

Optimal Control of an Inverter-Based Virtual Synchronous Generator with Inertial Response

Macario Zavala-Tinajero, Fernando Ornelas-Tellez and Norberto García-Barriga

Abstract—Renewable energy sources are gradually replacing conventional synchronous generators, which are responsible for supplying the power grid inertia damping properties. This paper proposes a nonlinear optimal controller for a renewable energy generation system based on a power electronics inverter, in order to incorporate the system inertia behavior through imitating the rotor inertia of synchronous generators. The main contributions of this paper are: 1) the modeling and synthesis of a nonlinear optimal control scheme for a power inverter such that it dynamically behaves as a conventional synchronous generator, where the active and reactive power are regulated, and provides robustness against utility grid disturbances; 2) the dynamical modeling of the virtual inertia-based inverter generator and its corresponding response to power reference variations and utility grid voltage disturbances. Further, an analysis procedure is presented to compute a predefined value of the inverter inertia constant, proportional to the one that a synchronous generator could provide, but taking into account the rated power of the generator. Simulation results assess the proposed methodology effectiveness.

Index Terms—Nonlinear control, Optimal control, Renewable energy, DC-AC converters, Inertial Response, Reactive Power.

I. INTRODUCCIÓN

Recientemente, se han desarrollado diversas técnicas bajo el concepto de *máquina síncrona virtual*, con el objetivo de operar un sistema de generación renovable imitando el comportamiento dinámico de la máquina síncrona. Se ha demostrado que la adición de inercia en los sistemas de generación renovables mejora la respuesta transitoria de la frecuencia, amortiguando el efecto de las perturbaciones [1], semejante a lo que ocurre con la máquina síncrona, que contribuye a preservar la estabilidad de la frecuencia durante perturbaciones [2]. La revisión de la literatura muestra que este concepto fue reportado por primera vez en [3], con el nombre de VISMA (*Virtual Synchronous Machine*), para emular la presencia de un generador síncrono conectado a la red eléctrica. Posteriormente, en [4] se propone un modelo llamado "Synchronverter", que representa virtualmente las ecuaciones mecánicas y eléctricas del generador, para emular la presencia de inercia. Este mismo modelo ha sido aplicado en varios trabajos posteriores [5]–[8], que demuestran la estabilidad del modelo cuando se somete a perturbaciones en la red eléctrica y variaciones en la potencia suministrada. En los trabajos anteriores se hace uso de un modelo virtual de la parte mecánica de la máquina, en donde es evidente que no es posible extraer físicamente energía. En contraste

a la literatura reportada previamente, en el presente trabajo se modela e incorpora en el sistema de control la inercia que posee un inductor, misma que puede ser extraída y aprovechada para obtener un comportamiento semejante al que tendría un generador síncrono con su inercia natural, así como aportar sus características de operación favorables a un sistema eléctrico.

El funcionamiento previo del inductor es posible mediante un proceso de modelado y operación apropiada, donde es crucial el diseño de estrategias de control que permitan alcanzar los objetivos deseados, más aun considerando que el sistema a controlar es no lineal. Respecto a las estrategias de control, en la literatura se puede encontrar mayormente controladores lineales. En [4], [8] se propone un control Drop [9] para la regulación de frecuencia y voltaje. Sin embargo, estos esquemas lineales de control presentan desventajas cuando se aplican a sistemas no lineales, debido a que podrían no ser eficientes y no desempeñarse adecuadamente ante perturbaciones e incertidumbres, resultando en controladores inadecuados para lograr que las variables puedan alcanzar las referencias deseadas. Por lo anterior, es conveniente la aplicación de estrategias eficientes de control no lineales, con propiedades que un controlador lineal podría no poseer.

En lo que se refiere al diseño de controladores eficientes, la técnica de control óptimo es una rama del control moderno que se minimiza un funcional de costo que evalúa el desempeño del sistema. Para el caso lineal, el control óptimo es resuelto por el regulador cuadrático lineal (LQR, por sus siglas en inglés) [10], [11]. Una extensión del LQR para el caso no lineal se basa en la descripción del sistema usando la metodología conocida como sistemas no lineales con factorización de coeficientes dependientes de estado (SDCF, por sus siglas en inglés *state-dependent coefficient factorization*) [12], [13], donde el modelo dinámico se describe mediante matrices y vectores dependientes de las variables de estado. En el presente trabajo de investigación, a partir de la representación SDCF del sistema de generación, se sintetiza un controlador óptimo no lineal, logrando un amplio rango de operación y un desempeño adecuado al minimizar un funcional de costo.

