

# Probabilistic Optimal Power Flow for Balanced Islanded Microgrids

Wesley Peres , Senior Member, IEEE

**Abstract**—This paper presents a Probabilistic Optimal Power Flow (POPF) for losses minimization in balanced islanded microgrids considering load uncertainties following a normal distribution. The peculiarities of the islanded operation, like the absence of infinite bus and frequency variation in the face of load and loss variations, are adequately considered. The constraints deal with the power balancing, angular reference, droop control mode of generators ( $P - f$  e  $Q - V$ ), and the probability of satisfying the limits of microgrid frequency, nodal voltages, and power generation. As the main contribution, the Differential Evolution method and the Unscented Transformation solve the POPF, reducing the computational time and providing accurate results compared with the Monte Carlo Simulation. The proposed approach is evaluated using a 33-bus islanded microgrid.

**Index Terms**—islanded microgrids, probabilistic optimal power flow, unscented transformation, differential evolution, power losses minimization, load uncertainty.

## I. INTRODUÇÃO

Microrredes (do inglês *microgrids* - MG) são sistemas de distribuição em corrente alternada ou contínua de baixa ou média tensão com Geradores Distribuídos (GD), Sistemas de Armazenamento de Energia (SAE) e cargas controláveis. Estas podem operar ilhadas ou conectadas à rede principal [1].

Na operação conectada, a rede principal atua como uma barra infinita, suprindo as variações de perdas e de cargas. Dessa forma, a frequência da MG é mantida constante no valor nominal (50 Hz ou 60 Hz). Adicionalmente, todas as unidades de geração (baseadas em fontes de energia renováveis ou não) operam no modo PQ, injetando um valor pré-especificado de potência ativa e reativa no sistema [2].

Quando operando no modo ilhado, existe a ausência de uma unidade geradora capaz de suprir as variações de cargas e perdas. Nesse caso, tais variações são compartilhadas entre todas as unidades que operam no modo de controle *droop* de tensão e frequência (malhas  $P - f$  e  $Q - V$ ) As unidades que operam nesse modo de controle são aquelas baseadas em fontes não renováveis, como microturbinas a gas. Como resultado, a frequência pode diferir do valor nominal. Isso é possível devido aos inversores que conectam tais unidades à microrrede, que emulam o controle de tensão e frequência dos geradores síncronos. Por outro lado, os geradores baseados em fontes não renováveis (tais como eólica e solar) operam no modo PQ [2].

As metodologias para operação, planejamento e monitoramento das MG ilhadas devem considerar suas peculiaridades, tais como a ausência de barra infinita e a variação de

frequência. Nesse contexto, vários trabalhos da literatura têm focado no desenvolvimento de metodologias para a análise de MG ilhadas. Em [3] é apresentado um fluxo de potência em coordenadas polares para o cálculo da solução em regime permanente de MG ilhadas balanceadas. Em [4], um fluxo de potência para MG ilhadas balanceadas é implementado usando a formulação de injeção de correntes em coordenadas retangulares. A metodologia proposta em [4] é estendida em [5] para a análise de MG ilhadas trifásicas desbalanceadas. Em [3] um Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é apresentado para a minimização do corte de carga em MG ilhadas balanceadas visando à satisfação dos limites de frequência.

As metodologias descritas anteriormente são determinísticas, isto é, não consideram as incertezas inerentes às cargas e gerações renováveis. Visando considerar tais incertezas, em [6] foi proposto o Fluxo de Potência Probabilístico (FPP). Conforme [7], as metodologias para a solução do FPP podem ser divididas em (i) numéricas e (ii) analíticas (baseadas em linearizações ou baseadas em aproximações da Função Densidade de Probabilidade - FDP).

Um método numérico é a Simulação Monte Carlo (SMC), que amostra um conjunto de variáveis aleatórias (cargas, por exemplo) e, para cada elemento do conjunto, executa o fluxo de potência determinístico para o cálculo da média e variância das variáveis de interesse (gerações, tensões, fluxos de potência, perdas, etc). Embora a SMC apresente resultados precisos e seja de fácil implementação, o tempo computacional é elevado para sistemas de grande porte [7].

Dentre os métodos analíticos, destaca-se a Transformação *Unscented* (*Unscented Transformation* - UT), proposta em [8]. Trata-se de uma transformação não linear para propagar a média e covariância de variáveis de entrada através de uma função não linear. É baseada no uso de um número reduzido de amostras deterministicamente calculadas, chamadas de pontos sigma (ou *sigma points*), que capturam de forma adequada a informação sobre a distribuição estatística das variáveis incertas. De fácil implementação, ao utilizar um número reduzido de amostras, a UT apresenta resultados de boa qualidade com baixo esforço computacional [9]. Aplicações dessa técnica para a solução do problema de fluxo de potência são apresentadas em [9], [10].

A principal contribuição do presente trabalho é a proposta de um Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico (FPOP) para a minimização de perdas de potência ativa em microrredes ilhadas balanceadas. Considera-se que as cargas nos barramentos são modeladas conforme uma distribuição normal com média e variância conhecidas. As restrições de igualdade contemplam o balanço de potência nos barramentos, o controle em *droop*

das malhas  $P - f$  e  $Q - V$  dos geradores baseados em fontes não renováveis e a referência angular. As restrições de desigualdade garantem que a probabilidade de satisfação aos limites mínimo e máximo (frequência da microrrede, tensões nodais e potências geradas) seja superior a um nível de confiança pré-estabelecido. As variáveis de otimização são os valores a vazio das curvas  $P - f$  e  $Q - V$  dos geradores (frequências e tensões). A solução é realizada por meio do algoritmo Evolução Diferencial, em que o cálculo da função aptidão emprega a Transformação *Uncented* para estimação da média e variância das variáveis (utilizadas para o cálculo das probabilidades) diante da incerteza da carga. A metodologia proposta é aplicada a uma microrrede de 33 barras e os resultados são comparados aqueles fornecidos pela SMC. Esse artigo está organizado da seguinte forma: a seção II apresenta os conceitos preliminares necessários ao entendimento do trabalho, a seção III apresenta a metodologia proposta, os resultados são discutidos na seção IV e as conclusões são feitas na seção V.

