além disso, é possível observar que a solução do MP tende a utilizar uma maior capacidade de seu estoque nos períodos que antecedem o horário de ponta, de forma a armazenar água para estes, onde o consumo é maior, evitando a utilização das bombas de captação.

Em todos os testes, em relação aos níveis iniciais e finais do estoque de água de cada tanque, a solução do MP mantém estes dentro de uma margem, o que facilita o planejamento da operação futura. Já a solução via SOP não possui tal característica, pois, quando a bomba de captação associada ao tanque é acionada, esta permanece ligada até que seu volume

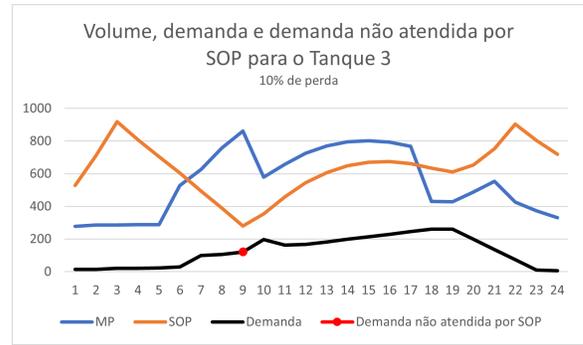


Fig. 12. Volume ao final de cada período de MP e SOP, demanda e demanda não atendida por SOP - Tanque 3 - I3 - 10% de perda.

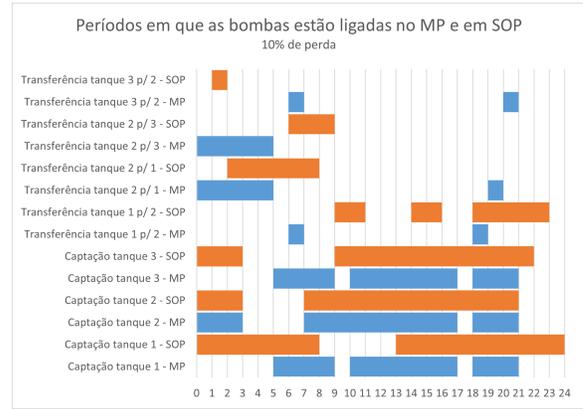


Fig. 13. Períodos em que as bombas de captação e transferência estão ligadas no MP e em SOP - I3 - 10% de perda.

máximo seja atingido, induzindo a um grande volume de água estocada ao final do horizonte de planejamento.

Além de observar um maior número de períodos onde as bombas de captação estão ligadas na solução via SOP, acarretando um aumento dos custos com energia elétrica, temos também que a quantidade de água captada por esta é consideravelmente maior do que a da solução obtida pelo MP, indicando a utilização desnecessária de água potável (Fig. 14).

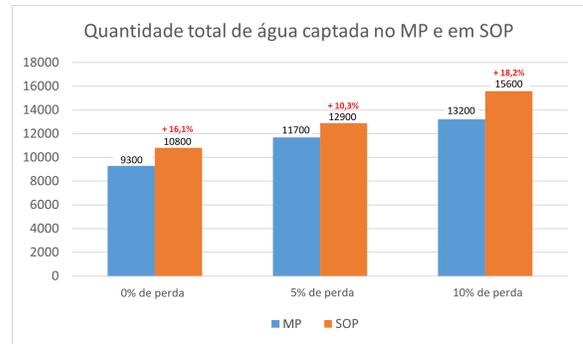


Fig. 14. Captação total de água no MP e em SOP considerando 0%, 5% e 10% de perda - I3.

IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposto um modelo matemático para a otimização energética em sistemas de abastecimento de água

através do planejamento da operação das bombas hidráulicas que considera a pressão do sistema relacionada ao volume de água dos tanques (MP), obtendo-se um modelo mais próximo da realidade desses sistemas. Testes numéricos realizados com o MP mostraram sua eficiência para as instâncias testadas, reduzindo os custos com energia elétrica.

A comparação das soluções obtidas por MP e SOP, que simula a operação usual das bombas nos sistemas de abastecimento de água, indica a importância de tal planejamento. Desta forma, concluímos que o planejamento da operação das bombas hidráulicas em sistemas de abastecimento de água se faz necessário, tanto para que haja uma diminuição dos gastos com energia elétrica, quanto a diminuição de perdas no sistema e o uso desnecessário de água potável; além de reduzir o risco do não atendimento da população.

Trabalhos futuros visam o aperfeiçoamento do MP através da exploração dos componentes hidráulicos dos sistemas de abastecimento de água.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) (Processos n^{os}: 314711/2020-1 e 307466/2021-3) e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (Processo n^o: 2013/07375-0).