Las principales aportaciones de este artículo son: a) el diseño de un controlador óptimo no lineal para un inductor trifásico, con el fin de lograr un comportamiento semejante al de un generador síncrono, mediante la conservación de sus características de funcionalidad (robustez ante perturbaciones en la red eléctrica y mejorar la estabilidad del sistema); b) el análisis dinámico de la inercia que posee un generador basado en un inductor trifásico, en donde la dinámica del elemento de almacenamiento del inductor (capacitor) puede ser calculada y utilizada para emular la parte mecánica e inercial de un

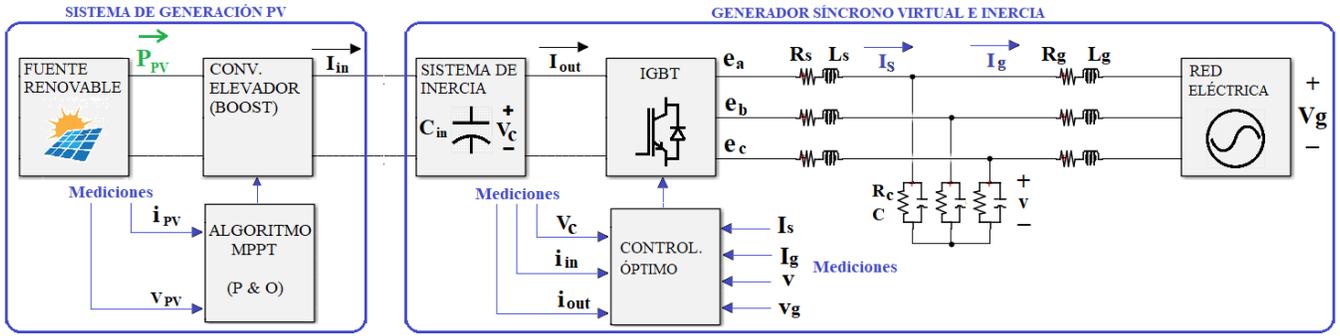


Fig. 1. Circuito del inversor para la generación de energía.

generador síncrono, logrando un buen desempeño del sistema ante perturbaciones y variaciones en la red eléctrica. Este trabajo demuestra que la constante de inercia de un inversor, en función de su potencia nominal, puede ser equivalente a la de un generador síncrono tradicional. Un objetivo importante de este trabajo es mostrar que un inversor puede operar de forma semejante a un generador síncrono, lo cual garantizaría el desempeño y estabilidad de un sistema eléctrico, pero utilizando energía renovable.

La estructura del trabajo es la siguiente. En la Sección II se presenta el modelo matemático del inversor y su sistema de inercia. En la Sección III se describe la teoría general del controlador óptimo. La Sección IV muestra la aplicación del controlador y los resultados obtenidos mediante simulación. Finalmente, la Sección V presenta las conclusiones del trabajo.

II. MODELADO DEL SISTEMA DE GENERACIÓN E INERCIA

En esta sección se describe el modelado de un inversor de un sistema de generación y su inercia, con funcionamiento semejante a un generador síncrono y su conexión con la red eléctrica, como se observa en la Fig. 1. La configuración mostrada en Fig. 1 ha sido ampliamente utilizada en la literatura, no obstante, el aporte de este trabajo consiste en operar al inversor para lograr que su comportamiento y características sean semejantes a las de un generador síncrono, resaltando la inercia que éste posee. El sistema de generación fotovoltaico mostrado en Fig. 2, extrae la máxima potencia utilizando un algoritmo Perturba y Observa [14] y un convertidor Boost. El voltaje V_C en terminales del convertidor, alcanza un valor de 120π V, valor que está relacionado con la velocidad angular de una máquina síncrona.

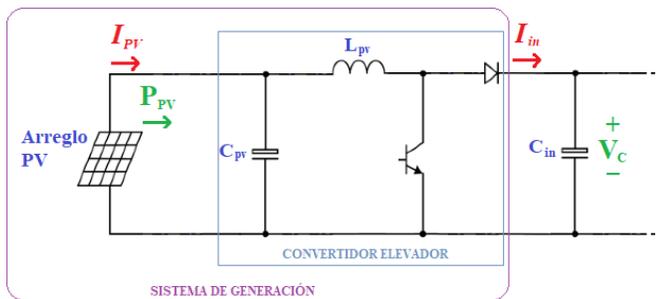


Fig. 2. Circuito de generación fotovoltaica.

A. Modelo del Inversor y su Funcionalidad Análoga al Generador Síncrono

Con el objetivo de lograr una semejanza en comportamiento entre un inversor y la máquina síncrona, primeramente se plantean las ecuaciones mecánicas de la máquina [15], en términos de su velocidad angular ω_r y el ángulo de fase θ_r , descritas por

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \quad (1)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} (T_m - T_e) \quad (2)$$

en donde T_m es el par mecánico aplicado a la máquina, T_e el par electromagnético y J la inercia.

La fuerza contra-electromotriz inducida en el circuito de estator de la máquina $e = [e_a \ e_b \ e_c]^T$, se calcula a partir de $e = \omega i_f \widetilde{\text{sen}\theta}$, donde

$$\widetilde{\text{sen}\theta} = \begin{bmatrix} \text{sen}\theta_r \\ \text{sen}\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}.$$

por su parte, i_f es la corriente de campo en el rotor de la máquina síncrona, obtenida a partir de

$$\frac{di_f}{dt} = \frac{1}{k} u \quad (3)$$

con k parámetro constante y u entrada de control.