## II. CONCEITOS PRELIMINARES

### A. Fluxo de Potência para Microrrede Ilhada

Na operação ilhada não existe um único gerador com capacidade de assumir as variações de geração de potência renovável (nesse trabalho não se considera fontes de energia renováveis), carga e perdas tal como ocorre nos sistemas conectados (em que um gerador atua como barra infinita). Dessa forma, tais variações são compartilhadas por todas as unidades de geração que operam no modo *droop* conforme suas características  $P - f$  e  $Q - V$ . Dessa forma, o fluxo de potência dado em (1) a (6) deve considerar essa peculiaridade da microrrede ilhada.

$$P_{gk} - P_{dk} - P_k = 0, \quad k \in \Omega_B \quad (1)$$

$$Q_{gk} - Q_{dk} - Q_k = 0, \quad k \in \Omega_B \quad (2)$$

$$P_{gk} - \frac{1}{s_{pk}} (f_k^* - f_{MG}) = 0, \quad k \in \Omega_G \quad (3)$$

$$Q_{gk} - \frac{1}{s_{qk}} (V_k^* - V_k) = 0, \quad k \in \Omega_G \quad (4)$$

$$\theta_k^{ref} = 0 \quad (5)$$

$$S_{gk} - \sqrt{(P_{gk})^2 + (Q_{gk})^2} = 0, \quad k \in \Omega_G \quad (6)$$

em que:

- $\Omega_B$  e  $\Omega_G$  são os conjuntos de barras e geradores que operam em modo *droop* da microrrede;
- $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$  e  $S_{gk}$  são as potências ativa, reativa e aparente geradas na barra  $k$  (na inexistência de geradores na respectiva barra, tem-se que  $P_{gk} = Q_{gk} = S_{gk} = 0$ );
- $P_{dk}$  e  $Q_{dk}$  são as potências ativa e reativa demandadas pela barra  $k$ ;
- $P_k$  e  $Q_k$  são as injeções de potência ativa e reativa na barra  $k$ , calculadas com base na topologia da rede

(matriz admitância de barras) e tensões complexas nodais;

- $s_{pk}$  e  $s_{qk}$  são os coeficientes de *droop* ( $P - f$  e  $Q - V$ ) do gerador da barra  $k$ ;
- $f_k^*$  e  $V_k^*$  são as referências de frequência e tensão do gerador da barra  $k$  (valores à vazio);
- $f_{MG}$  é a frequência da microrrede;
- $V_k$  é a magnitude da tensão da barra  $k$  (geradores e barras de carga);
- $\theta_k^{ref}$  denota que a barra  $k$  é a referência angular do sistema (existe somente uma barra de referência).

As eq. (1) a (6) são restrições de igualdade de um problema de viabilidade resolvido pelo método de *Newton-Raphson* tal como feito para o fluxo de potência convencional. O balanço de potência em cada barra é garantido por (1) e (2), enquanto a característica de *droop*  $P - f$  e  $Q - V$  dos geradores é modelada por (3) e (4). A eq. (5) garante a referência angular da microrrede e o cálculo da potência aparente de cada unidade é feito conforme (6). É importante ressaltar que a variação dos parâmetros da rede e da carga com a frequência não é considerada nesse trabalho [11].

Após a solução do fluxo de potência, as perdas totais de potência ativa podem ser calculadas através do somatório de perdas de potência ativa em todos os ramos ( $k, m$ ) do sistema, conforme (7).

$$Perdas = \sum_{(k,m) \in \Omega_L} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) \quad (7)$$

em que  $\Omega_L$  é o conjunto de ramos do sistema;  $g_{km}$  é a condutância do ramo;  $V_k$  e  $V_m$  são as magnitudes das tensões das barras terminais do ramo;  $\theta_{km}$  é a diferença angular entre as barras  $k$  e  $m$ :  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ .

### B. Modelo Probabilístico da Carga

Nesse trabalho considera-se que as cargas (ativa e reativa) são modeladas por (8):

$$\mathbf{x} \sim N(\mathbf{x}_m, \mathbf{P}_x) \quad (8)$$

em que:

- $N$  denota a distribuição normal;
- $\mathbf{x}$  é o vetor de cargas ativas e reativas ( $n \times 1$ , sendo  $n$  duas vezes o número de barras);
- $\mathbf{x}_m$  é o vetor com a média das variáveis (neste trabalho, o valor nominal das cargas);
- $\mathbf{P}_x$  é a matriz covariância ( $n \times n$ ), usada na modelagem da incerteza da carga. Nesse trabalho não é considerada correlação entre as variáveis.

### C. Simulação Monte Carlo

Para um determinado conjunto de valores que modelam a característica de *droop*  $P - f$  e  $Q - V$  dos geradores ( $s_{pk}$ ,  $s_{qk}$ ,  $f_k^*$  e  $V_k^*$ ) deseja-se calcular a média e a variância de cada grandeza do sistema através de (9), sabendo que as cargas seguem a distribuição normal descrita em (8).

$$\mathbf{y} = g(\mathbf{x}) \quad (9)$$

em que:

- $\mathbf{y}$  é o vetor com as grandezas de interesse: perdas de potência ativa (*Perdas*, calculadas conforme (7), frequência da microrrede  $f_{MG}$ , tensões nodais  $V_k$ , potências geradas  $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$  e  $S_{gk}$ ;
- $g(\mathbf{x})$  é uma função não linear (no caso, o fluxo de potência descrito na seção II-A).

