

# The Impact of Wind Generation on Operating Cost and Profit in a Bilevel Optimization Dispatch Model

Miguel A. Arellano Jiménez, Mohamed Badaoui and David Sebastián Baltazar, *Member, IEEE*

**Abstract**—In this paper, the problem of economic dispatch of energy of an electrical system is solved, based on three different approaches: first is deterministic, a second is stochastic and a third given by bilevel programming. It is observed that when solving the deterministic economic energy dispatch, results follow the principle of order of merit, likewise under some scenarios availability of a large flexible capacity during the power balance stage becomes necessary. In another hand, the stochastic model becomes a tool that optimizes flexible capacity by sacrificing the order of merit which is not the case of bilevel model that adopts both, order of merit and optimization of flexible capacity by choosing an optimum of wind power to dispatch. In terms of profit, it has been observed that under the stochastic approach those flexible participants must fall into losses under certain scenarios. However, under the bilevel approach, the aforementioned issue is improved. Finally and in order to illustrate the impact of the bilevel approach a 24-node system serves as a test system to obtain results and demonstrate the economic advantages of an bilevel dispatch.

**Index Terms**—Economic Dispatch, Wind Generation, Deterministic, Stochastic, Bilevel Optimization.

## NOMENCLATURA

### Índices:

$n$	número de nodos.
$g$	número de generadores.
$l$	número de líneas.
$c$	número de cargas.
$eo$	número de generadores eólicos.

### Parámetros:

$C_{G_i}$	costo marginal del generador $i$ .
$D_i$	carga en el nodo $i$ .
$B$	matriz de reactancias de $n \times n$ .
$A_i$	susceptancia de la línea $i$ .
$Cap_{L_i}$	límite térmico de la línea $i$ .
$P_{max_i}$	potencia de salida máxima del generador $i$ .
$P_{min_i}$	potencia de salida mínima del generador $i$ .
$C_{rPG_i}$	costo marginal por $MW$ vendido por el generador $i$ .
$C_{rNG_i}$	costo marginal por $MW$ comprado por el generador $i$ .

$C_{Tc_a}$	costo marginal por $MW$ del tiro de carga de la carga $a$ .
$C_{Pderr_k}$	costo marginal por $MW$ derramado por el generador eólico $k$ .
$LimVen_i$	límite de venta del generador $i$ .
$LimCom_i$	límite de compra del generador $i$ .
$P_{min_{GE}}$	potencia de salida máxima del generador eólico.
$P_{max_{GE}}$	potencia de salida mínima del generador eólico.

### Variables:

$P_{G_i}$	potencia de salida del generador $i$ .
$\delta_e^0$	vector de ángulos de voltaje de envío del día en adelanto.
$\delta_r^0$	vector de ángulos de voltaje de recepción del día en adelanto.
$\delta_e$	vector de ángulos de voltaje de envío durante el balance de potencia.
$\delta_r$	vector de ángulos de voltaje de recepción durante el balance de potencia.
$rPG_i$	potencia vendida por el generador $i$ .
$rNG_i$	potencia comprada por el generador $i$ .
$Tc_a$	potencia del tiro de carga.
$Pderr$	potencia derramada.
$P_w$	potencia eólica probable del escenario $w$ .

### Símbolos:

$\Omega$	conjunto de escenarios de generación eólica.
$\pi_\omega$	probabilidad de ocurrencia del escenario $\omega$ .
$\lambda$	multiplicadores de Lagrange de igualdad.
$\mu$	multiplicadores de Lagrange de desigualdad.

### Abreviaturas:

KKT	Karush-Kuhn-Tucker.
PMRE	Problema Matemático con Restricciones de Equilibrio.
AMPL	A Mathematical Programming Language.

## I. INTRODUCCIÓN

Es evidente la creciente integración de la generación eólica en los sistemas de potencia, en [1] se proporciona una visión general de los desafíos asociados con la integración eólica desde los estudios, costos, impacto hasta los cambios en la planificación y operación de los sistemas de potencia. En [2] estiman el aumento de las reservas (generación que cubre el déficit de energía eólica) por hora, en función de la producción de energía eólica y con base en datos de carga en países nórdicos. Finalmente, en [3] se discute un método basado en programación estocástica para programar la generación eléctrica sujeta a incertidumbre, el método proporciona un sistema de precios marginales locales que pueden usarse en un

Miguel A. Arellano-Jiménez está con el Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Av. Luis Enrique Erro s/n, 07738, Ciudad de México, México, e-mail:marellajo1000@alumno.ipn.mx

Mohamed Badaoui está con el Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Av. Luis Enrique Erro s/n, 07738, Ciudad de México, México, e-mail:mbadaoui@ipn.mx

David Sebastián Baltazar está con el Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Av. Luis Enrique Erro s/n, 07738, Ciudad de México, México, e-mail:dsebasti@ipn.mx

sistema de liquidación de mercado. En [4] se puede encontrar que la inserción de tecnologías de producción de energía eléctrica con bajas emisiones de carbono (generación eólica) está aumentando continuamente en los sistemas de potencia, pero con la diferencia que la producción de energía eléctrica de las fuentes no convencionales depende de las condiciones climáticas, y por ende, están bajo una naturaleza estocástica, lo cual aumenta la incertidumbre relacionada con la operación del sistema eléctrico.

Como en [5] se menciona, existe una mayor participación de la producción de energía eléctrica a partir de fuentes no convencionales, la cual genera desafíos para la operación de sistemas de potencia y en estudios más detallados exige un análisis de los diseños del mercado eléctrico. Una manera de hacer que los mercados eléctricos sean más robustos es considerar la incertidumbre en la producción de generadores estocásticos y con ello se puedan alcanzar menores costos para el mercado de balance de potencia, por ejemplo mediante el uso de un modelo de despacho estocástico. Para el desarrollo de un modelo de despacho estocástico de energía se debe considerar un sistema donde la generación es incierta y donde se tienen costos de flexibilidad (costo de las unidades generadoras flexibles por ofertar o comprar energía durante el despacho para el balance de potencia), es decir, se tendrán unidades eléctricas convencionales, las cuales deben programarse mucho antes del tiempo real para participar en el despacho y algunas otras unidades deben incurrir en costos adicionales, si los planes de generación deben reprogramarse dentro del tiempo real [5].