La potencia activa y reactiva inyectada por el generador a la red eléctrica [15], se expresan como $P_g = \omega i_f \langle i_s, \widetilde{\text{sen}\theta} \rangle$ y $Q_g = -\omega i_f \langle i_s, \widetilde{\text{cos}\theta} \rangle$, respectivamente, con

$$\widetilde{\text{cos}\theta} = \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_r \\ \text{cos}\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{cos}\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

en donde $i_s = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}]$ es la corriente trifásica de estator y el operador $\langle \cdot, \cdot \rangle$, denota el producto interno de vectores.

B. Modelo Eléctrico del Inversor

El comportamiento descrito por (1) y (2) es semejante a un circuito capacitivo, considerando la analogía electro-mecánica entre la dinámica del voltaje en un capacitor, $\dot{v}_c = \frac{1}{C} i_c$, y la velocidad angular de la máquina síncrona, $\dot{\omega} = \frac{1}{J} T$, con C capacitancia e i_c la corriente capacitiva de la parte eléctrica,

mientras que J es la inercia y T el par mecánico de la contraparte mecánica. Entonces es posible obtener un conjunto de ecuaciones para el inversor de potencia, equivalentes a (1) y (2), descritas por

$$\frac{d\theta}{dt} = V_C \quad (4)$$

$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{1}{C_{in}} (I_{in} - I_{out}) \quad (5)$$

en donde I_{in} e I_{out} son la corriente de entrada y salida del circuito capacitivo, con $I_{out} = P_g/V_C$, C_{in} es la capacitancia, V_C es el voltaje del capacitor y θ es el ángulo eléctrico. Considerando obtener la relación $\omega_s = V_{C,ref}$, con ω_s como la frecuencia angular del voltaje de la red eléctrica, entonces se logra la semejanza entre (1)–(2) y (4)–(5).

Considerando la similitud electro–mecánica previamente descrita, se obtiene que el voltaje a la salida del inversor e , la potencia activa P_g y la potencia reactiva Q_g , respectivamente, se pueden expresar como

$$e = V_C i_f \widetilde{\text{sen}\theta} \quad (6)$$

$$P_g = V_C i_f \left\langle i_s, \widetilde{\text{sen}\theta} \right\rangle \quad (7)$$

$$Q_g = -V_C i_f \left\langle i_s, \widetilde{\text{cos}\theta} \right\rangle. \quad (8)$$

La expresión (3) debe ser incluida en el modelo completo, puesto que ésta incluye la entrada de control u , que permite la regulación de las variables a controlar.

Por su parte, las expresiones que representan la dinámica del filtro LCL (ver Fig. 1), incluido con la finalidad de disminuir el contenido armónico, son descritas por

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{L_s} (e - R_s i_s - v) \quad (9)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \left(i_s - \frac{1}{R_c} v - i_g \right) \quad (10)$$

$$\frac{di_g}{dt} = \frac{1}{L_g} (v - R_g i_g - v_g) \quad (11)$$

en donde $i_s = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}]^T$ representa la corriente de salida del inversor, $v = [v_a \ v_b \ v_c]^T$ el voltaje en los capacitores, $i_g = [i_{ga} \ i_{gb} \ i_{gc}]^T$ la corriente que fluye hacia la red eléctrica; los parámetros L_s y R_s son la inductancia y resistencia respectiva de la rama de salida del inversor, que es equivalente al circuito del estator de una máquina síncrona [16]; L_g y R_g son la inductancia y resistencia interna del lado de la red; C y R_c representan los capacitores en derivación, con su resistencia interna en paralelo, respectivamente. El término $e = [e_a \ e_b \ e_c]^T$ es el voltaje de salida del inversor, equivalente a la fuerza contra-electromotriz (EMF) de la máquina síncrona, mientras que $v_g = [v_{ga} \ v_{gb} \ v_{gc}]^T$ es el voltaje de la red eléctrica, dado como

$$\begin{bmatrix} v_{ga} \\ v_{gb} \\ v_{gc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \text{sen } \omega_s t \\ A \text{sen } \left(\omega_s t - \frac{2\pi}{3} \right) \\ A \text{sen } \left(\omega_s t + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (12)$$

en donde ω_s es la frecuencia angular del voltaje de la red eléctrica, que corresponde a la velocidad de sincronismo de una máquina y A es la amplitud del voltaje.

Finalmente, el modelo completo del inversor puede ser descrito por el sistema no lineal dado como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + B(x)u + D \\ y &= h(x) \end{aligned} \quad (13)$$

en donde x es el vector de estado, y es la salida a controlar y u es la entrada de control, con las funciones definidas como

$$f(x) = \begin{bmatrix} V_C \\ -\frac{1}{C_{in}} i_f \left\langle i_s(t), \widetilde{\text{sen}\theta} \right\rangle \\ \frac{1}{L_s} V_C i_f(t) \widetilde{\text{sen}\theta} - \frac{R_s}{L_s} I_3 i_s - \frac{1}{L_s} I_3 v \\ \frac{1}{C} I_3 i_s - \frac{1}{R_c C} I_3 v - \frac{1}{C} I_3 i_g \\ \frac{1}{L_g} I_3 v - \frac{R_g}{L_g} I_3 i_g \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & \frac{1}{k} i_f \end{bmatrix}^T$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & \frac{I_{in}}{C_{in}} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & -\frac{1}{L_g} v_g^T & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$h(x) = -V_C i_f \left\langle i_s(t), \widetilde{\text{cos}\theta} \right\rangle$$

en donde I_3 representa la matriz identidad de 3×3 , 0_3 es una matriz de ceros de dimensión 3×3 y $0_{1 \times 3}$ es una matriz de ceros de dimensión 1×3 . Note que D contiene aquellos términos independientes de las variables de estado, y por ende, no pueden ser factorizados dentro de $f(x)$ y $B(x)$, que para fines de diseño de control se consideran como perturbaciones (entradas externas no controlables).

