# Design and Implementation of DSP-Based H-Infinity Robust Controller for a Boost Converter

J. T. de Carvalho Neto, Member, IEEE, A. L. de O. Cavalcanti and A. O. Salazar

Abstract— This work consists in synthesizing a H-infinity robust controller in a DC-DC Boost converter to minimize the system's power loss effects on the converter output voltage. These power losses are caused by the uncertainties on the converter such as induction, switching and capacitive losses, which interferes directly on the converter duty-cycle. As the uncertainties, the power source and the output resistance variations also interferes on the converter output voltage. The main objective of the controller is to maintain the load voltage constant output regardless of these losses. Simulation results are performed in order to compare the stability, robustness and dynamics of the robust controller with a simple Proportional and Integrative controller. The H-infinity robust controller was implemented in a Digital Signal Processor and tested in a DC-DC boost converter in order to validate and confirm the performance, efficiency, transient response speed and robustness.

*Index Terms*— DC-DC converters, Boost, DSP, Robust Control, Disturbances, Uncertainties.

# I. INTRODUÇÃO

A pesquisa em controle digital de conversores CC-CC aumentou consideravelmente com a tendência da digitalização que aparece em todo o campo da indústria. O controlador digital que utiliza um microprocessador pode monitorar e controlar os parâmetros internos de conversores remotamente e até possibilita modificar a condição de operação sem fazer mudanças de hardware [1,2]. Sabe-se que os conversores chaveados CC-CC consistem de sistemas nãolineares com parâmetros incertos devido, por exemplo, à mudança da carga de saída durante a operação e à variação de tensão na fonte de energia [3].

O desgaste dos componentes indutivos, capacitivos e as chaves, bem como o aquecimento destes componentes devido à constante utilização, podem causar variações de tensão indesejáveis na carga de saída, fazendo com que a resposta do sistema saia do seu ponto de equilíbrio.

A. O. Salazar, Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal, Rio Grande do Norte, Brasil, andres@dca.ufrn.br.

A utilização de controladores lineares clássicos como

Proporcional Integrativo (PI) não garantem que o sistema se mantenha no ponto de equilíbrio com a variação de parâmetros das incertezas e perturbações [3]. A técnica de controle robusto tem sido empregada na literatura para controle de diversas aplicações tais como quadrotores [4], colunas de destilação [5] e conversores CC-CC [6-8]. Aplicações em conversores CC-CC apontam que os controladores robustos H-2 implementados analogicamente, corrigem a resposta do sistema quanto às possíveis variações de tensão indesejadas causadas pelas variações no ciclo de trabalho do conversor que podem ser causadas pelas incertezas paramétricas dos conversores [3,7,8].

A maioria dos trabalhos que envolvem controle robusto em conversores CC-CC utilizam a minimização da norma H<sup>-2</sup>, mas pouco é discutido sobre controladores H-infinito. Alguns trabalhos à nível de simulação apresentam resultados satisfatórios para implementação de controladores H-infinito em conversores Buck-Boost CC-CC [9,10]. O trabalho proposto em [11] apresenta através de resultados de simulação e experimentais que o controlador H-infinito analógico aplicado à conversores Boost CC-CC apresenta melhor dinâmica à transitórios do que controladores PI. Entretanto as implementações dos controladores desses trabalhos não levam em consideração restrições nas variáveis de controle (ciclo de trabalho) e nas variáveis de saída (corrente no indutor e tensão de saída) com a finalidade de limitar seus valores. Essa alternativa é interessante uma vez que a limitação dessas variáveis pode diminuir o efeito de aquecimentos dos componentes evitando perda de potência.

Como destacado, a grande maioria dos controladores robustos aplicados à conversores CC-CC são analógicos construídos com amplificadores operacionais [6-8,11], entretanto poucos trabalhos focam a implementação digital. Nos últimos anos a utilização de DSP (Digital Signal Processor) para o controle de sistemas tem aumentado bastante devido à alta velocidade de seu processamento e sua robustez, possibilitando um bom desempenho para controles de sistemas de alta frequência como, por exemplo, conversores chaveados [12-15]. Outra grande vantagem da utilização de controladores digitais é que eles reduzem potencialmente a quantidade de componentes e o tamanho do circuito. Além disso, a utilização de uma biblioteca que implemente o algoritmo de controle em ponto flutuante possibilita uma boa precisão da resposta do sistema. Este trabalho propõe a implementação de um controlador robusto H-infinito levando em consideração as perturbações e

J. T. de Carvalho Neto, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), Natal, Rio Grande do Norte, Brasil, joaoteixeira@dca.ufrn.br

A. L. de O. Cavalcanti, Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Natal, Rio Grande do Norte, Brasil, anderson@dca.ufrn.br

incertezas em conversores Boost CC-CC e restrições nas variáveis de saída e de controle. A fim de se obter os resultados experimentais, o controlador robusto foi implementado em ponto flutuante em DSP. A modelagem do conversor Boost é apresentada na Seção II. A Seção III é dedicada à síntese do controlador robusto H-infinito. As Seções IV e V são dedicadas à discussão dos resultados da simulação e experimentais e por fim, a Seção VI aborda as conclusões desta pesquisa.

