

# Purcell's Three-Link Microswimmer based on IPMC: Simulations in COMSOL Multiphysics

Andrés J. Serrano, Cristina Nuevo-Gallardo, José Emilio Traver, Inés Tejado and Blas M. Vinagre, *Senior Member, IEEE*

**Abstract**—One of the few possible mechanisms for self-propulsion at low Reynolds number (henceforth,  $Re$ ) is undulations of an elastic tail, as proposed in the classical work of Purcell in 1977. This paper studies this effect by investigating a variant of Purcell's three-link swimmer model where the lateral links are flexible, specifically fabricated by ionic polymer metal composite (IPMC), by means of simulations in COMSOL Multiphysics. Firstly, a model of the material is developed in COMSOL and simulated in comparison with results that can be found in the literature. The proposed model presents some advantages over other existing models: 1) it allows actuator displacement, so it can be integrated in the model of a mobile robot; 2) it satisfies Euler-Bernoulli theorem; and 3) it incorporates the interaction of the actuator with a fluid in which the robot is immersed. Based on this model, a Purcell's three-link microswimmer is built whose lateral links are of IPMC within a fluid under low  $Re$  conditions. The displacement of the robot is analyzed for one of the classical primitives of motion, namely, the circular primitive. The results demonstrate that the swimmer is able to perform a non-reciprocal motion and, consequently, propel itself within the fluid.

**Index Terms**—Flexible, IPMC, Link, Microswimmer, Motion, Non-reciprocal, Purcell.

## I. INTRODUCCIÓN

El diseño de microrrobots nadadores implica dar solución a un amplio abanico de retos como la fabricación, el almacenamiento de energía, la manipulación o la propulsión, entre otros, como consecuencia del cambio de escala. Trabajar a escalas del orden de los milímetros hasta las micras también puede llevar asociado cambios en la relevancia de las fuerzas inerciales y de interacción con el entorno, fundamentalmente aquellos derivados de condiciones de bajo número de Reynolds ( $Re$ ), en las que la dinámica de los objetos se rige por la ley de Stokes. Una de las principales repercusiones de este hecho es la necesidad de realizar movimientos no recíprocos, es decir, que impliquen una secuencia de movimientos no simétrica, para lograr un desplazamiento neto como consecuencia de la reversibilidad cinemática del flujo [1]. A este respecto, Edward Purcell en 1977 introdujo dos formas diferentes de generación de un movimiento no recíproco [2]: un primer tipo basado en el movimiento unidireccional realizado por una hélice en rotación, y un segundo tipo descrito como un cuerpo flexible, cuyas ondulaciones permiten realizar un movimiento no recíproco mediante la generación de una onda plana. Considerando este último tipo de movimiento presentó el mecanismo más básico posible para nadar en condiciones

de bajo  $Re$ , conocido como nadador de Purcell, formado por 3 segmentos rígidos unidos por un mecanismo de rotación de un solo grado de libertad (GDL) y cuya correcta coordinación de movimientos (primitiva de movimiento) permite lograr un desplazamiento neto.

El nadador de Purcell ha sido estudiado por numerosos autores con diferentes enfoques. Por ejemplo, la dinámica del robot fue abordada en [3] y [4] para modelos en 2D y 3D, respectivamente. Asimismo, el estudio y diseño de primitivas de movimiento con el propósito de alcanzar un desplazamiento o velocidad óptima al mismo tiempo que mantiene la máxima eficiencia energética también han sido ampliamente documentados [5]–[11]. Por otro lado, es posible encontrar diferentes tecnologías para la actuación del robot de Purcell, que van desde el uso de motores de corriente continua [8], [10], campos magnéticos [12]–[15] o una combinación de actuación con elementos pasivos [16]. Aunque son diversas las propuestas de actuación, todas ellas se apoyan en el uso de segmentos rígidos, sin abordar el uso de segmentos flexibles que permitan reproducir un movimiento más similar al segundo descrito por Purcell.

Por otro lado, en los últimos años, los compuestos metálicos de polímeros iónicos (IPMC, de sus siglas en inglés) han recibido una gran atención gracias a sus peculiares propiedades de flexibilidad y actuación en el agua, que los hacen idóneos para robots nadadores [17], [18]. Sin embargo, el uso de este tipo de materiales aún implica ciertas dificultades, tales como su fabricación o modelado, que requieren un amplio conocimiento de sus características y propiedades físicas [19], [20]. Ante estas dificultades, a pesar de que son diversos los modelos de simulación propuestos en la literatura para facilitar el análisis de este material [20]–[23], no es posible encontrar modelos que integren el comportamiento electrostático y mecánico del IPMC, ni que permitan simular su comportamiento en un fluido.

En este contexto, el presente documento se centra en el estudio del movimiento de un nadador de Purcell cuando los segmentos laterales son flexibles, de material IPMC, a través de simulaciones en COMSOL Multiphysics. Para ello, primero se desarrolla un modelo del IPMC en este software a partir del cual se construye un robot de 3 cm de longitud. Considerando una primitiva de movimiento circular, se demuestra que es posible generar un movimiento no recíproco y, consecuentemente, un desplazamiento neto del nadador en un fluido.