C. Análisis de la Inercia de un Generador Síncrono y un Inversor

En esta subsección se hace el análisis de la inercia de un generador síncrono y se establece una relación respecto a la que presenta un inversor, como el propuesto en este trabajo, con la finalidad de obtener el valor del capacitor de entrada al inversor. Se entiende por inercia la capacidad de almacenar energía, en la relación existente entre velocidad angular ω y el parámetro de inercia J , que proporciona al generador la tendencia a seguir en rotación [17], por su parte, la constante de inercia H , es una relación entre la energía cinética almacenada a la velocidad de sincronismo (ω_s) y su potencia nominal ($V A_{gen}$) [15], [18], definida como

$$H_G = \frac{1}{2} \frac{J \omega^2}{V A_{base}}. \quad (14)$$

De manera semejante para un inversor, tomando en cuenta la analogía entre frecuencia angular y voltaje capacitivo, la constante de inercia esta dada por

$$H_I = \frac{1}{2} \frac{C V_C^2}{V A_{inv}} \quad (15)$$

en donde VA_{inv} representa la potencia nominal del inversor. Nótese que (15) expresa la energía potencial del capacitor, mientras que (14) exhibe la energía cinética de una máquina.

Para ilustrar esta equivalencia, considere un generador síncrono de 1.3 MVA nominales, frecuencia de 60 Hz, inercia de 20.7 kgm² y constante de inercia $H_G = 1.13$ s. Sus características de potencia y capacidad de almacenar energía cinética pueden ser analizadas de manera proporcional a la energía potencial de un capacitor en el inversor que es alimentado por fuentes renovables. Es razonable considerar que el inversor poseerá una menor potencia nominal y menor capacidad de almacenamiento de energía, pero su constante de inercia, puede ser equivalente al valor correspondiente de un generador síncrono, y permitirá obtener un tiempo de establecimiento y características transitorias similares [19], [20].

Si se desea obtener un valor de la constante de inercia H_I , equivalente a la del generador H_G , que permita obtener una respuesta inercial semejante para un inversor con una potencia nominal VA_{inv} de 10 kVA a una frecuencia de 60 Hz, puede lograrse haciendo $H_I = H_G$, esto es

$$H_I = \frac{1}{2} \frac{C V_C^2}{VA_{inv}} = \frac{1}{2} \frac{J \omega^2}{VA_{gen}} \quad (16)$$

en donde VA_{gen} y VA_{inv} representan la potencia nominal del generador y la potencia nominal del inversor, respectivamente. Considerando que el voltaje en el capacitor V_C se regula al mismo valor que la velocidad angular del voltaje en la red eléctrica, es decir, $V_C = 120\pi$, valor que coincide con la velocidad angular de un generador, entonces $V_C = \omega$, y se puede resolver (16) para C utilizando los datos del generador síncrono, dando como resultado

$$C = J \frac{VA_{inv}}{VA_{gen}} = 0.1592 F.$$

Es importante observar que la constante de inercia es proporcional al cociente de las potencias del inversor y el generador. No obstante, para lograr una capacidad inercial en magnitud semejante a la de un generador síncrono de gran potencia, requeriría del uso conjunto de varios inversores.

De las subsecciones previas, dado que ha sido posible demostrar la relación dinámica existente entre el modelo del inversor y la máquina síncrona, entonces el inversor preservará las características favorables de funcionalidad que posee un generador síncrono, entre las cuales destacan:

- Respuesta transitoria semejante ante variaciones en el voltaje o la potencia demandada.
- El voltaje del capacitor se sincroniza automáticamente con la velocidad angular de la red, al igual que lo hace la velocidad angular de la máquina.
- El capacitor carga/descarga energía potencial, de la misma manera que la máquina síncrona carga/descarga su energía cinética.

En la Sección IV se demostrará mediante simulaciones, que el modelo del inversor propuesto manifiesta todas las características listadas previamente.

III. CONTROLADOR ÓPTIMO PARA EL INVERSOR

En esta sección se presenta el diseño de un controlador no lineal óptimo, que será aplicado para el control de potencia reactiva, considerando al sistema bajo la representación SDCF. El esquema de control debe tener la capacidad de lograr seguimiento de trayectorias de referencia variantes en el tiempo, como es necesario en los perfiles de generación de potencia a partir de fuentes renovables.