## II. MODELAGEM DO CONVERSOR BOOST CC-CC

O controlador proposto neste trabalho é obtido a partir da minimização de LMIs (Linear Matrix Inequalities) que envolvem as matrizes do modelo linearizado do Conversor Boost CC-CC. A obtenção do sistema de equações lineares é realizada a partir da análise da modelagem desse conversor. O



Boost CC-CC é um conversor chaveado que eleva a tensão de entrada baseado no ciclo de trabalho do sinal que comuta o Mosfet. O modelo elétrico do Boost é ilustrado na Figura 1.

As equações que representam o modelo elétrico do conversor Boost são apresentados em (1).

$$\begin{cases} \frac{di_{L}(t)}{dt} = -\frac{i_{L}(t)R_{loss}}{L} - \frac{v_{0}(t)}{L}[1 - d(t)] + \frac{v_{g}(t)}{L} \\ \frac{dv_{0}(t)}{dt} = \frac{i_{L}(t)}{C}[1 - d(t)] - \frac{v_{0}(t)}{RC} \end{cases}$$
(1)

Onde  $R_{loss}$  é a representação de todas as perdas do conversor: indutivas, chaveamento e capacitivas. Seja então: d(t) =d (ciclo de trabalho), v<sub>o</sub>(t)=v<sub>o</sub> (tensão de saída) e v<sub>g</sub>(t)=v<sub>g</sub> (tensão de entrada) e seus valores nominais em regime permanente representados respectivamente por: D, V<sub>o</sub> e V<sub>g</sub>. Seja também: i<sub>L</sub>(t)= x<sub>1</sub> (corrente no indutor) v<sub>o</sub>(t)= x<sub>2</sub>, temos as seguintes equações em espaço de estados do conversor Boost.

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = -\frac{R_{loss}}{L}x_{1} - \frac{(1-d)}{L}x_{2} + \frac{v_{g}d}{L} \\ \dot{x}_{2} = \frac{(1-d)}{C}x_{1} - \frac{1}{RC}x_{2} \end{cases}$$
(2)

O sistema acima contém não linearidades em  $x_2(t)$  e d(t) na primeira equação e não linearidades em d(t) e  $x_1(t)$  na segunda. Um sistema não-linear pode ser linearizado através da expansão em série de Taylor, como pode ser observado em (3). Esta linearização é realizada sobre o ponto de equilíbrio do sistema.

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \dots, x_n) &= f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \\ &+ \frac{\partial f}{\partial x_1} \Big|_{x = x^*} (x_1 - x_1^*) + \frac{\partial f}{\partial x_2} \Big|_{x = x^*} (x_2 - x_2^*) + \\ &+ \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} \Big|_{x = x^*} (x_n - x_n^*) \end{aligned}$$
(3)

Dessa forma, o conversor DC-DC Boost na sua forma linearizada pode ser representado através do seguinte sistema de equações de estados:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_{u}u(t) + B_{w}w(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_{u}u(t) + D_{w}w(t) \end{cases}$$
(4)

onde:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_{loss}}{L} & -\frac{(1-D)}{L} \\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; B_u = \begin{bmatrix} \frac{X_2}{L} \\ -\frac{X_1}{C} \end{bmatrix}; B_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}; D_u = D_w = 0.$$

 $Em (4), x(t) \neq 0$  vetor das variáveis a serem controladas, u(t) é o vetor das entradas de controle, w(t) é o vetor das entradas de perturbação, y(t) é o vetor das saídas de interesse, A é a matriz dinâmica do sistema, Bu é a matriz de controle do sistema e B<sub>w</sub> é a matriz de perturbação do sistema. Dessa forma, na modelagem do conversor Boost CC-CC, u(t) é representado pelo ciclo de trabalho do conversor, a perturbação w(t) é representada pela tensão de entrada do conversor, x1(t) é o estado representado pela corrente no indutor,  $x_2(t)$  é o estado representado pela tensão de saída, L é a indutância no indutor, C é a capacitância no capacitor de saída, R é a carga resistiva de saída e Vg,, X1, X2 e D, são respectivamente: tensão de entrada, corrente no indutor, tensão de saída e ciclo de trabalho no ponto de operação. É possível ainda determinar X<sub>1</sub> e X<sub>2</sub> determinando os pontos de equilíbrio do sistema em regime permanente. Para encontrar os pontos de equilíbrio do sistema devemos considerar ele atuando em regime permanente, ou seja,  $\dot{x}_1=0$  e  $\dot{x}_2=0$  logo:

$$X^{*} = \begin{bmatrix} X_{1} \\ X_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{g}}{R_{loss} + R(1 - D)^{2}} \\ \frac{V_{g}}{(1 - D) \left[ 1 + \frac{R_{loss}}{R(1 - D)^{2}} \right]} \end{bmatrix}$$
(5)

