

Observer-Based PD Controller for a Class of High Order Linear Unstable Delayed Systems

G. Duchen, B. del Muro, J. F. Marquez, M. Velasco-Villa and M. A. Hernández

Abstract—In this paper it is considered the stabilization and control of a class of high order linear systems that are subject to constant time delay at the input-output channel. In particular, systems with two unstable poles and any number of real or complex conjugate stable poles are studied. To improve the solutions existing in the literature, a new proposal for the solution of the considered problem is taken into account consisting in the design of an observer and a Proportional-Derivative PD controller to assure stable closed-loop performance, establishing by means of a frequency analysis necessary and sufficient conditions for the proposed control strategy. The proposal novelty is the inclusion of the PD control action in the observer that allows to estimate internal signals used in the solution. This configuration offers advantages in the time delay size that can be handled and on the control performance of the closed loop system. A practical design procedure is presented to determine the value of the controller gains. Numerical simulations examples are presented to show the operation of the proposal.

Index Terms—Linear systems, delay systems, stability, observability.

I. INTRODUCCIÓN

Un sistema dinámico está caracterizado por la relación que existe entre sus señales de entrada y de salida. Esta relación se describe por medio de ecuaciones diferenciales, ecuaciones en diferencias, funciones de transferencia, etc. En cualquier sistema dinámico (químico, biológico, electrónico, de comunicaciones, etc.), la aparición de un cambio en la salida y su detección en la entrada para tomar alguna decisión siempre se presenta después de un lapso finito. Este lapso se denomina *retardo de tiempo* o simplemente *retardo*.

Cuando el tamaño del retardo no es significativo si se compara con las características del sistema, es decir, con la constante de tiempo dominante, el análisis y control de dicho sistema no son muy difíciles de llevar a cabo, pudiendo incluso despreciarse. Por el contrario, cuando la magnitud del retardo es tal que se acerca o supera a la constante de tiempo del sistema, son necesarias otras técnicas para diseñar controladores que mitíguen su efecto. Sipahi et al. [1], hacen una exposición muy completa a propósito de sistemas con retardo y la necesidad de diseñar compensadores que permitan tomar y ejecutar acciones de control, entre ellos aquellos que ocurren en campos tan disímiles como ingeniería, biología, física o economía. Loiseau [2] hace una exposición amplia de

herramientas algebraicas para el tratamiento de sistemas con retardo. El estudio de sistemas con retardo y su control lleva ya más de seis décadas de estudio y está muy lejos de ser un tema acabado.

Silva et al. [3] y Marquez et al. [4] utilizan controladores clásicos de tipo P , PI , PD y PID , para tratar el problema de sistemas con retardo. En Marquez et al. [5] se aborda el problema de sistemas de primer orden con retardo y se establecen las condiciones para la existencia de un controlador con base en un observador. La estabilización y control de sistemas con un polo inestable fueron abordados en trabajos previos por Xiang et al. [6] y Lee et al. [7]. El control de sistemas de mayor orden y dos polos inestables se trata en Novella et al. [8], [9], y Vázquez et al. [10] empleando observadores. En [11] se proponen acciones de control proporcional, integral y derivativa para una clase de sistemas con ceros de fase mínima, mientras que en [12] se consideran sistemas de bajo orden obteniendo el margen de retardo correspondiente bajo la acción de control PID .

En los casos citados antes, se considera que los polos estables son reales. En Hernández et al. [13] se generalizan los resultados tomando en cuenta la posibilidad de la existencia de polos estables complejos conjugados. En Duchén et al. [14] se presentó el caso de sistemas con dos polos inestables y polos estables reales utilizando un esquema PD -observador.

En el presente trabajo, la propuesta original [14] se extiende al considerar la posible existencia de polos estables complejos conjugados. En particular, se propone un esquema observador que incluye un controlador Proporcional Derivativo PD para estabilizar sistemas con dos polos inestables y $2q$ polos estables, pudiendo estos últimos ser complejos conjugados. El presente trabajo mejora resultados previamente publicados en la literatura, [8], [9] en cuanto al tamaño del retardo admisible que además no contemplan la posibilidad de considerar polos complejos conjugados, como es el caso del presente artículo. Para el esquema de control basado en observación propuesto, se presentan las condiciones necesarias y suficientes que garantizan la estabilidad del sistema en lazo cerrado considerando un análisis frecuencial. Hasta donde sabemos, no existen en la literatura trabajos que consideren la clase de sistemas retardados analizados en la presente propuesta. Evidentemente, los sistemas aquí considerados contemplan como un caso particular, el caso cuando los polos estables son puramente reales. Bajo estas condiciones, la magnitud del retardo que puede ser abordada en este trabajo es considerablemente mayor que cuando se compara con un esquema de control tradicional tipo PD [9]. Finalmente, es importante mencionar que se eligió un controlador tipo PD dado que al momento

