

# Game Theory and its Impact on Economic Profit in the Electric Power Market

Jose Antonio Marquez Diaz, Mohamed Badaoui, David Sebastián Baltazar, *Member, IEEE*

**Abstract**—Due to the creation of electricity markets, which are characterized by the competitiveness among participants, particularly in the generation of electric energy, this led to a considerable increase in the number of energy producers. However, in order to maximize their profit, some of them submit their bids beyond competitive prices, incurring in some irregularities in the market. Therefore, this paper analyzes the participants' strategy using game theory, because the electricity market is a conflict scenario, in which participants' interests are at play. For this purpose, a bilevel optimization model was employed, incorporating a cooperative game theory methodology known as incomplete information gaming, which maximizes the profit of the producers through an optimal strategy and minimizes the system's operating costs. The results obtained in this paper show that, using the game methodology, it is possible to achieve a positive impact on participants' profit. However, it is necessary for the participants to be rational and logical when they make their bids. Moreover, the results indicate that this methodology can be used to identify irregularities in the market, such as market manipulation and market power indicators in the participants.

**Index Terms**—Game Theory, Bilevel Programming, Market Power, Economic Dispatch, Nash Equilibrium.

## I. INTRODUCCIÓN

En los estudios de los sistemas eléctricos de potencia existen muchas ramas debido a su naturaleza, esto permite incorporar diferentes disciplinas para su análisis. Una de las ellas es el mercado eléctrico, el cual es operado por un operador independiente, en el caso mexicano es el Centro Nacional de Control de Energía (CENACE) en el que los participantes podrán vender y comprar energía eléctrica. Dentro de este mercado se integran diferentes elementos que van desde los aspectos técnicos, matemáticos y modelos de optimización, que juntos cumplen con el objetivo de proveer energía a precios competitivos para que los usuarios pudieran beneficiarse adquiriendo energía a precios más accesibles [1], [2].

Sin embargo, existen muchas problemáticas dentro del mercado eléctrico, uno de ellos es la oferta de los participantes que es la problemática que se abordará en el presente trabajo. Por lo general, existen dos tipos de métodos de oferta que emplean los participantes; esto son los que se basan en teoría de juegos

y los que no. Esto se debe a que el enfoque principal de la teoría de juegos es fungir como una herramienta matemática para el análisis del conflicto de intereses que puede surgir entre agentes racionales independientes que son inteligentes y buscan maximizar su propio beneficio cuando interactúan estratégicamente entre sí [3]. Históricamente el enfoque inicial de la teoría de juegos era el de analizar cuestiones políticas y económicas, pero en la actualidad la teoría de juegos ha trascendido despertando el interés en los investigadores para incorporarlo en las diferentes ramas de la industria eléctrica, principalmente en los mercados eléctricos [4]. Por esta razón, los mercados eléctricos más desarrollados como los que operan en Estados Unidos e Inglaterra, han empleado la Teoría de Juegos para analizar a fondo los mercados eléctricos de años anteriores [2]. Se han encontrado casos de manipulación por parte de los participantes y poder de mercado mediante retención de precios, retención de potencia, entre otros [3]. Por otro lado, China es uno de los pioneros en emplear la teoría de juegos de una manera distinta, se ha empleado para ofertar de manera estratégica [5]. Un ejemplo del uso de la teoría de juegos se observa en [6] donde se analiza el impacto de un jugador sobre otro en un juego del tipo incompleto y en [7] se emplea un juego de suma cero en donde se resuelven dos problemas al mismo tiempo.

Dentro de la teoría de juegos existe una clasificación de acuerdo a su metodología de solución, los más reconocidos son los juegos cooperativos, los juegos no cooperativos, los juegos estáticos y los juegos dinámicos. Una característica particular de estas metodologías, es el uso del equilibrio de Nash para encontrar la solución del problema [8]. El equilibrio Nash permite maximizar los beneficios o intereses, de acuerdo a las condiciones del juego y el comportamiento de los participantes [9]. Por esta razón, en este trabajo se emplea una metodología de juegos cooperativos para atender la maximización de los productores en el mercado y la operación eficiente del sistema eléctrico empleando un juego del tipo completo e incompleto [10].

Por ende, con la finalidad de encontrar la mejor estrategia de oferta en el mercado eléctrico para los productores, los cuales para este caso de estudio se consideran unidades térmicas, se utiliza el software AMPL, donde se emplea programación cuadrática binivel, transformando el problema binivel a uno de un solo nivel mediante las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker (KKT); este nuevo planteamiento representa el despacho económico del mercado y las estrategias de los productores al ofertar dentro del mismo, a diferencia de [11] donde se emplea programación lineal para la resolución del problema de optimización binivel mediante el software PCx.

Jose Antonio Marquez Diaz está con el Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Av. Luis Enrique Erro s/n, 07738, Ciudad de México, México, jmarquezd1401@alumno.ipn.mx

Mohamed Badaoui está con el Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Av. Luis Enrique Erro s/n, 07738, Ciudad de México, México, mbadaoui@ipn.mx

David Sebastián Baltazar está con el Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Av. Luis Enrique Erro s/n, 07738, Ciudad de México, México, dsebasti@ipn.mx

En el presente artículo los resultados que se obtienen mediante esta metodología se conocen como equilibrio de Nash, dado que no motiva a ningún participante a modificar su estrategia y en esta maximiza su beneficio. Posteriormente, con estos resultados se realiza un análisis en donde se detecta si existe manipulación de mercado o indicios de poder de mercado en los participantes.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: la formulación del problema se presenta en la sección II, donde se explican los modelos matemáticos empleados y la metodología de resolución; el sistema de prueba se muestra en la sección III, aquí se presentan todos los datos de la red empleada, curvas de generación, entre otros; la discusión de resultados se muestra en la sección IV, se presenta el análisis de los resultados obtenidos; y, por último, se presentan las conclusiones en la sección V.