Os efeitos das incertezas e perturbações do sistema modificam o ponto de operação do sistema  $[X_1 X_2]^T$ . A técnica de controle robusto proposta neste trabalho deverá manter a resposta de saída do sistema em seu ponto de operação independentemente de ocorrerem variações no ciclo de trabalho no ponto de operação devido às variações na carga, fonte de energia ou perdas resistivas nos componentes do conversor. Para assegurar o erro em regime permanente nulo é necessário adicionar uma variável de estado extra, representando uma ação integral. Dessa forma, o sistema pode ser apresentado como:

$$\gamma(t) = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} x(t) \\ \dot{\lambda}(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, \qquad \dot{\lambda}(t) = -\int_{0}^{t} x_{2}(\tau) d(\tau)$$
(6)

onde:

----

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_{loss}}{L} & -\frac{(1-D)}{L} & 0\\ \frac{(1-D)}{C} & -\frac{1}{RC} & 0\\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}; B_{u} = \begin{bmatrix} \frac{X_{2}}{L}\\ -\frac{X_{1}}{C}\\ 0 \end{bmatrix}; B_{w} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L}\\ 0\\ 0 \end{bmatrix};$$
$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; D_{u} = D_{w} = 0.$$

Obtidas as matrizes do modelo linearizado do conversor, podemos introduzir o sistema de controle que é utilizado neste trabalho. Estas matrizes serão utilizadas nas técnicas de controle robusto para a síntese do controlador de realimentação de estados.

### III. SÍNTESE DO CONTROLADOR ROBUSTO

## A. Controle Robusto e Incertezas e Perturbações

Quando conversores trabalham por certo tempo, seus componentes indutivos e capacitivos podem sofrer superaquecimento. Normalmente o capacitor de saída, o Mosfet, e o indutor sofrem aquecimento. Este problema causa o aparecimento de resistências parasitas no conversor e consequentemente uma perda de potência que deveria ser destinada totalmente a carga resistiva [3,7,8].

Os gráficos da Figura 2 foram plotados através da equação de  $X_2$  em (5). Nota-Se que o ciclo de trabalho do conversor depende das perdas Rloss e variações nas cargas R e na tensão de entrada  $V_g$ . Levando em consideração que a Resistência  $R_{loss}$  aumente 400% com o superaquecimento dos componentes do conversor, é possível calcular a partir das equações em (5) que o ciclo de trabalho pode sofrer uma variação em aproximadamente 2,78% em seu valor nominal considerando a tensão de entrada constante. Entretanto uma pequena variação de 10% na tensão de entrada do conversor provoca uma variação de 14,3% no ciclo de trabalho. Diante



Fig. 2. Gráficos de tensão de saída do conversor vs. ciclo de trabalho: (a) considerando variação em 400% de perdas nos componentes; (b) considerando variação de 10% na tensão de entrada do conversor.

disso, percebe-se que as perdas indutivas interferem muito pouco no ciclo de trabalho do conversor em relação às variações na fonte de tensão. Dessa forma, neste artigo, a síntese do controlador robusto irá considerar a incerteza no ciclo de trabalho no ponto de operação do conversor (D).

A quantidade de LMIs ou desigualdades matriciais lineares que serão resolvidas para a síntese da matriz de ganho de realimentação de estados é igual a 2q onde q é a quantidade de incertezas em cada matriz. Logo, considerando uma incerteza no ciclo de trabalho no ponto de operação, a classe  $\alpha$  de matrizes do conjunto A( $\delta$ ) é representado a seguir:

$$\alpha = \{ \mathbf{A}(-\delta_1), \quad \mathbf{A}(+\delta_1) \}$$
(7)

onde:

$$A(-\delta_1) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{loss}}{L} & -\frac{[1-(1-\delta_1)D]}{L} & 0\\ \frac{[1-(1-\delta_1)D]}{C} & -\frac{1}{RC} & 0\\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix};$$
$$A(+\delta_1) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{loss}}{L} & -\frac{[1-(1+\delta_1)D]}{L} & 0\\ \frac{[1-(1+\delta_1)D]}{C} & -\frac{1}{RC} & 0\\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Uma das características mais importantes ao se trabalhar com sistemas incertos está na forma de tratar as incertezas na formulação do problema, uma vez que dependendo do tipo de incerteza, pode-se inserir mais restrições na busca de solução do problema. De acordo com as equações em (5),  $X_1 e X_2$ dependem de D, então temos mais duas incertezas: uma em  $X_1$ e uma em  $X_2$ . Dessa forma, existe uma classe  $\beta$ u de matrizes incertas  $B_u(\delta)$  dadas por:

$$\beta_{u} = \begin{cases} B_{u}(-\delta_{2}, -\delta_{3}), B_{u}(-\delta_{2}, +\delta_{3}), \\ B_{u}(+\delta_{2}, -\delta_{3}), B_{u}(+\delta_{2}, +\delta_{3}) \end{cases}$$
(8)

onde:

$$B_{u}(-\delta_{2},-\delta_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{(1-\delta_{2})X_{2}}{L} \\ -(1-\delta_{3})\frac{X_{1}}{C} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$B_{u}(-\delta_{2},+\delta_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{(1-\delta_{2})X_{2}}{L} \\ -(1+\delta_{3})\frac{X_{1}}{C} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$B_{u}(+\delta_{2},-\delta_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{(1+\delta_{2})X_{2}}{L} \\ -(1-\delta_{3})\frac{X_{1}}{C} \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$B_{u}(+\delta_{2},+\delta_{3}) = \begin{bmatrix} \frac{(1+\delta_{2})X_{2}}{L} \\ -(1+\delta_{3})\frac{X_{1}}{C} \\ 0 \end{bmatrix};$$