En este trabajo se consideran los requerimientos de operación para el despacho de un sistema eléctrico de potencia de un día en adelante y un despacho para el balance de potencia. La operación de día en adelante debe adaptarse a la producción de centrales eléctricas no flexibles (aquellas centrales que necesitan una planificación anticipada de sus niveles de producción) y a su vez durante el despacho para el balance de potencia se debe disponer de energía para mantener el equilibrio de la oferta y la demanda a lo largo de los periodos de tiempo de 1 hora, esto ayuda a realizar modificaciones de energía entre centrales flexibles (centrales eléctricas que pueden ajustar su producción rápidamente) y los productores estocásticos cuya generación es limitadamente predecible sobre la potencia pronosticada para el despacho de un día en adelante.

En [6] se realiza el despacho económico usando programación estocástica, en la cual se puede modelar las necesidades futuras de balance y costos en un ambiente probabilístico y de esta manera se obtiene un despacho diario que minimiza los costos operativos del sistema. A continuación, se presenta puntualmente la contribución del presente trabajo, resaltando el valor agregado en comparación con los resultados reportados por los autores en [6] e indicando las diferencias con el mismo:

- Se presenta en forma detallada el modelo de optimización transformado, de manera que pueda ser aplicado para la resolución de cualquier configuración de red, a diferencia de lo reportado en la literatura, donde la transformación se presenta para un caso de prueba. Además, se resalta

la capacidad del solucionador Knitro para resolver problemas de optimización no lineales y no convexos.

- Se muestra a detalle la obtención de 12 escenarios de generación eólica y sus probabilidades de ocurrencia con base en el análisis histórico de velocidades de viento, de un lugar geográfico de México y su mejor ajuste para una función de distribución de probabilidad (Wakeby), lo que permite que la simulación de despacho estocástico se acerque a un ambiente realista.
- Se presentan los resultados de las aportaciones de cada generador, ajustes de generación, precios de la energía y beneficios para cada generador participante, además gráficas de barras en 3D, lo que permite una mejor visualización de los resultados, y reconocer las bondades del modelo transformado.

El trabajo está organizado de la siguiente manera, en la Sección II se describen los modelos de programación que se desarrollaron a lo largo del trabajo. En la Sección III se describe la generación de escenarios y probabilidad de ocurrencia de la generación eólica. En la sección IV se presenta una forma de determinar el beneficio de cada participante del mercado. En la sección V se presenta el sistema de prueba junto con los insumos, así como los resultados que se obtienen de los modelos implementados, entre ellos costos de operación y beneficios de los participantes. Finalmente, en la Sección VI se muestran las conclusiones a las que se llegó al finalizar este trabajo.

## II. MODELOS DE DESPACHO ECONÓMICO

Se considera la operación de un día en adelante y para el balance de potencia. El despacho del día en adelante es generado en el día  $d - 1$  y cubre las transacciones de energía para el despacho del día  $d$ , se realiza para las 24 horas del día en intervalos de 1 hora. Posteriormente, el despacho para el balance de potencia resuelve los problemas de desbalance con respecto a la producción del día en adelante (falta o excedente de energía).

El modelo matemático utilizado en este trabajo para el despacho determinista se describe en [7]–[9], el cual consta de la minimización de los costos totales de operación sujeto a una restricción que mantiene el balance de potencia por nodo, límites máximos y mínimos de generación y capacidad térmica de las líneas de transmisión. Una vez obtenidas las decisiones óptimas mediante este modelo, se resuelve el despacho para el balance de potencia, dicho modelo se puede encontrar en [10], [11], este modelo busca la minimización de los costos totales de balance sujeto a una restricción que mantiene el balance durante esta etapa, límites máximos y mínimos de flexibilidad así como la superposición de los resultados obtenidos del modelo determinista. Para el caso del modelo que resuelve el despacho estocástico, se considera que la producción de un participante eólico puede modelarse por un conjunto finito de escenarios  $\Omega$ ; cada escenario se caracteriza por un vector de valor de potencia  $P_\omega$  y su probabilidad de ocurrencia  $\pi_\omega$ , este modelo se puede encontrar en [12]–[14] y consta de la minimización de los costos totales de operación más una esperanza en los costos de balance, sujeto

a las restricciones que mantienen el balance de potencia por nodo, límites máximos y mínimos de generación, flexibilidad y capacidad térmica de las líneas de transmisión.

### A. Modelo de Despacho Binivel

El modelo de optimización binivel descrito en [15], [16] busca determinar un valor óptimo de producción eólica a despachar para que aumente la eficiencia del mercado (minimización de costos de operación y obtención mejores beneficios para los generadores flexibles). El resultado de la transformación de un programa binivel a un problema de un solo nivel y a diferencia de los trabajos realizados en investigaciones pasadas, se presenta a detalle el siguiente modelo [17]:

$$\begin{aligned} & \min_{P_G, \delta^0, \delta, rPG, rNG, Pderr, Tc} \sum_{i=1}^g C_{G_i} \times P_{G_i} + \\ & \sum_{j=1}^{\Omega} \pi_j \left( \sum_{i=1}^g (C_{rPG_i} \times rPG_i + C_{rNG_i} \times rNG_i) \right. \\ & \left. + \sum_{j=1}^c (C_{Tc_c} \times Tc_c) + \sum_{s=1}^{eo} (C_{Pderr_s} \times Pderr_s) \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{s.a.} \quad & \sum_{j=1}^n Bij \times (\delta_i^0 - \delta_j^0) + \sum_{j=1}^n Bij \times (\delta_i - \delta_j) + \sum_{k=1}^g (rPG_k - rNG_k) - \\ & P_w - Pderr + \sum_{j=1}^c Tc_j, \quad \forall i = 1 \dots n \text{ y } \forall w = 1 \dots s \end{aligned} \quad (2)$$

