

Set-Membership Affine Projection Algorithm based on the Percentage Change of the Error Signal and Variable Projection Order

Carlos Trejo, Xochitl Maya, René Martínez, Gabriel Sánchez, Héctor Pérez, Juan-Gerardo Avalos, and Giovanni Sánchez

Abstract— Nowadays, the use of adaptive filters plays an important role in multiple signal processing applications, such as active noise control, acoustic echo cancellers, system identifiers, channel equalizer, among others. Until date, many of the existing adaptive algorithms such as affine projection algorithms offer a high convergence speed. However, its computational cost is also high. Currently, several authors make extraordinary efforts to reduce its computational cost to be used in practical applications. In this paper, we propose a new set-membership affine projection algorithm based on the percentage change of the error signal and variable projection order (SMAP-PC-VO). Specifically, we propose two techniques to create this algorithm; 1) the new algorithm uses an error bound, which is obtained by calculating the percentage change of the error signal, to avoid the computation of the variance of additive noise, since in existing approaches this parameter determines the error bound. In practical applications, the computation of the variance of additive noise is infeasible since this signal is not available; 2) we propose a new method to dynamically modify the projection order in the new algorithm. As a consequence, its computational cost is reduced. To demonstrate its performance, the proposed algorithm was successfully tested in different environments for system identification and active noise control for headphone applications. The simulation results demonstrate that the proposed algorithm presents good convergence properties. In addition, the proposed algorithm exhibits a low overall computational complexity.

Index Terms— Set-membership algorithm, Affine projection algorithm, Data selective algorithms, Variable projection order.

I. INTRODUCCIÓN

Recientemente, la implementación de filtros adaptativos en múltiples dispositivos portátiles se ha popularizado debido a que estos son utilizados en diversas aplicaciones del internet de las cosas IoT (del inglés: Internet of Things, abreviado IoT) [1]. Sin embargo, los actuales dispositivos portátiles presentan una capacidad de

cómputo reducido, lo que provoca que un gran número de filtros adaptativos sean simulados a muy bajas velocidades de procesamiento debido a que algunos algoritmos presentan una alta complejidad computacional. Particularmente, este aspecto se vuelve crítico en aplicaciones en tiempo real. Por ejemplo, varios autores han utilizado en diversas aplicaciones los algoritmos de proyecciones afines (del inglés: Affine Projection, abreviado AP) debido a que estos algoritmos ofrecen una mayor velocidad de convergencia en comparación con los algoritmos de mínimos cuadrados promediados (del inglés: Least Mean Square, abreviado LMS) [2]. Sin embargo, los algoritmos AP presentan una mayor complejidad computacional debido a que utilizan vectores de re-uso para la actualización de sus coeficientes, dichos vectores se conocen como orden de proyección (L). En caso de utilizar un orden de proyección elevado, el algoritmo presenta una alta velocidad de convergencia a expensas de incrementar su costo computacional, lo que implica un mayor consumo de energía. Este aspecto es relevante en el uso de dispositivos portátiles donde la energía de la batería está limitada.

En años recientes se han desarrollado nuevas técnicas para reducir el costo computacional de los algoritmos AP. Por ejemplo, el uso de filtros de conjunto de membresías (del inglés: Set-Membership, abreviado SM) se ha incrementado debido a que estos algoritmos actualizan los coeficientes del filtro si la señal del error es mayor que un umbral previamente establecido [3]. Basados en este principio, varios autores han propuesto nuevas variantes del algoritmo AP. Por ejemplo, Werner et. al. [4], presentan por primera vez la inclusión de la técnica SM en el algoritmo AP, logrando una importante reducción de su costo computacional sin afectar la velocidad de convergencia y el nivel del error cuadrático medio (del inglés: Mean Square Error, abreviado MSE). Diniz [5], presenta una variante simplificada del algoritmo SMAP (del inglés: Set-Membership Affine Projection) para reducir aún más la complejidad computacional en comparación con la propuesta [4], además, presenta un análisis donde se presentan diversas herramientas para configurar el algoritmo en diferentes aplicaciones. Por otra parte, Bhotto y Antoniou [6], proponen una nueva variante SMAP, la cual presenta una gran robustez ante interferencias producidas por el ruido impulsivo. Este algoritmo ajusta su umbral con la finalidad de alcanzar una mayor velocidad de convergencia y un menor nivel de MSE con respecto al algoritmo AP. Zhao y Zheng [7] establecen nuevos umbrales de actualización basados en la estimación de la potencia y el vector de re-usos, el algoritmo propuesto reduce el costo

C. Trejo is with the Instituto Politécnico Nacional ESIME Culhuacan, Ciudad de México, México (e-mail: carlosalfonsotrejovillanueva@gmail.com).

X. Maya is with the Instituto Politécnico Nacional ESIME Culhuacan, Ciudad de México, México (e-mail: xomaro94@hotmail.com).

R. Martínez is with the Instituto Politécnico Nacional ESIME Culhuacan, Ciudad de México, México (e-mail: rmartinezo1603@egresado.ipn.mx).

G. Sánchez is with the Instituto Politécnico Nacional ESIME Culhuacan, Ciudad de México, México (e-mail: caaann@gmail.com).

