

Transient Stability Constrained Optimal Power Flow applied to distributions systems with synchronous generators

Daiane M. B. de Siqueira, Roman Kuiava and Thelma S. P. Fernandes

Abstract— This paper proposes a Transient Stability Constrained Optimal Power Flow (TSC-OPF) formulation in order to calculate the optimum operating point of synchronous generators in distribution networks, in terms of dispatch of their active and reactive powers. However, the problem is complex due to the high number of constraints and variables, as well as, the presence of nonlinear constraints. To circumvent these adversities, an optimization problem is proposed in this paper with the application of a set of mathematical approximations in the constraints of the active and reactive power balance equations. In addition, an approximation is explored in the swing equation of synchronous generators belonging to a group of coherent machines, particularly regarding the active power injection from the generators. The proposed TSC-OPF is tested in a 31-bus radial distribution system with two and four generators. The results show that the running time to solve the proposed optimization problem with approximations becomes smaller when compared to the time to solve it without approximations.

Index Terms— Active and reactive power dispatch, distributed synchronous generators, distribution systems, transient stability, transient stability constrained optimal power flow.

I. INTRODUÇÃO

A imprevisibilidade da ocorrência de perturbações no sistema elétrico e a presença de geração distribuída (GD), exigem estudos de estabilidade dinâmica, os quais têm como escopo principal, ajustar as proteções e manter os geradores operando de forma síncrona com a rede [1]. Assim, é preciso encontrar as melhores condições de operação para manter as unidades de GD operando sem interrupções. Estas soluções operativas podem ser obtidas a partir da formulação e solução de problemas de otimização.

Nesse contexto, uma das ferramentas de otimização mais importantes para a operação e o planejamento dos sistemas de potência é o Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Normalmente, o FPO aborda apenas condições de funcionamento em regime permanente do sistema, porém, na presença de unidades de GD, principalmente as pequenas centrais hidrelétricas (PCHs) e térmicas (PCTs), que se baseiam em geradores síncronos, o ponto de operação resultante do FPO não garante o sincronismo dessas unidades com a rede em resposta a perturbações severas (a chamada estabilidade transitória). Esta situação gera preocupações quanto ao desempenho dinâmico dos sistemas de

potência, o que pode ser verificado nas formulações do FPO apresentadas por [2].

Desse modo, com o intuito de aumentar a confiabilidade operacional do sistema de potência, usa-se do Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Estabilidade Transitória Angular (FPO-RETA). As restrições de estabilidade transitória no FPO são formadas pela equação de oscilação (ou equação de *swing*) dos geradores, que representa o comportamento do ângulo e da velocidade do rotor ao longo do tempo em resposta às grandes perturbações. Uma vez que a equação de oscilação é uma equação diferencial não linear de segunda ordem, ela deve ser discretizada para ser incorporada ao conjunto de restrições do FPO. Todavia, considerando que este fato aumenta a dimensão do problema de otimização, devido ao elevado número de variáveis e restrições, para reduzir esses entraves, surgem outros estudos, os quais se diferenciam quanto à modelagem matemática do FPO-RETA e do algoritmo para solução do problema de otimização.

Em termos de algoritmo para solução do FPO-RETA, recentemente, pode-se citar os estudos baseados em inteligência computacional com o uso de algoritmos metaheurísticos, como o enxame de partículas [3] e o algoritmo genético [4]. Embora não atuais, as técnicas clássicas de otimização ainda se mostram eficientes e robustas, como em [5], onde o Método dos Pontos Interiores (MPI) é adotado para atender às múltiplas contingências e minimizar as perdas ativas na rede e em [6], em que as equações de *swing* dos geradores são formuladas com base no desvio de velocidade e resolvidas pelo MPI a fim de otimizar o despacho econômico garantindo a estabilidade transitória.

Comumente, o procedimento adotado para modelagem matemática do problema de estabilidade transitória no FPO é baseado na conversão das equações de *swing* (que são diferenciais) em um conjunto de equações algébricas a partir de um método numérico de discretização, conforme proposto em [7] e [8]. Da mesma forma, o método trapezoidal é utilizado para formular um FPO-RETA cujo objetivo é dimensionar adequadamente as unidades de GD baseadas em geradores síncronos [9], bem como, para fins de decomposição do sistema de potência em um modelo de duas escalas de tempo [10] e na Análise de Sensibilidade de Trajetória (AST) para representar o impacto de diferentes cenários de carga e topologias de rede na estabilidade transitória do sistema [11].

Outra forma de mitigar a dimensão do problema de otimização é representar o sistema por meio de equivalentes dinâmicos. A metodologia utilizada para desenvolver um equivalente dinâmico é fundamentalmente baseada na análise

D. M. B. de Siqueira, R. Kuiava e T. S. P. Fernandes são do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, Brasil. E-mails: daianemb@ufpr.br, kuiava@ufpr.br e thelma@eletrica.ufpr.br.

modal, na qual os geradores são divididos em subsistemas por um equivalente reduzido da rede ou pelo agrupamento dos geradores coerentes [12]. Esta última abordagem é adotada neste artigo e consiste na propriedade de alguns geradores oscilarem de forma idêntica ou muito semelhante durante o estado transitório.

Nesse sentido, o artigo [13] propôs reduzir o sistema de potência em várias áreas coerentes e, assim, uma única restrição de estabilidade transitória é obtida, reduzindo o tempo computacional para solução do FPO-RETA. Tal prática, para simplificar os estudos dinâmicos do sistema e suas equações, também pode ser vislumbrada em [14], [15] e [16].

Portanto, este trabalho propõe um FPO-RETA que incorpora aproximações em sua formulação, as quais são realizadas no balanço de potência ativa e reativa e nas equações de injeção de potência ativa dos geradores síncronos, integrantes das equações de *swing* discretizadas. A formulação ora apresentada tem a vantagem de contribuir para o menor custo computacional e reduzir a complexidade do problema de otimização, o que é demonstrado pelos testes e resultados.

Ante ao exposto, este artigo é organizado em seis seções. A seção II apresenta a modelagem matemática da dinâmica da rede e da máquina síncrona. A partir disso, é possível formular o FPO-RETA na seção III. Mas, como o problema de otimização tem desvantagem de dimensão e complexidade, para contorná-los, na seção IV, é proposta uma nova formulação para o FPO-RETA, com aproximações nas equações de balanço de potência e na equação de *swing*. A formulação proposta e o algoritmo são testados em sistema de distribuição radial de 31 barras com 2 e 4 unidades de GD e os resultados são demonstrados na seção V. Por fim, na seção VI são apresentadas a conclusão e os direcionamentos para a continuidade da pesquisa.