Por tanto, las principales contribuciones de este trabajo son: 1) modelado electrostático y mecánico de un actuador IPMC inmerso en un fluido en COMSOL Multiphysics; y 2)

diseño y simulación de un nadador de Purcell con segmentos flexibles basados en IPMC. Respecto al modelo del actuador de IPMC, cabe mencionar que ofrece ciertas ventajas frente a los encontrados en la literatura: i) modela un actuador sin restricciones de movimiento; ii) satisface el teorema de Euler-Bernoulli; y iii) incorpora la dinámica de interacción con un fluido.

El resto del artículo está estructurado como sigue. La Sección II ofrece una descripción somera de la composición y funcionamiento de los IPMC, así como de la hidrodinámica asociada a un entorno de bajo  $Re$ . La Sección III aborda el modelado de un IPMC en COMSOL Multiphysics, en la que no solo se dan detalles de las físicas que permiten describir el comportamiento del material y del mallado, sino que también se valida el modelo comparando con resultados ya publicados. La Sección IV describe los fundamentos, en cuanto a la actuación, de los nadadores de Purcell, así como el modelo en COMSOL de un nadador de este tipo con sus segmentos laterales constituidos por IPMC. Una descripción de las simulaciones llevadas a cabo y los resultados obtenidos se presenta en la Sección V. Finalmente, las principales conclusiones del trabajo son resumidas en la Sección VI.

## II. ANTECEDENTES

En esta sección se describen las principales propiedades de los materiales IPMC, así como las características de un entorno con bajo  $Re$  que condicionan la propulsión de nadadores en dichas circunstancias.

### A. Tecnología y Modelado de Materiales IPMC

El IPMC es un material sintético compuesto por varias capas que pertenece a la categoría de polímeros electroactivos de tipo iónico [24]. Está formado por una estructura tipo sándwich multicapa, donde dos electrodos son químicamente implantados sobre una capa polimérica (de naftión o flemión). Esta capa contiene cadenas poliméricas con aniones fijados y un solvente con cationes que se pueden mover libremente. En presencia de un estímulo eléctrico aportado por los electrodos, los IPMC responden mecánicamente con una deformación de naturaleza iónica. Por otro lado, los cationes libres generan una zona pobre en cationes en el ánodo y otra enriquecida en el cátodo, induciendo una fuerza de Coulomb y una fuerza hidrostática resultante del solvente. El resultado de esta distribución de concentraciones es una curvatura en el material.

Este comportamiento es posible definirlo a través de la ecuación de Nernst-Planck, que permite describir la corriente de cationes producida a raíz de aplicar una diferencia de potencial entre ambas caras del IPMC mediante:

$$\frac{\partial C^+}{\partial t} + \nabla \cdot (-D \nabla C^+ - z \mu F C^+ \nabla \psi - \mu C^+ \Delta V \nabla P) = 0 \quad (1)$$

donde  $C^+$  y  $\mu$  son la concentración y la movilidad de los cationes, respectivamente,  $D$  la constante de difusión,  $F$  la constante de Faraday,  $z$  el número de carga,  $\Delta V$  el volumen molar,  $P$  la presión del solvente debida a la deformación del polímero y  $\psi$  el potencial eléctrico.

En cuanto al comportamiento mecánico del material, el campo de tensiones mecánicas totales ( $\sigma_T$ ) a las que se encuentra sometido puede expresarse como la suma de tres tipos de tensión fundamentales: elástica,  $\sigma_e$ , electrostática,  $\sigma_c$ , y osmótica,  $\sigma_o$  [24]. La tensión elástica comprende aquellas a las que se encuentran sometidas las tiras poliméricas que forman el naftión; la tensión electrostática es debida al desequilibrio en la densidad de carga; mientras que la tensión osmótica es causada por la redistribución de las moléculas de agua que son arrastradas por los cationes, generando deformaciones locales. Es necesario destacar la ausencia de documentación en la bibliografía especializada respecto a la caracterización de dichas tensiones.

Recurriendo a un modelo micromecánico como el utilizado en [24], el campo de tensiones electrostáticas puede expresarse de manera proporcional a la diferencia de concentraciones de iones y cationes, mediante una constante que es función del material. Por tanto, el conjunto de tensiones mecánicas totales se reducen a una única contribución:

$$\sigma_T = \alpha \rho_C \quad (2)$$

donde la constante de proporcionalidad  $\alpha$  puede ser calculada a partir del radio de los grupos iónicos, la distancia entre grupos y otras magnitudes asociadas al polímero, y donde  $\rho_C$  es la densidad de carga.

### B. Hidrodinámica a Bajo $Re$

El número adimensional  $Re$  caracteriza a un fluido en movimiento y, para un fluido Newtoniano donde la viscosidad es constante, viene dado por la siguiente expresión:

$$Re = \frac{vl\rho}{\mu} \quad (3)$$

donde  $v$  y  $l$  son la velocidad y dimensiones características del fluido, respectivamente, y  $\rho$  y  $\mu$  son la densidad y viscosidad dinámica del fluido, respectivamente. Las dimensiones en la microescala, junto con el fluido empleado y la velocidad del nadador, implican un entorno de bajo  $Re$ , lo que conlleva que las fuerzas inerciales son despreciables y, en su lugar, predominen las fuerzas viscosas [1].