$$-L_i \leq A_i \times (\delta_e - \delta_r) \leq L_i, \quad \forall i = 1 \dots l \text{ y } \forall j = 1 \dots s \quad (3)$$

$$P_{G_i} + rPG_i \leq Pmax_i, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (4)$$

$$P_{G_i} - rPG_i \geq Pmin_i, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (5)$$

$$rPG_i \leq LimVen_i, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (6)$$

$$rNG_i \leq LimCom_i, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (7)$$

$$Tc_i \leq D_i, \quad \forall i = 1 \dots c \quad (8)$$

$$Pderr_i \leq Pw_i, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (9)$$

$$Pmin_{GE} \leq PEmax \leq Pmax_{GE}, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (10)$$

$$rPG, rNG, Tc, Pderr, PEmax \geq 0 \quad (11)$$

$$C_{G_i} + \sum_{i=1}^n \lambda_i + \sum_{i=1}^n \mu_i^{GSup} - \sum_{i=1}^n \mu_i^{GInf} = 0, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (12)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j B - \sum_{j=1}^n \lambda_j B + \sum_{j=1}^l M(\mu_j^{LSup} - \mu_j^{LInf}) = 0, \quad \forall i = 1 \dots l \quad (13)$$

$$\sum_{j=1}^n Bij \times (\delta_i^0 - \delta_j^0) + \sum_{k=1}^g P_{G_k} - \sum_{m=1}^n D_m = 0, \quad \forall k = 1 \dots n \quad (14)$$

$$-L_i \leq A_i \times (\delta_e^0 - \delta_r^0) \leq L_i, \quad \forall i = 1 \dots l \quad (15)$$

$$Pmin_i \leq P_{G_i} \leq Pmax_i, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (16)$$

$$P_{G_i} \geq 0, \quad \forall i = 1 \dots g \quad (17)$$

$$Pmin_{GE} \leq Pw \leq PEmax \quad (18)$$

$$\mu_k^{LInf} ((B \times (\theta_e^0 - \theta_r^0)) + L_i) = 0, \quad \forall k = 1 \dots l \quad (19)$$

$$\mu_k^{LSup} ((B \times (\theta_e^0 - \theta_r^0)) - L_i) = 0, \quad \forall k = 1 \dots l \quad (20)$$

$$\mu_k^{GSup} (P_{G_i} - Pmax_i) = 0, \quad \forall k = 1 \dots g \quad (21)$$

$$\mu_k^{GInf} (P_{G_i} - Pmin_i) = 0, \quad \forall k = 1 \dots g \quad (22)$$

$$\mu_k^{GSup} (P_{G_i} - PEmax) = 0 \quad (23)$$

$$\mu^{GSup}, \mu^{GInf}, \mu^{LSup}, \mu^{LInf}, Pw \geq 0 \quad (24)$$

Las restricciones (2) y (14) imponen las condiciones de balance de potencia en cada nodo y por escenario durante la operación y el balance, las desigualdades (3) y (15) incluyen los límites superiores e inferiores del flujo en las líneas durante la operación y balance respectivamente, las ecuaciones (4)-(7) limitan la capacidad flexible, las ecuaciones (8) y (9) limitan el tiro de carga y la potencia eólica no inyectada a la red, finalmente las restricciones (16) y (18) limitan el despacho de las unidades térmicas y del generador eólico.

Se tienen las variables duales del problema inferior (4e)-(4h) mostrado en [6] denotadas por  $\lambda$  y  $\mu$ , donde la primera se refiere a aquellas restricciones de igualdad y la segunda a aquellas de desigualdad y dónde el superíndice *Sup* e *Inf* las clasifican entre aquellas provenientes de las restricciones que limitan superiormente e inferiormente, respectivamente. Las restricciones (12) y (13) son respectivamente las derivadas de la función Lagrangiano con respecto a la potencia y al ángulo de voltaje nodal, (19)-(23) son las restricciones de complementariedad de las condiciones Karush-Kuhn-Tucker (KKT) y la restricción (24) mantiene la no negatividad de los multiplicadores  $\mu$ .

Un problema de optimización binivel puede ser equivalente a un Programa Matemático con Restricciones de Equilibrio (PMRE), si el problema de nivel inferior puede ser reemplazado por sus condiciones necesarias y suficientes de optimalidad de KKT. En la práctica, el reemplazar el problema inferior no es tan sencillo como parece, sin embargo, conociendo que el problema resultará no lineal debido a las restricciones de complementariedad, se tiene una manera de resolver eficiente y fácilmente el problema de optimización binivel. Las condiciones KKT son un conjunto de igualdades y desigualdades que determinan un conjunto solución óptimo para un problema de optimización. Estas condiciones que deben satisfacer las soluciones óptimas, pueden ser necesarias y suficientes, también son llamadas condiciones de primer orden debido a que en su formulación se usa la primera derivada de los vectores y matrices del problema. Uno de los requerimientos más comunes para el gradiente es la independencia lineal, donde las restricciones  $h(x) = 0$  y las aquellas  $g(x) \leq 0$  deben ser linealmente independientes. Un problema de optimización lineal cumple con estos requerimientos [17].

Para formular las condiciones KKT es conveniente definir la función Lagrangiana. Se define el problema de optimización como sigue:

$$\min_x f(x) \quad (25)$$

$$\text{s.a.} \quad h(x) = 0, \quad (26)$$

$$g(x) \leq 0, \quad (27)$$

$$x \geq 0. \quad (28)$$

Donde  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de la variable de decisión,  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es la función objetivo a minimizar, las funciones  $h(x)$  y  $g(x)$  son las restricciones de igualdad e desigualdad, respectivamente.