REFERÊNCIAS

- [1] J. D. L. Vega and D. Alem, "Energy rationalization in water supply networks via stochastic programming," *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 13, no. 8, pp. 2742–2756, 2015.
- [2] J. Sousa, J. Muranho, A. S. Marques and R. Gomes, "Optimal management of water distribution networks with simulated annealing: the c-town problem," *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 143, no. 5, pp. C4015010, 2016.
- [3] M. Likeman, *Constraint satisfaction methods in water supply scheduling*. Integrated computer applications in water supply, vol. 1, pp. 213–225, John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [4] A. M. Brdys, *Operational control of water systems: structures, algorithms, and applications*. Prentice Hall, 1994.
- [5] E. Salomons and M. Housh, "Practical real-time optimization for energy efficient water distribution systems operation," *Journal of Cleaner Production*, vol. 275, pp. 124148, 2020.
- [6] W. Chen *et al.*, "Genetic optimization toward operation of water intake-supply pump stations system," *Journal of Cleaner Production*, vol. 279, no. 3, pp. 123573, 2021.
- [7] K. James, S. L. Campbell and C. E. Godlove, *Watery: Taking advantage of untapped energy and water efficiency opportunities in municipal water systems*. Alliance to Save Energy, 2002.
- [8] B. Ghaddar *et al.*, "A Lagrangian decomposition approach for the pump scheduling problem in water networks," *European Journal of Operational Research*, vol. 241, n. 2, pp. 490-501, 2015.
- [9] K. W. Little and B. J. McCrodden, "Minimization of raw water pumping costs using MILP," *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 115, n. 4, pp. 511-522, 1989.
- [10] U. Zessler and U. Shamir, "Optimal operation of water distribution systems," *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 115, n. 6, pp. 735-752, 1989.
- [11] H. Mala-Jetmarova, N. Sultanova and D. Savic, "Lost in optimisation of water distribution systems? A literature review of system design," *Environmental Modelling & Software*, vol. 93, pp. 209-254, 2017.
- [12] J. E. Van Zyl, D. A. Savic and G. A. Walters, "Operational optimization of water distribution systems using a hybrid genetic algorithm," *Journal of Water Resources Planning and Management*, vol. 130, n. 2, pp. 160-170, 2004.

- [13] F. Toledo, M. O. dos Santos, M. N. Arenales and P. S. Júnior, "Logística de distribuição de água em redes urbanas: racionalização energética," *Pesquisa Operacional*, vol. 28, n. 1, pp. 75-91, 2008.
- [14] W. Kurek and A. Ostfeld, "Multi-objective optimization of water quality, pumps operation, and storage sizing of water distribution systems," *Journal of environmental management*, vol. 115, pp. 189-197, 2013.
- [15] M. O. dos Santos, E. M. Soler, M. M. Furlan and J. C. M. Vieira, "A mixed integer programming model and solution method for the operation of an integrated water supply system", *International Transactions in Operational Research*, vol. 29, pp. 929-958, 2022.
- [16] B. S. Vieira, S. F. Mayerle, L. M. S. Campos and L. C. Coelho, "Optimizing drinking water distribution system operations," *European Journal of Operational Research*, vol. 280, no. 3, pp. 1035-1050, 2020.
- [17] A. D. Bagirov *et al.*, "An algorithm for minimization of pumping costs in water distribution systems using a novel approach to pump scheduling," *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 57, n. 3-4, pp. 873-886, 2013.



Letícia Maria Miquelin Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2017) e mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2019). Atualmente é aluna do doutorado em Engenharia Elétrica na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho.



Maristela Oliveira dos Santos Graduação em Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Federal de Mato Grosso (1994), mestrado e doutorado em Ciências da Computação e Matemática Computacional pela Universidade de São Paulo (1996, 2000). Professora associada do Departamento de Matemática Aplicada e Estatística da USP/São Carlos. Trabalha com o desenvolvimento de modelos matemáticos e métodos de solução para problemas de planejamento da produção, escalonamento, entre outros.



Marcos Mansano Furlan Graduação em Bacharelado em Ciência da Computação pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2008), mestrado e doutorado em Ciências da Computação e Matemática Computacional pela Universidade de São Paulo (2011, 2015). Atualmente é Professor adjunto da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Universidade Federal da Grande Dourados (FACET/UFOD). Atua principalmente em temas relacionados a dimensionamento de lotes, heurísticas, metaheurísticas e métodos híbridos.



Edilaine Martins Soler Graduação em Bacharelado em Matemática e em Licenciatura em Matemática pela Universidade de São Paulo (2005, 2007), mestrado em Ciências da Computação e Matemática Computacional pela Universidade de São Paulo (2008) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (2011). Atualmente é Professora Assistente na Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Tem experiência na área de otimização, atuando principalmente nos seguintes temas: problema de Fluxo de Potência Ótimo, programação não linear e variáveis discretas.