II. MODELAGEM DO SISTEMA DE POTÊNCIA PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

A modelagem matemática do problema de estabilidade transitória [17] é apresentada nesta seção.

A. Modelagem da Máquina Síncrona

Utiliza-se neste artigo o modelo clássico de máquina síncrona, o qual é formado pela equação de *swing* transformada em duas equações diferenciais de primeira ordem [18], dadas por (1) e (2):

$$\dot{\delta}_i(t) = \omega_s \omega_i(t) - \omega_s \quad (1)$$

$$\dot{\omega}_i(t) = \frac{1}{2H_i} (P_{mi} - P_{ei} - D_i(\omega_i - 1)) \quad (2)$$

em que, $\delta_i(t)$ é o ângulo do rotor da máquina i no instante t ; $\omega_i(t)$ é a velocidade angular da máquina i no instante t ; H_i é a constante de inércia da máquina i ; P_{mi} é a injeção de potência mecânica da máquina i ; P_{ei} é a potência elétrica ativa proveniente da máquina i ; D_i é o coeficiente de amortecimento da máquina i .

B. Modelagem da Rede Elétrica

É necessário um modelo matemático capaz de representar as interações dinâmicas entre os geradores e a rede.

Primeiramente, apresentam-se as restrições das condições iniciais, que fornecem o ângulo inicial do rotor dos geradores síncronos (δ_i^0) quando o sistema encontra-se operando em regime permanente (pouco antes da incidência de uma grande perturbação) [17]. Essas restrições são dadas por (3) e (4):

$$V_{ti} E'_{qi} \text{sen}(\delta_i^0 - \theta_i) - x'_{di} P_i = 0 \quad (3)$$

$$-V_{ti}^2 + V_{ti} E'_{qi} \text{cos}(\theta_i - \delta_i^0) - x'_{di} Q_i = 0 \quad (4)$$

em que, V_{ti} é o módulo da tensão terminal no barramento i ; θ_i é o ângulo da tensão terminal do gerador i ; x'_{di} é a reatância transitória do eixo d do gerador i ; P_i é a potência ativa fornecida pelo gerador i ; Q_i é a potência reativa fornecida pelo gerador i . Além disso, a tensão transitória do eixo q (E'_{qi}) é constante para todo o intervalo de tempo de análise.

Já as interações dinâmicas entre os geradores e a rede, adotando as premissas de [19] e o modelo de sistemas multi-máquinas, podem ser modeladas através de matrizes de admitância, o que permite transformar o sistema original em um modelo reduzido da rede para os nós internos dos geradores, utilizando a matriz de admitâncias reduzida Y_{red} [19].

A partir dessa redução de rede, a expressão analítica para a injeção de potência elétrica em cada barra pelos geradores pode ser calculada conforme (5), onde a injeção de potência ativa em tempo discreto (P_{ei}^t) varia de acordo com a excursão do ângulo do rotor do gerador após ser sujeito a uma perturbação:

$$P_{ei}^t = E'_{qi} \sum_{j=0}^n E'_{qj} \left(B_{ij}^t \text{sen}(\delta_i^t - \delta_j^t) + G_{ij}^t \text{cos}(\delta_i^t - \delta_j^t) \right) \quad (5)$$

sendo n o número de barras do sistema; j o número de barras do sistema incluindo a referência ($j = 0$), onde, $E'_{q0} = 1$ p.u. e $\delta_0 = 0$ rad; E'_{qi} é o módulo da tensão interna do eixo q do gerador da barra i ; E'_{qj} é o módulo da tensão interna do eixo q do gerador da barra j ; B_{ij}^t é a parte imaginária do elemento ij da matriz Y_{red} no instante t ; G_{ij}^t é a parte real do elemento ij da matriz Y_{red} no instante t ; δ_i^t é o ângulo do rotor do gerador i no instante t ; δ_j^t é o ângulo do rotor do gerador j no instante t .

III. FORMULAÇÃO TRADICIONAL DO FPO-RETA

A formulação matemática clássica de um FPO-RETA é composta por uma função objetivo e restrições operativas em regime permanente e em regime transitório [9] e [20], conforme apresentadas nesta seção.

A. Função Objetivo

O problema de otimização visa maximizar o despacho de potência ativa das unidades de GD e minimizar as perdas ativas do sistema, conforme (6):

$$\begin{aligned} f(P_{Gi}) &= c_1 f_1(P_{Gi}) + c_2 f_2(P_{Gi}) \\ f(P_{Gi}) &= c_1 \sum_{i=1}^{NGD+1} (P_{Gi} - P_{Di}) \\ &\quad + c_2 \sum_{i=1}^{NGD} (P_{Gimax} - P_{Gi})^2 \end{aligned} \quad (6)$$

em que, N_{GD} é o número de unidades de GD alocadas no sistema; P_{Gimax} é a capacidade máxima de potência ativa do i -ésimo gerador; P_{Gi} e P_{Di} são as potências ativas geradas e demandadas na i -ésima barra do sistema, respectivamente.

O primeiro critério (f_1) da função objetivo refere-se à minimização das perdas ativas nos ramos da rede de distribuição, o que leva a uma maior eficiência e conservação da energia elétrica. Este fato beneficia diretamente as distribuidoras de energia elétrica pela redução dos custos operacionais. O segundo critério (f_2) minimiza o desvio de potência ativa gerada, e, portanto, quanto menor for a diferença entre a capacidade máxima de geração e sua potência ativa gerada pela unidade de GD, maior será o despacho de potência ativa das unidades de GD, o que, na prática, beneficia o produtor independente. Ainda, sobre a função objetivo (6), estão presentes os pesos c_1 e c_2 em cada uma das parcelas f_1 e f_2 , respectivamente, com a meta de ponderar ou habilitar/desabilitar as finalidades de minimizar as perdas e os desvios de potência ativa.