## II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

### A. Ofertas de las Compañías de Generación

Cuando un participante está interesado en formar parte del mercado, debe de poseer la función de costo de generación de cada una de sus unidades, dado que es información que solicita el Operador Independiente del Sistema (ISO, por sus siglas en inglés). Esta función es la base para analizar las posibles ofertas que se realizan en el mercado [11], [12].

Se supone que cada compañía tiene  $n_i$  generadores, cada uno con una función de costo modelada como un polinomio de segundo orden como se muestra en (1) de acuerdo a [13]:

$$C_j = C(P_j) = a_j P_j^2 + b_j P_j + c_j \quad (j = 1, 2, \dots, n_i) \quad (1)$$

Donde:

$P_j$  potencia del generador  $j$ .  
 $a_j, b_j, c_j$  coeficientes de la función de costo de generación.

Así mismo, el costo marginal del generador  $j$  se calcula como en [13]:

$$\lambda_j = 2a_j P_j + b_j \quad (2)$$

La ecuación (2) es una función lineal del generador con una potencia de salida  $P_j$ . A partir de esto, cada compañía puede preparar sus estrategias en relación a los modelos económicos que se emplean en [14] y [15].

Por otra parte, cada compañía entregará al ISO ofertas de generación acorde a la siguiente función lineal de suministro por generador  $j$  de acuerdo a [16]:

$$\beta_j = \delta_j \cdot \frac{df(C(P_j))}{dP_j} = \delta_j \cdot (2a_j P_j + b_j) \quad (3)$$

Donde  $\beta_j$  precio de oferta y  $\delta_j$  estrategia de oferta y  $\delta_j \in [0.8, 3.0]$ .

### B. Modelo de Despacho Económico

Suponiendo que el ISO emplea un modelo de despacho económico con restricciones en las líneas de transmisión para realizar un cierre de mercado como en [13]. El ISO modela una función para minimizar los pagos de los consumidores

de energía, todo esto sujeto a las restricciones que existen en sistema. Por tanto, se calculan los precios marginales locales (PMLs) de acuerdo a la siguiente función, que está sujeta a restricciones como se definen en [11]:

$$\min_P \sum_{j=1}^N \beta_j \cdot P_j \quad (4)$$

$$\text{con: } B\theta = P_G - P_D \quad (5)$$

$$F_{minl} \leq F_l \leq F_{maxl} \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (6)$$

$$P_{minjm} \leq P_j \leq P_{maxj} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

Donde:

$N$  número de generadores.  
 $\beta_j \cdot P_j$  precio de oferta por generador por cantidad.  
 $B$  matriz de susceptancia.  
 $\theta$  vector de ángulo de voltaje nodal.  
 $P_G$  vector de generación por nodo con  $P_j$  como elemento.  
 $P_D$  vector de demanda por nodo.  
 $F_l$  flujo de potencia en la línea  $l$ .  
 $F_{maxl}, F_{minl}$  límite máximo y mínimo de flujo de potencia en la línea  $l$ .  
 $L$  número de líneas en el sistema.  
 $P_{maxj}, P_{minj}$  límite máximo y mínimo de potencia de la unidad generadora  $j$ .

En el modelo presentado arriba, se tiene que minimizar la función de costo como se muestra en (4) de tal manera que el ISO despache los generadores con menor precio en mayor cantidad posible, siempre y cuando se respeten las restricciones de potencia máxima y límite de transmisión en líneas.

La restricción (5) representa la ecuación de balance de potencia, la cual es la potencia total generada que debe satisfacer la demanda requerida, de esta ecuación se obtiene el PML por medio del multiplicador de Lagrange que corresponde a esta restricción. De igual forma, se tiene la restricción (6) que es la ecuación de flujos de potencia, la cual es la capacidad que se tiene en las líneas para transmitir la energía de un nodo a otro. Por último, la restricción (7) representa el límite de generación de potencia que tiene cada generador que involucra la cantidad mínima y máxima [5], [11], [13].

### C. Beneficio de Cada Participante

Una vez que el cierre de mercado se ha efectuado, a cada uno de los generadores se le pagará en relación al PML y potencia concebida por cada hora. Por tanto, el beneficio de cada participante es definido como en [17]:

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^{n_i} PML_j \cdot P_j - \sum_{j=1}^{n_i} (a_j P_j^2 + b_j P_j + c_j) \quad (8)$$

Donde:

$PML_j$  PML de la unidad  $j$ .  
 $P_j$  generación total concedida de la unidad  $j$ .  
 $n_i$  número de unidades de la compañía  $i$ .

### D. Juego con Información Completa

En el juego con información completa (juego perfecto), cada participante conoce la función de pago de los demás participantes. Se supone que existe un número  $N$  de participantes

en el mercado, y cada uno de ellos conoce la función de pago de los demás y por tal motivo, tratan de maximizar su propio beneficio (es decir, encontrar el equilibrio de Nash) al predecir las estrategias que tomarán los demás participantes como se describe en [11] y [18].