H. Perez is with the Instituto Politécnico Nacional ESIME Culhuacan, Ciudad de México, México (e-mail: hmperezm@ipn.mx).

J. G. Avalos is with the Instituto Politécnico Nacional ESIME Culhuacan, Ciudad de México, México (e-mail: javaloso@ipn.mx). *Corresponding author.*

G. Sánchez is with the Instituto Politécnico Nacional ESIME Culhuacan, Ciudad de México, México (e-mail: gsanchezriv@ipn.mx). *Corresponding author.*

computacional y aumenta la velocidad de convergencia con respecto al algoritmo SMAP. Zheng y Zhao [8], proponen una mejora del algoritmo propuesto en [6], en el cual se utilizan múltiples vectores de coeficientes para establecer el umbral de actualización. Esta variante aumenta la velocidad de convergencia y disminuye el error MSE en estado estacionario cuando el ruido de fondo varía durante el proceso. Martins *et al.* [9], presentan un nuevo método para resolver el problema de optimización del algoritmo SMAP. Este método reduce el MSE utilizando una formulación más exacta para la estimación del umbral, lo que incrementa su costo computacional. Ávalos *et al.* [10], utilizaron el algoritmo SM para reducir el costo computacional de la variante del algoritmo de proyecciones afines (del inglés: Affine Projection-Like, abreviado APL). Sin embargo, se reduce la velocidad de convergencia con respecto al algoritmo AP. Yazdanpanah *et al.* [11] proponen un algoritmo SMAP, en el cual se reemplazan los coeficientes de valor pequeño por ceros, lo que reduce su costo computacional. Como se puede observar, todos los trabajos anteriores intentan reducir su costo computacional. Por lo tanto, un reto actual es crear algoritmos adaptativos con buenas propiedades de convergencia y un bajo costo computacional. Sin embargo, en el diseño de estos algoritmos basados en el método SM todavía hay aspectos por mejorar. Por ejemplo, para actualizar los coeficientes en estos algoritmos se requiere conocer la varianza del ruido aditivo para limitar la magnitud de la señal del error de salida. Sin embargo, en aplicaciones reales el ruido aditivo no es estacionario, por lo que se requiere su estimación, lo cual incrementa el costo computacional de estos algoritmos. Además, los métodos existentes presentan cierta imprecisión en el cálculo de la varianza del ruido aditivo. En este trabajo se propone un nuevo algoritmo basado en filtrado SM. Sin embargo, esta nueva propuesta no requiere del cálculo de la varianza del ruido aditivo. Además, este nuevo algoritmo incluye un método para modificar el orden de proyección de manera dinámica. El uso de estos dos métodos ha permitido reducir el costo computacional de manera significativa en comparación con los métodos existentes.

II. FILTRADO POR CONJUNTO DE MEMBRESÍAS

En el filtrado adaptativo, se requiere el cálculo de la magnitud del error, el cual se realiza mediante la siguiente expresión:

$$e(k) = d(k) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(k) \quad (1)$$

donde $d(k)$ es la señal deseada, $\mathbf{x}(k)$ el vector que describe la señal de entrada y \mathbf{w} contiene el vector de coeficientes del filtro adaptativo. Para obtener el vector de coeficientes \mathbf{w} se requiere que la magnitud de la señal del error sea menor o igual a un límite, $\bar{\gamma}$, el cual es previamente preestablecido. Este factor está en función del conjunto conocido como espacio de datos S , el cual contiene todos los posibles pares de la señal entrada-deseada (\mathbf{x}, d) . Considerando lo anterior, la estimación del error debe realizarse como se muestra en la ecuación (2):

$$|e|^2 \leq \bar{\gamma}^2 \quad \forall (\mathbf{x}, d) \in S \quad (2)$$

Al conjunto de vectores \mathbf{w} que satisfacen la ecuación (1) se le conoce como conjunto solución y se le representa como Θ . Este conjunto se define de la siguiente manera:

$$\Theta = \bigcap_{(\mathbf{x}, d) \in S} \{\mathbf{w} \in \mathcal{R}^N : |d - \mathbf{w}^T \mathbf{x}| \leq \bar{\gamma}\} \quad (3)$$

En ciertas ocasiones no es posible obtener todos los pares de (\mathbf{x}, d) , por consiguiente, se requiere definir un conjunto que limite la magnitud del error. A este conjunto se le denomina como $\mathcal{H}(k)$ y se representa de la siguiente manera:

$$\mathcal{H}(k) = \{\mathbf{w} \in \mathcal{R}^N : |d(k) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(k)| \leq \bar{\gamma}\} \quad (4)$$

Como se puede observar en la ecuación (4), los límites de $\mathcal{H}(k)$ son definidos por un conjunto de hiperplanos paralelos, los cuales son denotados por $d(k) - \mathbf{w}^T d(k) = \pm \bar{\gamma}$. A la región, la cual se produce entre el cruce de los hiperplanos paralelos y el conjunto de restricciones, se le llama conjunto de membresías, $\psi(k)$, y se representa como:

$$\psi(k) = \bigcap_{i=0}^k \mathcal{H}(i) \quad (5)$$

En general, si el conjunto $\psi(k)$ se encuentra en $\mathcal{H}(i)$, no se requiere llevar a cabo el cómputo de los coeficientes del vector \mathbf{w} .