B. Restrições Operativas em Regime Permanente

A operação em regime permanente é caracterizada pelas equações de equilíbrio de potência ativa e reativa das unidades de GD, as quais são não-lineares, pelos limites físicos da geração de potência ativa e reativa e pelos limites operacionais das magnitudes das tensões nas barras como segue:

$$\vec{P}_G - \vec{P}_D = \text{real} \left[\text{diag}(\vec{V} \angle \vec{\theta}) (Y_{bus} \vec{V} \angle \vec{\theta})^* \right] \quad (7)$$

$$\vec{Q}_G - \vec{Q}_D = \text{imag} \left[\text{diag}(\vec{V} \angle \vec{\theta}) (Y_{bus} \vec{V} \angle \vec{\theta})^* \right] \quad (8)$$

$$\vec{P}_{Gmin} \leq \vec{P}_G \leq \vec{P}_{Gmax} \quad (9)$$

$$\vec{Q}_{Gmin} \leq \vec{Q}_G \leq \vec{Q}_{Gmax} \quad (10)$$

$$\vec{V}_{min} \leq \vec{V} \leq \vec{V}_{max} \quad (11)$$

em que, \vec{P}_{Gmin} , \vec{P}_{Gmax} , \vec{Q}_{Gmin} e \vec{Q}_{Gmax} são os vetores com a mínima e máxima potência ativa e reativa dos geradores, respectivamente; \vec{P}_G e \vec{Q}_G são os vetores com as potências ativa e reativa geradas nas barras da rede; Y_{bus} é a matriz de admitância de barras; \vec{V} é o vetor com os módulos das tensões nas barras; $\vec{\theta}$ é o vetor com os ângulos das tensões nas barras; \vec{V}_{min} e \vec{V}_{max} são os vetores com as magnitudes dos limites mínimo e máximo de tensão em cada barra.

C. Restrições de Estabilidade Transitória

As equações (12) - (16) representam as restrições de estabilidade transitória, sendo que as duas primeiras representam as condições iniciais para o ângulo do rotor, a terceira e a quarta são as equações de *swing* transformadas em um conjunto de equações algébricas usando o método trapezoidal implícito [2], [21], [22], e a quinta inequação impõe os limites do ângulo do rotor:

$$V_{ti} E'_{qi} \text{sen}(\delta_i^0 - \theta_i) - x'_{di} P_i = 0 \quad (12)$$

$$-V_{ti}^2 + V_{ti} E'_{qi} \cos(\theta_i - \delta_i^0) - x'_{di} Q_i = 0 \quad (13)$$

$$\delta_i^{t+1} - \delta_i^t - \frac{\Delta t \omega_s}{2} (\omega_i^{t+1} + \omega_i^t - 2) = 0 \quad (14)$$

$$\omega_i^{t+1} \left(1 + \frac{\Delta t D_i}{4H_i} \right) + \omega_i^t \left(-1 + \frac{\Delta t D_i}{4H_i} \right) - \frac{\Delta t D_i}{2H_i} \quad (15)$$

$$- \frac{\Delta t}{4H_i} (2P_{Gi} - P_{ei}^{t+1} - P_{ei}^t) = 0 \quad (16)$$

$$\delta_{min} \leq \delta_i^t \leq \delta_{max}$$

em que, δ_i^t , ω_i^t e $t_0, t_1, \dots, t_m \in I = [t_0, t_m]$, sendo $(t+1) - t = \Delta t$, I o intervalo de tempo em que a análise transitória precisa ser submetida; Δt é o passo de tempo; δ_{min} e δ_{max} são os limites mínimo e máximo do ângulo do rotor, respectivamente.

A equação de *swing* (15), requer o cálculo da injeção de potência ativa dos geradores (P_{ei}^t), que, na formulação tradicional, pode ser utilizada na forma geral (5).

IV. FORMULAÇÃO PROPOSTA PARA O FPO-RETA

A formulação tradicional do FPO-RETA, conforme apresentada na seção anterior, traz algumas desvantagens devido a presença de várias restrições não-lineares e pela elevada dimensionalidade. Esses fatos aumentam o número de variáveis e restrições, conforme já relatado em trabalhos anteriores [9], [11] e [20]. No entanto, estes obstáculos podem ser reduzidos por aproximações propostas nas equações de balanço de potência ativa e reativa e na expressão da potência elétrica injetada pelos geradores, descritas nas próximas subseções.

A. Aproximações propostas nas Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa

A fim de reduzir a complexidade do FPO-RETA e, conseqüentemente, o custo computacional, são propostas aproximações nas equações de balanço de potência (7) - (8). A aproximação matemática é uma prática comum para o fluxo de potência e FPO, como visto em [23] - [24]. Um estudo interessante é o do Fluxo de Potência Linearizado para Distribuição (FPL-D) utilizado em problemas envolvendo FPO [25], sendo que tal técnica é utilizada como base neste trabalho, que adota como representação das injeções de potência ativa e reativa na forma linear, o formato indicado em (17) e (18):

$$\vec{P}_i = B_2 \vec{\theta} + B_1 \vec{V} \quad (17)$$

$$\vec{Q}_i = -B_1 \vec{\theta} + B_2 \vec{V} \quad (18)$$

em que, \vec{P}_i é o vetor de injeção de potência ativa na barra i ; \vec{Q}_i é o vetor de injeção de potência reativa na barra i ; os elementos das matrizes B_1 e B_2 são definidos em (19) e (20), sendo, r_{ij} a resistência e x_{ij} a reatância entre as barras ij .

$$B_1(i, j) = \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}, \quad B_2(i, j) = \frac{x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}, \quad \forall i \neq j \quad (19)$$

$$B_1(i, i) = \sum_{j=1, j \neq i}^{nb} \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2}, \quad B_2(i, i) = \sum_{j=1, j \neq i}^{nb} \frac{x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} \quad (20)$$

Assim, substituindo cada uma das equações (17) e (18) no balanço de potência das barras do sistema, de acordo com o fluxo de potência clássico [23], obtêm-se as equações de balanço de potência linearizadas (21) e (22):

$$\vec{P}_G - \vec{P}_D - (B_2 \vec{\theta} + B_1 \vec{V}) = 0 \quad (21)$$

$$\vec{Q}_G - \vec{Q}_D - (-B_1 \vec{\theta} + B_2 \vec{V}) = 0 \quad (22)$$

nas quais, \vec{P}_G e \vec{P}_D são os vetores com as potências ativas geradas e demandadas; \vec{Q}_G e \vec{Q}_D são os vetores com as potências reativas geradas e demandadas, respectivamente. Para maiores informações a respeito da aplicabilidade das equações de balanço de potência linearizadas para redes de distribuição de diferentes dimensões e carregamentos, consultar [25], [35] – [37].

B. Aproximações propostas na Equação de Swing

O número de equações relacionadas ao comportamento dinâmico dos geradores síncronos dobra de acordo com o acréscimo de cada novo gerador à rede. Diante disso, pretende-se reduzir o número de operações na montagem da matriz hessiana (requisito para resolver o problema pelo MPI), principalmente por meio da simplificação da equação de *swing* dos geradores.