Para esto, cada participante puede reducir o incrementar su beneficio alterando de manera unilateral su estrategia, mientras que los demás participantes mantienen su estrategia fija como se explica en [18], [19]. El problema del despacho en (4) se puede representar de forma general como se muestra a continuación modificando el planteamiento de [20] al convertirlo en un problema cuadrático como sigue:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + c^T x & (9) \\ \text{con: } & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq u \end{aligned}$$

Donde:  $Q \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ,  $c \in \mathbb{R}^n$ ,  $A \in \mathcal{M}_{m,n}(\mathbb{R})$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $u \in \mathbb{R}^n$  y  $b \in \mathbb{R}^m$  positivo.

Ahora, es necesario plantear el problema completo empleando Teoría de Juegos. Con la finalidad de abordar en un solo modelo de optimización el problema de la maximización del beneficio de los participantes, la estrategia a emplear y la minimización de los costos de operación en el sistema, se propone como en [11], esto es emplear un modelo optimización binivel que integre las problemáticas anteriores. Dicho lo anterior, un juego con información completa se formula como se describe en [11] pero en lugar de un programa lineal se considera un programa cuadrático en el problema inferior como sigue:

$$\begin{aligned} \max \quad & \Phi_i \\ \text{con: } & \delta_{\min i} \leq \delta_i \leq \delta_{\max i} & (10) \\ \min \quad & \frac{1}{2}x^T Qx + c^T x \\ \text{con: } & Ax = b \\ & 0 \leq x \leq u \end{aligned}$$

Donde:

$\Phi_i$	beneficio del participante $i$ de la formulación matemática en (8).
$\delta_i$	vector de estrategias de oferta del participante $i$
$\delta_{\min i}, \delta_{\max i}$	límite inferior y superior del vector de estrategias del participante $i$ .

Dado que el problema (10) es un problema binivel en el cual el nivel superior representa la toma de decisiones  $i$  de la compañía  $i$ , mientras que el problema inferior es el cálculo del PML para el ISO. En este caso, todos los generadores maximizarán su beneficio, mientras que el ISO minimiza el costo de la energía para satisfacer la demanda, sujeta a las restricciones pertinentes [11], [21].

En esta metodología, para la resolución del problema binivel se emplean las condiciones de KKT en la parte inferior del problema (10) para transformar el problema de optimización binivel a un problema de un solo nivel [21].

A continuación, se muestra la transformación del problema inferior mediante las condiciones de KKT. El primer paso a seguir es obtener el Lagrangiano del problema (9), el cual se expresa como sigue, [22]:

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = \frac{1}{2}x^T Qx + c^T x + \lambda^T (Ax) \quad (11)$$

Donde  $\lambda$  es vector de multiplicadores de Lagrange correspondiente a las restricciones de igualdad.

La condición estacionaria está dada por  $\nabla_x \mathcal{L}(x, \lambda) = 0$  como se muestra en [22]. Por lo tanto, la condición estacionaria se formula como sigue:

$$Qx + c + A^T u = 0 \quad (12)$$

Tomando en consideración que las restricciones del problema son lineales, la condición de factibilidad del problema de acuerdo a las condiciones de KKT está dada por:

$$Ax = 0 \quad (13)$$

Por lo tanto, el problema inferior del juego completo, se expresa en su lugar con las ecuaciones arriba:

$$\begin{aligned} Qx + c + A^T \lambda &= 0 & (14) \\ Ax &= 0 \end{aligned}$$

Por consiguiente, el nuevo problema de optimización del juego con información completa se expresa mediante un problema de un solo nivel, el cual está dado por [11]:

$$\begin{aligned} \max \quad & \Phi_i \\ \text{con: } & \delta_{\min i} \leq \delta_i \leq \delta_{\max i} & (15) \\ & Qx + c + A^T \lambda = 0 \\ & Ax = 0 \\ & 0 \leq x \leq u \end{aligned}$$

### E. Juego con Información Incompleta

En un juego con información incompleta, no se conoce cual será el resultado o beneficio obtenido pero se tiene el conocimiento de las múltiples opciones o caminos que existen en el juego [10], [11], [23].

Para analizar el mercado como un juego incompleto, es necesario que cada compañía modele la información desconocida de los demás participantes mediante probabilidades, conocidos en la teoría de juegos como tipo de oferta, en este caso se realiza una oferta normal y una oferta alta [10], [23].

Para ello, se calcula la distribución probabilidad conjunta del juego de acuerdo a [12] y [10]. Dentro de estos cálculos, se establece el número de participantes (unidades generadoras), los tipos de combustible que emplea cada unidad, se asigna una probabilidad al precio del combustible y a partir de esto se encuentra una matriz de distribución de probabilidad discreta que depende de los escenarios de los costos de combustibles, y tiene la finalidad de establecer los escenarios considerados en el juego [10], [24].

Partiendo de estos cálculos, el juego planteado como un juego incompleto, ahora puede ser analizado como un juego completo con información imperfecta de acuerdo a [12].

### F. Metodología de Juego Incompleto

Una vez calculada la distribución de probabilidad conjunta del juego, es necesario establecer que cada compañía  $i$  tiene  $\Upsilon_i$  tipos de combustible, de acuerdo a [11]. Para iniciar con la metodología, la compañía  $i$  tiene que calcular los tipos de combustible de los demás participantes y la distribución de probabilidad con base a la información de contratos de combustible publicados con anterioridad, la capacidad de las líneas de transmisión y los parámetros operativos del sistema [11], [23].