III. ALGORITMO SMAP-PC-VO

Varios autores han comprobado que el método del filtrado SM se puede incluir en el algoritmo AP [4]. En general, los algoritmos SMAP tienen como objetivo resolver el problema de optimización, $\min \|\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}(k)\|^2$, mediante el uso de un vector, el cual es parte del conjunto $\psi^L(k)$. Al aplicar la técnica SM al algoritmo de proyecciones afines, se obtiene la siguiente expresión:

$$\mathbf{w}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{w}(k) + \mathbf{X}(k)[\mathbf{X}^T(k)\mathbf{X}(k) + \gamma\mathbf{I}]^{-1}[\mathbf{e}(k) - \gamma(k)] & \text{si } |e(k)| > \bar{\gamma} \\ \mathbf{w}(k) & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (6)$$

donde \mathbf{I} denota una matriz identidad, γ es una pequeña constante que se agrega para evitar problemas numéricos cuando se realiza la inversión de la matriz, $\mathbf{X}(k) \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (L+1)}$ contiene en su interior todos los vectores de entrada $\mathbf{x}(k) = [x_0(k), x_1(k), \dots, x_N(k-N)]^T$ y el error está definido como: $\mathbf{e}(k) = [e(k), \varepsilon(k-1), \dots, \varepsilon(k-L)]^T$, donde ε representa el error a posteriori y está definido como: $\varepsilon(k-i) = d(k-i) - \mathbf{x}^T(k-i)\mathbf{w}(k)$.

En el método convencional SM, el valor $\bar{\gamma}$ se calcula como: $\bar{\gamma} = \sqrt{5}\sigma_{e_0}$, donde $\sigma_{e_0}^2$ denota la varianza del ruido aditivo. En este trabajo se propone que la magnitud de umbral, $\bar{\gamma}$, sea

establecida mediante dos criterios \mathbb{C}_1 y \mathbb{C}_2 . En el primer criterio \mathbb{C}_1 , son considerados los cambios porcentuales del error $e(k)$ entre cada una de las iteraciones, como se muestra a continuación:

$$\mathbb{C}_1 = \Delta_p = \left| \frac{(e(k) - e(k-1)) * 100}{e(k)} \right| > 150\% \quad (7)$$

Por lo tanto, el criterio \mathbb{C}_1 establece que la diferencia entre señales de error obtenidas consecutivamente debe ser mayor al 150 %. Dicha magnitud fue establecida a prueba y error mediante una exhaustiva experimentación.

Por otra parte, el segundo criterio \mathbb{C}_2 se determina mediante el valor del error en estado estacionario. Para realizar la búsqueda del estado estacionario en el MSE, se propone calcular los promedios $\overline{x(t)}_{e^2}$ como sigue:

$$\overline{x(t)}_{e^2} = \frac{\sum_{k=1}^m e^2(k)}{m} \quad (8)$$

donde $e^2(k)$ representa la potencia del error y m el número de muestras para cada promedio. Una vez obtenido el primer promedio, se calculan los diferenciales $\Delta \overline{x_j}$ con los promedios subsiguientes. En el caso de que tres diferenciales consecutivos sean iguales se determina el estado estacionario, como se muestra en la Fig. 1.

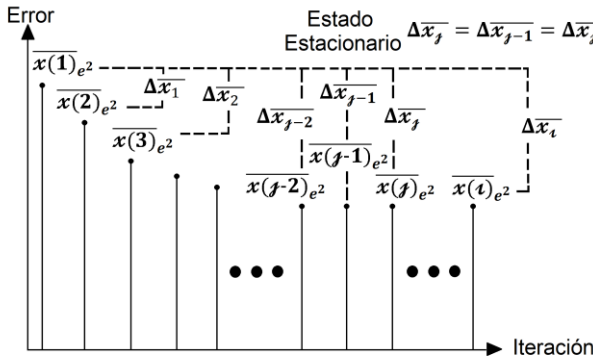


Fig. 1. Representación del estado estacionario con tres diferenciales consecutivos.

Por lo tanto, el criterio \mathbb{C}_2 queda definido de la siguiente manera:

$$\mathbb{C}_2 = \begin{cases} \text{False} & \text{si } \Delta \overline{x_j} = \Delta \overline{x_{j-1}} = \Delta \overline{x_{j-2}} \\ \text{True} & \text{si } \Delta \overline{x_j} < \Delta \overline{x_{j-1}} \text{ o } \dots \text{ o } \Delta \overline{x_j} < \Delta \overline{x_{j-L}} \end{cases} \quad (9)$$

donde el estado *true* indica que se deben de actualizar los coeficientes cuando se note un cambio en los L diferenciales anteriores. La regla que determina la actualización de los coeficientes en el algoritmo SMAP-PC-VO se expresa como:

$$\mathbf{w}(k+1) = \begin{cases} \mathbf{w}(k) + \frac{\mathbf{x}(k)}{|\mathbf{X}^T(k)\mathbf{X}(k)+\gamma|} \mu e(k) & \text{si } \mathbb{C}_1 \text{ y } \mathbb{C}_2 \\ \mathbf{w}(k) & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (10)$$