Um método numérico bastante empregado (apesar do custo computacional elevado) é a Simulação Monte Carlo (SMC), que aplica um conjunto de amostras da variável  $\mathbf{x}$  (que satisfaz (8)) para, através de (9), estimar diretamente a média e variância das grandezas de interesse. Os passos podem ser resumidos em:

- **Passo 1:** gere uma amostra para o vetor de cargas ativa e reativa ( $\mathbf{x}$ ) conforme (8);
- **Passo 2:** resolva o fluxo de potência ( $g(\mathbf{x})$ ) descrito na seção II-A e armazene os valores das grandezas de interesse;
- **Passo 3:** se o número de amostras geradas for o estabelecido como critério de parada, vá ao **Passo 4**. Caso contrário, retorne ao **Passo 1**;
- **Passo 4:** calcule a média e variância de todas as grandezas de interesse ( $\mathbf{y}$ ) e encerre o processo.

### D. Transformação Unscented

O princípio da UT é obter um conjunto de vetores denominados de *sigma points*, deterministicamente definidos, que capturam a média e a covariância de  $\mathbf{x}$ . Os *sigma points* são então aplicados na função não-linear  $g(\mathbf{x})$  para a estimação da média e covariância de  $\mathbf{y}$ .

Inicialmente deve-se definir um conjunto de  $2n + 1$  *sigma points*  $\chi_i$  (vetores coluna de ordem  $n \times 1$ ) e seus respectivos pesos  $W_i$  (existem  $2n + 1$  pesos, um para cada  $\chi_i$ ). Os vetores  $\chi_i$  são definidos conforme (10)-(12).

$$\chi_1 = \mathbf{x}_m \quad (10)$$

$$\chi_{i+1} = \mathbf{x}_m + \mathbf{u}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (11)$$

$$\chi_{i+n+1} = \mathbf{x}_m - \mathbf{u}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

em que  $\mathbf{u}_i$  é um vetor linha da matriz  $\mathbf{U}$  obtido a partir da fatoração de Cholesky como apresentado em (13).

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = (n + \kappa) \mathbf{P}_x \quad (13)$$

O parâmetro  $\kappa$  é escolhido empiricamente para reduzir os erros de estimação da média e covariância [12]. Nesse trabalho, adota-se  $\kappa = 2$ , que é um valor comumente empregado na literatura e que apresentou bons resultados quando comparados com os da SMC [9].

Os pesos  $W_i$  são calculados conforme (14)-(16).

$$W_1 = \frac{\kappa}{n + \kappa} \quad (14)$$

$$W_{i+1} = (2(n + \kappa))^{-1}, i = 1, \dots, n \quad (15)$$

$$W_{i+n+1} = (2(n + \kappa))^{-1}, i = 1, \dots, n \quad (16)$$

É importante mencionar que cada *sigma point*  $\chi_i$  representa um vetor coluna ( $n \times 1$ , sendo  $n$  duas vezes o número de barras) com os valores de carga ativa e reativa nos barramentos. Para cada  $\chi_i$ , aplica-se a função não linear  $\mathbf{y}_i = g(\chi_i)$ , sendo  $\mathbf{y}_i$  o vetor com as grandezas de interesse e  $g(\chi_i)$  o fluxo de potência para microrredes ilhadas.

Uma vez calculados os  $2n + 1$  vetores  $\mathbf{y}_i$  pode-se estimar a média e a covariância para cada variável de interesse conforme (17) e (18).

$$\mathbf{y}_m = \sum_{i=1}^{2n+1} W_i \mathbf{y}_i \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_y = \sum_{i=1}^{2n+1} W_i \left[ (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_m) (\mathbf{y}_i - \mathbf{y}_m)^T \right] \quad (18)$$

Ressalta-se que a UT utiliza um conjunto de *sigma points* que não são randomicamente escolhidos tal como ocorre na SMC. Tal premissa faz com que a UT forneça uma adequada informação sobre a distribuição de  $\mathbf{x}$ , mesmo com um número reduzido de pontos.

### E. Nível de Confiança

Conhecidos os coeficientes de *droop* de cada gerador do sistema ( $s_{pk}$  e  $s_{qk}$ ), o objetivo do presente trabalho é otimizar os valores de referência dos mesmos geradores ( $f_k^*$  e  $V_k^*$ ) visando a minimização de perdas de potência ativa (*Perdas*) (eq. (7)).

No fluxo de potência ótimo determinístico utiliza-se os valores nominais das cargas ativa e reativa e considera-se os limites *min/max* para as variáveis dependentes, tais como frequência da microrrede ( $f_{MG}$ ), magnitude das tensões nodais ( $V_k$ ) e potências geradas ( $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$  e  $S_{gk}$ ).

Considerando a incerteza das cargas, o presente trabalho propõe um Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico (FPOP), em que deseja-se minimizar a média das perdas de potência ativa (estimada pela UT) da microrrede.

Além das restrições de igualdade inerentes ao fluxo de potência determinístico para microrredes ilhadas (apresentado na seção II-A), considera-se restrições de desigualdade que garantem que a probabilidade de as variáveis dependentes satisfazerem seus limites seja maior que um determinado nível de confiança. Um exemplo é apresentado para a frequência da microrrede:  $P_r \{f_{\min} \leq f_{MG} \leq f_{\max}\} \geq \gamma_{f_{MG}}$ , sendo  $\gamma_{f_{MG}}$  o nível de confiança adotado (95% neste trabalho para todas as grandezas). Ressalta-se que o cálculo das probabilidades requer os valores de média e desvio padrão (raiz quadrada da variância) estimadas pela UT (eq. (17) e (18)).