El movimiento en un fluido viene descrito por las ecuaciones de Navier-Stokes, que pueden ser simplificadas para un fluido a bajo  $Re$  asumiendo que las fuerzas inerciales son despreciables (en cuyo caso se denominan ecuaciones de Stokes) y que no existen otras fuerzas externas, obteniendo la expresión  $\mu \nabla^2 \mathbf{v} = \nabla p$ . Por otro lado, la ley de conservación de la masa aplicada a un elemento de volumen dentro de un fluido en movimiento resulta en la ecuación de continuidad, que puede igualmente simplificarse para un fluido incompresible, obteniendo la expresión  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ , donde  $\nabla \cdot \mathbf{v}$  es el ratio de flujo neto. Dicha simplificación, junto con las ecuaciones de Stokes, constituyen las ecuaciones del movimiento para bajo  $Re$  [1].

En entornos gobernados por las ecuaciones de Stokes, no existe dependencia espacial con la variable temporal. Por tanto, la evolución del movimiento únicamente depende del carácter espacial de las fuerzas que originan el movimiento

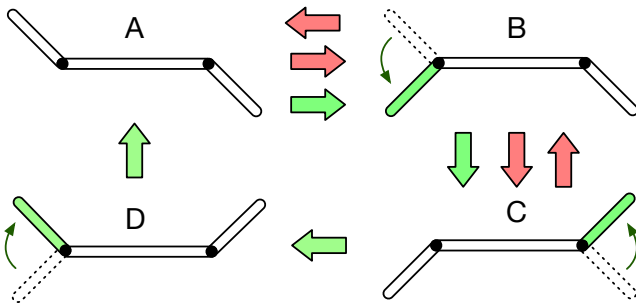


Fig. 1. Tipos de movimiento: la secuencia correspondiente al recíproco se indica mediante las flechas rojas, mientras que las verdes corresponden al no recíproco.

de los objetos o partículas. Esta característica, denominada reversibilidad, implica que fuerzas o movimientos contrapuestos y secuenciales (movimiento recíproco) tienen como resultado volver al estado inicial, por lo que no se logra un desplazamiento neto. Es necesario recurrir a una secuencia de movimientos no simétrica (movimiento no recíproco) para lograr un desplazamiento neto [2], [25]. Esto se ilustra en la Fig. 1: en un movimiento no recíproco, no se repite ninguna de las secuencias anteriores (siendo la secuencia de movimientos A-B-C-D-A), mientras que en un movimiento recíproco sí se repite alguna posición, como por ejemplo en la secuencia A-B-C-B-A. Por ello, para un nadador de Purcell es crucial la selección de la mejor combinación de secuencias posible, ya que el desplazamiento del nadador está directamente relacionado con la secuencia de movimientos realizada [26].

### III. MODELO DEL IPMC EN COMSOL MULTIPHYSICS

Esta sección se centra en el modelado y simulación de un IPMC en COMSOL Multiphysics. COMSOL es un paquete software de análisis y resolución por elementos finitos para aplicaciones en las que intervienen diversos fenómenos, o de carácter multifísico. Conviene señalar que, a pesar de que el modelo que a continuación se describe se ha realizado en dos dimensiones con el propósito de reducir las necesidades computacionales, es completamente extensible a las tres dimensiones.

#### A. Geometría

La geometría del IPMC se modela mediante tres prismas rectangulares, reflejando la configuración tipo sándwich antes mencionada, cuyas dos capas exteriores se corresponden con el platino y el prisma central con el material polimérico, naftión en esta aplicación. Las dimensiones del IPMC modelado son recogidas e ilustradas en la Fig. 2. En cuanto al fluido, es considerado como un depósito rectangular con unas dimensiones suficientes para que el contorno no afecte en la dinámica del IPMC.

#### B. Definición de Físicas

El comportamiento de un material IPMC en COMSOL Multiphysics es dividido en dos: 1) difusión de iones, que simula

los movimientos de las partículas cargadas eléctricamente, y 2) mecánica de sólidos e interacción con un fluido, que permite modelar la deflexión del IPMC y las fuerzas de reacción con el fluido. A continuación se detalla la implementación de cada uno de los comportamientos, así como el resto de consideraciones del modelo.

**B1. Dinámica de Difusión de Iones:** Para modelar el proceso de difusión definido en la Sección II, se incorporan las siguientes físicas:

1. *Corrientes eléctricas*, que define la tensión eléctrica que se distribuye por toda la capa del electrodo de platino, teniendo en cuenta la resistividad eléctrica del material.
2. *Transporte de especies diluidas*, para describir el transporte de iones de acuerdo con la ecuación de Nernst-Planck en la capa central.
3. *Ecuaciones diferenciales parciales en forma general (EDP)*, para establecer el acoplamiento entre el potencial existente en las capas de platino con el campo eléctrico de la membrana de naftión en la interfase de ambas capas.