A. Factorización de Coeficientes Dependientes del Estado de Sistemas No Lineales

Suponga que el sistema descrito por (13) puede ser representado por una factorización de coeficientes dependientes de estado [21], esto es, se factoriza de la siguiente forma $f(x) = A(x)x$ y $h(x) = C(x)x$; entonces (13) puede ser reescrito como

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)x + B(x)u + D \\ y &= C(x)x \end{aligned} \quad (17)$$

con las matrices $A(x)$ y $C(x)$ definidas como

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\langle i_s(t), \widetilde{sen\theta} \rangle}{C_{in}} \\ 0 & \frac{i_f(t) \widetilde{sen\theta}}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} I_3 & -\frac{1}{L_s} I_3 & 0_3 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} I_3 & -\frac{1}{R_c C} I_3 & -\frac{1}{C} I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0_3 & \frac{1}{L_g} I_3 & -\frac{R_g}{L_g} I_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} & -V_C \langle i_s(t), \widetilde{cos\theta} \rangle \end{bmatrix}$$

Para obtener esquemas de control bien definidos, la factorización en (17) debe ser determinada tal que se satisfagan sus propiedades de observabilidad y controlabilidad [22].

B. Control Óptimo para Seguimiento de Trayectorias

Para controlar (17), se define el error de seguimiento de trayectoria como

$$e = r - C(x)x \quad (18)$$

en donde r es la referencia deseada que debe seguir la salida $y = C(x)x$. El problema de control óptimo no lineal consiste en encontrar una ley de control óptima u , tal que la salida del sistema realice seguimiento de la señal de referencia deseada, en un sentido óptimo que consiste en minimizar el error de seguimiento y el esfuerzo de control, expresados por

$$I = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (e^T Q e + u^T R u) dt \quad (19)$$

en donde Q es una matriz que pondera el error de seguimiento y R pondera el esfuerzo de control.

Suponiendo que el sistema (17) satisface las propiedades de observabilidad y controlabilidad, entonces la ley de control

$$u^*(x) = -R^{-1}B^T(x)(Px - z) \quad (20)$$

asegura estabilidad asintótica en lazo cerrado, como se establece en [13], en donde P se obtiene de la solución de

$$\begin{aligned} \dot{P} = & -C^T(x)QC(x) + PB(x)R^{-1}B^T(x)P \\ & - A^T(x)P - PA(x) \end{aligned} \quad (21)$$

y z es la solución de la ecuación diferencial vectorial

$$\begin{aligned} \dot{z} = & -[A(x) - B(x)R^{-1}B^T(x)P]^T \\ & - C^T(x)Qr + PD \end{aligned} \quad (22)$$

En la siguiente sección, el controlador óptimo (20) será utilizado para lograr seguimiento de trayectoria de potencia reactiva Q_g del inversor.

IV. APLICACIÓN DEL CONTROLADOR ÓPTIMO NO LINEAL AL INVERSOR

Esta sección presenta la aplicación del controlador óptimo para la regulación de potencia reactiva en el sistema representado por (13), y su respectiva factorización expresada en (17). Las simulaciones fueron realizadas en Matlab/Simulink®. Los valores de los parámetros del sistema se muestran en la Tabla I.

El controlador óptimo (20) es aplicado al sistema descrito por (17), con el vector de estado definido por

$$x = \left[\theta \quad V_C \quad i_s^T \quad v^T \quad i_g^T \quad i_f \right]^T.$$

Los parámetros del controlador (20)–(22) son seleccionados como

$$Q = [8] \quad y \quad R = [1].$$

La sintonización de los valores de Q y R fue realizada heurísticamente, logrando alcanzar los objetivos de control.

A. Seguimiento de Potencia Activa y Reactiva

En esta subsección se muestran los resultados obtenidos considerando valores de potencia activa y reactiva que varían en el tiempo como se muestra en la Tabla II, mientras que el voltaje en la red eléctrica permanece constante. La simulación representa un intervalo de 24 segundos. Los valores de referencia de P_g corresponden a la potencia extraída del sistema de generación.

TABLA I
PARÁMETROS DEL INVERSOR.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
R_s	0.5Ω	f	60 Hz
L_s	$8 \times 10^{-3} \text{ H}$	A	180 V
R_g	0.5Ω	C_{in}	$7.0 \times 10^{-2} \text{ F}$
L_g	$8 \times 10^{-3} \text{ H}$	R_C	$1.0 \times 10^{-5} \Omega$
C	$1.3 \times 10^{-4} \text{ F}$	$V_{C,ref}$	377 V
C_{PV}	$2 \times 10^{-6} \text{ F}$	L_{PV}	$17 \times 10^{-3} \text{ H}$

TABLA II
VALORES DE REFERENCIA DE POTENCIA ACTIVA Y REACTIVA EN P.U.

Tiempo (s)	0 - 8	8 - 16	16 - 24
P_g (kW)	4	4	6
Q_g (kVAR)	8	8	4

La potencia fotovoltaica P_{PV} , maximizada por el algoritmo MPPT, y la potencia que entrega el inversor P_g , se muestran en la Fig. 3. Se puede observar en P_g un comportamiento similar al de un generador síncrono cuando se somete a variaciones en la potencia, esto es, presenta un periodo de oscilaciones alrededor del valor de referencia. Debido a las características propias del modelo, P_g se auto-regula en función de la energía proveniente del generador fotovoltaico que se inyecta al inversor, sin necesidad de entradas de control adicionales, semejante a como responde la máquina síncrona para un par mecánico dado.