Supondo todos os estados apresentados em (2) mensuráveis,

seja uma matriz K de realimentação de estados, temos a seguinte lei de controle:

$$u(t) = Kx(t) \tag{9}$$

Substituindo (9) em (4) teremos a seguinte representação:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + B_{u}K)x(t) + B_{w}w(t) \\ y(t) = (C + D_{u}K)x(t) + D_{w}w(t) \end{cases}$$
(10)

A técnica de minimização da norma H-infinito deve encontrar uma matriz K de realimentação de estados que mantenha a tensão de saída do sistema constante para um conjunto de valores inseridos em um politopo, onde os vértices deste politopo são formados pelas matrizes de incertezas.

É importante destacar que se o valor da incerteza causada no sistema for maior do que o valor considerado nas matrizes incertas, o controlador não garantirá robustez e o a resposta do sistema pode sair do ponto de equilíbrio.

# B. Formulação do Problema de Controle Robusto H-infinito

O controle H-infinito pode ser encontrado minimizando a norma H-infinito através da solução do seguinte problema de otimização escrito em LMIs:

$$\|\mathsf{G}_{\mathsf{wz}}\|_{\infty} < \gamma \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta_{11} & B_{w_{1}} & \Delta_{13} \\ B_{w_{1}}^{T} & -\gamma^{2}I & D_{w}^{T} \\ \Delta_{31} & D_{w} & -I \end{bmatrix} < 0$$
(12)

onde:

$$\begin{split} \boldsymbol{\Delta}_{11} &= \left(\boldsymbol{A}_i\boldsymbol{Q} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{A}_i^T + \boldsymbol{B}_{u_i}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{B}_{u_i}^T\right);\\ \boldsymbol{\Delta}_{13} &= (\boldsymbol{Q}\boldsymbol{C}^T + \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{D}_u^T);\\ \boldsymbol{\Delta}_{31} &= (\boldsymbol{C}\boldsymbol{Q} + \boldsymbol{D}_u\boldsymbol{Y}). \end{split}$$

Sabendo que a matriz Q é uma matriz simétrica e positiva definida,  $i=\{1,...,n\}$ , a matriz de realimentação de estados K pode ser encontrada através da seguinte relação:

$$\mathbf{K} = \mathbf{Y}\mathbf{Q}^{-1} \tag{13}$$

# C. Restrições na Variável de Controle

Nas aplicações práticas, os sistemas de controle operam em regiões do espaço de estados sujeitas a restrições da variável de controle. Estas restrições correspondem a limites nas variáveis de interesse do sistema, descritas por limitações de ordem tecnológica e/ou de segurança. O projeto do controlador proposto neste trabalho leva em consideração restrições no ciclo de trabalho do conversor Boost. A solução das seguintes LMI's garante que o controlador trabalhe no limite imposto pelas restrições estabelecidas.

$$\exists Q = Q^{T}, Y: \begin{cases} Q > 0 \\ QA^{T} + AQ + Y^{T}B_{u_{i}}^{T} + B_{u_{i}}Y < 0 \\ \begin{bmatrix} e^{-2} & e_{j}^{T} \\ e_{j} & Q \end{bmatrix} \ge 0, \ \forall j \\ \begin{bmatrix} Q & Y_{i}^{T} \\ Y_{i} & \mu_{i}^{2} \end{bmatrix} \ge 0, \ \forall i \end{cases}$$
(14)

onde ej corresponde a j-ésima coluna da matriz identidade  $I_n$  para j={1,...,n}, as condições iniciais são conhecidas, limitadas em norma  $||xo|| < \varepsilon$  o sinal de controle deve ser limitado entre mais ou menos  $\mu_i$ .

## D. Restrições nas Variáveis de Saída

Como o sistema proposto contém componentes eletrônicos que podem ser danificados com tensões e correntes demasiadamente altas, é importante que sejam definidas LMI's para restringir os sinais das variáveis de saída, ou seja, a corrente no indutor e a tensão de saída. Considere o sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_{u}u(t) + B_{w}w(t) \\ y(t) = Cx(t) + D_{u}u(t) + D_{w}w(t) \\ v(t) = Ex(t) \end{cases}$$
(15)

onde v(t) representa as saídas dos sistemas as quais, por segurança, deseja-se limitar em amplitude. A solução das seguintes LMI's garante que as variáveis de interesse trabalhem no limite imposto pelas restrições estabelecidas.

$$\exists \tau: \begin{cases} \tau \ge 0, \tau \le 1 \\ \begin{bmatrix} Q & QE_i \\ E_iQ & \tau\alpha_i^2 \end{bmatrix} \ge 0, \quad \forall i \\ \begin{bmatrix} \varepsilon^{-2} & e_j^T \\ e_j & Q \end{bmatrix} \ge 0, \quad \forall j \end{cases}$$
(16)

onde ej corresponde a j-ésima coluna da matriz identidade In para j={1,...,n}, Ei corresponde a i-ésima linha da matriz E para i={1,...,n}, as condições iniciais são conhecidas, limitadas em norma  $||\mathbf{x}_0|| < \epsilon$  e a i-ésima saída de segurança para i={1,...,n} é limitada em norma, ou seja,  $||\mathbf{v}_i|| < \alpha_i$ .