Uma forma de contornar este inconveniente, sem perdas significativas de precisão, é agrupando os geradores coerentes [12] e [26]. Este conceito permite encontrar os grupos de geradores que oscilam com comportamento similar no estado transitório. Valendo-se disso, neste trabalho, explora-se a coerência de geradores quando houver uma pequena diferença angular entre quaisquer dois geradores coerentes. Esse vislumbre possibilita o uso de simplificações nas equações de *swing* discretizadas e, conseqüentemente, reduz o tempo de execução para solução do FPO-RETA.

Então, se os ângulos dos rotores, em um intervalo de tempo (t), apresentam coerência (até o primeiro pico de oscilação pós-falta), os geradores são coerentes se a seguinte condição for satisfeita $|\delta_{max}(t) - \delta_{min}(t)| \leq \varepsilon_\delta$, sendo ε_δ uma constante de pequeno valor relacionada à diferença entre o maior ($\delta_{max}(t)$) e o menor valor de ângulo ($\delta_{min}(t)$) [26], [27], [15] e [16].

Para tanto, esse conceito de coerência de geradores é implementado por meio de simplificações matemáticas e inserido no problema de otimização. Para esta proposta, a equação de injeção de potência ativa (5), que faz parte da restrição dinâmica (15), pode ser reescrita e expandida como segue em (23).

$$P_{ei}^t = E_{qi}^t (B_{i0}^t \text{sen}(\delta_i^t) + G_{i0}^t \text{cos}(\delta_i^t)) + E_{qi}^t{}^2 G_{ii}^t + E_{qi}^t \sum_{j=1, j \neq i}^n E_{qj}^t (B_{ij}^t \text{sen}(\delta_i^t - \delta_j^t) + G_{ij}^t \text{cos}(\delta_i^t - \delta_j^t)) \quad (23)$$

Em (23), verificam-se 3 parcelas. A primeira parcela refere-se à potência do i-ésimo gerador em relação à barra de referência do sistema, a qual considera o ângulo igual a zero (barra infinita). A representação da subestação como barramento infinito é uma prática geralmente utilizada em sistemas de redes de distribuição e esse barramento atua, também, como referência angular na avaliação de estabilidade transitória. Já a segunda parcela relaciona a potência do i-ésimo gerador em questão com sua própria barra; e, finalmente, a terceira parcela relaciona o gerador em questão com os demais geradores alocados no sistema. Ainda, é importante observar na

última parcela, que se os n geradores formam um grupo coerente pode-se aproximar a função senoidal em Séries de Taylor até a primeira ordem, fazendo $\text{sen}(\delta_i^t - \delta_j^t) \approx \delta_i^t - \delta_j^t$.

Da mesma forma, a função cosseno, presente no último termo à direita da igualdade da expressão (23), pode ser aproximada em Séries de Taylor até a segunda ordem fazendo $\text{cos}(\delta_i^t - \delta_j^t) \approx 1 - \frac{1}{2}(\delta_i^t - \delta_j^t)^2$.

Então, dado um conjunto $S = \{1, 2, \dots, N_{GD}\}$ de índices associados aos N_{GD} geradores do sistema e dois conjuntos formados por geradores coerentes (Ω_1 e Ω_2) pertencentes ao sistema analisado ($\Omega_1 \in S$ e $\Omega_2 \in S$), cuja união dos conjuntos configura todos os geradores do sistema ($\Omega_1 \cup \Omega_2 = S$), permite-se estender esse conceito na equação (23) para um caso com 2 grupos de geradores coerentes. Considerando um gerador pertencente ao primeiro grupo ($i \in \Omega_1$), tem-se (24).

$$P_{ei}^t = E_{qi}^t (B_{i0}^t \text{sen}(\delta_i^t) + G_{i0}^t \text{cos}(\delta_i^t)) + E_{qi}^t{}^2 G_{ii}^t + E_{qi}^t \sum_{j \in \Omega_1, j \neq i}^n E_{qj}^t (B_{ij}^t (\delta_i^t - \delta_j^t) + G_{ij}^t (1 - \frac{1}{2}(\delta_i^t - \delta_j^t)^2)) + E_{qi}^t \sum_{j \in \Omega_2}^n E_{qj}^t (B_{ij}^t \text{sen}(\delta_i^t - \delta_j^t) + G_{ij}^t \text{cos}(\delta_i^t - \delta_j^t)) \quad (24)$$

Assim, em (24), a simplificação trigonométrica está contida apenas na terceira parte cujos geradores são coerentes ($j \in \Omega_1$, pertencem ao mesmo grupo). A simplificação não impacta o número de variáveis ou equações do FPO-RETA. No entanto, contribui para a redução do número de operações no processo de solução do problema pelo MPI, uma vez que algumas derivadas parciais de segunda ordem serão nulas, fato que simplifica a construção da matriz hessiana. Para maiores informações e detalhes a respeito destas aproximações, ver [37].

C. Formulação Proposta para o FPO-RETA

A nova proposta considera as simplificações nas equações de balanço de potência e nas equações de *swing* dos geradores, que foram descritas na seção anterior, considerando geradores coerentes. A formulação matemática proposta do FPO-RETA é composta, portanto, pela função objetivo (6), sujeita às restrições aproximadas do balanço de potências ativa (21) e reativa (22), as restrições das condições iniciais (12) e (13), as equações de *swing* discretizadas (14) e (15), e os limites operativos (9) - (11) e (16).

Esta formulação difere matematicamente da formulação tradicional devido às aproximações aplicadas nas equações de balanço de potência e, se houver geradores coerentes, na injeção de potência ativa dos geradores (P_{ei}^t), presente na equação de *swing* (15), calculada com a equação simplificada (24).

D. Algoritmo de solução

A análise de estabilidade fundamenta-se no diagnóstico do comportamento do ângulo do rotor, quando este atinge o primeiro pico de oscilação [28]. Em vista disso, a resolução temporal concentra-se no menor número de passos de tempo no período pós-falta. No entanto, como não se sabe previamente em que instante ocorre o primeiro pico do ângulo do rotor no

período pós-falta, então, primeiramente, deve-se executar a rotina de programação para o intervalo de tempo que constitui todo o período pré-falta, em falta e 1 passo de tempo do período pós-falta. Até que se atinja o primeiro pico, incrementa-se, sucessivamente, 1 passo de tempo no período pós-falta e executa-se novamente o FPO-RETA. Tal estratégia, permite um tempo de simulação inferior se comparado à execução de todo horizonte de análise de tempo no período pós-falta [9] e [20].

Da mesma forma, se o ângulo do rotor atinge seu primeiro pico e, nesse momento, sua velocidade angular é igual à velocidade síncrona para todas as unidades geradoras inseridas no sistema, pode-se dizer que o sistema é estável na primeira oscilação [29].