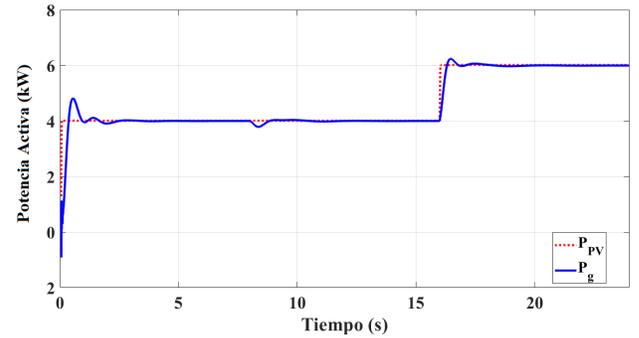


Fig. 3. Evolución de la potencia activa del inversor.

La potencia reactiva inyectada por el inversor hacia la red eléctrica y su valor de referencia están representadas en la Fig. 4, en donde Q_{ref} es el valor deseado de potencia reactiva y Q_g es la potencia reactiva entregada por el inversor, misma que es regulada por el controlador óptimo. De igual manera que en la potencia activa, se presenta un periodo transitorio cuando existe un cambio de referencia. La duración del periodo transitorio y la amplitud de las oscilaciones, están determinados principalmente por el valor de la capacitancia C_{in} . En este sentido, un valor mayor representaría una respuesta más amortiguada, pero el tiempo de establecimiento del voltaje V_C sería mayor (equivalentemente, un mayor tiempo para estabilizar la frecuencia de un generador).

La dinámica del voltaje en el capacitor V_C se observa en la Fig. 5. Note que, del mismo modo que responde una máquina síncrona, la velocidad angular mecánica está en concordancia con la velocidad angular del voltaje en la red eléctrica. De manera similar responde el voltaje del capacitor en el inversor, alcanzando un valor en estado estable que concuerda con la velocidad angular del voltaje de la red que opera a 60 Hz , es decir, 120π . Es importante que el voltaje del capacitor alcance el valor de referencia en estado estable, de otra manera se perdería el sincronismo que existe con la red eléctrica, pues se estarían generando señales con una frecuencia distinta de

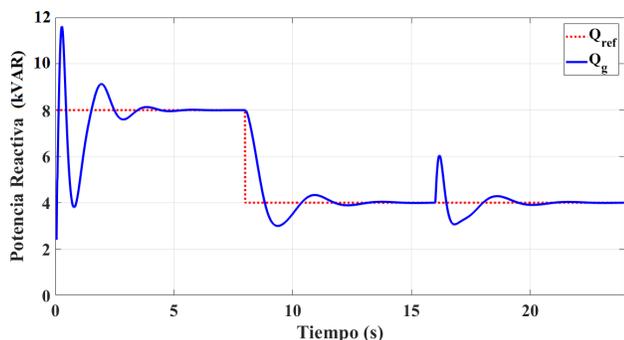


Fig. 4. Evolución de la potencia reactiva del inversor.

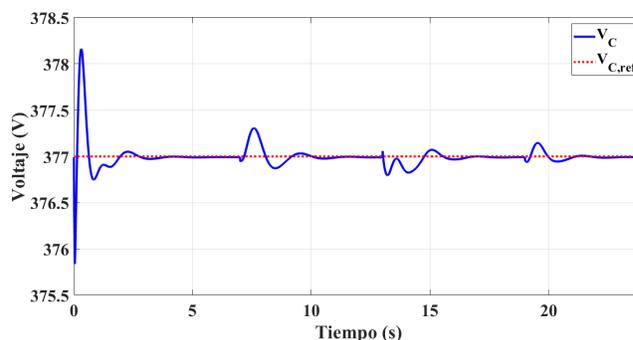


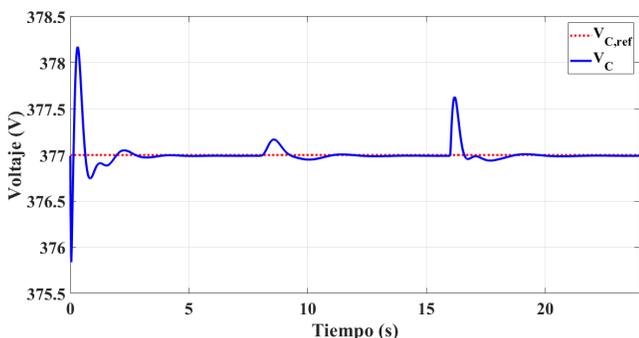
Fig. 6. Voltaje en el capacitor de entrada al inversor.

TABLA III

VALOR RMS DEL VOLTAJE DE LA RED ELÉCTRICA.

Tiempo (s)	0 - 7	7 - 13	13 - 19	19 - 24
V_g (V)	127	89	153	127

60 Hz. Las oscilaciones de voltaje que se presentan durante los cambios en las potencias P_g y Q_g también pueden ser observados en la máquina síncrona [23], de modo que no representan un inconveniente, siempre y cuando no ocasionen una pérdida de sincronismo del voltaje V_C con la velocidad angular de la red eléctrica.


 Fig. 5. Voltaje en el Capacitor C_{in} .