Entonces la función Lagrangiana del problema (25)-(28) es [18]:

$$L(x, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T h(x) + \mu^T g(x) \quad (29)$$

donde  $f(x)$ ,  $g(x)$  y  $h(x)$  son continuas, diferenciables en la región factible ( $x \in \{x|h(x) = 0, g(x) \leq 0\}$ ). Las condiciones KKT del problema (25)-(28) son [18]:

$$\nabla_x f(x) + \lambda^T \nabla_x h(x) + \mu^T \nabla_x g(x) = 0 \quad (30)$$

$$h(x) = 0 \quad (31)$$

$$g(x) \leq 0 \quad (32)$$

$$\mu^T g(x) = 0 \quad (33)$$

$$\mu \geq 0 \quad (34)$$

TABLA I  
ESCENARIOS Y PROBABILIDAD DE OCURRENCIA.

Intervalo	Velocidad media [m/s]	Potencia media [kW]	Probabilidad
0,1	0.530068957	0	0.02556
1,2	1.516329518	0	0.03057
2,3	2.524768696	0	0.03398
3,4	3.534989218	0	0.03819
4,5	4.497631295	57.96633152	0.0435
5,6	5.51112978	175.2124164	0.05022
6,7	6.493877187	350.2481632	0.05871
7,8	7.513758993	578.094217	0.06896
8,9	8.520129938	886.5454331	0.07979
9,10	9.515351221	1270.347632	0.08796
10,11	10.48369011	1709.061041	0.08958
11,12	11.50254573	2098.34948	0.08412
12,13	12.50502589	2352.393628	0.07441
13,14	13.49167978	2471.02736	0.06327
14,15	14.50175085	2500	0.05211
15,16	15.47107948	2500	0.04147
16,17	16.48246007	2500	0.03153
17,18	17.47872277	2500	0.02242
18,19	18.48170223	2500	0.01429
19,20	19.47412773	2500	0.00733
20,21	20.41499341	2500	0.00202
21,22	21.05342789	2500	$1 \times 10^{-5}$

donde  $\lambda \in \mathbb{R}^m$  y  $\mu \in \mathbb{R}^m$  son los vectores multiplicadores de Lagrange de igualdad e desigualdad, respectivamente;  $\nabla_x$  es el operador gradiente con respecto a  $x$ . La restricción (30) mantiene que el gradiente de la función Lagrangiana (29) en una solución óptima  $x$  debe ser 0. Las restricciones (31) y (32) mantienen la igualdad y desigualdad, respectivamente. La restricción (33) mantiene que el producto interno del vector multiplicador de las restricciones de desigualdad y el vector de restricción de desigualdad es cero, y finalmente la restricción (33) establece que el vector multiplicador de las restricciones de desigualdad es positivo.

### III. GENERACIÓN DE ESCENARIOS Y PROBABILIDAD DE OCURRENCIA

En esta sección se presenta la obtención de los escenarios y probabilidades de ocurrencia, a diferencia de los trabajos existentes en este ámbito, se presenta el análisis de datos históricos de velocidades de viento y su ajuste a una distribución probabilidad para generar variables aleatorias. Se utiliza la herramienta computacional EasyFit [19] para realizar el análisis de datos, resultando que estos se asemejan a la distribución de probabilidad *Wakeby*, cuyos parámetros de escala  $\alpha$  y  $\beta$  son de 34.968 y 5.0433, respectivamente, los parámetros de forma  $\gamma$  y  $\delta$  son iguales a 6.1854 y -0.41637, respectivamente; y finalmente el parámetro de ubicación  $\xi$  es 0.05751. Las variables aleatorias, de igual manera, son generadas con EasyFit.

Se generan 10,000 números aleatorios cuyo conjunto tiene un valor mínimo de 0.0833 m/s y un máximo de 21.1251 m/s, entonces se opta por dividir este conjunto en intervalos de 1 m/s, desde 0 hasta 22 m/s. Es cierto que para cada intervalo existe un número de velocidades aleatorias finito, por ejemplo, para el intervalo de 0 a 1 m/s se tienen 253 números aleatorios generados por EasyFit, y con el fin de obtener una potencia eólica para cada intervalo se calcula la velocidad media para cada uno de ellos, la media resultante se muestra en la segunda columna de la Tabla I, siendo la columna 1 los intervalos de velocidades.

La tercera columna de la Tabla I corresponde a la potencia, que es resultado de ingresar al modelo de la turbina las

velocidades medias para cada intervalo de velocidad. En este sentido se emplea un modelo de turbina eólica que se basa en la curva real de potencia. En el desarrollo de las expresiones dadas en la ecuación (35) se utiliza una técnica de ajuste de curvas que predice con gran precisión la potencia de salida de una turbina eólica. En [20] se presenta el desarrollo de un conjunto de polinomios característicos de una turbina eólica mediante el ajuste de su curva real de potencia (datos del fabricante), usando el método de mínimos cuadrados. Con el fin de garantizar un ajuste más fino se recomienda usar al menos tres expresiones.

Para este fin, se usa la curva de potencia de la turbina eólica fabricada por Clipper Wind (Modelo Liberty C93), cuya potencia nominal de 2500 kW, obtenida de los datos proporcionados por el “National Renewable Energy Laboratory’s HOMER software” [21]. La expresión que describe el comportamiento de la turbina en cuestión, obtenido del método de mínimos cuadrados, es la siguiente:

$$P_e = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 < v < 4 \\ 447,966 - 259,687v + 38,457v^2 & \text{si } 4 \leq v \leq 5 \\ 1657,5 - 693,54v + 77,04v^2 & \text{si } 5 \leq v \leq 6 \\ -203,875 - 34v + 18,376v^2 & \text{si } 6 \leq v \leq 8 \\ 915,464 - 351,743v + 40,885v^2 & \text{si } 8 \leq v \leq 10 \\ -8038,928 + 1429,047v - 47,619v^2 & \text{si } 10 \leq v \leq 12 \\ -11362,875 + 2001,9v - 72,38v^2 & \text{si } 12 \leq v \leq 14 \\ 2500 & \text{si } 14 \leq v \leq 25 \\ 0 & \text{si } v > 25. \end{cases} \quad (35)$$

Por otro lado, la columna 4 corresponde a la probabilidad de ocurrencia de la velocidad media del intervalo bajo estudio, por ejemplo, para el intervalo de 0 a 1 m/s se tiene una probabilidad de 0.02556, lo cual se entiende que existe una probabilidad de 2.556% de que la velocidad aleatoria generada se encuentre en el intervalo de 0 a 1 m/s, de forma análoga, los restantes 22 intervalos tienen su interpretación y su determinación de probabilidades. El cálculo de estas probabilidades se obtiene con ayuda de la función de densidad de probabilidad de la función *Wakeby* con los parámetros obtenidos del ajuste de datos. Finalmente, la quinta columna corresponde a la suma de las probabilidades que resultan en potencias iguales, la Tabla I contiene dos valores con esta característica: las potencias de 0 y 2500 kW cuya suma de probabilidades resultan 0.1283 y 0.17118, respectivamente.