Generalmente, las características de convergencia de los algoritmos de proyecciones afines están en función del orden de proyección. En caso de utilizar un alto número de vectores de re-uso, la velocidad de convergencia aumenta. Sin embargo,

el costo computacional también se incrementa. En este trabajo se propone una condición para variar el orden de proyección de manera dinámica, como se muestra a continuación:

$$\mathcal{L} = \begin{cases} \mathcal{L} - 1 & \text{si } \Delta \overline{x_j} = \Delta \overline{x_{j-1}} = \Delta \overline{x_{j-2}} \text{ y } \mathcal{L} > \mathcal{L}_{\min} \\ \mathcal{L} + 1 & \text{si } \Delta \overline{x_j} < \Delta \overline{x_{j-1}} \text{ o } \dots \text{ o } \Delta \overline{x_j} < \Delta \overline{x_{j-L}} \text{ y } \mathcal{L} < \mathcal{L}_{\max} \end{cases} \quad (11)$$

donde $\mathcal{L}_{\min} = 1$, $\mathcal{L}_{\max} = L$ y \mathcal{L} representa el orden dinámico.

Aplicando el criterio de la ecuación (11), el algoritmo exhibe una alta velocidad de convergencia al inicio del proceso utilizando un número elevado de vectores de re-uso. Una vez que el error alcance el estado estacionario, el número de vectores de re-uso se reduce provocando que el costo computacional del algoritmo decrezca. Las Tablas I y II muestran el costo computacional del algoritmo propuesto y los algoritmos existentes en términos de operaciones aritméticas (multiplicaciones y sumas). Cabe mencionar que en nuestro algoritmo propuesto, el valor de L decrece durante el proceso de adaptación de los coeficientes del filtro, mientras que el valor de L es fijo para los algoritmos existentes (AP [2], SMAP [4], SSMAP - Simplified Set-Membership Affine Projection Algorithm [5], ISSMAP - Improved Simple Set-Membership Affine Projection Algorithm [11], RSMAP - Robust Set-Membership Affine Projection Algorithm [8]). Además, el algoritmo no realiza el cómputo de los coeficientes a cada iteración debido al uso del método de conjunto de membresías. En general, estas dos técnicas sirven para decrementar el costo computacional de manera dinámica y asegurando una velocidad de convergencia similar a la obtenida usando otros algoritmos basados en conjunto de membresías.

TABLA I
NÚMERO DE OPERACIONES

	NÚMERO DE MULTIPLICACIONES	CASO TÍPICO ($N=120, L=10$)
AP [2]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + L^2 + L$	15,510
SMAP [4]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + L^2$	15,500
SSMAP [5]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + L^2 + 2L + 1$	15,521
ISSMAP [11]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + L^2$	15,500
RSMAP [8]	$(L^2 + 2L + 1)N + L^3 + L^2 + L + 8$	15,518
SMAP-PC-VO	$(L^2 + 2L)N + L^3 + L^2 + L + 3$	15,513

TABLA II
NÚMERO DE OPERACIONES

	NÚMERO DE SUMAS	CASO TÍPICO ($N=120, L=10$)
AP [2]	$(L^2 + 2L)N + L^3$	15,400
SMAP [4]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + L + 1$	15,411
SSMAP [5]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + 2$	15,402
ISSMAP [11]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + L + 1$	15,411
RSMAP [8]	$(L^2 + 2L)N + L^3 + 7$	15,407
SMAP-PC-VO	$(L^2 + 2L)N + L^3 + 9$	15,409

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este trabajo se realizaron diversos experimentos teniendo en cuenta dos aplicaciones; 1) identificador de sistemas y 2) control activo de ruido, con el fin de comprobar la eficiencia del algoritmo propuesto en términos de propiedades de convergencia y costo computacional.

A. Identificador de Sistemas

Para realizar la aplicación de identificador de sistemas se utilizó la estructura de la Fig. 2. En esta aplicación la señal deseada es la salida del sistema desconocido, el cual es alimentado por una señal de banda ancha, en la mayoría de los casos esta señal consiste en una señal de ruido blanco. Además, la señal de banda ancha también se utiliza como entrada para el filtro adaptativo. Por lo tanto, cuando se minimiza el MSE de salida, el filtro adaptativo identifica el modelo del sistema desconocido. Como se puede observar en la Fig. 2, el sistema está compuesto de tres bloques ($\mathbf{H}(z)$, $\mathbf{w}_0(k)$ y $\mathbf{w}(k)$), donde $\mathbf{H}(z)$ representa el sistema $\mathbf{H}(z) = 0.35 + z^{-1} + 0.35z^{-2}$, el cual se utiliza para colorear la señal de entrada $v(k)$, $\mathbf{w}(k)$ es el sistema desconocido, el cual está compuesto de 120 coeficientes y $\mathbf{w}_0(k)$ es el filtro adaptativo, el cual tiene la misma cantidad de coeficientes que el sistema a identificar. Como señal de entrada $v(k)$ se utiliza una señal de ruido blanco con varianza unitaria, tal como se muestra en la Fig. 3. La señal deseada $\mathbf{d}(k)$ corresponde a la salida del sistema desconocido afectada por un ruido blanco Gaussiano, $e_0(k)$, con una relación señal a ruido SNR (del inglés: Signal to Noise Ratio) de 30 dB.