G. Duchen, B. del Muro, J. F. Marquez están adscritos al Instituto Politécnico Nacional, SEPI ESIME Culhuacan, Santa Ana 1000, CDMX 04260, gduchen@ieee.org

M. Velasco-Villa está adscrito al Departamento de Ingeniería Eléctrica, Sección de Mecatrónica, CINVESTAV-IPN, CDMX, velasco@cinvestav.mx

M. A. Hernández está adscrito al Instituto de Ingeniería, Universidad Veracruzana, Juan Pablo II s/n, Boca del Río, Veracruz, 94294, México

de abordar problemas con retardo, permite estabilizar sist con un retardo mayor que lo que aporta un simple co proporcional [7]. En resumen, el esquema propuesto pe abordar una clase de sistemas no considerados en la liter y en el caso particular de polos estables reales ya aborac esquema propuesto permite resolver el problema consider retardos de mayor magnitud [9].

El artículo consta de las siguientes partes: después de breve introducción, en la sección II se expone y plant problema a tratar y se da un resultado preliminar; en la sec III se muestra la propuesta de control basada en observa en la sección IV se presenta la evaluación numérica (estrategia propuesta mediante algunos ejemplos académ por último, en la sección V se presentan las conclusiones trabajo.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considérese el siguiente sistema lineal con retardo a la entrada:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G(s)e^{-\tau s} \quad (1)$$

donde $U(s)$ e $Y(s)$ representan las señales escalares de entrada y salida respectivamente, $\tau \geq 0$ es un retardo constante y $G(s)$ es la parte de la función de transferencia libre de retardo.

Una estrategia de control basada en la retroalimentación de la salida como la mostrada en la Fig. 1, de la forma,

$$U(s) = C(s) [R(s) - Y(s)] \quad (2)$$

produce un sistema en lazo cerrado (1)-(2) caracterizado por,

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)e^{-\tau s}}{1 + C(s)G(s)e^{-\tau s}} \quad (3)$$

donde $R(s)$ es una nueva entrada de referencia. El término exponencial en el denominador de (3) produce una ecuación característica, $1 + C(s)G(s)e^{-\tau s} = 0$. De la fórmula de Euler y como $s = \sigma + jw$, $e^{-\tau s} = e^{-\tau(\sigma + jw)} = e^{-\tau\sigma}[\cos(w\tau) - j\sin(w\tau)]$. De aquí, es evidente que la ecuación característica tiene un número infinito de soluciones lo que provoca a su vez un sistema con un número infinito de polos, por lo cual, no es una tarea sencilla establecer las condiciones de estabilidad del sistema en lazo cerrado.

En este trabajo se consideran sistemas lineales con retardo a la entrada con polos estables (complejos conjugados y/o reales) y dos polos inestables caracterizados por (1), con $G(s)$ dado por:

$$G(s) = \frac{\alpha}{(s-a)(s-b) \prod_{m=1}^q (s^2 + 2\zeta_m \omega_{n_m} s + \omega_{n_m}^2)} \quad (4)$$

con α , a , b , ω_{n_m} , ζ_m y τ constantes positivas y se propone una estrategia de control basada en observación que consiste en el diseño de un controlador tipo PD ,

$$C(s) = k_p + k_d s \quad (5)$$

donde k_p , k_d son ganancias constantes reales.

Para complementar la estrategia de control, se propone un observador que estime las variables internas del par

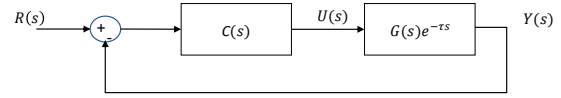


Fig. 1. Configuración de control con retroalimentación unitaria de la salida.

controlador-sistema antes de sufrir los efectos del retardo a la entrada, y de esta forma, utilizarlas en el control del sistema original. En el desarrollo del artículo se establecen las condiciones necesarias y suficientes que debe cumplir el sistema para garantizar la existencia del esquema estabilizante propuesto y se plantea un método para determinar los valores de las ganancias k_p y k_d de la acción de control proporcional derivativa.

A. Preliminares

Determinar si un sistema retardado es estable no es un trabajo simple. Si además está presente un retardo considerable, la tarea se vuelve aún más laboriosa.