### IV. RESULTADOS

Los modelos de optimización descritos en este trabajo se programaron en AMPL, dichos programas se ejecutan en una computadora con un procesador Intel Core i7 a 2.2 GHz con 16 GB de memoria RAM, el consumo de tiempo computacional es menor a 10 segundos. El sistema de potencia de prueba que se utilizó para aplicar dichos programas está compuesto por 24 nodos, 34 líneas, 17 cargas, 11 unidades generadoras térmicas convencionales y 1 parque eólico, ver Fig. 1. Los resultados obtenidos y la comparación entre estos enfoques se muestran mediante gráficas de barras y tablas, así como su análisis.

La información nodal, nomenclatura, capacidad de generación, costos y los parámetros de flexibilidad incremental y decremental de las unidades generadoras se muestran a detalle en [22]. Las ofertas de energía presentadas por los productores de energía en el mercado eléctrico consisten en un solo bloque de energía y capacidad de reserva ascendente y descendente.

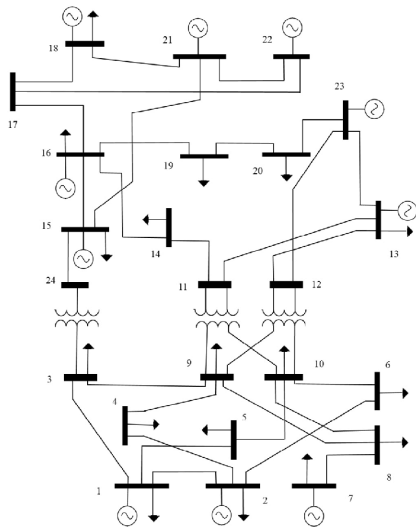


Fig. 1. SEP de 24 Nodos.

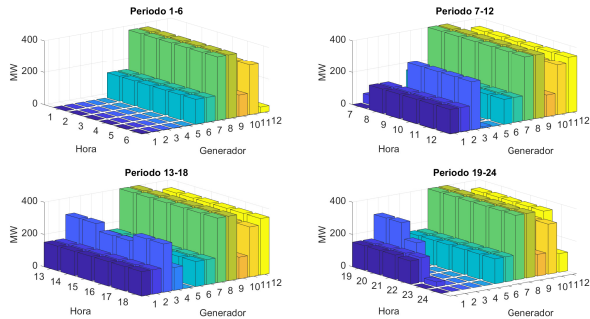


Fig. 2. Despacho determinista de las unidades generadoras.

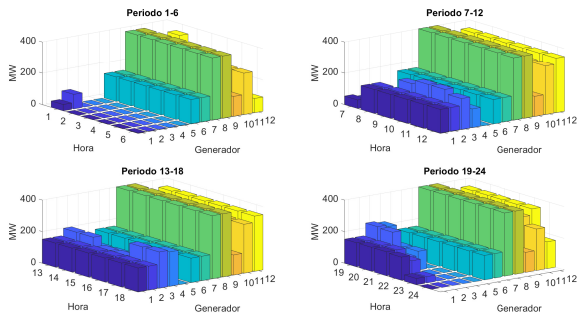


Fig. 3. Despacho estocástico de las unidades generadoras.

Al simular los modelos de despacho, bajo los enfoques determinista, estocástico y binivel, para el mercado de un día en adelante; esta arroja como resultado óptimo, las potencias de salida que se muestran en la Fig. 2, Fig. 3 y Fig. 4, respectivamente, para los 24 periodos de demanda del sistema.

Se observa que en los 24 periodos (horas) la potencia de generación óptima cubre la demanda del sistema, ver Fig.2-4. Cabe mencionar que los resultados de la simulación determinista, ver Fig. 2, respetan el principio de orden de mérito de menor costo, se toma como ejemplo la hora con mayor demanda, es decir, el periodo 18 con demanda de 2650.5 MW, se despacha a su máxima capacidad a las Unidades 8-10 (las más económicas) y deja fuera a la Unidad 5 (la menos económica). Este principio se viola bajo el modelo estocástico, ver Fig. 3, y se vuelve a adoptar el principio de orden de merito

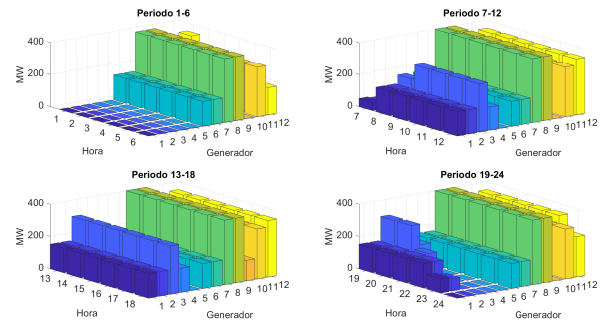


Fig. 4. Despacho binivel de las unidades generadoras.

TABLA II  
PRECIO DE LA ENERGÍA PARA EL DESPACHO DETERMINISTA DE UN DÍA EN ADELANTO.

Hora	PML [\$/MW h]	Hora	PML [\$/MW h]	Hora	PML [\$/MW h]
1	10.89	9	20.93	17	20.93
2	10.89	10	20.93	18	20.93
3	10.89	11	20.93	19	20.93
4	10.89	12	20.93	20	20.93
5	10.89	13	20.93	21	20.7
6	10.89	14	20.93	22	13.32
7	13.32	15	20.7	23	13.32
8	20.7	16	20.7	24	10.89

TABLA III  
PRECIO DE LA ENERGÍA PARA EL DESPACHO ESTOCÁSTICO DE UN DÍA EN ADELANTO.