Com a apresentação das LMI's a serem utilizadas neste trabalho para o cômputo do controlador K, espera-se que o controlador atenda as especificações.

#### IV. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

## A. Condições Gerais

Esta seção contém as simulações da operação do controlador de robusto em um conversor Boost CC-CC que foi projetado para trabalhar no modo de condução contínuo (MCC). A Tabela I apresenta as especificações do conversor Boost, bem como os valores do ponto de operação do sistema linearizado utilizados para a obtenção do controlador robusto. As simulações foram realizadas no software PSIM e o ambiente de simulação desenvolvido procura verificar a robustez do controle proposto quanto às variações de tensão na entrada do conversor e às variações na resistência de saída e às perdas do sistema discutidas na seção III.a. Nas simulações as perdas nos componentes do sistema foram representadas somente pelas perdas no indutor L. As variações nas de perdas indutivas e na de saída foram simuladas através da inserção de chaves e cargas em paralelo que se revezam na simulação (ver Figura 3), de forma que se uma chave está aberta, a outra em paralelo está fechada.

Para a síntese do controlador robusto, foram levadas em consideração as incertezas mencionadas na seção anterior, as

restrições na variável de controle e na variável de saída. O ciclo de trabalho foi limitado à 99 % e tensão de saída em 35 V. Para a implementação do controlador robusto, foi considerada uma perturbação de até 52,9 % na tensão de entrada em relação ao seu valor nominal, ou seja, o controlador robusto deve garantir a estabilidade do sistema com variações na tensão de entrada de 8 V até 26 V. Essa variação 50,4 % na corrente no indutor e na tensão de saída ( $\delta_1 = \delta_2 = 0,542$ ) e uma incerteza de 90% no ciclo de trabalho ( $\delta_3 = 0,9$ ). Levando em consideração as incertezas modeladas e, substituindo os valores das especificações do conversor, apresentados na Tabela I, nas matrizes A em (7) e Bu em (8) foram encontrados, através das ferramentas Sedumi e Yalmip do MATLAB, o seguinte controlador robustos K por realimentação de estados:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0,0664 & -0,0083 & 0,0134 \end{bmatrix} \tag{17}$$

onde os ganhos proporcionais e integrativos da parte integrativa do controlador robusto são respectivamente  $K_p = 1$  e  $\tau_i = 0,005$ .

Para analisar o desempenho do controlador robusto, o mesmo foi comparado com um controlador PI ajustado com os mesmos parâmetros proporcionais e integrativos do controlador robusto implementado.

# B. Perturbação na Tensão de Entrada do Conversor

Na simulação 1 a tensão de entrada é iniciada no ponto de operação (17 V) ao qual o controlador robusto foi projetado. As perturbações na tensão de entrada ( $V_g$ ) ocorrem em 0,2 s quando a tensão sobe para 24,2 V e em 0,4 s quando ela cai para 6,95 V, conforme apresentado na figura 4. Como observado nas Figuras 5, 6 e 7 o controlador H-infinito apresentou melhor velocidade de resposta e estabilidade em regime permanente do que o controlador PI.

A Figura 5 mostra que ambos os controladores apresentaram sobretensão durante o degrau na tensão de entrada, entretanto, o controlador robusto apresentou menor sobretensão (32,5 V) do que o controlador PI (38,7 v). Esses valores correspondem à um acréscimo de 20,9% e 43,9%, respectivamente, em relação ao valor nominal da tensão de



Fig. 3. Esquemático do sistema utilizado nas simulações.

TABELA I Especificações do Conversor Boost CC-CC		
Componente	Simbolo	Valor
Capacitor de entrada	C <sub>in</sub>	1000 µF
Indutor	L	745 µH
Capacitor de saída	С	220 µH
Resistência de saída em t <sub>1</sub>	$\mathbf{R}_1$	*120 Ω
Resistência de saída em t2	$R_2$	20 Ω
Frequência de chaveamento	$f_s$	20 KHz
Resistência no indutor em t <sub>1</sub>	$R_{L1}$	*200 mΩ
Resistência no indutor em t2	R <sub>L2</sub>	2 Ω
Tensão de saída	V <sub>o</sub> =X <sub>2</sub>	*26,88 V
Tensão de entrada	$V_{g}$	*17 V
Valor médio da corrente no indutor	$I_L = X_1$	*356 mA
Ciclo de trabalho	D	0,3704

\*valores no ponto de operação

saída (26,88 V). No segundo degrau de perturbação, a resposta do sistema apresentou sobtensão de 21,7 V para o controlador robusto e 15,4 V para o controlador PI. Esses valores correspondem à uma alteração de 19,2% e 42,7%, respectivamente, em relação à tensão de referência. Em ambos as perturbações o controlador robusto também atingiu o regime permanente em menor tempo do que o controlador PI.