B. Respuesta ante Perturbación en la Red Eléctrica

Ahora se presentan los resultados obtenidos considerando que la potencia activa y reactiva permanecen constantes en 4 kW y 8 kVAR, respectivamente, mientras el voltaje en la red eléctrica es sometido a una perturbación, como se indica en la Tabla III.

Durante cada variación en V_g , la energía potencial es almacenada o liberada en el capacitor, similar a lo que ocurre en un generador síncrono con la energía cinética durante el periodo de falla. La respuesta del voltaje del capacitor, que se observa en la Fig. 6, muestra la capacidad de proveer inercia durante la falla en la red eléctrica, comportamiento dinámico similar a un generador síncrono [23]–[25], donde ante una caída en el voltaje de la red, el voltaje del capacitor presenta un sobre-impulso positivo y cuando existe un aumento de voltaje, el voltaje del capacitor responde con un sobre-impulso

negativo (similar a lo que ocurre con la velocidad de una máquina, es decir, la perturbación es absorbida almacenando o liberando energía con un movimiento oscilatorio, donde las oscilaciones disminuyen gradualmente hasta alcanzar el valor de sincronismo).

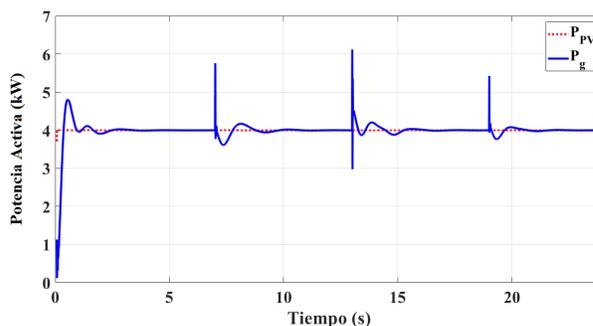


Fig. 7. Potencia Activa durante una perturbación.

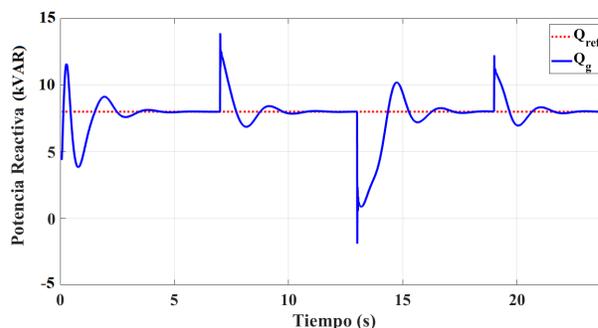


Fig. 8. Potencia Reactiva durante una perturbación.

La potencia activa (Fig. 7) y la potencia reactiva (Fig. 8) del inversor, presentan transitorios que ocurren en cada una de las perturbaciones, sin embargo, el seguimiento de referencia se vuelve a restablecer.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó un sistema de generación basado en un inversor, con un comportamiento semejante al generador síncrono conectado a la red eléctrica. El sistema tiene la capacidad de regular la potencia reactiva entregada por el inversor, mediante un controlador óptimo. La potencia activa es

maximizada por un convertidor Boost utilizando un algoritmo MPPT, y se auto-regula su inyección a la red al nivel de la potencia generada sin ninguna entrada de control adicional. La efectividad del controlador óptimo fue demostrada mediante simulaciones, utilizando una referencia de potencia reactiva variable y perturbaciones en la red eléctrica. Se observa que la potencia reactiva alcanza el valor de referencia rápidamente. Debido a las semejanzas con el generador síncrono, en trabajos futuros, este modelo será utilizado para realizar tareas tales como compensación de reactivos, regulación de voltaje y control de frecuencia en redes eléctricas aisladas.