**B2. Mecánica de Sólidos e Interacción con Fluidos:** Por otro lado, para el modelado de la mecánica del material y su correspondiente interacción con el fluido se requieren las siguientes físicas:

1. *Mecánica de sólidos*, define el material como elemento elástico y los esfuerzos a los que está sometido. Concretamente, en este trabajo se define el conjunto de tensiones a las que se encuentra sometido el IPMC mediante la ecuación (2), obteniendo la densidad de carga de la resolución del comportamiento dinámico anterior. En esta última definición radica la principal diferencia entre el presente trabajo y los modelos existentes en la literatura [20], [21], donde el campo de tensiones es originado a través de una fuerza externa, consideración únicamente válida cuando el IPMC se encuentra fijado en uno de sus extremos, perdiendo su validez cuando se encuentra libre en un fluido.
2. *Flujo de arrastre*, que permite computar la ecuación de Navier-Stokes. Se encarga de determinar la velocidad y presión del fluido en cada punto y de aplicar la condición de no deslizamiento en las superficies del sólido.
3. *Malla móvil*, que permite desplazar el mallado del entorno fluido en función de la deformación que sufre el sólido.
4. *EDP en forma general*, para mejorar la convergencia del modelo en forma de condiciones de contorno realizando una interpolación bilineal entre las condiciones de frontera del fluido perimetral, es decir, donde hay velocidad cero, y las condiciones de frontera del sólido, donde se producen las velocidades máximas del fluido.

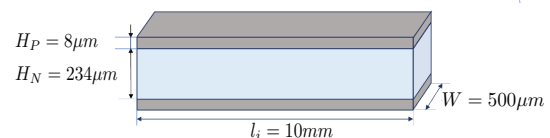


Fig. 2. Geometría del IPMC modelado en COMSOL.

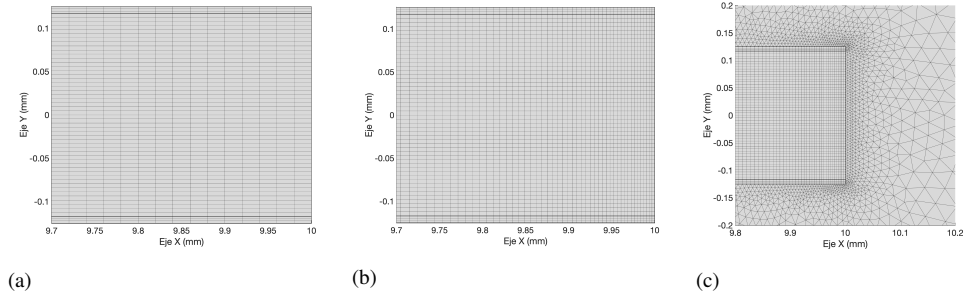


Fig. 3. Mallado para simular: (a) la dinámica de difusión de iones (b) la mecánica de sólidos (c) el fluido.

### C. Mallado

La elección del mallado presenta una fuerte relación con las físicas empleadas. Dado que este modelo se divide en dos comportamientos claramente diferenciados, hay que realizar un mallado para cada uno, junto con un tercer mallado para el fluido. En el diseño de un mallado hay dos objetivos muy interrelacionados: lograr una precisión aceptable de los resultados y resolver el sistema en el menor periodo de tiempo posible. Una reducción de los elementos implica un aumento en la exactitud de los resultados, pero, a su vez, supone un aumento del número de nodos en los que deben computarse las ecuaciones diferenciales, y con ello el tiempo de computación requerido. Es posible optimizar el mallado sectorizando la geometría del IPMC de acuerdo con el cociente de variabilidad de las variables que intervienen. De este modo, las regiones con pequeñas variaciones permitirán aplicar un mallado grueso, mientras que en las regiones de mayor variación se usará un mallado fino.

Para la dinámica de difusión, se ha empleado un mallado estructurado tipo laminar uniforme para la capa de nafi3n y platino, como se muestra en la Fig. 3a. No obstante, un mallado gradual en la capa de nafi3n puede permitir una mayor precisión en el cálculo de la difusión de los iones, cuya distribución se realiza en el eje vertical [20], [21].

Por su parte, para el comportamiento mecánico, al considerarse las tensiones y deformaciones del IPMC y ser éstas proporcionales a la distribución de carga, se ha utilizado el mismo tipo de mallado, pero, en lugar de una distribución uniforme, se ha escogido gradual hacia los extremos del material. La deformación en el extremo libre será mayor que en las zonas próximas al extremo fijo, por lo que se realiza un mallado fino en las franjas de mayor deformación, frente a un mallado grueso en la parte fija o adyacente a otro material, como se observa en la Fig. 3b.

Respecto al mallado del fluido, se ha empleado un mallado no estructurado con subdivisiones triangulares, con el propósito de mejorar la eficiencia computacional de la simulación. Los elementos del fluido más cercanos al sólido son más pequeños para favorecer la precisión de los resultados y mejorar la adaptación al mallado del IPMC, como se muestra en la Fig. 3c. Los elementos mayores constituirán el contorno exterior, ya que simulan un entorno estanco y cuyo único movimiento es el proporcionado por la deflexión del IPMC.

### D. Validación del Modelo

A continuación se presentan los resultados correspondientes a la simulación de un IPMC sin fuerzas externas, es decir, sin estar en contacto con un fluido, tanto en lo que se refiere a concentraciones, desplazamiento y curvatura, con el propósito de validar el modelo desarrollado con los presentados en [20], [21].

La distribución de tensiones del IPMC en cualquiera de sus secciones se ilustra en azul en la Fig. 4, en comparación con la que se obtiene con el modelo descrito en [20], [21] (en verde). Tal y como se observa, la distribución en el caso del modelo aquí propuesto es acorde a un seno hiperbólico, con curvatura cuasiuniforme, verificando así el teorema de Euler Bernoulli. Esto contrasta con el modelo de referencia antes indicado, cuya distribución de tensiones dista significativamente del comportamiento teórico.