### F. Algoritmo de Evolução Diferencial

Esse trabalho emprega o algoritmo de Evolução Diferencial (ED) para a solução do fluxo de potência ótimo probabilístico proposto nesse trabalho. O método ED é uma metaheurística populacional proposta em [13] e amplamente utilizada na solução de problemas de engenharia elétrica. Esse método é um algoritmo estocástico evolucionário baseado em vetores e pode ser considerado como um aprimoramento do Algoritmo Genético, executando operações como mutação e cruzamento em cada componente da solução (ou vetor de variáveis). O método ED utilizado é descrito em [14] com as seguintes constantes: (i) peso diferencial de 0.85; (ii) probabilidade de cruzamento de 90% e (iii) estratégia DE/local-to-best/2.

## III. METODOLOGIA PROPOSTA

### A. Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico para Microrredes Ilhadas

O Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico proposto possui a formulação geral apresentada em (19).

$$\begin{aligned} \min \quad & F(\mathbf{z}) \\ & \mathbf{h}(\mathbf{z}) = 0 \\ \text{sa} \quad & \mathbf{g}(\mathbf{z}) \geq 0 \\ & \mathbf{z}_{\min} \leq \mathbf{z} \leq \mathbf{z}_{\max} \end{aligned} \quad (19)$$

em que  $\mathbf{z}$  é o conjunto de variáveis de otimização independentes ( $f_k^*$  e  $V_k^*$ ) e dependentes ( $f_{MG}$ ,  $V_k$ ,  $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$  e  $S_{gk}$ ).

A função objetivo a ser minimizada  $F(\mathbf{z})$  é a média das perdas de potência ativa estimada pela UT considerando a incerteza das cargas  $P_{dk}$  e  $Q_{dk}$  modelada conforme (8).

O conjunto de restrições de igualdade  $\mathbf{h}(\mathbf{z})$  é aquele apresentado em (1)-(6). As restrições de desigualdade  $\mathbf{g}(\mathbf{z})$  estão associadas à probabilidade  $P_r\{\cdot\}$  de satisfação dos limites de cada variável dependente, conforme apresentado em (20)-(24).

$$P_r \{f_{\min} \leq f_{MG} \leq f_{\max}\} \geq \gamma_{f_{MG}} \quad (20)$$

$$P_r \{V_{k \min} \leq V_k \leq V_{k \max}\} \geq \gamma_{V_k}, \quad k \in \Omega_B \quad (21)$$

$$P_r \{P_{gk} \geq 0\} \geq \gamma_{P_{gk}}, \quad k \in \Omega_G \quad (22)$$

$$P_r \{Q_{gk \min} \leq Q_{gk} \leq Q_{gk \max}\} \geq \gamma_{Q_{gk}}, \quad k \in \Omega_G \quad (23)$$

$$P_r \{0 \leq S_{gk} \leq S_{gk \max}\} \geq \gamma_{S_{gk}}, \quad k \in \Omega_G \quad (24)$$

em que  $\Omega_B$  é o conjunto de barras do sistema,  $\min/\max$  representam os limites mínimo e máximo das variáveis e  $\gamma_{f_{MG}}$  é o nível de confiança adotado para a frequência da microrrede (notação similar é utilizada para as demais variáveis dependentes).

Por fim, as restrições de canalização (do tipo  $\mathbf{z}_{\min} \leq \mathbf{z} \leq \mathbf{z}_{\max}$ ) estão associadas aos limites das variáveis independentes, conforme (25)-(26).

$$f_{k \min}^* \leq f_k^* \leq f_{k \max}^*, \quad k \in \Omega_G \quad (25)$$

$$V_{k \min}^* \leq V_k^* \leq V_{k \max}^*, \quad k \in \Omega_G \quad (26)$$

### B. Solução via Algoritmo Evolução Diferencial

Uma solução do método ED (ou indivíduo)  $ind_k$  representa os ajustes das variáveis de otimização independentes, como mostrado em (27).

$$[ind_k] = [f_1^* \quad \cdots \quad f_{ng}^* \quad V_1^* \quad \cdots \quad V_{ng}^*] \quad (27)$$

em que  $ng$  é o número de geradores despacháveis que operam no modo *droop*.

Para cada indivíduo, executa-se a UT para a estimação da média e covariância do montante de perdas de potência ativa bem como das variáveis dependentes ( $f_{MG}$ ,  $V_k$ ,  $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$  e  $S_{gk}$ ). Com base nos valores estimados, é possível calcular as probabilidades de atendimento às restrições (eq. (20)-(24)). Após esse processo, calcula-se a função aptidão  $f_{apt_k}$  do indivíduo  $ind_k$  conforme (28).

$$f_{apt_k} = \sum_{i=1}^7 \beta_i F_i \quad (28)$$

em que  $F_i$  é uma parcela da função aptidão e  $\beta_i$  é o seu respectivo peso, empiricamente ajustado. Nesse trabalho, adota-se  $\beta_1 = 1$  e o valor 10 para os demais pesos. Os termos  $F_i$  são discutidos na sequência.