Diante disso, o algoritmo é dividido nas seguintes etapas:

- 1) Inicialização: os dados do sistema e as variáveis de estado e controle do problema de otimização são inseridos no código do programa. Em seguida, as topologias de rede são identificadas para cada período, quando, então, as matrizes de admitância (Y_{bus} e Y_{red}) são definidas, seguindo-se para a etapa 2.
- 2) Formulação do FPO-RETA: o FPO-RETA é formulado para o período de análise, cujo conjunto de equações a ser adotado pode ser o FPO-RETA proposto (com aproximações), prosseguindo-se para a etapa 3.
- 3) Solução do FPO-RETA pelo MPI: inicia-se o processo iterativo para solução do problema de otimização pelo MPI versão primal-dual com barreira logarítmica [9]. Após a conclusão do processo iterativo, os valores ótimos resultante do FPO-RETA são conhecidos e é possível seguir para a etapa 4.
- 4) Verificação da existência do primeiro pico de oscilação: o último ângulo, no tempo presente (t), é comparado ao anterior ($t-1$) e, se o ângulo atual for, em módulo, menor que o anterior, o primeiro pico de oscilação é atingido e segue-se para a etapa 5, caso contrário, para a etapa 6.
- 5) Obtenção da trajetória restante: pela aplicação de algum método de integração numérica, traça-se a trajetória restante após o primeiro pico de oscilação para as variáveis do ângulo do rotor e da velocidade angular. Nesta etapa, os resultados são exibidos na tela para o usuário, a estabilidade é analisada e o algoritmo é finalizado.
- 6) Adição de um instante de tempo no período pós-falta: uma vez que o primeiro pico do ângulo do rotor ainda não foi alcançado, adiciona-se um instante de tempo no período pós-falta (em comparação com o FPO-RETA atual) e segue-se para etapa 7.
- 7) Atualização e reinicialização das variáveis: as variáveis de estado e controle são atualizadas a partir dos resultados obtidos do último FPO-RETA. Em seguida, retorna-se para a etapa 2.

V. TESTES E RESULTADOS

Para testar a aplicabilidade e as vantagens do FPO-RETA proposto em comparação à formulação tradicional, a metodologia é implementada computacionalmente em um sistema de distribuição localizado no Estado de São Paulo, Brasil, conforme apresentado na Fig. 1. Esta rede opera em 13,8 kV e está conectada ao sistema de subtransmissão por transformadores 138/11,5/13,8 kV, com redução para 2,4 kV na

barra 31. O sistema possui 31 barras, cujos dados da linha e do barramento são encontrados em [30], sendo a barra 1 o equivalente do sistema de transmissão (referência do sistema). Todas as rotinas computacionais necessárias para a solução do FPO-RETA foram implementadas em Matlab, em um computador equipado com processador Intel Core i5 e 8 GB de memória RAM.

Consideram-se dois casos para testes. No primeiro, o sistema possui apenas 2 unidades de GD, nas barras 2 e 30, e um segundo caso, em que 4 unidades de GD estão operando na rede, nas barras 2, 16, 29 e 30 (Fig. 1), com capacidade de geração máxima ($P_{G_{imax}}$) de 15 MVA cada.

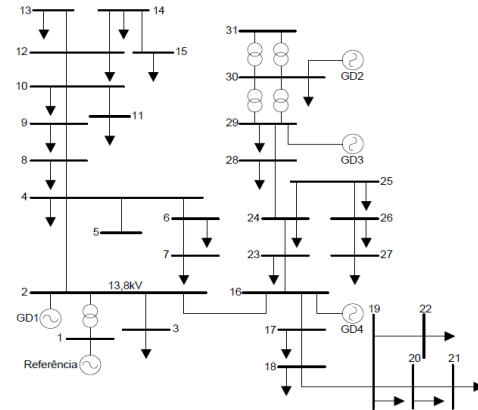


Fig. 1. Sistema de distribuição de 31 barras com 4 GDs.

Para ambos os casos, considera-se um distúrbio por curto-circuito trifásico na barra 5, com duração de 240 ms, com passos de tempo de 0,01 segundo. A potência base do sistema é de 10 MVA. Os valores dos pesos c_1 e c_2 são iguais a 1, conforme calculados pelo método da matriz esforço versus impacto [34] e utilizando como critérios o tempo de simulação, quantidade de iterações e os valores de cada uma das parcelas da função objetivo. Os limites mínimo e máximo de tensão adotados são de 0,90 p.u. e 1,10 p.u., os limites mínimo e máximo do ângulo do rotor são de -120° e 120° , e os dados dos geradores são: $H = 1,50$ s, $X'_d = 0,25$ p.u. e $D = 1,00$ p.u.

A. Resultados para o caso 1: sistema com 2 unidades de GD

No caso com geradores nas barras 2 (GD1) e 30 (GD2), o FPO-RETA proposto é inicialmente aplicado sem as aproximações na expressão de injeção de potência dos geradores (5), com resultados obtidos na Tabela I.

Geração	P_g (MW)	Q_g (Mvar)
Referência	0,004	0,583
GD1	9,220	0,893
GD2	9,220	1,017

A análise de estabilidade é feita no ângulo do rotor e na velocidade angular, como mostrados nas Figs. 2 e 3, respectivamente. A este respeito, o algoritmo FPO-RETA produziu os valores até os primeiros picos dos ângulos do rotor (parte em linha cheia) nos valores encontrados conforme Tabela II. A partir desses pontos, a trajetória restante é calculada usando o método Runge-Kutta de 4ª ordem (linha tracejada).

TABELA II
RESUMO DOS CASOS ESTUDADOS

Caso	BARRA	Ângulos do rotor	Primeiro pico de oscilação			Desempenho computacional		
			Tempo (s)	Iterações para cada FPO-RETA	Incrementos de tempo pós-falta	Tempo total de execução	Número de variáveis	Consumo de memória
2 GDs (sem aproximação de injeção de potência)	2 (GD1)	52,27°	0,29	22	6	1 minuto e 59 segundos	969	1264,10 kB
	30 (GD2)	44,38°	0,32					
4 GDs (sem aproximação de injeção de potência)	2 (GD1)	-0,83°	0,34	23	8	17 minutos e 59 segundos	1879	2981,43 kB
	30 (GD2)	-13,30°	0,31					
	29 (GD3)	-13,78°	0,30					
	16 (GD4)	-0,85°	0,34					
4 GDs (com aproximação de injeção de potência)	2 (GD1)	-0,83°	0,34	23	8	15 minutos e 1 segundo	1879	2981,43 kB
	30 (GD2)	-13,18°	0,31					
	29 (GD3)	-13,89°	0,30					
	16 (GD4)	-0,86°	0,34					

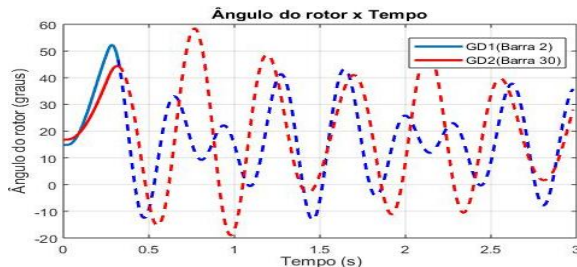


Fig. 2. Ângulo do rotor dos geradores alocados nas barras 2 e 30.