El *Criterio de estabilidad de Nyquist*, [15], relaciona la estabilidad de un sistema lineal en lazo cerrado con la respuesta en frecuencia y la ubicación de los polos del mismo sistema en lazo abierto, es decir, conocer la respuesta en frecuencia del sistema en lazo abierto proporciona información acerca de la estabilidad del sistema en lazo cerrado. De manera formal, el criterio se puede escribir como $Z = N + P$, donde P es el número de polos en el semiplano derecho, del sistema en lazo abierto; Z es el número de ceros en el semiplano derecho, del sistema en lazo abierto (o polos en lazo cerrado) y N es el número de rodeos al punto $(-1, 0j)$ en el sentido antihorario. Para que el sistema sea estable con $P \neq 0$, $Z = 0$. El enunciado anterior será importante para el desarrollo de este trabajo.

En Hernández et al. [13] se dan las condiciones para estabilizar un sistema con un polo inestable y n pares de polos estables complejos conjugados. Sin embargo, en el presente trabajo se requiere considerar un polo adicional estable. Por esta razón, a continuación se presentan las condiciones para estabilizar un sistema con retardo, $q + 1$ polos estables y un polo inestable usando un controlador PD .

Teorema 1: Considere una configuración de control como la mostrada en la Fig. 1, con,

$$G(s) = \frac{\alpha}{(s-a)(s+\beta) \prod_{m=1}^q (s^2 + 2\zeta_m \omega_{n_m} s + \omega_{n_m}^2)} \quad (6)$$

donde el sistema tiene un polo real inestable, un polo real estable y $2q$ polos estables (complejos conjugados y/o reales) y existe un controlador $C(s)$ tipo PD de la forma (5). Entonces, el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable si y solo si,

$$\tau < \frac{1}{a} - \frac{1}{\beta} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}. \quad (7)$$

Demostración. Para llevar a cabo la demostración se considerará un análisis en el dominio de la frecuencia. La respuesta en frecuencia de lazo abierto del esquema de la Fig. 1 es,

$$Q(j\omega) = \frac{k_p \alpha \left(1 + \frac{k_d}{k_p} j\omega\right) e^{-\tau j\omega}}{(j\omega - a)(j\omega + \beta) \prod_{m=1}^q \left((j\omega)^2 + 2\zeta_m \omega_{n_m} j\omega + \omega_{n_m}^2\right)}. \quad (8)$$

Entonces, las expresiones para la fase $\angle Q(j\omega)$ y la magnitud $M_Q(j\omega)$ de (8), están dadas por,

$$\begin{aligned} \angle Q(j\omega) &= \arctan\left(\frac{\omega}{a}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\beta}\right) - \omega\tau - \pi \\ &+ \arctan\left(\frac{k_d}{k_p} \omega\right) - \sum_{m=1}^q \arctan\left(\frac{2\zeta_m \left(\frac{\omega}{\omega_{n_m}}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{n_m}}\right)^2}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

y

$$\begin{aligned} M_Q(j\omega) &= k_p \alpha \\ &\times \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2 \omega^2}{(\omega^2 + a^2)(\omega^2 + \beta^2) \prod_{m=1}^q \left(\omega^4 + 2\omega_{n_m}^2 \omega^2 (2\zeta_m^2 - 1) + \omega_{n_m}^4\right)}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Necesidad. Suponga que existe un control tipo *PD* representado por (5) tal que en lazo cerrado con (1) produce un sistema asintóticamente estable. En consecuencia, se cumple el criterio de estabilidad de Nyquist y, por lo tanto, existe un rodeo en sentido antihorario en el punto $(-1, 0j)$ en el diagrama de Nyquist. Para preservar la existencia de la rotación en sentido antihorario en el diagrama Nyquist, es necesario tener en cuenta las condiciones de fase y magnitud (9) y (10). En particular la expresión de fase debe ser una función creciente alrededor de $\omega = 0$, es decir, comienza a crecer con un ángulo mayor a $-\pi$ para frecuencias cercanas a cero $\angle Q(j\omega) > -\pi$ y la expresión de magnitud debe ser una función decreciente es decir, para propiciar la existencia del rodeo antihorario al punto $(-1, 0j)$.