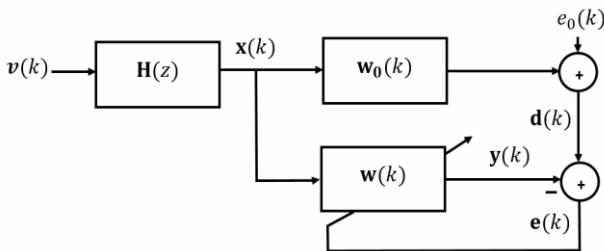


Fig. 2. Estructura de un identificador de sistemas.

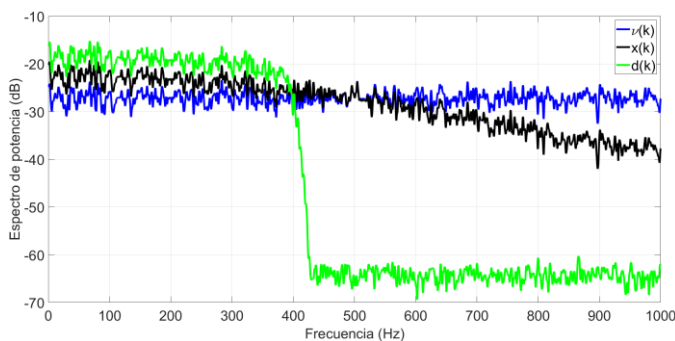


Fig. 3. Espectro de potencia de la señal $v(k)$, la señal $x(k)$ y la señal filtrada $\mathbf{d}(k)$.

Como se mencionó anteriormente, en esta aplicación se realizaron varios experimentos utilizando diversos algoritmos de filtrado adaptativo, como son: AP [2], SMAP [4], SSMAP [5], RSMAP [8] y ISSMAP [11]. La Fig. 4 muestra las curvas

de aprendizaje de los algoritmos después de haber realizado 10 experimentos y considerando un orden de proyección $L=10$. Además, se evaluó la característica de seguimiento realizando una alteración al sistema desconocido después de 6,000 iteraciones. Cabe mencionar que las gráficas obtenidas muestran el mejor desempeño de cada algoritmo para realizar una comparación apropiada. Como se observa en la Fig. 4, el algoritmo propuesto SMAP-PC-VO presenta una velocidad de convergencia similar a los algoritmos [2], [4], [5], [8] y [11]; además, presenta un nivel de MSE mayor que los algoritmos [4] y [11] pero menor que los algoritmos [2], [5] y [8]. Analizando estos resultados se puede concluir que el algoritmo propuesto exhibe buenas características de convergencia comparadas con los existentes y tiene un menor costo computacional que la mayoría de los algoritmos presentados, como se muestra en la Fig. 5. Nuestra propuesta requiere ligeramente un número mayor de multiplicaciones y sumas con respecto al algoritmo SMAP. Sin embargo, el rendimiento de dicho algoritmo es el más bajo en términos de velocidad y nivel de MSE. Por otra parte, cabe mencionar que el algoritmo propuesto reduce el número de operaciones debido a que utiliza un orden de proyección variable, es decir, el número de vectores de la entrada $\mathbf{X}(k)$ varía durante el proceso de adaptación de los coeficientes del filtro, tal como se muestra la Fig. 6.

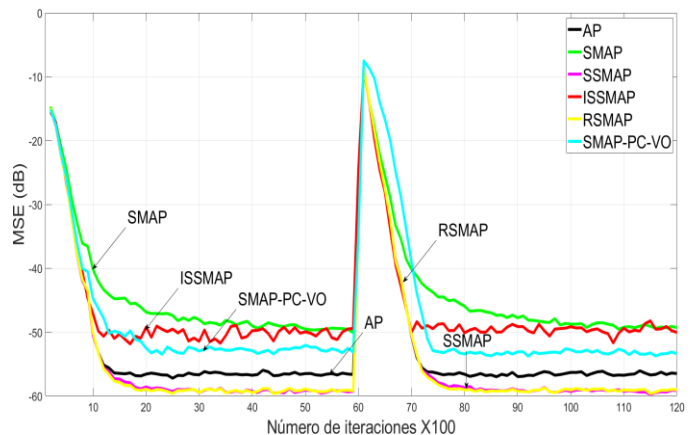


Fig. 4. Curvas de aprendizaje de los algoritmos existentes y el propuesto para la identificación de sistemas.

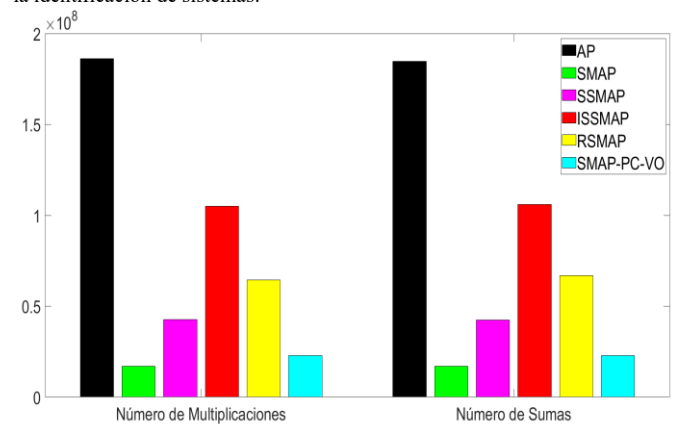


Fig. 5. Número total de multiplicaciones y sumas empleadas para simular el algoritmo propuesto y los algoritmos existentes.