## IV. NADADOR DE PURCELL EN COMSOL MULTIPHYSICS

Esta sección contiene el marco teórico del nadador de Purcell, donde los segmentos laterales son de IPMC, y la descripción del modelo desarrollado en COMSOL Multiphysics.

### A. Marco Teórico

Como se ha comentado, un nadador de Purcell consta de tres segmentos unidos mediante articulaciones de un GDL. Los segmentos pueden presentar diferentes geometrías en cuanto a su sección transversal, ya sea circular o rectangular, siendo esta última la considerada en el presente trabajo.

Un esquema general del nadador de Purcell se muestra en la Fig. 5a, donde los segmentos y sus longitudes se denotan

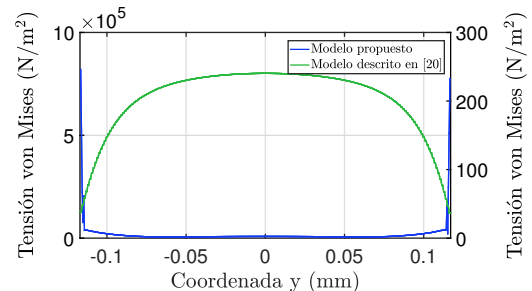


Fig. 4. Distribución de tensiones: comparación con el modelo descrito en [20], [21].

como  $l_0$ ,  $l_1$  y  $l_2$ , mientras que las uniones entre segmentos son designadas como  $j_1$  y  $j_2$ . El nadador se supone simétrico respecto al sistema de referencia propio  $(x, y)$ , por lo que  $l_1 = l_2$ . Respecto a las posiciones angulares de los segmentos,  $\theta_i$  representa la posición angular del segmento  $i$  respecto al sistema de referencia global  $(X, Y)$ , mientras que la rotación de los segmentos laterales está definida por los ángulos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  respecto al sistema de referencia propio.

El movimiento de los segmentos laterales es especificado mediante primitivas que garantizan la realización de un movimiento no recíproco, definiendo los ángulos  $\phi_1$  y  $\phi_2$  respecto al tiempo. La representación de un ángulo frente a otro da lugar a primitivas con diferentes geometrías, siendo las más conocidas la cuadrada [3], [6], [10], [11], [27] y la circular [27], esta última mostrada en la Fig. 5b y utilizada en el presente trabajo, debido a la mayor facilidad de implementación en COMSOL. La primitiva circular es definida como dos senos desfasados  $90^\circ$  de la forma  $\phi_1(t) = A \sin(\omega t)$  y  $\phi_2(t) = A \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ , siendo  $A$  la amplitud y  $\omega$  la frecuencia angular.

Estudios más detallados [25] han demostrado que las rotaciones de los segmentos laterales no mantienen el segmento central en horizontal en cada movimiento, sino que con cada una de las cuatro secuencias el robot gira ligeramente y el centro del Purcell se desplaza hacia arriba y hacia abajo. Idealmente, estos desplazamientos verticales se cancelan y la orientación del segmento central al final de cada primitiva regresa a la horizontal, realizando una trayectoria en el plano  $(X, Y)$  similar a lo ilustrado en la Fig. 6a.

Por simetría, el desplazamiento neto del robot tipo Purcell se produce a lo largo de su eje  $X$ . El sentido del desplazamiento depende de la amplitud de los giros de sus extremos. Así, la Fig. 6a puede descomponerse en la evolución temporal del desplazamiento horizontal (Fig. 6b) y el desplazamiento vertical (Fig. 6c). Estas formas son típicas [3], [4], [6], pero existe una gran variedad de primitivas que resultan en trayectorias muy diversas.

### B. Modelo en COMSOL

En este apartado se describe el modelo desarrollado para el nadador de Purcell en COMSOL Multiphysics tomando como base el modelo de IPMC descrito en la Sección B.

El modelo del nadador consiste en dos segmentos laterales de IPMC anexados a un segmento central con propiedades mecánicas similares al naftión. Sin embargo, su dinámica se ha

restringido a la de un material no deformable con el objetivo de facilitar la convergencia del modelo. Los tres segmentos constituyen un único cuerpo con una dinámica de movimiento que dependerá de cómo y cuánto se curven los IPMC, y de cómo se oriente el segmento central en función de la interacción con el fluido. Respecto a la geometría del modelo, cada uno de los segmentos del nadador se definen de acuerdo a las dimensiones indicadas en la Fig. 2, todos ellos con longitud  $l_i$ , por lo que el robot tiene una longitud total de 30 mm. El fluido es definido con unas dimensiones de 55 mm de ancho y 25 mm de altura.

En cuanto a la implementación de la primitiva circular, ésta se obtiene excitando los IPMC con las señales  $\phi_1$  y  $\phi_2$  con  $A = 10$  y  $\omega = 1$  rad/s. No obstante, se debe tener en cuenta la posición inicial del nadador, ya que los segmentos laterales deben situarse en primer lugar en alguna de las posiciones de la Fig. 5b. Sin embargo, éste comienza en la posición  $(\phi_1, \phi_2) = (0, 0)$  en lugar de la posición marcada como inicio en la Fig. 5b, por lo cual la excitación del segmento izquierdo,  $\phi_1$ , se ha definido en COMSOL como una señal que permanece a cero durante un cuarto de una secuencia de movimiento, mientras que el segmento derecho rota hasta la posición  $\phi_2 = 1$  rad. A partir de ese instante, se retoma la excitación definida por la primitiva circular.