Se define a  $p(\iota_{-i} | \iota_i)$  como la probabilidad condicional cuando la compañía  $i$  es tipo  $\iota_i$  y el tipo de su oponente es  $\iota_{-i}$ .  $\delta_i(\iota_i)$  es el vector de estrategias para la compañía  $i$  cuando su tipo es  $\iota_i$ , mientras que  $\delta_{-i}(\iota_{-i})$  es la estrategia de sus oponentes cuando sus tipos son representados por  $\iota_{-i}$ . En este caso, cada compañía  $i$  maximiza su beneficio esperado por cada  $\iota_i$  como se observa en [11] y [23]:

$$\max \mathbb{E}[\Phi_i(\iota_i)] = \sum_{\iota_{-i} \in \Upsilon_{-i}} \Phi_i(\iota_i, \delta_i(\iota_i), \delta_{-i}(\iota_{-i})) p(\iota_{-i} | \iota_i) \quad (16)$$

Entonces, se resuelve el modelo de cierre de mercado correspondiente para cada  $\iota_{-i}$  en el problema inferior. Es decir, para cada  $\iota_i$ , el problema inferior resolverá el problema de optimización (16). Por lo tanto, siguiendo el mismo enfoque propuesto en [12], cada compañía resolverá  $\Upsilon_i$  problemas de optimización. Con base en la transformación Harsanyi,  $|\Upsilon_i|$  problemas de optimización son equivalentes a un solo problema de optimización como se muestra en [11] y [23].

Considerando lo anterior, la función objetivo tomará la siguiente forma [11]:

$$\max \mathbb{E}[\Phi_i] = \sum_{\iota \in \Upsilon} [\Phi_i(\iota_i, \delta_i(\iota_i), \delta_{-i}(\iota_{-i})) p(\iota)] \quad (17)$$

Donde  $p(\iota) = p(\iota_{-i} | \iota_i) p(\iota_i)$  y  $p(\iota_i)$ , es la probabilidad de ser tipo  $i$  para un generador.

Debido a lo anterior, la función objetivo del problema superior para el caso de información incompleta cambia a la ecuación (17), se transforma el problema inferior mediante las condiciones de KKT como se mostró en la subsección anterior [11], [23]. Por ello, se muestra la formulación de un juego con información incompleta:

$$\max \mathbb{E}[\Phi_i] = \sum_{\iota \in \Upsilon} [\Phi_i(\iota_i, \delta_i(\iota_i), \delta_{-i}(\iota_{-i})) p(\iota)] \quad (18)$$

$$\text{con: } \delta_{\min i} \leq \delta_i \leq \delta_{\max i} \quad (19)$$

$$\min \frac{1}{2} x^T Q x + c^T x \quad (20)$$

$$\text{con: } Ax = b \quad (21)$$

$$0 \leq x \leq u \quad (22)$$

Donde en el problema binivel (18), el problema superior (18) se maximiza el beneficio esperado del participante  $i$ , considerando el tipo del participante ( $\iota_i$ ), su estrategia ( $\delta_i$ ), las estrategias de los demás participantes ( $\iota_{-i}$ ) y la distribución de probabilidad conjunta del juego ( $p(\iota)$ ), sujeta a (19) que son los límites inferiores y superiores de las estrategias del participante  $i$ . Y en el problema inferior (20), se minimiza

el costo de operación del sistema eléctrico, sujeto a las restricciones pertinentes, donde (21) representa las restricciones de balance de potencia y (22) representa las restricciones de límites de potencia a generar y límites de flujo de potencia en las líneas.

Ahora, el juego con información incompleta se interpreta como un juego completo con información imperfecta [11], [23]. Para resumir la metodología del juego con información incompleta, la fig. 1 describe su diagrama de flujo.

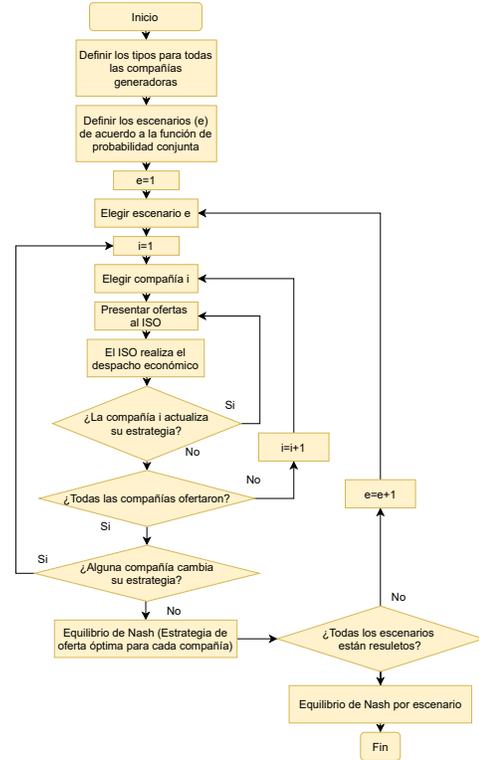


Fig. 1: Diagrama de flujo de un juego con información incompleta. Fuente: Adaptado de [11].

### G. Solución del Oproblema Binivel

Para solucionar el problema binivel, se empleó el lenguaje matemático AMPL. En este, se encuentra un perfil estratégico que permite a los participantes maximizar sus beneficios empleando el modelo (18). Posteriormente, se emplean las estrategias obtenidas y se realiza el despacho convencional como se describe en el modelo (5) [13].