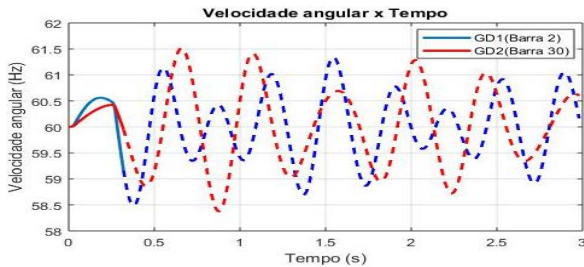


Fig. 3. Velocidade angular dos geradores alocados nas barras 2 e 30.

Neste cenário com duas unidades de GD, nota-se que o número de iterações em cada FPO-RETA não é reduzido a cada incremento do período pós-falta, o que demonstra que a dimensão do problema não é reduzida com a adição de intervalos de tempo.

B. Resultados para o caso 2: sistema com 4 unidades de GD

Com a alocação de 4 unidades de GD nos barramentos 2 (GD1), 30 (GD2), 29 (GD3) e 16 (GD4), como na Fig. 1, a formulação para o FPO-RETA continua sem aproximação na equação de injeção de potência (5). Os resultados obtidos para as variáveis de potência são apresentados na Tabela III.

TABELA III RESULTADO ÓTIMO DAS VARIÁVEIS PARA 4 GDs (NAS BARRAS 2, 16, 29 E 30)		
Geração	P_g (MW)	Q_g (Mvar)
Referência	0,004	1,171
GD1	4,611	0,201
GD2	4,611	0,451
GD3	4,611	0,475
GD4	4,611	0,195

Nota-se que os valores de potência de cada GD são menores, se comparado ao caso com 2 GDs, o que proporciona menor excursão do ângulo do rotor para este caso. A análise

de estabilidade é feita verificando o ângulo do rotor e a velocidade angular, apresentados nas Fig. 4 e Fig. 5, respectivamente. Neste ponto, o algoritmo FPO-RETA produziu os valores até os primeiros picos dos ângulos do rotor nos valores encontrados, conforme Tabela II.

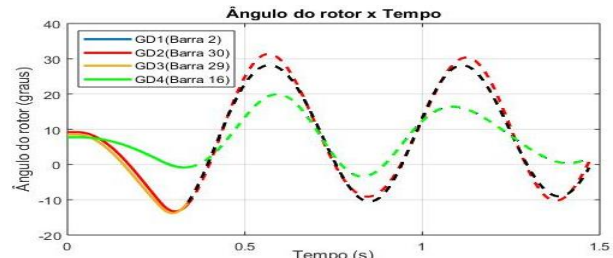


Fig. 4. Ângulo do rotor dos geradores alocados nas barras 2, 16, 29 e 30.

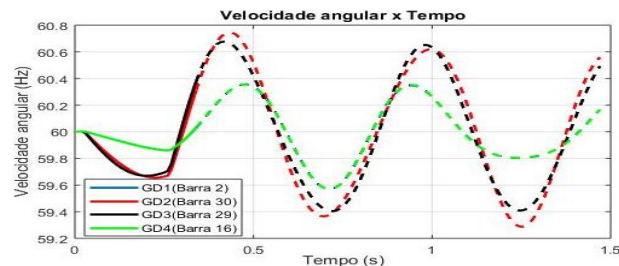


Fig. 5. Velocidade angular dos geradores alocados nas barras 2, 16, 29 e 30.

Neste cenário com quatro unidades de GD, se comparado com o caso com 2 unidades de GD, o número de iterações e o incremento do período pós-falta aumentaram, devido ao acréscimo de novos geradores, consequentemente, ao acréscimo de restrições e variáveis.

Em relação ao desempenho computacional, neste caso, em comparação com a simulação de 2 unidades de GD, o tempo de processamento e o número de variáveis aumentam consideravelmente, fato esperado, uma vez que o número de geradores alocados ao sistema foi dobrado.

Na simulação do sistema com 4 unidades de GD, os ângulos dos rotores dos geradores 1 e 4 têm o mesmo comportamento, pelo menos até o primeiro pico de oscilação, com diferença angular entre eles de $0,02^\circ$ no primeiro pico de oscilação, assim como os geradores 2 e 3 (diferença de $0,48^\circ$). Dessa forma, identificam-se dois grupos de geradores coerentes, pois há uma diferença angular pequena, menor que $\pm 10^\circ$ [15], cujo valor

base é o utilizado para sincronizar a rede com os geradores síncronos (rotor cilíndrico ou pólos salientes) para condições normais em regime permanente, de acordo com os seus requisitos de construção [31], [32] e [33].

Portanto, nota-se que existem dois grupos de geradores coerentes, um grupo formado pelos geradores 1 e 4 e outro grupo com os geradores 2 e 3, o que permite a experimentação da aproximação da equação de injeção de potência (24).

Uma vez observada a coerência dos geradores, o FPO-RETA é realizado considerando a equação de injeção de potência aproximada (24). Os resultados desta simulação estão descritos na Tabela IV, os quais são próximos aos apresentados na Tabela III (sem simplificações). Isso demonstra que a abordagem trigonométrica aplicada à injeção de potência não acarreta em perda de precisão.

TABELA IV

RESULTADO ÓTIMO DAS VARIÁVEIS PARA 4 GDS (NAS BARRAS 2, 16, 29 E 30), COM APROXIMAÇÃO NA EXPRESSÃO DE INJEÇÃO DE POTÊNCIA (24)

Geração	P_g (MW)	Q_g (Mvar)
Referência	0,004	1,167
GD1	4,611	0,204
GD2	4,611	0,502
GD3	4,611	0,422
GD4	4,611	0,198

Com relação ao ângulo do rotor e velocidade angular, o uso da expressão aproximada da injeção de potência não influenciou o momento em que ocorre o primeiro pico, conforme mostrado nas Fig. 6 e Fig. 7. Os ângulos do rotor, encontrados para o primeiro pico, foram conforme Tabela II. Portanto, a precisão também é atribuída aos ângulos do rotor, uma vez que não incorre em outra avaliação de estabilidade.