Hora	PML [\$/MW h]	Hora	PML [\$/MW h]	Hora	PML [\$/MW h]
1	13.32	9	20.7	17	20.93
2	10.89	10	20.7	18	20.93
3	10.89	11	20.7	19	20.93
4	10.89	12	20.7	20	20.7
5	10.89	13	20.7	21	20.7
6	10.89	14	20.7	22	17.46
7	13.32	15	20.7	23	12.1
8	18.57	16	20.7	24	10.89

TABLA IV  
PRECIO DE LA ENERGÍA PARA EL DESPACHO BINIVEL DE UN DÍA EN ADELANTO.

Hora	PML [\$/MW h]	Hora	PML [\$/MW h]	Hora	PML [\$/MW h]
1	5.25	9	18.9	17	20.92
2	10.89	10	19.27	18	20.93
3	10.89	11	19.27	19	20.93
4	10.83	12	18.9	20	19.27
5	10.83	13	18.9	21	20.7
6	10.89	14	18.9	22	20.7
7	13.32	15	17.24	23	13.32
8	20.7	16	17.24	24	10.89

al simular el modelo binivel, ver Fig. 4.

La teoría de la optimización matemática permite obtener los precios marginales mediante la restricción de balance de potencia de los modelos de optimización. Las Tablas II-IV muestran el precio de la energía dado en \$/MWh de los 24 nodos del sistema para los 24 periodos de operación, bajo los enfoques determinista, estocástico y binivel, respectivamente. Es importante mencionar que los precios de la energía son los mismos en todos los nodos del sistema en cada hora para cada enfoque, esto debido a que no se tiene congestión en las líneas.

Cabe mencionar que los precios de la energía bajo el

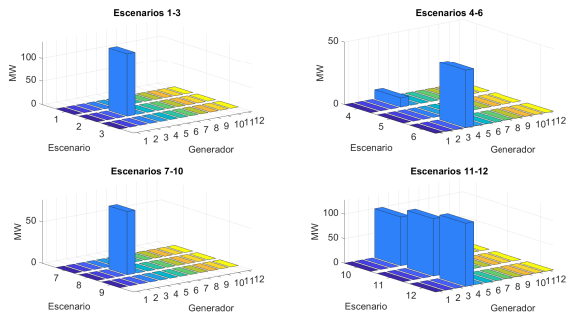


Fig. 5. Ajustes para el balance de potencia determinista.

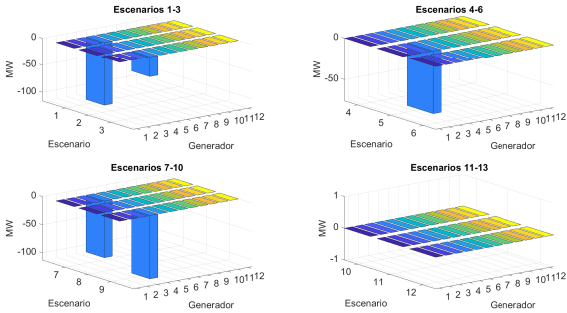


Fig. 6. Ajustes para el balance de potencia determinista.

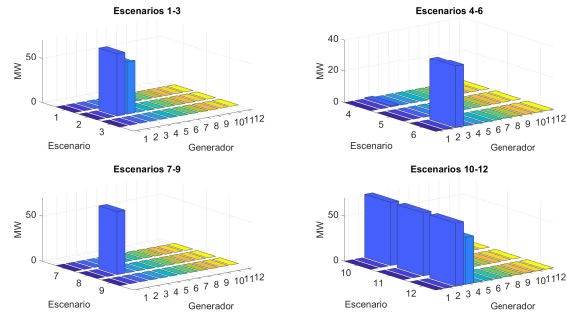


Fig. 7. Ajustes para el balance de potencia estocástico.

enfoque determinista resultan ser más económicos que aquellos obtenidos del modelo estocástico durante periodos con alta demanda (hora 22), sin embargo, menos económicos en periodos con demanda baja (hora 8), ver Fig. 2 y 3. Los precios de la energía bajo enfoque binivel resultan ser menores en las horas 1, 9, 20 e iguales en las horas 2-7, que sus contrapartes determinista y estocástica.

Ahora, las realizaciones para la etapa del balance de potencia óptimas se refiere a los resultados de la aportación de potencia necesaria para suplir el déficit de energía eólica o en su caso, la disminución de potencia de salida de las unidades flexibles, debido a una sobre generación eólica para cada uno de los escenarios de generación eólica. En las Fig. 5-10 se observan los requerimientos de aumento y disminución de potencia, bajo cada modelo de optimización, para mantener el balance entre generación y demanda durante el tiempo real.

Se observa que bajo ningún escenario de generación eólica se decide aportar potencia de balance incremental y decremental por parte de una misma unidad flexible en un mismo periodo, ver Fig. 5-10. Por ejemplo, bajo el enfoque determinista, durante el escenario 1 de generación eólica, cuya potencia probable es de  $250 \text{ MW}$ , se tiene un superávit de

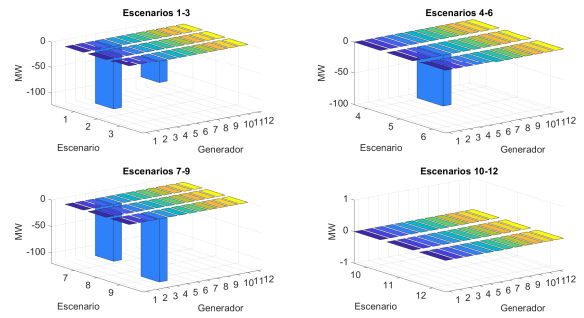


Fig. 8. Ajustes para el balance de potencia estocástico.