## III. SISTEMA DE PRUEBA

### A. Información del Sistema Empleado

Para este caso de estudio se empleó una red de 12 nodos tomada de [13] que se observa en la fig. 2, de los cuales 6 nodos son de generación y 6 nodos son de carga. Los datos de los coeficientes de la curva de costos de cada unidad y potencia se obtuvieron de [12], cuyos valores se reportan en la tabla I.

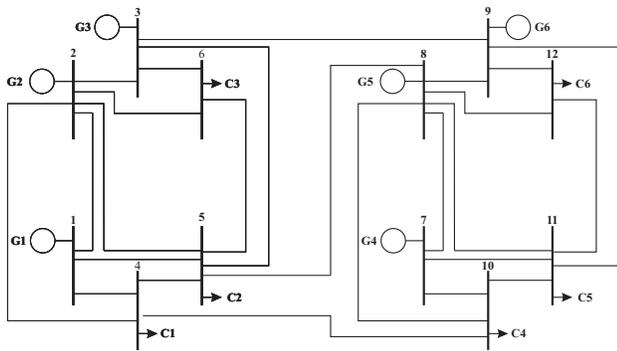


Fig. 2: Sistema empleado.

TABLA I  
COEFICIENTES DE CURVA DE COSTOS DE GENERACIÓN Y POTENCIA DE CADA UNIDAD DEL SISTEMA.

Unidad de generación	Coeficientes			Potencia (MW)	
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	Mínima	Máxima
G1	0.007995	17.5035	319.65	0	200
G2	0.013335	15.4995	300	0	150
G3	0.011115	16.2495	360	0	180
G4	0.000533	11.6690	213.1	0	110
G5	0.008890	10.3330	200	0	50
G6	0.00741	10.833	240	0	50

A continuación, se reportan los datos de las cargas del sistema, así como los datos de las líneas de transmisión en la tabla II y III, respectivamente.

TABLA II  
NODOS DE CARGA.

Unidad	C1	C2	C3	C4	C5	C6
MW requeridos	110	110	110	50	50	50

TABLA III  
DATOS DE LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN.

Línea	Del nodo	Al nodo	Reactancia (p.u.)	Límite (MW)
1	1	2	0.2	65
2	1	4	0.2	65
3	1	5	0.3	65
4	2	3	0.25	65
5	2	4	0.1	65
6	2	5	0.3	65
7	2	6	0.2	65
8	3	5	0.26	65
9	3	6	0.1	65
10	3	9	0.8	40
11	4	5	0.4	65
12	4	10	0.8	40
13	5	6	0.3	65
14	5	8	0.8	40
15	7	8	0.2	65
16	7	10	0.2	65
17	7	11	0.2	65
18	8	9	0.25	65
19	8	10	0.1	65
20	8	11	0.3	65
21	8	12	0.2	65
22	9	11	0.26	65
23	9	12	0.1	65
24	10	11	0.4	65
25	11	12	0.3	65

**Consideraciones para juego con información incompleta:**

- Se consideran 6 compañías, una por cada unidad generadora.
- Cada una de las compañía de generación presenta 2 tipos de oferta.

- Los cambios de tipos de oferta se realizan por par de compañía para facilitar los cálculos. Para este caso en particular, los pares de unidades generadoras son: G1 y G2, G3 y G4 y por último, G5 y G6.
- Se opta por asignar una probabilidad de ocurrencia del 70% para el tipo normal y un 30% para el alto.

Cuando el tipo de oferta es normal, los coeficientes de las unidades de generación no se ven afectados, cuando la oferta es alta, se incrementan en un 2% los coeficientes de la curva de costos de generación de la unidad correspondiente, denominándolos como tipo 1 (oferta normal) y tipo 2 (oferta alta). Cada uno con una probabilidad de  $F(1) = 0.7$  y  $F(2) = 0.3$ , respectivamente.

IV. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Ahora se discutirán los resultados obtenidos; para ello, se reportan los PMLs y el beneficio de los participantes empleando la metodología de juego con información incompleta.

A partir de la distribución probabilidad conjunta del juego; se obtienen 8 posibles escenarios en el mercado donde se espera que cada participante encuentre su mejor estrategia de respuesta. La tabla IV muestra el resumen de los casos encontrados en el juego de acuerdo su probabilidad de ocurrencia.

TABLA IV  
RESUMEN DE CASOS DEL SISTEMA.

Caso	Tipo	$p(t_1, (t_2, t_3))$
1	(1,1,1)	20%
2	(1,1,2)	14%
3	(1,2,1)	14%
4	(1,2,2)	10%
5	(2,1,1)	14%
6	(2,1,2)	10%
7	(2,2,1)	10%
8	(2,2,2)	8%

Al tener el caso  $p(2, 1, 2)$ , y considerando las ofertas por par de compañía, se entiende que la compañía 1 y 2, ofertaron con el tipo 2, la compañía 3 y 4, ofertaron con el tipo 1 y por último, la compañía 5 y 6 eligieron el tipo 2.

A. Perfil de Estrategias por Participante

Se muestra el perfil estratégico para cada uno de los participantes en la tabla V. Sin embargo, se analiza de manera detallada tres casos en específico que son los más representativos del sistema.

TABLA V  
ESTRATEGIAS ÓPTIMAS.