A Figura 6 mostra que o controlador H-infinito também



Fig. 4. Tensão de entrada  $V_g$  para a simulação 1.

apresenta melhores resultados em relação ao menor tempo de operação do conversor no modo de condução descontínuo (MCD). Como pode ser observado a resposta da corrente no indutor com a operação do controlador PI mostra que o indutor permanece parcialmente desenergizado (com valores nulos) por 12 ms, enquanto que o controlador H-infinito possibilita a recuperação ao MCC de forma mais rápida, em 8 ms. O mesmo ocorre na segunda perturbação, quando o controlador H-infinito permanece por dois curtos períodos de tempo em MDC, enquanto o conversor operando com o controlador PI permanece de 16ms ininterruptos em MDC.



Fig. 6. Resposta da corrente no indutor  $i_L(t)$  na simulação com perturbações na tensão de entrada do conversor.

A maior velocidade do controlador robusto em relação ao PI também é verificada na Figura 7, onde o controlador atinge seu regime permanente em tempo inferior ao controlador PI. O controlador robusto recuperou seu regime permanente em 17 ms e 8ms no primeiro e no segundo degraus de perturbação, respectivamente, enquanto o controlador PI demorou 60 ms e 40 ms. Além disso, o controlador H-infinito apresentou melhores aproximações no sinal de controle em regime permanente do que o controlador PI. De acordo com as equações apresentadas em (5), os valores absolutos de ciclo de trabalho para manter a tensão de saída no ponto de operação do sistema levando em consideração as tensões de entrada 24,2 V e 6,95 V são respectivamente 10,17% e 74,9%.

Nota-se também que o controlador H-infinito garantiu estabilidade e robustez em relação às condições estabelecidas em sua síntese quanto às restrições na variável de controle e na tensão de saída, limitada à 35V. Como observado na Figura 5, em nenhum momento da simulação, a resposta da tensão de saída ao controlador H-infinito ultrapassou a condição estabelecida nas LMI's. Entretanto, o controlador compensou a restrição na tensão de saída na dinâmica da corrente no indutor que apresentou maiores valores transitórios em alguns casos do que na operação do controlador PI. Nota-se também o controlador conseguiu alcançar estabilidade mesmo quando Vg fornecia 6,95 V, ou seja, fora da faixa de estabilidade de 8 V a 26 V (52,9%) estabelecida na síntese do controlador. É importante destacar que mesmo apresentado resultados satisfatórios, o controlador garante estabilidade e robustez somente quando as perturbações e incertezas estiverem dentro dos limites do politopo.



Fig. 7. Resposta do sinal de controle (ciclo de trabalho) d(t) na simulação com perturbações na tensão de entrada do conversor.

# C. Incertezas na Resistência do Indutor e de Saída

Na simulação 2 a tensão de entrada é mantida constante no ponto de operação e a resistência no indutor é alterada em 0,1 s de 200 m $\Omega$  para 2  $\Omega$  e na simulação 3 a resistência de saída é alterada de 120  $\Omega$  para 20  $\Omega$ . Ambas as variações pouco influenciam no valor do ciclo de trabalho: a incerteza na resistência do indutor influencia em 6,3% no ciclo de trabalho e a incerteza na resistência de saída influencia em 3,5%. As figuras 8 e 9 apresentam a resposta do sistema quanto às variações na resistência do indutor e na resistência de saída, respectivamente.

Como esperado, o controlador robusto respondeu rapidamente ao transitório e a resposta da tensão convergiu para uma vizinhança em  $V_o$ , uma vez que as incertezas destacadas nesta seção estão dentro dos limites do politopo especificados na síntese do controlador. A Figura 9 comprova a excelente estabilidade do controlador H-infinito através da ausência de resposta oscilatória em regime permanente, ao contrário da resposta do sistema com o controlador PI.

## V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS



Fig. 8. Resposta da tensão de saída  $v_{\text{o}}(t)$  na simulação com incerteza na resistência do indutor.

Os experimentos realizados em laboratório utilizaram os mesmos valores de projeto do conversor Boost e de operação do sistema apresentados na seção IV, a fim de se obter a resposta mais aproximada possível das respostas obtida nas simulações. O controlador H-infinito foi implementado no DSP TMS320C28X onde suas operações foram realizadas em ponto flutuante para se obter uma boa precisão da resposta do



Fig. 9. Resposta do Sistema com incerteza na resistência do inductor.  $(a)_{1a}$  tensão de saída  $(V_o)$  e (b) corrente de saída  $(I_o)$  da tensão de saída  $v_o(t)$ .

sistema. O chaveador utilizado no conversor Boost foi o Toshiba MG150J2YS50 acionado pelo driver da família SKHI22A. Nos resultados do experimento 1 foram analisados a estabilidade em regime permanente da tensão de saída do sistema operando com o controlador H-infinito levando em consideração os mesmos níveis de operação apresentados na seção IV.a, ou seja, 16,9 V, 24,2 V e 6,95 V.