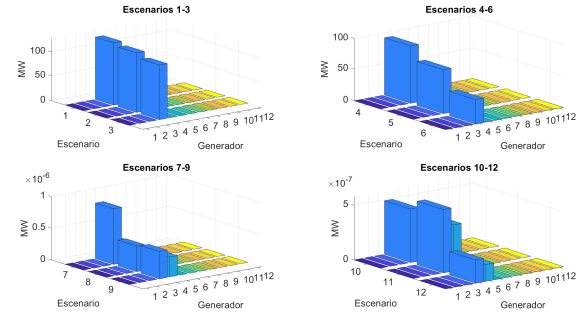


Fig. 9. Ajustes para el balance de potencia binivel.

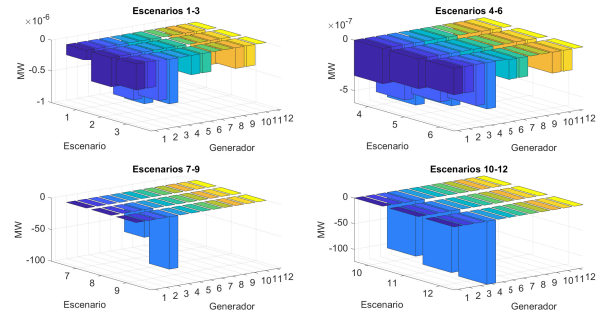


Fig. 10. Ajustes para el balance de potencia binivel.

$250 - 134,32 = 115,68 \text{ MW}$  que debe ser amortiguado por las unidades flexibles del sistema, entonces durante el tiempo real la unidad G4 reduce su potencia de salida de  $115,68 \text{ MW}$  a  $0 \text{ MW}$ , ver Fig. 5 y 6. Es evidente que los resultados para el balance de potencia son suficientes en su fin por suplir el déficit o superávit de generación eólica en cada escenario, por lo que no se tienen requerimientos de derrame de potencia eólica y el tiro de carga no se realiza en ninguno de los 12 escenarios, en ningún modelo de optimización.

Dado que el presente trabajo se enfoca en un ambiente de mercado eléctrico, entonces se determina el costo operativo, la liquidación y los beneficios de las unidades despachadas durante el mercado de un día en adelante y durante el mercado para el balance de potencia como se describe en [10]. Se tienen los beneficios cada participante en cada uno de los escenarios considerados y bajo cada modelo de optimización, ver Fig. 11-13.

De la Fig. 11 se observa que el participante flexible G4 tiene un beneficio de  $\$0$  para todos los escenarios, lo cual se entiende como recuperación de costos de operación. Una primera comparación de los beneficios entre el enfoque determinista y estocástico, ver Fig. 11 y 12, muestran que este



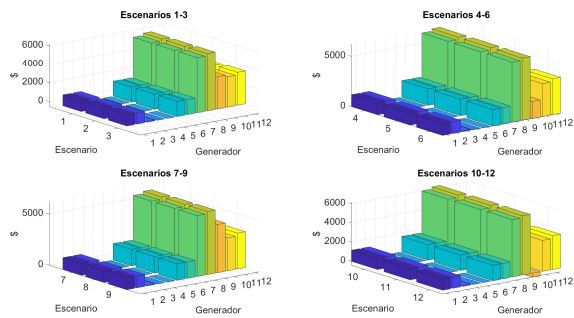


Fig. 11. Beneficio por escenario de los participantes modelo determinista.

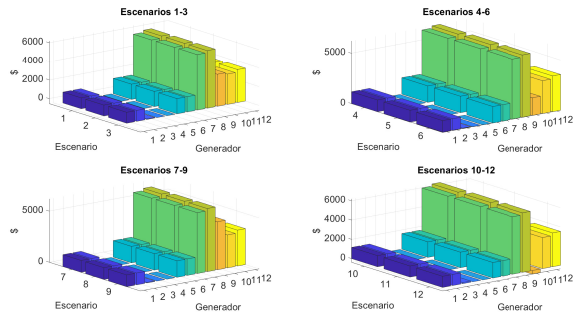


Fig. 12. Beneficio por escenario de los participantes modelo estocástico.

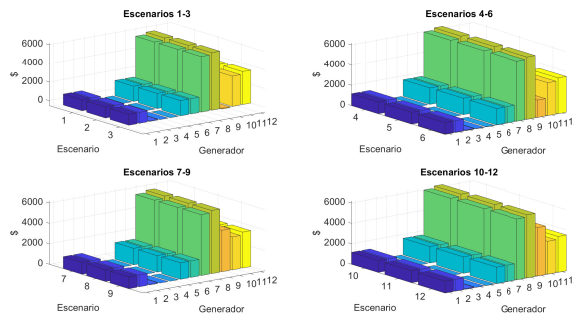


Fig. 13. Beneficio por escenario de los participantes modelo binivel.

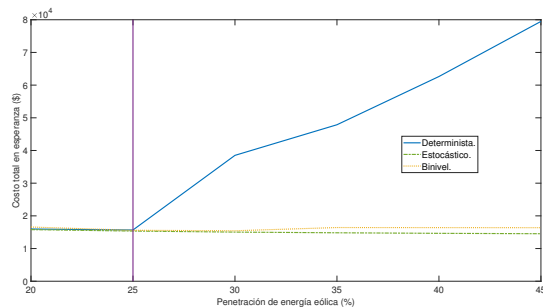


Fig. 14. Comparación del impacto del porcentaje de penetración eólica.

resulta mayor para los participantes G3 y G10 bajo el modelo estocástico. Para el caso del enfoque binivel, los beneficios en esperanza resultan que aumentan para las ofertas dadas por los participantes, el participante eólico presenta el mejor beneficio bajo este enfoque, ver Fig. 13.

Debido a que durante el estudio del sistema de 24 nodos no se observa una diferencia en los costos totales de operación, en la Fig. 14 se observa el costo total de operación esperado

en función del porcentaje de penetración eólica en el sistema de potencia para los tres modelos de optimización que se desarrollan en este trabajo. Se tiene una tendencia similar en los costos esperados hasta el 25% de participación eólica.