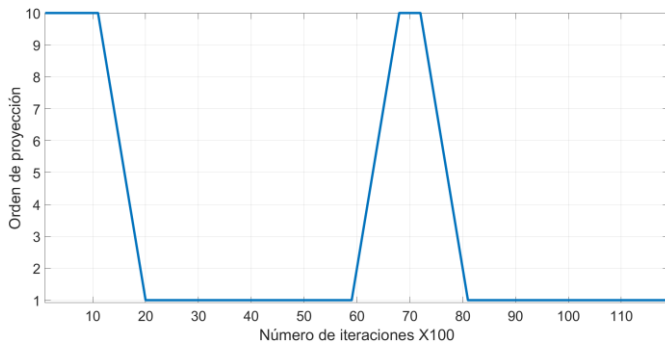


Fig. 6. Comportamiento del orden de proyección durante la simulación.

B. Cancelación Activa de Ruido en Audífonos

En este trabajo se consideró la implementación del algoritmo SMAP-PC-VO en un sistema de cancelación activa de ruido para audífonos dado que estos dispositivos cuentan con restricciones de área y capacidad de cómputo. De esta manera, el algoritmo puede demostrar sus capacidades de cancelación de ruido teniendo un mínimo costo computacional. La Fig. 7 muestra el diagrama a bloques del sistema cancelador activo de ruido en audífonos. Donde $\mathbf{p}(z)$ representa la trayectoria primaria entre el exterior y el interior del auricular, y la señal $\mathbf{x}(k)$ es la fuente de ruido obtenida por el micrófono de referencia. Además, a la fuente de audio de interés, $\mathbf{a}(k)$, se le agrega la señal anti-ruido, $\mathbf{y}(k)$, la cual sirve para atenuar la señal no deseada $\mathbf{d}(k)$. En esta aplicación la señal $\mathbf{y}(k)$ es alterada por la trayectoria secundaria, $\mathbf{s}(z)$. Para compensar las modificaciones que pudo haber sufrido la señal, se utiliza el método de la referencia filtrada (del inglés: filtered x, FX) [12], en donde las señales $\mathbf{x}'(k)$ y $\mathbf{e}'(k)$ se emplean para el cómputo de los coeficientes del algoritmo adaptativo. Comúnmente, la estimación de la trayectoria secundaria, $\mathbf{s}(z)$, se puede realizar antes de que inicie el proceso de cancelación.

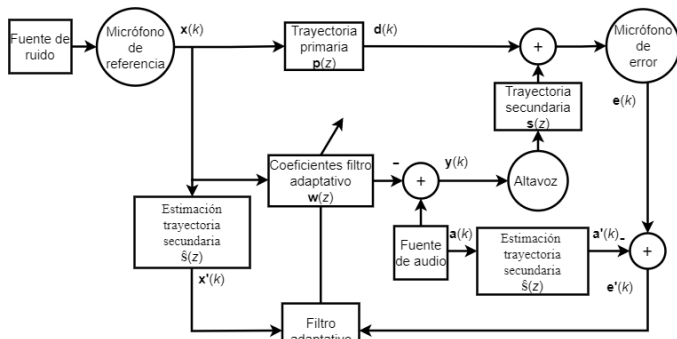


Fig. 7. Bloques del sistema cancelador activo de ruido en audífonos.

Para validar la eficiencia del algoritmo en comparación con los algoritmos [2], [4], [5], [8] y [11] se realizaron diversas simulaciones, en las cuales se utilizó ruido blanco Gaussiano con varianza unitaria como fuente de ruido. Para obtener las trayectorias primarias y secundarias se modelaron las respuestas al impulso de un sistema real, el cual consiste de unos audífonos Sennheiser HD206 y micrófonos ADMP 401 MEMS. Para la estimación de la trayectoria primaria se utilizaron filtros FIR de 192 coeficientes y 128 para el secundario. Para modelar el filtro adaptativo se utilizaron el mismo número coeficientes que la trayectoria primaria.

Además, se utilizó un orden de proyección $L = 5$. Para obtener las curvas de aprendizaje se promediaron 10 experimentos y se alteró la trayectoria primaria después de 10,000 iteraciones, como se muestra en la Fig. 8.

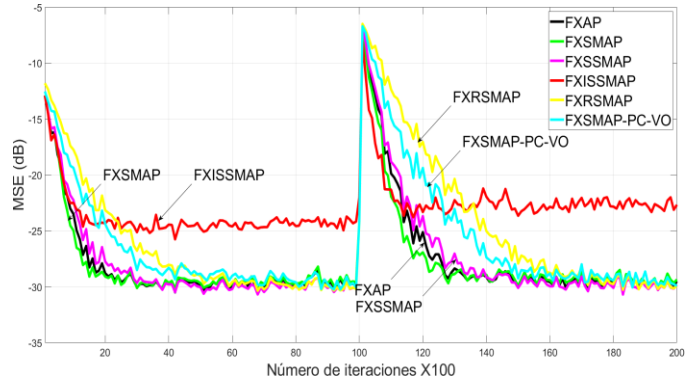


Fig. 8. Curvas de aprendizaje de los algoritmos existentes y el propuesto para el sistema de cancelación activa de ruido en audífonos.