Caso	Estrategia de cada unidad generadora ( $\delta$ )					
	G1	G2	G3	G4	G5	G6
1	1.65	1.65	1.8	0.8	0.8	0.8
2	1.4	1.4	1.5	2.54	1.8	1.8
3	1.35	1.35	1.45	2.39	1.2	1.1
4	1.52	1.55	1.65	0.8	1.98	1.76
5	1.28	1.25	1.41	2.34	1.45	1.35
6	1.25	1.63	1.62	2.85	1.85	0.8
7	1.35	1.45	1.5	2.5	1.2	1.3
8	1.28	1.4	1.45	2.41	1.5	1.6

B. Análisis de PMLs

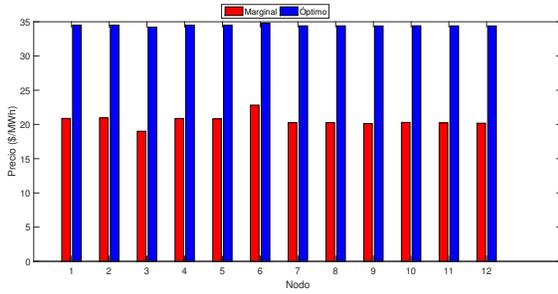


Fig. 3: Comparación de PMLs - Caso 1.

**Caso 1:** En la fig. 3 se realiza una comparación de los PMLs calculados al ofertar a costo marginal y con el equilibrio de Nash (óptimo). Sin embargo, se observa que al emplear la metodología de juegos, existe un incremento considerable en los PMLs; siendo más específico, el nodo más económico es el nodo 3, el cual corresponde a un nodo de generación. Analizando las ofertas, se observa que a pesar de que tres unidades disminuyeron su oferta a causa del equilibrio, se logró un incremento en los todos PMLs.

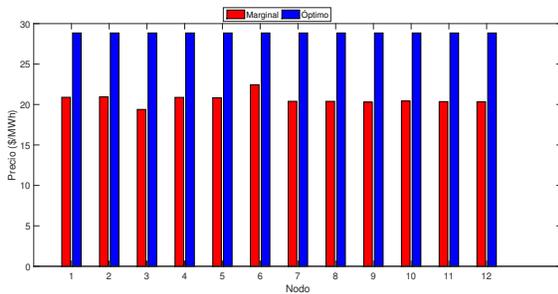


Fig. 4: Comparación de PMLs - Caso 3.

**Caso 3:** Al igual que el caso anterior, la fig. 4 muestra la comparación de los PML en los nodos. Analizando las estrategias empleadas por los participantes, se detecta que el participante con la unidad G4 tiene la oferta más alta del mercado, por lo cual se espera que obtenga un PML alto. Por otro lado, el equilibrio del juego proporciona un estado estable económicamente al proveer un incremento proporcional en el PML en todos los nodos.

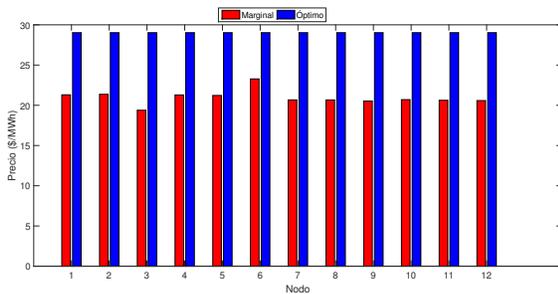


Fig. 5: Comparación de PMLs - Caso 8.

**Caso 8:** Por último, se tiene la comparación del caso 8 en la fig. 5; al comparar los PMLs calculados entre la oferta a costo

marginal y el equilibrio encontrado, se reporta que el PML en el sistema aumentó alrededor de 30% al 40% empleando el equilibrio de Nash. Como en el caso 3, se esperaría que el nodo 7 en el cual está conectada la unidad G4 obtenga el PML más alto del sistema debido a que su oferta es la más alta. No obstante, el equilibrio genera un incremento proporcional en los PMLs del sistema.

C. Análisis del Beneficio

En esta sección, se analiza el beneficio que se obtiene mediante la metodología del juego incompleto.

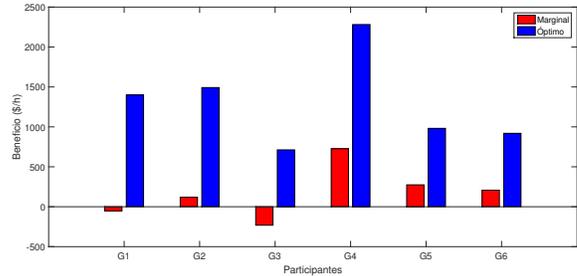


Fig. 6: Comparación de beneficio económico - Caso 1.

**Caso 1:** La fig. 6 muestra que al ofertar a costo marginal algunos participantes sufren pérdidas en su beneficio, a diferencia del uso de la metodología de juegos. Debido a que es un juego del tipo cooperativo, los participantes que ofertan por debajo de su costo marginal; analizando esta situación, los participantes con la intención de maximizar su beneficio eligen ofertar mediante el equilibrio de Nash, para ello es necesario que las últimas tres unidades oferten por arriba del costo marginal, ya que por orden de mérito, estas son las últimas en despachar la demanda del sistema.

En este caso, el equilibrio encontrado muestra un indicio de poder de mercado. A pesar de que hay participantes que ofertan por debajo de su costo marginal, estos maximizan su beneficio gracias a la cooperación en el juego. Sin embargo, si el ISO realiza un análisis detallado, puede considerar que las unidades que ofertaron por debajo de su costo marginal coludieron con las compañías que elevaron su oferta para obtener un beneficio adicional.