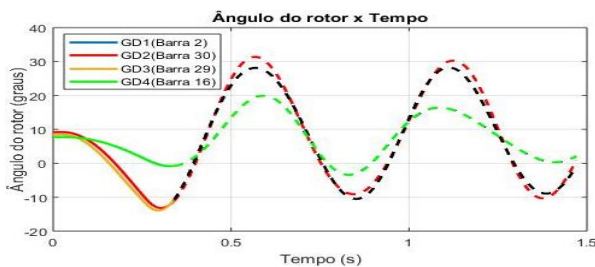


Fig. 6. Ângulo do rotor dos geradores alocados nas barras 2, 16, 29 e 30, considerando a aproximação na expressão de injeção de potência (24).

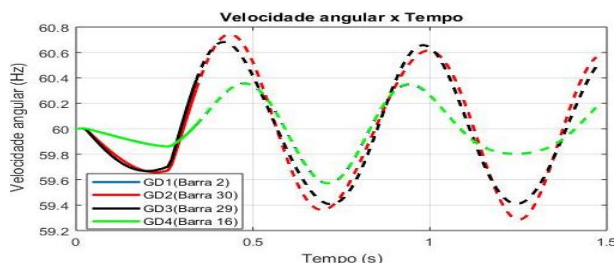


Fig. 7. Velocidade angular dos geradores alocados nas barras 2, 16, 29 e 30, considerando a aproximação na expressão de injeção de potência (24).

Com a expressão de injeção de potência aproximada, o número de iterações em cada solução do FPO-RETA mostrou-se idêntico em comparação ao resultado obtido pela expressão de injeção de potência geral (sem aproximação).

Apesar dessa nova formulação do FPO-RETA (com a simplificação da injeção de potência) apresentar o mesmo número de iterações, verifica-se que a aproximação é benéfica quanto ao desempenho computacional, cujo tempo de processamento é igual a 901,20 segundos, o que proporciona uma redução de 2 minutos e 57 segundos. Em porcentagem, representa uma redução de 16,44%, se comparada ao formato geral da expressão de injeção de potência. O número de variáveis e o consumo de memória permaneceram inalterados em relação ao caso sem aproximação, o que era esperado, pois a simplificação na função trigonométrica não altera o número de variáveis ou restrições.

VI. CONCLUSÃO

A obtenção de condições operativas de unidades de GD em redes de distribuição que atendam a critérios operativos em regime permanente e regime transitório foi tratado neste artigo por meio de uma nova proposta de FPO-RETA. A sua grande complexidade e dimensão foi tratada com duas abordagens. A primeira delas, é a utilização da aproximação em Séries de Taylor para linearizar as equações de balanço de potência ativa e reativa. E a segunda, inclui conceitos de geradores coerentes para aproximar a injeção de potência elétrica, a qual é parte da equação de *swing*.

A proposta apresentada foi testada em um sistema de distribuição de 31 barras com 2 unidades de GD e 4 unidades de GD. Assim, os resultados permitiram verificar que o acréscimo de geradores no sistema aumenta o número de variáveis (o que é esperado) e restrições do problema de otimização. O caso com 4 geradores apresenta 2 grupos de geradores coerentes, o que permite experimentar a formulação do FPO-RETA com aproximação da equação de injeção de potência. Então, a comparação entre as formulações com e sem a aproximação da equação de injeção de potência, mostra que não há perda significativa de precisão nos resultados, nem acerca da análise de estabilidade e reduz o tempo de execução para resolver o problema de otimização.

Portanto, a presente formulação abre espaço para analisar o comportamento da estabilidade de geradores síncronos utilizando outros cenários de redes de distribuição, com a inclusão de painéis solares, baterias e carros elétricos, bem como, para explorar as propostas de abordagens de balanço de potência ativa e reativa em estudos envolvendo o uso de FP ou FPO formulados para múltiplas contingências.

REFERÊNCIAS

- [1] COPEL, "NTC 905100: Acesso de geração distribuída ao sistema da COPEL (com comercialização de energia)," Curitiba- PR, 2017.
- [2] S. Abhyankar, G. Geng, M. Anitescu, X. Wang and V. Dinavahi, "Solution techniques for transient stability-constrained optimal power flow – Part I," IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 11, no. 12, pp. 3177-3185, 2017.
- [3] Y. Oubbati, S. Arif and M. Abido, "Improved PSO Applied to the Optimal Power Flow with Transient Stability Constraints," Journal of Electrical Systems, vol. 12, pp. 672-686, December 2016.
- [4] U. Kilic and K. Ayan, "Transient stability constrained optimal power flow solution of ac-dc systems using genetic algorithm," 3rd International Conference on Electric Power and Energy Conversion Systems, pp. 1-6, October 2013.