REFERENCIAS

- [1] U. Tamrakar, D. Shrestha, M. Maharjan, B. P. Bhattarai, T. M. Hansen, and R. Tonkoski, "Virtual inertia: Current trends and future directions," *Applied Sciences*, vol. 7, p. 654, 2017.
- [2] K. M. Cheema, "A comprehensive review of virtual synchronous generator," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 120, p. 106006, 2020.
- [3] H. Beck and R. Hesse, "Virtual synchronous machine," *2007 9th International Conference on Electrical Power Quality and Utilisation, Barcelona, España*, pp. 1–6, 2007.
- [4] Q. Zhong and G. Weiss, "Synchronverters: Inverters that mimic synchronous generators," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, pp. 1259–1267, 2011.
- [5] M. van Wessenbeeck, S. de Haan, P. Varela, and K. Visscher, "Grid tied converter with virtual kinetic storage," *2009 IEEE Bucharest PowerTech, Bucharest, Romania*, pp. 1–7, 2009.
- [6] P. Chandrakar, S. Saha, P. Das, A. Singh, and S. Debbarma, "Grid integration of PV system using synchronverter," *2018 International Conference on Computation of Power, Energy, Information and Communication (ICCPEIC), Chennai, India*, pp. 237–242, 2018.
- [7] M. Jami, Q. Shafiee, and H. Bevrani, "Dynamic performance improvement of DC microgrids using virtual impedance," *2018 Smart Grid Conference (SGC), Sanandaj, Iran*, pp. 1–6, 2018.
- [8] S. Kumaravel, V. Thomas, T. M. Kumar, and S. Ashok, "Development of the synchronverter for green energy integration," in *Distributed Energy Resources in Microgrids*, 1st ed. Cambridge, Massachusetts, Estados Unidos: Academic Press, 2019, ch. 13, pp. 345–356.
- [9] K. De Brabandere, B. Bolsens, J. Van den Keybus, A. Woyte, J. Driesen, and R. Belmans, "A voltage and frequency droop control method for parallel inverters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 22, no. 4, pp. 1107–1115, 2007.
- [10] D. Naidu, *Optimal Control Systems*, 1st ed. Boca Raton, Florida: CRC Press, 2003.
- [11] B. Anderson and J. Moore, *Optimal control: linear quadratic methods*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
- [12] T. Çimen, "Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method," *Annu. Rev. Control.*, vol. 34, pp. 32–51, 2010.
- [13] F. Ornelas-Tellez, J. Rico, and R. Ruiz-Cruz, "Optimal tracking for state-dependent coefficient factorized nonlinear systems," *Asian Journal of Control*, vol. 16, pp. 890–903, 2014.
- [14] R. Alik, A. Jusoh, and T. Sutikno, "A review on perturb and observe maximum power point tracking in photovoltaic system," *TELKOMNIKA Telecommunication Computing Electronics and Control*, vol. 13, pp. 745–751, 2015.
- [15] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, 1st ed. New York: Mc Graw-Hill, 1994.
- [16] J. J. Grainger, W. Stevenson, and G. Chang, *Power System Analysis*, 6th ed. New York: Mc Graw-Hill, 1994.
- [17] P. Denholm, T. Mai, R. W. Kenyon, B. Kroposki, and M. O'Malley, "Inertia and the power grid a guide without the spin," National Renewable Energy Laboratory (NREL), Tech. Rep., 2020.
- [18] J. Fang, Y. Tang, H. Li, and F. Blaabjerg, "The role of power electronics in future low inertia power systems," *2018 IEEE International Power Electronics and Application Conference and Exposition (PEAC), Shenzhen, China*, pp. 1–6, 2018.
- [19] Z. Wang, F. Zhuo, J. Wu, H. Yi, H. Zhai, and Z. Zeng, "Inertia time constant design in microgrids with multiple paralleled virtual synchronous generators," *2017 19th European Conference on Power Electronics and Applications, Warsaw, Poland*, pp. 1–9, 2017.
- [20] L. Lu, O. Saborío-Romano, and N. Cutululis, "Reduced-order-VSM-based frequency controller for wind turbines," *Energies*, vol. 14, p. 528, 01 2021.
- [21] F. Ornelas-Tellez, J. Rico-Melgoza, E. Espinosa-Juárez, and E. Sánchez, "Optimal and robust control in DC microgrids," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, pp. 5543–5553, 2018.
- [22] F. Ornelas-Tellez and A. Villafuerte, "Adaptive polynomial identification and optimal tracking control for nonlinear systems," in *2015 Proceedings of the Conference on Control and its Applications*, 2015, pp. 259–265.
- [23] M. A. Chowdhury, N. Hosseinzadeh, W. Shen, and H. Pota, "Comparative study on fault responses of synchronous generators and wind turbine generators using transient stability index based on transient energy function," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 51, pp. 145–152, 2013.
- [24] L. Díez-Maroto, L. Rouco, and F. Fernández-Bernal, "Fault ride through capability of round rotor synchronous generators: Review, analysis and discussion of european grid code requirements," *Electric Power Systems Research*, vol. 140, pp. 27–36, 2016.
- [25] V. O. Zambrano, E. Makram, and R. Harley, "Transient response of synchronous and asynchronous machines to asymmetrical faults in an unbalanced network," *Electric Power Systems Research*, vol. 14, pp. 155–166, 1988.



Macario Zavala-Tinajero was born in Morelia, Mexico, in 1987. He received the B. Sc. in electrical engineering from the Instituto Tecnológico de Morelia (ITM), Morelia, Mexico in 2013, and the M. Sc. in electrical engineering from the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH) in 2017. His research interests are control applied in power electronics, electrical power systems and electrical machines.



Fernando Ornelas-Tellez received the B.Sc. degree from the Instituto Tecnológico de Morelia (ITM), Morelia, Mexico, in 2005 and the M.Sc. and D.Sc. degrees in electrical engineering from the Advanced Studies and Research Center, National Polytechnic Institute (CINVESTAV-IPN), Guadalajara, Mexico, in 2008 and 2011, respectively. His research interest centers on dynamical system modeling, neural control, optimal control, passivity and their applications to robots, electrical machines, and power electronics.



Norberto Garcia-Barriga received the degree in electrical engineering from the Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH), Morelia, México, in 1993. He received the M.Sc. degree from the UMSNH, México, in 1999 and the Ph.D. degree from the University of Glasgow, Scotland, in 2003. Currently, he is a Research Professor at the Facultad de Ingeniería Eléctrica, UMSNH, Morelia. His areas of interest are power quality, power electronics, renewable sources of energy, and the integration of electric vehicles to the power grid