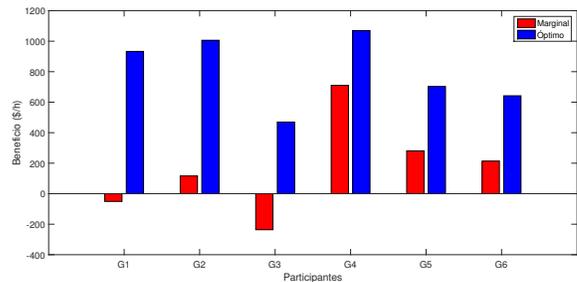


Fig. 7: Comparación de beneficio económico - Caso 3.

**Caso 3:** La fig. 7 muestra la comparación de los beneficios; de acuerdo al análisis, se determina que la unidad G1 y G3 tienen pérdidas en su beneficio al ofertar a costo marginal.

No obstante, cuando los participantes emplean el equilibrio de Nash, maximizan su beneficio; sin embargo, este brinda un estado estable, más no deseable. Al expresar “no deseable” se hace referencia al participante con la unidad G4; el cual puede disminuir su oferta y proporcionar más energía al sistema y de esta manera los PMLs cambiarían con el objetivo de maximizar más su beneficio. A pesar de esto, el participante adopta una postura de cooperación mediante la estrategia más racional y lógica que es mediante el equilibrio del juego.

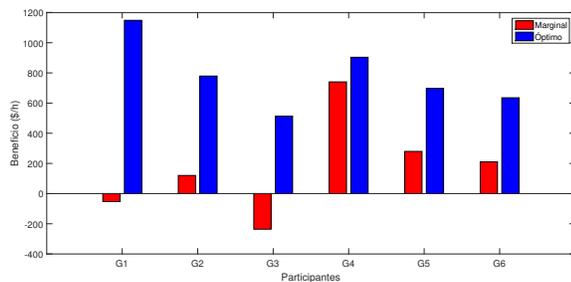


Fig. 8: Comparación de beneficio económico - Caso 8.

**Caso 8:** En la fig. 8 se observa que todos los participantes maximizan su beneficio debido al equilibrio del juego. A pesar de ello, el análisis muestra el participante G4 que maximiza su beneficio, cuenta con de poder de mercado; ya que las unidades G1 y G3 maximizan su beneficio debido a la oferta alta de G4 mediante el equilibrio.

Dicho lo anterior, se determina que G4 es un participante racional y lógico; observa que debido a su oferta, el PML en el sistema cambia; por esta razón, tiene la capacidad de negociar con los participantes de las unidades G1 y G3, los cuales cuentan con pérdidas significativas en su beneficio ofertando a costo marginal.

#### D. Beneficio Esperado

A continuación se reporta el beneficio esperado de cada una de las compañías en la tabla VI al utilizar los ajustes óptimos (equilibrio de Nash) del juego incompleto.

TABLA VI  
BENEFICIO ESPERADO DE COMPAÑÍAS CON JUEGO INCOMPLETO.

Compañía	Beneficio (\$/h)	
	Marginal	Metodología
1	-51.5215	562.473
2	117.748	632.158
3	-231.486	586.4051
4	725.964	1356.381
5	274.19	798.9953
6	206.302	733.6901

En la tabla VI, se observa el beneficio esperado, en algunos casos como la compañía 1 y 3, logran superar la pérdidas que se tenía al ofertar a costo marginal. Por otro lado, compañías como la 2, 5 y 6 lograron triplicar su beneficio, y por último, la compañía 4 logró casi duplicar su ganancia al emplear la metodología. Como se observa, el emplear teoría de juegos en un despacho económico repercute de manera positiva en el beneficio económico.

## V. CONCLUSIONES

Con base a los resultados obtenidos en el trabajo, se concluye que, al emplear la metodología de juegos cooperativos con información incompleta de Teoría de juegos, es posible mejorar la oferta de los participantes dentro del mercado, minimizando los costos de operación del sistema. Como se mostró, al emplear un modelo de optimización binivel integrando la teoría de juegos en el despacho económico, existe un incremento en el PML y en el beneficio, comparándolo con ofertar a costo marginal. Sin embargo, es necesario que se cumplan con dos criterios sumamente importantes, estos son que los participantes sean lógicos y racionales al momento de elegir sus estrategias.

Aunado a lo anterior, al optar por una actitud de cooperación dentro del juego; los participantes lograron maximizar su beneficio mediante la elección de su mejor estrategia, la cual se conoce como equilibrio de Nash, debido a que no incentiva a un cambio de oferta. Esta se obtuvo mediante la metodología antes mencionada, ratificando lo que se expone en [23], que el ofertar empleando el equilibrio de Nash, siempre será la mejor opción para los participantes.

No obstante, este no fue el único beneficio encontrado durante el trabajo; del análisis realizado se observó que la metodología no está limitada a usarse solamente por los productores como se planeaba inicialmente. Se determinó que el monitor del mercado tiene la capacidad de utilizar esta metodología como una herramienta para identificar patrones en las conductas en los participantes; identificando así irregularidades dentro del mercado, como lo son: manipulación de precios, acuerdos externos o inclusive indicios poder de mercado. Lo anterior adquiere suma importancia dentro del mercado eléctrico, ya que existen índices para evaluar el poder de mercado, sin embargo, mediante esta metodología es posible identificar claramente a aquellos participantes con indicios de poder de mercado y manipulación partiendo de un despacho económico convencional mediante el análisis de los PML y el beneficio económico.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue realizado con apoyo de la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación - ESIME Zacatenco del Instituto Politécnico Nacional.