- [5] Y. Yang, W. Liu, J. Deng, H. Liu, H. Wei and T. Wang, "A parallel approach for multi-contingency transient stability constrained optimal power flow," 2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting, 1-5 2017.
- [6] P. Ledesma, I. A. Calle, E. D. Castronuovo and F. Arredondo, "Multi-contingency TSCOPF based on full-system simulation," IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 11, no. 1, pp. 64-72, 2017.
- [7] P. F. Liu, H. Wei, B. Li and B. Zhou, "Transient stability constrained optimal power flow using 2-stage diagonally implicit Runge-Kutta method," 2013 IEEE PES Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), pp. 1-5, 2013.
- [8] X. Xia and H. Wei, "Transient Stability Constrained Optimal Power Flow Based on Second-Order Differential Equations," Procedia Engineering, vol. 29, pp. 874-878, 2012.
- [9] K. Fuchs, R. Kuiava and T. S. P. Fernandes, "Optimal operation of distribution networks with synchronous generators via transient stability constrained optimal power flow," 2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting, pp. 1-5, 2015.
- [10] K. Fuchs, R. Kuiava, T. S. P. Fernandes, P. A. B. Block and R. A. S. Benedito, "Flow Based on Multi-time Scale Power System Models," Journal of Control, Automation and Electrical Systems, vol. 28, pp. 418-427, 2017.
- [11] P. L. C. Wieler, R. Kuiava and W. F. S. Souza, "Transient stability constrained optimal power flow based on trajectory sensitivity for power dispatch of distributed synchronous generators," IEEE Latin America Transactions, vol. 18, no. 7, pp. 1247-1254, 2020.
- [12] R. Podmore, "Identification of Coherent Generators for Dynamic Equivalents," IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vols. PAS-97, no. 4, pp. 1344-1354, 1978.
- [13] X. Tu, L. Dessaint and I. Kamwa, "Fast approach for transient stability constrained optimal power flow based on dynamic reduction method," IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 8, no. 7, pp. 1293-1305, 2014.
- [14] P. K. Naik, A. Qurechi and N. K. Nair, "Identification of coherent generator groups in power system networks with windfarms," AUPEC, pp. 1-5, 2011.
- [15] S. Chittora and S. N. Singh, "Coherency based dynamic equivalencing of electric power system," 2014 Eighteenth National Power Systems Conference (NPSC), pp. 1-6, 2014.
- [16] R. S. Rashedur, H. M. Yeakub and A. M. Sekendar, "A new approach to coherency identification in large multi-machine power system," 2012 7th International Conference on Electrical and Computer Engineering, pp. 587-590, 2012.
- [17] P. Kundur, J. Paserba, V. Ajjarapu, G. Andersson and A. Bose, "Definition and classification of power system stability IEEE/CIGRE joint task force on stability terms and definitions," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, no. 3, pp. 1387-1401, August 2004.
- [18] P. Kundur, Power System Stability and Control, New York - NY: McGraw, 1994.
- [19] N. G. Bretas and L. F. C. Alberto, Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos, 1ª ed., São Carlos, SP: EESC/USP Projeto REENGE, 2000.
- [20] K. Fuchs, R. Kuiava, T. S. P. Fernandes, P. A. B. Block and R. A. S. Benedito, "Transient Stability Constrained Optimal Power Flow Based on Multi-time Scale Power System Models," J Control Autom Electr Syst, vol. 28, pp. 418-427, 2017.
- [21] F. Arredondo, E. DanielCastronuovo, P. Ledesma and Z. Leonowicz, "Comparative Implementation of Numerical Integration Methods for Transient Stability Constrained Optimal Power Flow," 2018 IEEE International Conference on Environment and Electrical Engineering and 2018 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Europe (EEEIC / I&CPS Europe), pp. 1-6, 2018.
- [22] R. Zarate-Minano, T. Van Cutsem, F. Milano and A. J. Conejo, "Securing Transient Stability Using Time-Domain Simulations Within an Optimal Power Flow," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 25, no. 1, pp. 243-253, 2010.
- [23] A. J. Monticelli, Fluxo de carga em redes de energia elétrica, São Paulo: Edgard Blucher, 1983.
- [24] D. K. Molzahn and I. A. Hiskens, "A Survey of Relaxations and Approximations of the Power Flow Equations," Now Foundations and Trends, 2019.
- [25] H. Yuan, F. Li, Y. Wei and J. Zhu, "Novel Linearized Power Flow and Linearized OPF Models for Active Distribution Networks With Application in Distribution LMP," IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 9, no. 1, pp. 438-448, January 2018.
- [26] J. Machowski, "Dynamic equivalents for transient stability studies of electrical power systems," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 7, no. 4, pp. 215-224, 1985.
- [27] K. Verma and K. R. Niazi, "A coherency based generator rescheduling for preventive control of transient stability in power systems," International Journal of Electrical Power & Energy Systems, vol. 45, no. 1, pp. 10-18, 2013.
- [28] M. H. Haque, "Hybrid method of determining the transient stability margin of a power system," IEEE Generation, Transmission and Distribution, vol. 143, no. 1, pp. 27-32, 1996.
- [29] M. H. Haque, "Novel method of finding the first swing stability margin of a power system from time domain simulation," IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution, vol. 143, no. 5, pp. 413-419, 1996.
- [30] R. H. Salim, R. Kuiava, R. A. Ramos and N. G. Bretas, "Impact of power factor regulation on small-signal stability of power distribution systems with distributed synchronous generators," European Transactions on Electrical Power, vol. 21, pp. 1923-1940, 2011.
- [31] IEEE, "IEEE Standard for Cylindrical-Rotor 50 Hz and 60 Hz Synchronous Generators Rated 10 MVA and Above," IEEE Std C50.13-2014 (Revision of IEEE Std C50.13-2005), pp. 1-63, 2014.
- [32] IEEE, "IEEE Standard for Salient-Pole 50 Hz and 60 Hz Synchronous Generators and Generator/Motors for Hydraulic Turbine Applications Rated 5 MVA and Above," IEEE Std C50.12-2005 (Previously designated as ANSI C50.12-1982), pp. 1-45, 2006.
- [33] IEEE, "IEEE Guide for Synchronous Generator Modeling Practices and Parameter Verification with Applications in Power System Stability Analyses," 2020.
- [34] F. J. Lachovicz et al., "Ponderação de Critérios de Otimização Utilizados em Fluxo de Potência Ótimo Dinâmico que Realiza Despacho de Geração Hidrotérmico Mensal Discretizado por Patamares de Carga," Sociedade Brasileira de Automática, vol. 1, nº 1, 2020.
- [35] M. N. Faqiry, L. Edmonds e H. Wu, "Distribution LMP-based Transactive Day-ahead Market with Variable Renewable Generation". Cornell University, 2019.
- [36] B. Wang et al., "Three-phase DLMP model based on linearized power flow for distribution with application to DER benefit studies". International Journal of Electrical Power and Energy Systems, volume 130, 2021.
- [37] D. M. B. de Siqueira, Otimização da operação de geradores síncronos distribuídos em redes de distribuição via fluxo de potência ótimo com restrições de estabilidade transitória angular. Universidade Federal do Paraná (UFPR). Dissertação de mestrado. 2021.



Daiane M. B. de Siqueira nasceu em Curitiba, Paraná, Brasil em 1991. Recebeu o título de bacharel e mestre em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, Brasil, em 2014 e 2021, respectivamente. Atualmente é servidora da UFPR na Superintendência de Infraestrutura. Seus interesses são em pesquisas na área de sistemas elétricos de potência.



Roman Kuiava (S'05-M'10) recebeu os títulos de Mestre e de Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, Brasil, em 2007 e 2010, respectivamente. Atualmente, ele é Professor Associado no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, Brasil. Seus interesses em pesquisas que envolvem as áreas de estabilidade e controle de sistemas elétricos de potência, com destaque para problemas de estabilidade a pequenas e grandes perturbações.



Thelma S. P. Fernandes recebeu seu título de Doutora em Engenharia Elétrica em 2004 da Universidade Federal de Santa Catarina e é Professora no Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná, em Curitiba. Seus interesses de pesquisa são em otimização aplicada no planejamento da operação de sistemas elétricos de potência.