A perturbação na tensão de entrada do conversor vg(t) foi realizada por um variador de tensão alternada conectado à uma ponte retificadora e um filtro capacitivo. O ótimo desempenho do controlador H-infinito para variações na tensão de entrada é confirmado nos resultados experimentais. De acordo com a Figura 11 o controlador apresentou estabilidade nos três níveis de tensão de entrada estabelecidos, mantendo a tensão em 26,6 V que correspondem à uma aproximação de 98,9% em relação ao valor obtido nos resultados de simulação. Os valores do ciclo de trabalho obtidos nos experimentos representam a convergência da resposta do sistema à uma vizinhança no ponto de operação do sistema  $(V_o, D)$ , de forma que as pequenas oscilações em torno do ciclo de trabalho no ponto de operação do controlador H-infinito



Fig. 10. Planta para obtenção dos resultados experimentais.

apresentadas nas simulações foram confirmadas nos resultados experimentais.

Para mostrar a robustez do controlador proposto, simulamos o comportamento transitório na presença de uma mudança de tensão abrupta sob condições nominais e fora dos limites das condições nominais (fora do politopo). Na Figura 12, a tensão de entrada do conversor Boost foi variada através de degraus e foi verificada a estabilidade da tensão de saída para os valores de tensão de entrada em regime de 24 V, 22 V, 11 V e 5V. Como esperado, o controlador H-infinito eliminou os transitórios mantendo a tensão de saída do conversor Boost em 26,6 V, para os valores de v<sub>g</sub> que estão dentro dos limites das condições nominais estabelecidas na seção IV-A: 24 V, 22 V e 11 V. Entretanto o sistema apresentou sobtensão no momento da diminuição de v<sub>g</sub> (t) de 22 V para 5 V, apresentando também um erro de regime permanente de 10 % em relação ao ponto de operação obtido anteriormente.

Como observado nesta seção, os resultados apresentados mostram coerência com os resultados da simulação e demonstram que, apesar das perturbações e incertezas apresentadas, o controlador H-infinito cumpriu com os objetivos estabelecidos no procedimento de sua síntese.

Assim como o controlador proposto neste artigo, resultados



Fig. 11. Gráficos da tensão de saída ( $V_o$ ), e ciclo de trabalho (D) para diferentes níveis de tensão de entrada ( $V_g$ ). (a) 26,7 V, (b) 24,2 V e (c) 6,95 V.

de trabalhos que envolvem controladores robustos H-2 apontam que os sistemas obtiveram erro em regime permanente nulo em seus respectivos sinais de saída, independente das perturbações e variações paramétricas às quais os controladores foram projetados. Entretanto, a maior desvantagem desses controladores é o fato de suas respostas à transitórios das perturbações e incertezas não serem instantâneas. O controlador fuzzy obtido em [14], obteve melhor resposta neste quesito, fazendo o sinal de saída do sistema alcançar o regime permanente de forma praticamente instantânea. A desvantagem dos controladores fuzzy é que eles não garantem erro de regime permanente nulo. O trabalho proposto em [16] apresenta um controlador híbrido que une as



Fig. 12. Gráficos da resposta dinâmica da tensão de saída ( $V_o$ ) para diferentes níveis de tensão de entrada ( $V_g$ ).

vantagens destes dois controladores, possibilitando uma rápida resposta à transitórios e erro de regime permanente bem próximo a zero. A desvantagem do controlador em [16] consiste na complexidade de sua implementação e na quantidade de sensores utilizados. Dessa forma, a utilização do controlador H-infínito é uma boa solução com baixa complexidade, custo e que possibilita rápida resposta, erro de regime nulo e robustez ao sistema.

# VI. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um controlador robusto H-infinito baseado em LMI's para um conversor Boost CC-CC. O controlador foi implementado levando em consideração incertezas no ciclo de trabalho, tensão de saída do conversor e na corrente no indutor, que podem ser causadas por perdas nos componentes eletrônicos ou variações na fonte de tensão.

A síntese do controlador também considerou restrições nas variáveis de controle e de saída com a finalidade de limitar a tensão de saída do conversor para evitar danos à resistência de saída. Os resultados de simulação do controlador proposto foram comparados com um controlador PI convencional através da análise de estabilidade, robustez e velocidade de resposta à transitórios causados pelas perturbações e incertezas modeladas neste trabalho. Os resultados de simulação apresentaram excelente estabilidade em regime permanente e melhor resposta a transitórios do que o controlador PI. Além disso, o controlador H-infinito mostrou melhor eficiência do que o PI quanto à operação do conversor Boost no modo de condução contínuo.

O controlador H-infinito foi implementado em DSP com operação em ponto flutuante para validar com confiabilidade os resultados obtidos em simulação. Como observado em todas as simulações e experimentos do controle robusto Hinfinito, a convergência à uma vizinhança do ponto de operação sempre é alcançada desde que as incertezas e perturbações não ultrapassem os limites do politopo estabelecidos na síntese do controlador. Os resultados experimentais validaram a boa estabilidade do controlador e a velocidade na resposta aos transitórios, garantindo robustez e excelente rejeição à perturbação no controle da tensão de saída do conversor Boost.