## REFERENCIAS

- [1] F. M. Hernández, M. S. Vera, and A. De la Vega Navarro, “La reforma energética de 2013/2014 y el desarrollo industrial en México: contenidos, implicaciones y propuestas,” *Análisis Económico*, vol. 31, no. 78, pp. 7–32, 2016.
- [2] J. M. E. Vaca Serrano, A. Kido Cruz, and G. Nuñez Rodríguez, “Industria eléctrica y su relevancia en la estructura productiva de México,” *Economía, sociedad y territorio*, vol. 18, no. 58, pp. 825–851, 2018.
- [3] F. Vega-Redondo, *Economics and the Theory of Games*. Cambridge university press, 2003.
- [4] M. S. Camelo Rincón, “Análisis de la transparencia organizacional y el poder económico a partir la teoría de juegos,” *Revista Universidad y Empresa*, vol. 22, no. 38, pp. 257–278, 2020.
- [5] J. Zhu, *Optimization of power system operation*. John Wiley & Sons, 2015.
- [6] L. D. Leonel, M. H. Balan, L. A. S. Camargo, E. E. Rego, D. S. Ramos, and R. M. F. Lima, “Game theory application in hydropower’s firm energy monthly allocation process,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 17, no. 01, pp. 85–92, 2019.

- [7] G. Lefranc, "Nash secrecy capacity bounds analysis for physical layer security based on game theory," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 16, no. 9, pp. 7–7, 2018.
- [8] H. Song, C.-C. Liu, and J. Lawarrée, "Nash equilibrium bidding strategies in a bilateral electricity market," *IEEE transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 73–79, 2002.
- [9] C. F. Camerer, *Behavioral game theory: Experiments in strategic interaction*. Princeton University Press, 2011.
- [10] R. Ferrero, J. Rivera, and S. Shahidehpour, "Application of games with incomplete information for pricing electricity in deregulated power pools," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 13, no. 1, pp. 184–189, 1998.
- [11] T. Li and M. Shahidehpour, "Strategic bidding of transmission-constrained gencos with incomplete information," *IEEE Transactions on power Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 437–447, 2005.
- [12] M. Shahidehpour, H. Yamin, and Z. Li, *Market operations in electric power systems: forecasting, scheduling, and risk management*. John Wiley & Sons, 2003.
- [13] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, and G. B. Sheblé, *Power generation, operation, and control*. John Wiley & Sons, 2013.
- [14] A. Rahimi and A. Y. Sheffrin, "Effective market monitoring in deregulated electricity markets," *IEEE Transactions on Power systems*, vol. 18, no. 2, pp. 486–493, 2003.
- [15] C. J. Day, B. F. Hobbs, and J.-S. Pang, "Oligopolistic competition in power networks: a conjectured supply function approach," *IEEE Transactions on power systems*, vol. 17, no. 3, pp. 597–607, 2002.
- [16] A. Cretì and F. Fontini, *Economics of Electricity: Markets, Competition and Rules*. Cambridge University Press, 2019.
- [17] S. A. Gabriel, A. J. Conejo, J. D. Fuller, B. F. Hobbs, and C. Ruiz, *Complementarity modeling in energy markets*, vol. 180. Springer Science & Business Media, 2012.
- [18] M. J. Osborne and A. Rubinstein, *A course in game theory*. MIT press, 1994.
- [19] Y. Shoham and K. Leyton-Brown, *Multiagent systems: Algorithmic, game-theoretic, and logical foundations*. Cambridge University Press, 2008.
- [20] E. K. Chong and S. H. Zak, *An introduction to optimization*. John Wiley & Sons, 2013.
- [21] J. F. Bard, *Practical bilevel optimization: algorithms and applications*, vol. 30. Springer Science & Business Media, 2013.
- [22] F. Capitanescu, M. Glavic, and L. Wehenkel, "An interior point method based optimal power flow," 2005.
- [23] A. Mas-Colell, M. D. Whinston, J. R. Green, *et al.*, *Microeconomic theory*, vol. 1. Oxford university press New York, 1995.
- [24] A. Papoulis, *Probability and statistics*. Prentice-Hall, Inc., 1990.



**Jose A. Marquez Diaz.** He graduated in Electrical Engineering at Instituto Politécnico Nacional in 2019 and he obtained his master of science degree in Electrical Engineering at SEPI, ESIME, IPN in 2021. His research areas include Energy Markets, Optimization in Electric Power Systems and Game Theory.



**Mohamed Badaoui.** Bachelor in Mathematical Sciences at Mohamed I University in 1998. Master of Science in Mathematics at ESFM-IPN in 2003 and PhD in Mathematical Sciences at FC-UNAM in 2012. He is currently a professor at SEPI, ESIME, IPN in Mexico. His areas of interest include Financial Mathematics, Risk Theory and Mathematical Modeling in Electrical Power Systems.



**David Sebastián Baltazar.** He received the bachelor degree of Industrial Engineer in Electrical Engineering at Instituto Tecnológico de Morelia, Mexico in 1990, his master and PhD's degree in Electrical Engineering at SEPI, ESIME, IPN, Mexico in 1993 and 1999, respectively. He is currently a professor at SEPI, ESIME, IPN in Mexico. His research areas include Electrical Power Systems Protection and Energy Markets.