## V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Esta sección resume los resultados de las simulaciones llevadas a cabo en COMSOL Multiphysics. Se ha realizado una simulación temporal de duración 24,25 s, con un paso de simulación fijo de 25 ms, escogiendo el solver *backward differentiation formula* (BDF) de orden máximo 2 y con una tolerancia de 0,02. Respecto al entorno, se ha considerado un fluido que garantiza un bajo  $Re$ .

Las posiciones de los segmentos laterales del nadador de Purcell a lo largo de una repetición de la primitiva circular se muestran en la Fig. 7, concretamente entre los instantes de simulación  $t_1 = 23,25$  y  $t_2 = 24,25$  s (secuencia de duración 1 s). Según estos resultados y de acuerdo con la Fig. 1, la primera conclusión que puede obtenerse es que la secuencia representada obedece a un movimiento no recíproco. Debido a que la secuencia de movimientos consta de cuatro posiciones y la frecuencia angular de la excitación es de 1 rad/s, cada una de ellas se alcanza aproximadamente cada 0,25 s. Otra de las cuestiones que se observan es que el comportamiento de los segmentos laterales, debido a la flexión del material IPMC, dista del atribuido a un segmento rígido.

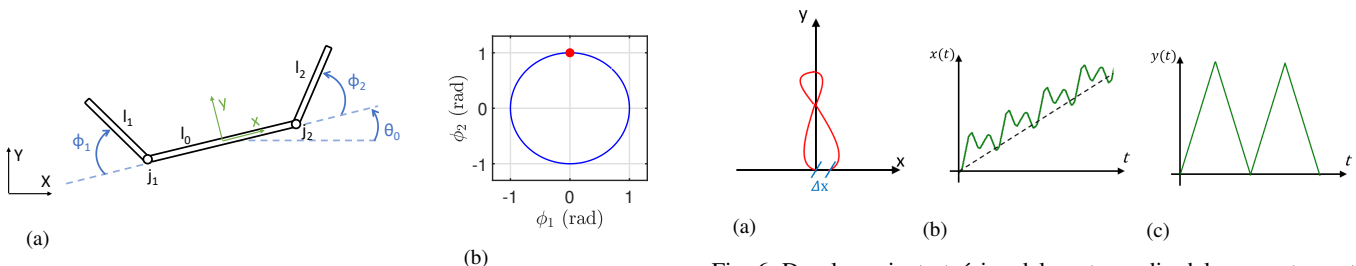


Fig. 5. Nadador de Purcell: (a) esquema (b) primitiva circular con amplitud unitaria. La marca representa el punto de inicio.

Fig. 6. Desplazamiento teórico del punto medio del segmento central del nadador de Purcell: (a) trayectoria realizada en el plano  $XY$  (b) desplazamiento horizontal (c) desplazamiento vertical.

Esta circunstancia, unida a la sección rectangular de los IPMC, justifica las diferencias con respecto a los resultados teóricos esperados, calculados para segmentos rígidos y con sección cilíndrica [3], [4], [25], [27].

El desplazamiento horizontal y vertical del punto medio del segmento central del nadador a lo largo de toda la simulación se representan en la Fig. 8a. Nótese que la escala de los ejes  $X$  e  $Y$  difieren en las unidades, observándose que el desplazamiento en  $Y$  durante una secuencia de movimientos es muy superior al desplazamiento en  $X$ . A la vista de estos resultados, se verifica que efectivamente el microrrobot ha realizado un desplazamiento neto en el eje  $X$ , aunque con claras diferencias respecto a los resultados teóricos para segmentos rígidos [3], [4], [25], [27]. Uno de los principales motivos que explica estas diferencias se debe a que el estado transitorio no es considerado en el desarrollo de las primitivas, es decir, los resultados teóricos se refieren a movimientos ideales. En la simulación se observa un primer periodo hasta los 14 s, identificado como transitorio, donde el nadador se desplaza en sentido positivo ( $t \in [0, 5] \cup [9, 14]$  s) y negativo ( $t \in [5, 9]$  s) del eje  $X$ , originando oscilaciones en torno a la posición inicial y cancelando el desplazamiento neto. Finalizado el transitorio, se alcanza un estado estacionario, en el cual el microrrobot comienza a desplazarse en sentido positivo del eje  $X$ , que sí se corresponde con los resultados de las referencias anteriores. En cuanto al desplazamiento vertical, los resultados son similares a los que aparecen en los trabajos antes mencionados.

## VI. CONCLUSIONES

El presente trabajo ha presentado un modelo integral de un compuesto metálico de polímero iónico (IPMC, de sus siglas en inglés) en COMSOL Multiphysics, que incorpora tanto el comportamiento electrostático como mecánico del material. A partir de él, se ha desarrollado un modelo de un microrrobot nadador de tres segmentos de Purcell sumergido en un fluido, cuyos segmentos laterales son de IPMC.