1) *Perdas de Potência Ativa ( $F_1$ )*: o primeiro termo corresponde à média de perdas de potência ativa ( $Perdas_m$ ) calculada pela UT, conforme apresentado em (29).

$$F_1 = Perdas_m \quad (29)$$

2) *Frequência da Microrrede ( $F_2$ )*: para tratar a restrição (20), emprega-se o segundo termo, que é uma penalização pela não satisfação do nível de confiança, conforme (30).

$$F_2 = \Delta P_{rf_{MG}} \quad (30)$$

em que  $\Delta P_{rf_{MG}} = |P_r \{f_{\min} \leq f_{MG} \leq f_{\max}\} - \gamma_{f_{MG}}|$  se  $P_r \{f_{\min} \leq f_{MG} \leq f_{\max}\} < \gamma_{f_{MG}}$ ; e  $\Delta P_{rf_{MG}} = 0$ , caso contrário.

3) *Tensões Nodais ( $F_3$ )*: para tratar a restrição (21), emprega-se o terceiro termo, que é uma penalização pela não satisfação do nível de confiança, conforme (31).

$$F_3 = \sum_{k=1}^{nb} \Delta P_{rV_k} \quad (31)$$

em que  $nb$  é o número de barras,  $\Delta P_{rV_k} = |P_r \{V_{k \min} \leq V_k \leq V_{k \max}\} - \gamma_{V_k}|$  se  $P_r \{V_{k \min} \leq V_k \leq V_{k \max}\} < \gamma_{V_k}$ ; e  $\Delta P_{rV_k} = 0$ , caso contrário.

4) *Potência Ativa Gerada ( $F_4$ )*: para tratar a restrição (22), emprega-se o quarto termo, que é uma penalização pela não satisfação do nível de confiança, conforme (32).

$$F_4 = \sum_{k=1}^{ng} \Delta P_{rP_{gk}} \quad (32)$$

em que  $\Delta P_{rP_{gk}} = |P_r \{P_{gk} \geq 0\} - \gamma_{P_{gk}}|$  se  $P_r \{P_{gk} \geq 0\} < \gamma_{P_{gk}}$ ; e  $\Delta P_{rP_{gk}} = 0$ , caso contrário.

5) *Potência Reativa Gerada ( $F_5$ )*: para tratar a restrição (23), emprega-se o quinto termo, que é uma penalização pela não satisfação do nível de confiança, conforme (33).

$$F_5 = \sum_{k=1}^{ng} \Delta P_{rQ_{gk}} \quad (33)$$

em que  $\Delta P_{rQ_{gk}} = |P_r \{Q_{gk \min} \leq Q_{gk} \leq Q_{gk \max}\} - \gamma_{Q_{gk}}|$  se  $P_r \{Q_{gk \min} \leq Q_{gk} \leq Q_{gk \max}\} < \gamma_{Q_{gk}}$ ; e  $\Delta P_{rQ_{gk}} = 0$ , caso contrário.

6) *Potência Aparente Gerada ( $F_6$ )*: para tratar a restrição (24), emprega-se o sexto termo, que é uma penalização pela não satisfação do nível de confiança, conforme (34).

$$F_6 = \sum_{k=1}^{ng} \Delta P_{rS_{gk}} \quad (34)$$

em que  $\Delta P_{rS_{gk}} = |P_r \{S_{gk \min} \leq S_{gk} \leq S_{gk \max}\} - \gamma_{S_{gk}}|$  se  $P_r \{S_{gk \min} \leq S_{gk} \leq S_{gk \max}\} < \gamma_{S_{gk}}$ ; e  $\Delta P_{rS_{gk}} = 0$ , caso contrário.

7) *Convergência ( $F_7$ )*: o fluxo de potência para microrredes ilhadas deve alcançar a convergência para todos os *sigma points*. Se ocorrer divergência em ao menos um ponto, a solução é penalizada conforme (35).

$$F_7 = \begin{cases} 10^5 & \text{em caso de divergência} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (35)$$

Ressalta-se, que a metodologia proposta trata as restrições de canalização ( $z_{\min} \leq z \leq z_{\max}$ ) intrinsecamente pelo método DE para otimização restrita. As restrições de igualdade ( $h(z) = 0$ ) são tratadas internamente na solução do fluxo de potência para microrredes ilhadas (seção II-A): no caso de divergência em ao menos um *sigma point*, a solução é penalizada. Por fim, as restrições de desigualdade ( $g(z) \geq 0$ ) são tratadas por penalizações na função aptidão.

## IV. RESULTADOS

### A. Descrição do Sistema e dos Dados

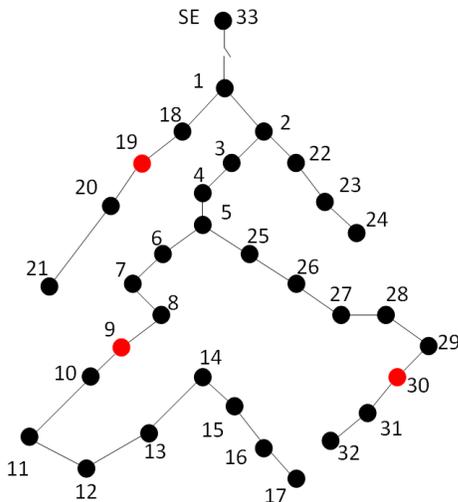


Fig. 1. Diagrama unifilar da microrrede.

As análises do presente trabalho serão conduzidas para uma microrrede de 33 barras. Os dados originais (cargas nos barramentos e impedância dos ramos) estão disponíveis em [15], [16]. O ilhamento ocorre a partir da desconexão entre os nós 33 (subestação) e 1, conforme ilustrado na Fig. 1. As bases de potência, tensão e frequência são de 1MVA, 12.66kV e 60Hz. Adota-se a barra 1 como a referência angular. No ponto de operação nominal, considerado neste estudo, as potências demandadas totais são de 3.715 MW e 2.3 Mvar. Consideram-se três unidades de geração distribuída alocadas na microrrede, nas barras 9, 19 e 30. Os coeficientes de *droop* foram previamente definidos e são considerados fixos em todas as análises:  $s_p = 10^{-3} pu$  (malha  $P-f$ ) e  $s_q = 10^{-4} pu$  (malha  $Q-V$ ).