Como se puede observar en la Fig. 8, el algoritmo propuesto alcanza el mismo nivel de MSE que los algoritmos ([2], [4], [5] y [8]), aunque su velocidad de convergencia es más lenta. Sin embargo, el algoritmo presenta un menor costo computacional en comparación con los algoritmos ([2], [4], [5], [8] y [11]), tal como se muestra en la Fig. 9. En esta aplicación, se comprobó que el orden de proyección disminuye durante el proceso de adaptación de los coeficientes del filtro, como se muestra en la Fig. 10, lo que es benéfico para dispositivos portátiles dado que estos en su mayoría tienen la energía limitada, por lo que la implementación de nuestra propuesta en dispositivos portátiles podría representar una gran reducción en términos de gasto energético.

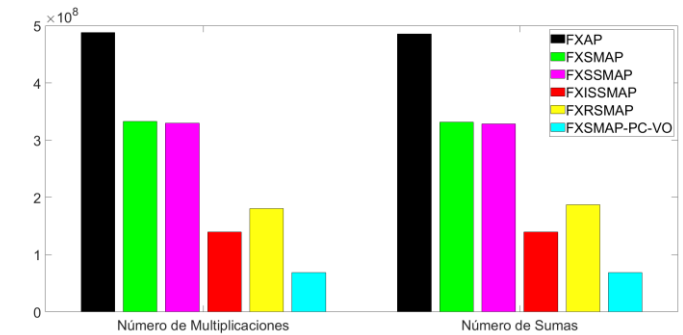


Fig. 9. Número total de multiplicaciones y sumas empleadas para simular el algoritmo propuesto y los algoritmos existentes.

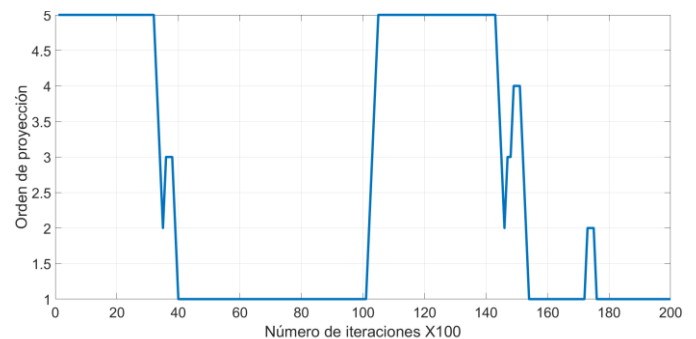


Fig. 10. Comportamiento del orden de proyección durante la simulación.

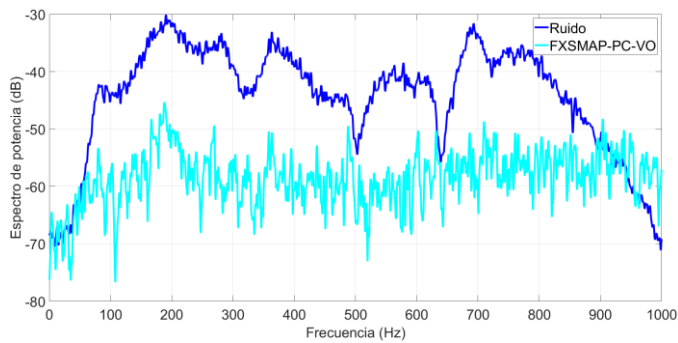


Fig. 11. Espectro de potencia de la señal obtenida por el micrófono de error y de la fuente de ruido.

Como se puede observar en la Fig. 11, el algoritmo propuesto reduce de manera efectiva el ruido blanco Gaussiano, lo que demuestra su capacidad para reducir las señales no deseadas.

VII. CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta un nuevo algoritmo de filtrado adaptativo basado en los métodos de conjunto de membresías y proyecciones afines con el fin de mantener buenas propiedades de convergencia teniendo un bajo costo computacional comparado con métodos existentes. Específicamente, en este trabajo se propuso un método basado en el cambio porcentual del error, dado que la señal de error está disponible y es más viable que realizar el cálculo de la varianza en aplicaciones prácticas. Además, se propuso un nuevo método para variar el orden de proyección durante el proceso de adaptación. Como consecuencia, se reduce el costo computacional aún más. Para validar su rendimiento se realizó la simulación de una aplicación en donde las restricciones de cómputo son un factor crítico a considerar. Los resultados obtenidos muestran que el algoritmo propuesto alcanza un buen nivel de MSE con un costo computacional muy bajo. Sin embargo, se reduce su capacidad de seguimiento cuando se producen cambios abruptos en las condiciones del sistema. Parte del trabajo a futuro, será la implementación de este algoritmo en dispositivos FPGA (del inglés: Field Programmable Gate Array) para validar su consumo de área/potencia, dado que podrían ser usados en dispositivos portátiles como: oídos electrónicos y audífonos.