#### REFERENCIAS

- A. J. Uriz, P. D. Agüero, J. Moreira, R. M. Hidalgo, E. L. González, J. C. Tulli, "Flexible Pseudorandom Number Generator for Tinnitus Treatment Implemented on a Dspic", IEEE Latin America Transactions, Vol. 14, No. 1, pp. 72 – 77, Jan. 2016.
- [2] J. Varona, R. Velazquez, M. Tecpoyotl, "Design of Baseband Digital Delta-Sigma Modulators in 180nm CMOS". IEEE Latin America Transactions, Vol. 13, No. 5, pp. 1272 – 1278, May. 2015.
- [3] L. A. Maccari Jr., V. F. Montagner, H. Pinheiro, R. C. L. F. Oliveira, "Robust H2 control applied to boost converters: design, experimental validation and performance analysis". IET Control Theory and Applications, Vol. 6, No. 2, pp. 1881–1888, May. 2012.
- [4] J. P. Ortiz, L. I. Minchala, M. J. Reinoso, "Nonlinear Robust H-Infinity PID Controller for the Multivariable System Quadrotor". IEEE Latin America Transactions, Vol. 14, No. 3, pp. 1176 – 1183, Mar. 2015.

- [5] S. I. Biagiola, J. L. Figueroa, "Robust Control Approach for Volterra Models". IEEE Latin America Transactions, Vol. 14, No. 5, pp. 2146 – 2151, May. 2015.
- [6] T. A. F. Theunisse, J. Chai, R. G. Sanfelice, W. P. M. H. Heemels, "Robust Global Stabilization of the DC-DC Boost Converter via Hybrid Control". IEEE Transactions on Circuits and Systems—I: Regular Papers, Vol. 62, No. 4, pp. 1052 – 1061, Apr. 2015.
- [7] C. Olalla, I. Queinnec, R. Levya, A. El Aroudi, "Robust Optimal Control of Billinear DC-DC Converters", Control Engeneering Practice, Vol. 19, No. 1, pp. 688 – 699, Apr. 2011.
- [8] C. Olalla, R. Levya, A. El Aroudi, P. Garcés, I. Queinnec, "LMI robust control design for boost PWM converters", Control Engeneering Practice, Vol. 3, No. 1, pp. 75 – 85, 2010.
- [9] S. A. Zulkifli. "Cascaded Buck-Boost Converters: Output Voltage Regulation & Constant Inductor Current", Proceedings of IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications – ISIEA, Sep. 2013, pp. 111-116.
- [10] W. Hernandez, J. Vicente, O. Sergiyenko, "H-infinito loop-shaping control of a buck-boost converter", Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Technology - ICIT, May. 2010, pp. 1319-1323.
- [11] E. Vidal-Idiarte, L. Martinez-Salamero, J. Calvente, A. Romero, "An H-infinito Control Strategy for Switching Converters in Sliding-Mode Current Control". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 21, No. 2, pp. 553 – 556, Mar. 2006.
- [12] R. S. Maciel, L. C. de Freitas, E. A. A. Coelho, J. B. Vieira Jr., L. C. G. de Freitas, "Front-End Converter With Integrated PFC and DC-DC Functions for a Fuel Cell UPS With DSP-Based Control". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 30, No. 8, pp. 4175 4188, Aug. 2015.
- [13] J. Častelló, J. M. Espí, "DSP Implementation for Measuring the Loop Gain Frequency Response of Digitally Controlled Power Converters". IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 27, No. 9, pp. 4113 – 4121, Sep. 2012.
- [14] J. T. de Carvalho Neto, A. O. Salazar, F. M. U. de Araújo, A. L. de O. Cavalcanti, "DSP Based Fuzzy Controller Applied to a DC-DC Boost Converter", Proceedings IEEE 8th International Symposium on Intelligent Signal Processing – WISP, Nov. 2013.
- [15] S. El Beid, S. Doubabi, "DSP-Based Implementation of Fuzzy Output Tracking Control for a Boost Converter". IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 61, No. 1, pp. 196 – 209, Jan. 2014.
- [16] J. T. de Carvalho Neto, A. O. Salazar, F. M. U. de Araújo, A. L. de O. Cavalcanti, "Hybrid Fuzzy and Robust Controller Applied to a DC-DC Boost Converter", Proceedings of 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society – IECON 2014, Nov. 2014.



João Teixeira de Carvalho Neto recebeu o título de engenheiro em Engenharia de Computação em 2010, mestrado e doutoradp em Engenharia Elétrica e de Computação em 2012 e 2016, todos pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Brasil. Atualmente, é professor no Instituto Federal de Educação,

Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte (IFRN), no Brasil. Suas principais pesquisas são: controladores lineares e não-lineares, conversores de potência e controle de um ciclo.



Anderson Luiz de Oliveira Cavalcanti recebeu o título de engenheiro em Engenharia de Computação em 2001, mestrado e doutorado em Engenharia Elétrica e de Computação em 2003 e 2008, todos pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte

(UFRN), Brasil. Atualmente, ele é professor da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, desde 2008. Suas pesquisas são voltadas à controle preditivo, PID e robusto.



Andrés Ortiz Salazar recebeu o título de engenheiro em Engenharia Elétrica em 1981 na Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), Peru. Ele recebeu o grau de Mestre e Doutor em Engenharia Elétrica em 1989 e 1994, todos da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Brasil. Atualmente, ele é professor da

Universidade Federal do Rio Grande do Norte, desde 1994. Suas pesquisas são voltadas à controle de máquinas elétricas.