TABELA I  
LIMITES DAS VARIÁVEIS

Variável	Mínimo	Máximo
$S_{gk}$ (MVA)	0	2.0
$Q_{gk}$ (Mvar)	-1.2	1.2
$f_{MG}$ (Hz)	59.7	60.3
$V_k$ (pu)	0.9	1.1
$f_k^*$ (Hz)	59.7	60.3
$V_k^*$ (pu)	0.9	1.1

As metodologias de otimização determinística e probabilística são executadas considerando os limites descritos na Tabela I. Utilizou-se a plataforma Matlab e um computador Intel Core i7 1.80 GHz com 16 GB de RAM e Sistema operacional Windows 10 64-bit.

### B. Fluxo de Potência Ótimo (FPO) Determinístico

O FPO determinístico considera os valores nominais das cargas e perdas bem como não é baseado na probabilidade de atendimento das restrições. A metodologia determinística foi resolvida pela função *fmincon* da toolbox de otimização do Matlab, baseada no Método dos Pontos Interiores. Esta possui uma formulação similar àquela apresentada na seção III-A, diferindo que não se considera as probabilidades de satisfação às restrições (e sim a própria restrição, como por exemplo  $f_{\min} \leq f_{MG} \leq f_{\max}$ ). A Tabela II apresenta os valores das variáveis otimizadas (tensão e frequência a vazio dos geradores distribuídos). As perdas mínimas de potência ativa são de 42.4216kW e a frequência da microrrede é de 59.9416Hz.

### C. Avaliação Probabilística da Solução do FPO Determinístico

A solução obtida pelo FPO determinístico não considera a incerteza da carga. Com o objetivo de avaliar se essa solução é viável diante dessas incertezas, procede-se com

TABELA II  
SOLUÇÃO DO FPO DETERMINÍSTICO

Gerador	$f_k^*$ (Hz)	$V_k^*$ (pu)
9	60.0208	1.0997
19	60.0213	1.1000
30	60.0082	1.1000

TABELA III  
COMPARAÇÃO ENTRE A SMC E A UT

	Determinístico	Probabilístico
$\varepsilon_m$	9.7852E-04	6.2120E-04
$\varepsilon_{dp}$	6.6918E-04	1.1254E-03

as simulações Monte Carlo e Transformação *Unscented*. As cargas ativas e reativas são modeladas seguindo a distribuição normal com média igual ao valor nominal e variância igual à 5% do respectivo valor nominal. Para a SMC, são executadas 10 mil simulações do fluxo de potência descrito no Seção II-A e 129 para a Transformação *Unscented*. Como são 32 barramentos, tem-se 64 variáveis aleatórias seguindo a função de distribuição normal (cargas ativa e reativa): o número de *sigma points* é, portanto, igual à  $2 \times 64 + 1 = 129$ .

Considerando os resultados da SMC como referência, é possível avaliar a precisão da estimação da média e do desvio padrão das variáveis realizada pela UT. Os erros da média e do desvio padrão são calculados por (36) e (37).

$$\varepsilon_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{nvar} (\mathbf{y}_{mMC}^i - \mathbf{y}_{mUT}^i)^2}{nvar}} \quad (36)$$

$$\varepsilon_{dp} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{nvar} (\mathbf{y}_{dpMC}^i - \mathbf{y}_{dpUT}^i)^2}{nvar}} \quad (37)$$

em que:

- $nvar$  é o número de variáveis  $\mathbf{y}$  cujas médias  $\mathbf{y}_m^i$  e desvios padrão  $\mathbf{y}_{dp}^i$  (raiz quadrada da variância) são estimadas: 1 perda de potência ativa, 1 frequência, 32 magnitudes de tensão, 3 gerações de potência ativa, 3 gerações de potência reativa e 3 gerações de potência aparente ( $nvar = 43$ );
- $\mathbf{y}_{mMC}^i$  e  $\mathbf{y}_{mUT}^i$  são as médias calculadas pela SMC e estimadas pela UT;
- $\mathbf{y}_{dpMC}^i$  e  $\mathbf{y}_{dpUT}^i$  são os desvios padrão calculados pela SMC e estimados pela UT.

A partir da Tabela III (coluna "Determinístico") observa-se que os valores de  $\varepsilon_m$  e  $\varepsilon_{dp}$  são bem reduzidos, indicando que a UT (que demandou em média 4s para a simulação) apresentou resultados condizentes com os obtidos pela SMC (que demandou em média 2.7 min para a simulação). Assim sendo, observa-se a vantagem de se utilizar a Transformação *Unscented* na solução do Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico proposto.

As Tabelas IV e V apresentam, considerando os resultados da UT e SMC, a média, o desvio padrão e a probabilidade de atendimento às restrições (eq. (20)-(24) cujos limites são apresentados na Tabela I) para as variáveis de interesse. Para as tensões nodais, a menor probabilidade ocorreu para a barra 21. Duas observações importantes devem ser ressaltadas: (i) a proximidade dos valores fornecidos pelas duas técnicas e (ii) que a geração de potência reativa  $Q_{g30}$  não atende ao nível de confiança de 95%. Dessa forma, deve-se executar o FPOP proposto para o atendimento do nível de confiança estabelecido diante da incerteza das cargas.