## V. CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo se resolvió el problema de despacho económico mediante 3 enfoques, el modelo determinista se utilizó como referencia donde se tiene un costo de operación económico para el mercado de un día en adelante (comparado con aquellos estocástico y binivel). El modelo estocástico modela la incertidumbre mediante una esperanza de costos en tiempo real para despachar a las unidades, considerando las implicaciones para el balance de potencia, los resultados obtenidos muestran que el costo de operación para el mercado de un día en adelante, aumenta debido a que se viola el principio de orden de mérito de menor costo, de igual manera, bajo ciertos escenarios de generación eólica, aquellos participantes flexibles deben incurrir en pérdidas monetarias. Con respecto a los resultados obtenidos de programar el modelo de optimización binivel, se tiene una mejora evidente al considerar una potencia eólica óptima (diferente a la esperada) a despachar, se adopta el principio de orden de mérito y se garantiza la obtención de mejores beneficios en esperanza para los participantes flexibles. Se muestra que el despacho de las unidades eólicas, no solo debe estar basado en el costo marginal de estas unidades sino también por el costo de su incertidumbre, así mismo no debe realizarse por defecto sin considerarse su presencia en el sistema de potencia.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Instituto Politécnico Nacional (IPN) y a la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI) por el apoyo brindado para el desarrollo de este trabajo.

## REFERENCIAS

- [1] J. DeCesaro, K. Porter, and M. Milligan, "Wind energy and power system operations: A review of wind integration studies to date," *The Electricity Journal*, vol. 22, no. 10, pp. 34–43, 2009.
- [2] H. Holttinen, "Impact of hourly wind power variations on the system operation in the nordic countries," *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, vol. 8, no. 2, pp. 197–218, 2005.
- [3] G. Pritchard, G. Zakeri, and A. Philpott, "A single-settlement, energy-only electric power market for unpredictable and intermittent participants," *Operations Research*, vol. 58, no. 4-part-2, pp. 1210–1219, 2010.
- [4] S. Pineda and J. M. Morales, "Capacity expansion of stochastic power generation under two-stage electricity markets," *Computers and Operations Research*, vol. 70, pp. 101–114, 2016.
- [5] M. Bjørndal, E. Bjørndal, K. Midthun, and A. Tomasgard, "Stochastic electricity dispatch: A challenge for market design," *Energy*, vol. 150, pp. 992–1005, 2018.
- [6] J. M. Morales, M. Zugno, S. Pineda, and P. Pinson, "Electricity market clearing with improved scheduling of stochastic production," *European Journal of Operational Research*, vol. 235, no. 3, pp. 765–774, 2014.
- [7] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, and G. B. Sheblé, *Power generation, operation, and control*. John Wiley & Sons, 2013.
- [8] A. J. Conejo and L. Baringo, *Power System Operations*. Springer, 2018.
- [9] D. Gan, D. Feng, and J. Xie, *Electricity markets and power system economics*. CRC Press, 2013.
- [10] J. M. Morales, A. J. Conejo, H. Madsen, P. Pinson, and M. Zugno, *Integrating Renewables in Electricity Markets: Operational Problems*, vol. 205. Boston: Springer, 2014.

- [11] G. Rothwell and T. Gómez, *Electricity economics*. Wiley-IEEE Press, 2003.
- [12] J. R. Birge and F. Louveaux, *Introduction to Stochastic Programming*. Springer New York, 2011.
- [13] A. Shapiro and A. Shapiro, “Stochastic programming approach to optimization under uncertainty,” *Mathematical programming*, vol. 112, no. 1, pp. 183–220, 2008.
- [14] V. M. Zavala, K. Kim, M. Anitescu, and J. Birge, “A stochastic electricity market clearing formulation with consistent pricing properties,” *Operations Research*, vol. 65, no. 3, pp. 557–576, 2017.
- [15] S. Dempe, *Foundations of bilevel programming*. Springer Science & Business Media, 2002.
- [16] J. F. Bard, *Practical bilevel optimization: algorithms and applications*, vol. 30. Springer Science & Business Media, 2013.
- [17] S. A. Gabriel, A. J. Conejo, J. D. Fuller, B. F. Hobbs, and C. Ruiz, *Complementarity modeling in energy markets*, vol. 180. Springer Science & Business Media, 2012.
- [18] E. K. Chong and S. H. Zak, *An introduction to optimization*. John Wiley & Sons, 2004.
- [19] “Mathwave, data analysis and simulation.” <http://www.mathwave.com/es/home.html>, 2020.
- [20] V. Thapar, G. Agnihotri, and V. K. Sethi, “Critical analysis of methods for mathematical modelling of wind turbines,” *Renewable Energy*, vol. 36, no. 11, pp. 3166 – 3177, 2011.
- [21] “Homer pro.” <http://www.homerenergy.com>, 2020.
- [22] C. Ordoudis, P. Pinson, J. Morales, and M. Zugno, “IEEE RTS 24-bus system for electricity market and power system operation studies,” *Technical University of Denmark*, vol. 1, no. 1, pp. 1–5, 2016.



**Miguel Angel Arellano Jiménez** Graduated in Electrical Engineering from Instituto Politécnico Nacional (2018). Master of Science in Electrical Engineering from SEPI, ESIME, IPN (2021). His research areas include Electricity Markets and Optimization in Electric Power Systems Under Uncertainty.



**Mohamed Badaoui** Bachelor in Mathematical Sciences at Mohamed I University in 1998. Master of Science in Mathematics at ESFM-IPN in 2003 and PhD in Mathematical Sciences at FC-UNAM in 2012. He is currently a professor at SEPI, ESIME, IPN in Mexico. His areas of interest include Financial Mathematics, Risk Theory and Mathematical Modeling in Electrical Power Systems.



**David Sebastián Baltazar** He received the bachelor degree of Industrial Engineer in Electrical Engineering at Instituto Tecnológico de Morelia, Mexico in 1990, his master and PhD's degree in Electrical Engineering at SEPI, ESIME, IPN, Mexico in 1993 and 1999, respectively. He is currently a professor at SEPI, ESIME, IPN in Mexico. His research areas include Electrical Power Systems Protection and Energy Markets.