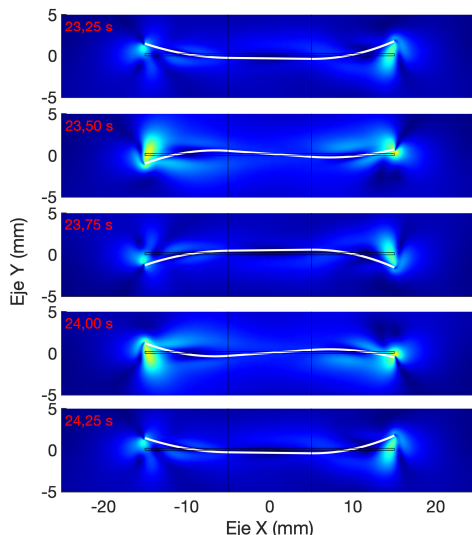


Fig. 7. Secuencia de movimientos no recíprocos del nadador de Purcell en COMSOL ( $t_1 = 23,25$  s a  $t_2 = 24,25$  s).

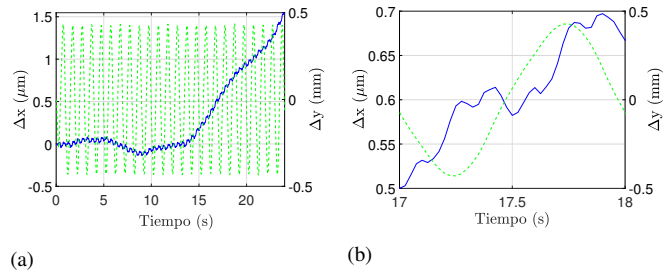


Fig. 8. Desplazamiento horizontal y vertical del centro del nadador de Purcell en COMSOL: (a) desplazamiento a lo largo del tiempo total de la simulación (b) desplazamiento en una secuencia de movimiento.

Para una primitiva de movimiento circular, los resultados de simulación demuestran la idoneidad de los actuadores IPMC como segmentos flexibles para realizar un movimiento no recíproco que permite el desplazamiento del nadador.

Los trabajos futuros se centrarán en: 1) estudio del movimiento para diferentes tipos de primitivas, obteniendo también la velocidad de propulsión; 2) comparación, en COMSOL, con el caso de segmentos laterales rígidos; 3) fabricación del robot; y 4) validación de los resultados con datos experimentales.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado, en parte, por la Consejería de Economía, Ciencia y Agenda Digital (Junta de Extremadura) bajo el proyecto IB18109 y la ayuda “Ayuda a Grupos de Investigación de Extremadura” (núm. GR18159), y, en parte, por el Fondo Europeo de Desarrollo Regional “Una manera de hacer Europa”.

## REFERENCIAS

- [1] J. Happel and H. Brenner, *Low Reynolds number hydrodynamics*. Martinus Nijhoff Publishers, 2 ed., 1983.
- [2] E. M. Purcell, “Life at low Reynolds number,” *American Journal of Physics*, vol. 45, no. 1, pp. 3–11, 1977.
- [3] F. Alouges, A. DeSimone, L. Giraldi, and M. Zoppello, “Self-propulsion of slender micro-swimmers by curvature control: N-link swimmers,” *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 56, pp. 132–141, 2013.
- [4] S. Kadam and R. Banavar, “Geometry of locomotion of the generalized Purcell’s swimmer: Modelling, controllability and motion primitives,” *IFAC Journal of Systems and Control*, vol. 4, pp. 7–16, 2018.
- [5] C. Nuevo-Gallardo, J. E. Traver, I. Tejado, and B. M. Vinagre, “Purcell’s Three-Link Swimmer: Assessment of Geometry and Gaits for Optimal Displacement and Efficiency,” *Mathematics*, vol. 9, no. 10, p. 1088, 2021.
- [6] L. Giraldi, P. Martinon, and M. Zoppello, “Controllability and optimal strokes for N-link microswimmer,” *Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3870–3875, 2013.
- [7] O. Wiezel and Y. Or, “Using optimal control to obtain maximum displacement gait for Purcell’s three-link swimmer,” *Proceedings of the 2016 IEEE 55th Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 4463–4468, 2016.
- [8] S. Kadam, K. Joshi, N. Gupta, P. Katdare, and R. N. Banavar, “Trajectory tracking using motion primitives for the Purcell’s swimmer,” *Proceedings of the 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 3246–3251, 2017.
- [9] F. Alouges, A. DeSimone, L. Giraldi, Y. Or, and O. Wiezel, “Energy-optimal strokes for multi-link microswimmers: Purcell’s loops and Taylor’s waves reconciled,” *New Journal of Physics*, vol. 21, no. 4, p. 043050, 2019.
- [10] E. Gutman and Y. Or, “Symmetries and gaits for Purcell’s three-link microswimmer model,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 32, no. 1, pp. 53–69, 2016.