TABELA IV  
SOLUÇÃO DETERMINÍSTICA AVALIADA VIA UT

Variável	Média	Desvio Padrão	Prob. (%)
<i>Perdas</i> (kW)	48.053	12.799	–
$f_{MG}$ (Hz)	59.941	8.7777E-03	100
$V_{21}$ (pu)	1.0987	6.0176E-04	98.34
$P_{g9}$ (MW)	1.321	0.1463	100
$P_{g19}$ (MW)	1.3299	0.1463	100
$P_{g30}$ (MW)	1.1121	0.1463	100
$Q_{g9}$ (Mvar)	0.6865	0.235	98.56
$Q_{g19}$ (Mvar)	0.6885	0.2248	98.85
$Q_{g30}$ (Mvar)	0.9635	0.2532	<b>82.49</b>
$S_{g9}$ (MVA)	1.5045	0.1712	99.81
$S_{g19}$ (MVA)	1.5118	0.1708	99.79
$S_{g30}$ (MVA)	1.4884	0.1877	99.68

TABELA V  
SOLUÇÃO DETERMINÍSTICA AVALIADA VIA A SMC

Variável	Média	Desvio Padrão	Prob. (%)
<i>Perdas</i> (kW)	48.193	10.979	–
$f_{MG}$ (Hz)	59.941	8.7719E-03	100
$V_{21}$ (pu)	1.0987	6.0799E-04	98.21
$P_{g9}$ (MW)	1.3235	0.1462	100
$P_{g19}$ (MW)	1.3324	0.1462	100
$P_{g30}$ (MW)	1.1146	0.1462	100
$Q_{g9}$ (Mvar)	0.6889	0.2315	98.64
$Q_{g19}$ (Mvar)	0.6887	0.2244	98.87
$Q_{g30}$ (Mvar)	0.9615	0.2517	<b>82.83</b>
$S_{g9}$ (MVA)	1.5074	0.1700	99.81
$S_{g19}$ (MVA)	1.5140	0.1708	99.78
$S_{g30}$ (MVA)	1.4887	0.1880	99.67

TABELA VI  
SOLUÇÃO DO FPO PROBABILÍSTICO

Gerador	$f_k^*$ (Hz)	$V_k^*$ (pu)
9	59.8339	1.0717
19	59.8357	1.0718
30	59.8191	1.0663

TABELA VII  
SOLUÇÃO PROBABILÍSTICA AVALIADA VIA UT

Variável	Média	Desvio Padrão	Prob. (%)
<i>Perdas</i> (kW)	52.06	14.082	–
$f_{MG}$ (Hz)	59.754	8.7914E-03	100
$P_{g9}$ (MW)	1.3282	0.1465	100
$P_{g19}$ (MW)	1.3577	0.1465	100
$P_{g30}$ (MW)	1.0811	0.1465	100
$Q_{g9}$ (Mvar)	0.8089	0.2358	<b>95.14</b>
$Q_{g19}$ (Mvar)	0.7512	0.2254	97.68
$Q_{g30}$ (Mvar)	0.7814	0.2524	<b>95.14</b>
$S_{g9}$ (MVA)	1.5696	0.1779	99.22
$S_{g19}$ (MVA)	1.5652	0.1737	99.38
$S_{g30}$ (MVA)	1.3539	0.1780	99.99

TABELA VIII  
SOLUÇÃO PROBABILÍSTICA AVALIADA VIA A SMC

Variável	Média	Desvio Padrão	Prob. (%)
<i>Perdas</i> (kW)	51.995	12.219	–
$f_{MG}$ (Hz)	59.754	8.8048E-03	100
$Q_{g9}$ (Mvar)	0.8079	0.2334	<b>95.34</b>
$Q_{g19}$ (Mvar)	0.7496	0.2300	97.49
$Q_{g30}$ (Mvar)	0.7785	0.2523	<b>95.26</b>

TABELA IX  
IMPACTO DA VARIÂNCIA DA CARGA NAS PERDAS

Variância (%)	Média das Perdas (kW)	Desvio Padrão das Perdas (kW)
1	47.277	5.388
2	48.472	7.9597
3	49.668	10.149
4	50.864	12.165
5	52.060	14.082
6	53.257	15.938

#### D. Fluxo de Potência Ótimo Probabilístico

A metodologia proposta foi resolvida utilizando o método Evolução Diferencial implementado na plataforma Matlab, considerando 30 indivíduos e 40 gerações como critério de parada. A convergência ocorreu após 70.56 minutos (ou 1.18 horas). Adotou-se um critério de confiança de 95% para todas as variáveis de interesse [17]. A Tabela VI apresenta os valores à vazia (frequência e tensão) ajustados pelo FPOP proposto. As seguintes considerações são feitas:

- a solução de boa qualidade obtida (Tabela VI) foi validada usando a simulação Monte Carlo e os resultados são apresentados na Tabela III (coluna “Probabilístico”). Novamente observa-se os resultados de qualidade fornecidos pela Transformação *Unscented*, tanto em erros reduzidos para média e desvio padrão ( $\varepsilon_m$  e  $\varepsilon_{dp}$ ) quanto em tempo computacional;
- os resultados obtidos permitiram que os níveis de confiança das variáveis de interesse fossem atendidos, atingindo probabilidade da ordem de 100% para a maioria (Tabela VII). As menores probabilidades (da ordem de 95%) foram obtidas para  $Q_{g9}$  e  $Q_{g30}$ ;
- a solução obtida pela UT (Tabelas VI e VII) foram validadas usando a SMC (Tabela VIII). Observa-se novamente a proximidade dos resultados;
- o FPO determinístico forneceu um valor de perdas de 42.4216 kW e, validando a solução determinística diante da incerteza da carga, observou-se que o valor médio de perdas é de 48.053 kW (Tabela IV). Entretanto, observa-se que o resultado determinístico não atende os níveis de confiança estabelecidos, o que foi possível a partir da solução do FPOP, cuja média de perdas sofreu um ligeiro aumento (52.060 kW na Tabela VII);
- considerando a solução do FPOP (Tabela VI) a UT foi executada para o cálculo da média e do desvio padrão das perdas considerando diferentes valores para a variância das cargas. Observa-se na Tabela IX o aumento do desvio padrão das perdas com o aumento da variância. A partir de 6% para variância da carga, o nível de confiança para as potências reativas geradas deixa de ser respeitado;
- as Tabelas IV e V, bem como as Tabelas VII e VIII, indicam que o maior erro ocorreu no valor do desvio padrão das perdas, o qual não é utilizado durante o processo de solução do FPOP proposto.