REFERENCIAS

- [1] D. Trihinas, G. Pallis, y M. D. Dikaiakos, “Low-Cost Adaptive Monitoring Techniques for the Internet of Things”, *IEEE Trans. Serv. Comput.*, vol. 14, núm. 2, pp. 487–501, mar. 2021, doi: 10.1109/TSC.2018.2808956.
- [2] K. Ozeki, *Theory of Affine Projection Algorithms for Adaptive Filtering*, vol. 22. Tokyo: Springer Japan, 2016. doi: 10.1007/978-4-431-55738-8.
- [3] J. R. Deller, “Set membership identification in digital signal processing,” *IEEE ASSP Mag.*, vol. 6, no. 4, pp. 4–20, Oct. 1989, doi: 10.1109/53.41661
- [4] S. Werner y P. S. R. Diniz, “Set-membership affine projection algorithm”, *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 8, no. 8, pp. 231–235, ago. 2001, doi: 10.1109/97.935739.
- [5] P. S. R. Diniz, “Convergence Performance of the Simplified Set-Membership Affine Projection Algorithm”, *Circuits Syst Signal Process*, vol. 30, no. 2, pp. 439–462, abr. 2011, doi: 10.1007/s00034-010-9219-z.
- [6] Md. Z. A. Bhotto y A. Antoniou, “Robust Set-Membership Affine-Projection Adaptive-Filtering Algorithm”, *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 60, no. 1, pp. 73–81, ene. 2012, doi: 10.1109/TSP.2011.2170980.

- [7] H. Zhao y Z. Zheng, “L 0 norm constraint set-membership affine projection algorithm with coefficient vector reuse”, *Electron. Lett.*, vol. 52, núm. 7, pp. 560–562, abr. 2016, doi: 10.1049/el.2015.3386.
- [8] Z. Zheng y H. Zhao, “Robust Set-Membership Affine Projection Algorithm with Coefficient Vector Reuse”, *Circuits Syst Signal Process*, vol. 36, no. 9, pp. 3843–3853, sep. 2017, doi: 10.1007/s00034-016-0471-8.
- [9] W. A. Martins, M. V. S. Lima, P. S. R. Diniz, y T. N. Ferreira, “Optimal constraint vectors for set-membership affine projection algorithms”, *Signal Processing*, vol. 134, pp. 285–294, may 2017, doi: 10.1016/j.sigpro.2016.11.025.
- [10] J. G. Avalos, J. Mendoza, F. A. Serrano, y G. Avalos, “Set-Membership Affine Projection-Like Algorithm with Evolving Order”, *IEEE Latin Am. Trans.*, vol. 16, no. 3, pp. 770–776, mar. 2018, doi: 10.1109/TLA.2018.8358654.
- [11] H. Yazdanpanah, P. S. R. Diniz, y M. V. S. Lima, “Improved simple set-membership affine projection algorithm for sparse system modelling: Analysis and implementation”, *IET signal process.*, vol. 14, no. 2, pp. 81–88, abr. 2020, doi: 10.1049/iet-spr.2019.0294.
- [12] V. Belyi y W. Gan “A combined bilateral and binaural active noise control algorithm for closed-back headphones”, *Applied Acoustics*, p. 13, 2020.



Carlos Alfonso Trejo received the M. in Educational Technology degree at DaVinci University, in 2013, the M. in Engineering in Computer Systems degree at Technological Institute of Higher Studies of Ecatepec, in 2019 and actually studies the Ph.D. degree in electronics and communications engineering from the National Polytechnic Institute, Mexico. He works on embedded systems and software engineering areas and recently he is interested on adaptive filtering techniques.



Xochitl Maya received the BS degree at Instituto Politécnico Nacional, Mexico, in 2017. Currently, she is a PhD student at the Instituto Politecnico Nacional, Mexico. Her research is focused on audio signal processing, active noise control and digital filtering.



René Martínez M.Sc. in microelectronics student at National Polytechnic Institute, Mexico, focused on the implementation in hardware of adaptive filters for noise cancelling applications.



interest is related to artificial neural networks.

Gabriel Sánchez received the BS degree in Computer Science Engineering and the PhD degree in Electronic and Communications in 1999 and 2005, respectively, from the National Polytechnic Institute, Mexico City. He is a member of the National Researchers System of Mexico. His principal research



information security and related fields. Dr. Perez-Meana is a member of the IEEE, IEICE, the National Researchers System of Mexico and the Mexican Academy of Science.

Hector Perez-Meana received the M.S. degree from the University of Electro-Communications, Tokyo Japan, a Ph. D. degree in Electrical Engineering from Tokyo Institute of Technology, Tokyo, Japan, in 1989. His principal research interests are adaptive systems, image processing, pattern recognition,



researcher at the Vienna University of Technology, Austria. He is currently working as a Professor in the department of computer engineering, at the National Polytechnic Institute, Mexico.

Juan Gerardo Avalos was born in Mexico in 1984. He received the M.Sc. in microelectronics from the National Polytechnic Institute, Mexico, in 2010 and the Ph.D. degree in electronics and communications engineering from the National Polytechnic Institute, Mexico, in 2014. From 2011 to 2012 he was visiting



Professor in the Instituto Politecnico Nacional, Mexico.

Giovanni Sánchez received the M.S. degree at Instituto Politecnico Nacional, Mexico, in 2008, and the Ph.D. degree at Universitat Politecnica de Catalunya, Spain, in 2014. His research is focused on developing early auditory neural processing systems, neural-based cryptosystems in neuromorphic hardware,