- [11] D. Tam and A. E. Hosoi, "Optimal stroke patterns for Purcell's three-link swimmer," *Physical Review Letters*, vol. 98, no. 6, p. 068105, 2007.
- [12] F. Alouges, A. DeSimone, L. Giraldo, and M. Zoppello, "Purcell magneto-elastic swimmer controlled by an external magnetic field," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 4120–4125, 2017.
- [13] D. Du, E. Hilou, and S. L. Biswal, "Reconfigurable paramagnetic microswimmers: Brownian motion affects non-reciprocal actuation," *Soft Matter*, vol. 14, pp. 3463–3470, 2018.
- [14] J. Grover, D. Vedova, N. Jain, M. Travers, and H. Choset, "Motion planning, design optimization and fabrication of ferromagnetic swimmers," in *Proceedings of Robotics: Science and Systems (RSS'19)*, pp. 79–87, 2019.
- [15] C. Moreau, "Local controllability of a magnetized Purcell's swimmer," *IEEE Control Systems Letters*, vol. 3, no. 3, pp. 637–642, 2019.
- [16] E. Passov and Y. Or, "Dynamics of Purcell's three-link microswimmer with a passive elastic tail," *The European Physical Journal E*, vol. 35, no. 8, pp. 1–9, 2012.
- [17] Z. Chen, H. Bart-Smith, and X. Tan, "IPMC-actuated robotic fish," in *Robot Fish*, pp. 219–253, Springer, 2015.
- [18] M. Shahinpoor and K. J. Kim, "Ionic polymer metal composites: IV Industrial and medical applications," *Smart Materials and Structures*, vol. 14, no. 1, pp. 197–214, 2004.
- [19] S. Nemat-Nasser, "Micromechanics of actuation of ionic polymer-metal composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 92, no. 5, pp. 2899–2915, 2002.
- [20] D. Pugal, *Physics Based Model of Ionic Polymer Metal Composite Electromechanical and Mechano-electrical Transduction*. PhD thesis, University of Nevada, USA, 2012.
- [21] M. Shahinpoor, *Ionic Polymer Metal Composites (IPMCs): Smart Multifunctional Materials and Artificial Muscles, Volume 2*. Royal Society of Chemistry, 2015.
- [22] L. Boerefijn, "IPMC actuator for swimming microrobots," Master's Thesis, Delft University of Technology, Netherlands, 2017.
- [23] R. Caponetto, V. De Luca, and S. Graziani, "A multiphysics model of IPMC actuators dependence on relative humidity," in *Proceedings of the 2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC)*, pp. 1482–1487, 2015.
- [24] S. Nemat-Nasser and J. Y. Li, "Electromechanical response of ionic polymer-metal composites," *Journal of Applied Physics*, vol. 87, no. 7, pp. 3321–3331, 2000.
- [25] L. E. Becker, S. A. Koehler, and H. A. Stone, "On self-propulsion of micro-machines at low Reynolds number: Purcell's three-link swimmer," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 490, pp. 15–35, 2003.
- [26] E. Lauga and T. R. Powers, "The hydrodynamics of swimming microorganisms," *Reports on Progress in Physics*, vol. 72, no. 9, p. 096601, 2009.
- [27] O. Wiesel and Y. Or, "Optimization and small-amplitude analysis of Purcell's three-link microswimmer model," *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 472, no. 2192, pp. 4–25, 2016.



**Andrés J. Serrano** received his B.E. degree in Electronic Engineering and Automation (Industrial Branch) from the University of Extremadura in 2020.

His final project was focused on modeling and simulation of three-link microswimmer made of IPMC actuators.



**Cristina Nuevo-Gallardo** received her B.E. degree in Industrial Mechanical Engineering and her M.E. degree in Biomedical Engineering from the University of Extremadura, Badajoz, in 2015 and 2017, respectively. She is currently pursuing her PhD on artificial bacterial flagellum type swimming microrobots for medical applications.



**José Emilio Traver** received his B.E. degree in Industrial Electronics Engineering and Automation and his M.E. degree in Biomedical Engineering from the University of Extremadura, Badajoz, in 2015 and 2017, respectively. He is currently pursuing his Ph.D. on artificial eukaryotic flagellum type swimming microrobots for medical applications.



**Inés Tejado** received the B.E., M.E., and Ph.D. degrees, the last ones with honor, in Electronic Engineering from the University of Extremadura, Badajoz, Spain, in 2003, 2006, and 2011, respectively. She was with the Instituto Superior Técnico (University of Lisbon, Portugal) as a postdoctoral researcher for 13 months during 2012 and 2013. From December 2013 to July 2021, Dr. Tejado was an Assistant Professor in the Dept. of Electrical, Electronic Engineering and Automation at the University of Extremadura, where is now an Associate Professor.

Dr. Tejado has been working on fractional-order control for more than 15 years, and has authored/coauthored over 100 research publications in peer-reviewed journals, book chapters and conference proceedings in such a topic. Likewise, she was involved in more than 10 research projects in such a field. Apart from that topic, her current interests focus on robotics for medical applications, and advances in engineering education.



**Blas M. Vinagre** received the M.S. degree in Telecommunications Engineering from the Technical University of Madrid, Madrid, Spain, in 1985.

He worked in industry from 1985 to 1994, mainly in communications, automation and electronic war. In 1994, he joined the University of Extremadura as an Assistant Professor. In 2001, he received the Ph.D. degree from the National University of Distant Learning, Madrid, Spain.

From 2001 to 2016 he has been an Associate Professor in the Department of Electric, Electronic and

Automation Engineering, where he is now a Full Professor of Automatic Control.

His research interest focuses on the applications of fractional calculus in automatic control and robotics, including microrobotics for medical applications. He is a Senior Member of IEEE.