#### V. CONCLUSÃO

Apresentou-se um fluxo de potência ótimo probabilístico para a minimização de perdas em microrredes balanceadas ilhadas considerando a incerteza das cargas modelada a partir

de uma distribuição normal com média e variância conhecida. A solução via o algoritmo de Evolução Diferencial em conjunto com a Transformação *Unscented* permitiu a obtenção de resultados precisos em um tempo computacional reduzido quando comparados com os da Simulação Monte Carlo. Ademais, observou-se que a solução determinística do fluxo de potência ótimo pode não atender aos níveis de confiança pré-estabelecidos para a probabilidade de satisfação às restrições das variáveis.

#### AGRADECIMENTOS

Agradecimentos são prestados ao CNPq e FAPEMIG (APQ-02245-18).

#### REFERÊNCIAS

- [1] J. Lopes, C. Moreira, and A. Madureira, “Defining Control Strategies for MicroGrids Islanded Operation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, pp. 916–924, may 2006.
- [2] B. Nadai Nascimento, A. C. Zambroni de Souza, J. A. da Silva Neto, J. E. Sarmiento, and C. A. Alvez, “Load-Margin Assessments in MicroGrids and the Influence of Power Electronic Converter Operation Mode,” *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 32, pp. 203–213, feb 2021.
- [3] P. O. La Gatta, J. A. Passos Filho, and J. L. R. Pereira, “Tools for handling steady-state under-frequency regulation in isolated microgrids,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 13, pp. 609–617, mar 2019.
- [4] G. O. Alves, J. Pereira, P. O. La Gatta, J. Passos Filho, and M. Tomim, “A new governor power flow formulation based on the current injections method,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 104, pp. 705–715, jan 2019.
- [5] G. O. Alves, J. L. R. Pereira, and J. A. Passos Filho, “A new unbalanced three-phase governor power flow formulation based on the current injections method,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 123, p. 106184, dec 2020.
- [6] B. Borkowska, “Probabilistic Load Flow,” *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-93, pp. 752–759, may 1974.
- [7] B. W. Tuinema, J. L. Rueda Torres, A. I. Stefanov, F. M. Gonzalez-Longatt, and M. A. M. M. van der Meijden, “Probabilistic Power Flow Analysis,” in *Probabilistic Reliability Analysis of Power Systems*, pp. 179–208, Cham: Springer International Publishing, 2020.
- [8] S. Julier and J. Uhlmann, “Unscented Filtering and Nonlinear Estimation,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 92, pp. 401–422, mar 2004.
- [9] M. Aien, M. Fotuhi-Firuzabad, and F. Aminifar, “Probabilistic Load Flow in Correlated Uncertain Environment Using Unscented Transformation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, pp. 2233–2241, nov 2012.
- [10] J. D. Franco Canon and S. Jafarzadeh, “Improved probabilistic load flow using unscented transformations,” in *2017 North American Power Symposium (NAPS)*, pp. 1–6, IEEE, sep 2017.
- [11] P. Kundur, *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill, 1994.
- [12] G. Valverde and V. Terzija, “Unscented Kalman filter for power system dynamic state estimation,” *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 5, no. 1, pp. 29–37, 2011.
- [13] R. Storn and K. Price, “Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces,” *Journal of Global Optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341–359, 1997.
- [14] Y. Ao and H. Chi, “Experimental Study on Differential Evolution Strategies,” in *2009 WRI Global Congress on Intelligent Systems*, pp. 19–24, IEEE, 2009.
- [15] M. Baran and F. Wu, “Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4, pp. 1401–1407, apr 1989.
- [16] V. B. Foroutan, M. H. Moradi, and M. Abedini, “Optimal operation of autonomous microgrid including wind turbines,” *Renewable Energy*, vol. 99, pp. 315–324, dec 2016.
- [17] Z. Liu, J. Yang, Y. Zhang, T. Ji, J. Zhou, and Z. Cai, “Multi-Objective Coordinated Planning of Active-Reactive Power Resources for Decentralized Droop-Controlled Islanded Microgrids Based on Probabilistic Load Flow,” *IEEE Access*, vol. 6, pp. 40267–40280, 2018.



**Wesley Peres** (M'14 - SM'22) nasceu em Juiz de Fora (Minas Gerais, Brasil) em 1987. É bacharel (2010), mestre (2012) e doutor (2016) em engenharia elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora. Desde 2014 é professor do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de São João del-Rei, atuando nos cursos de graduação e pós-graduação. Atualmente atua como vice-chair da Seção Minas Gerais do IEEE e como editor associado do periódico "Mathematical Problems in Engineering (Hindawi)". Seus interesses de pesquisa

incluem controle, otimização e estabilidade de sistemas elétricos de potência, estimação de estados e microrredes.