Con el fin de tener una función con fase creciente inicial, se debe satisfacer la siguiente desigualdad,

$$\left. \frac{d}{d\omega} (\angle Q(j\omega)) \right|_{\omega=0} > 0.$$

Tomando en cuenta que,

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\omega} (\angle Q(j\omega)) &= -\tau + \frac{a}{\omega^2 + a^2} + \frac{\frac{k_d}{k_p}}{\left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2 \omega^2 + 1} - \frac{\beta}{\omega^2 + \beta^2} \\ &- \sum_{m=1}^q \left(\frac{2\zeta_m \omega_{n_m} (\omega^2 + \omega_{n_m}^2)}{\omega^4 + 2\omega_{n_m}^2 \omega^2 (2\zeta_m^2 - 1) + \omega_{n_m}^4} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

evaluando en $\omega = 0$ se obtiene la condición,

$$\left. \frac{d}{d\omega} (\angle Q(0)) = -\tau + \frac{1}{a} + \frac{k_d}{k_p} - \frac{1}{\beta} - \sum_{m=1}^q \left(\frac{2\zeta_m}{\omega_{n_m}} \right) \right|_{\omega=0} > 0. \quad (12)$$

Por lo tanto, la expresión de fase será una función creciente si se cumple que,

$$\tau < \frac{1}{a} + \frac{k_d}{k_p} - \frac{1}{\beta} - \sum_{m=1}^q \left(\frac{2\zeta_m}{\omega_{n_m}} \right). \quad (13)$$

En el mismo sentido, dado que existe un rodeo en sentido antihorario al punto $(-1, 0j)$ la condición de decrecimiento para la magnitud alrededor de $\omega = 0$ se obtiene a partir de,

$$\left. \frac{d}{d\omega} \left(\frac{M_Q^2(j\omega)}{k_p^2 \alpha^2} \right) \right|_{\omega=0} < 0. \quad (14)$$

Después de algunas manipulaciones, la condición (14) resulta,

$$\frac{2\omega \left(1 + \left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2 \omega^2\right) \left[\frac{\left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2}{1 + \left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2 \omega^2} - \frac{1}{\omega^2 + a^2} - \frac{1}{\omega^2 + \beta^2} - \sum_{m=1}^q \psi \right]}{(\omega^2 + a^2)(\omega^2 + \beta^2) \prod_{m=1}^q (\omega^4 + 2\omega_{n_m}^2 \omega^2 (2\zeta_m^2 - 1) + \omega_{n_m}^4)} < 0 \quad (15)$$

donde,

$$\psi = \frac{(2\omega^2 + 2\omega_{n_m}^2 (2\zeta_m^2 - 1))}{\omega^4 + 2\omega_{n_m}^2 \omega^2 (2\zeta_m^2 - 1) + \omega_{n_m}^4}. \quad (16)$$

En el intervalo $\omega \in (0, \infty)$, la desigualdad (15) es equivalente a,

$$\left[\frac{\left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2}{1 + \left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2 \omega^2} - \frac{1}{\omega^2 + a^2} - \frac{1}{\omega^2 + \beta^2} - \sum_{m=1}^q \psi \right] < 0. \quad (17)$$

Evaluando en $\omega = 0$ se obtiene la siguiente relación,

$$\frac{k_d}{k_p} < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}. \quad (18)$$

Es claro entonces que sustituyendo (18) en (13) se obtiene la condición (7).

Suficiencia. Suponga que para el esquema de la Fig. 1 se satisface la condición (7), entonces se obtiene,

$$\tau - \frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}. \quad (19)$$

Sin pérdida de generalidad es posible ahora considerar ganancias de diseño k_d/k_p tales que,

$$\tau - \frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} < \frac{k_d}{k_p} < \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}. \quad (20)$$

Bajo estas condiciones, para frecuencias alrededor de $\omega = 0$ se obtiene, véase (12) y (17),

$$\left. \frac{d}{d\omega} (\angle Q(j\omega)) \right|_{\omega=0} > 0, \quad \left. \frac{d}{d\omega} \left(\frac{M_Q^2(j\omega)}{k_p^2 \alpha^2} \right) \right|_{\omega=0} < 0.$$

Considerando ahora que para $\omega \rightarrow \infty$, a partir de (12), la fase $\angle Q(j\omega)$ tiene un cambio de signo y que a partir de (17) y la magnitud $M_Q(j\omega)$ es una función monótonamente decreciente se obtiene un rodeo antihorario al punto $(-1, 0j)$ lo que determina la estabilidad del sistema. ■

B. Parámetros de Control Estabilizantes.

Los parámetros de control estabilizantes k_p y k_d se pueden obtener a partir de los desarrollos anteriores. La relación de ganancias k_d/k_p puede elegirse a partir de la desigualdad (20) la cual representa condiciones necesarias para la existencia de un rodeo en el sentido antihorario al punto $(-1, 0j)$ en el diagrama de Nyquist. Adicionalmente, para completar el mencionado rodeo, la ganancia k_p debe satisfacer,

$$k_p(\omega_{c_1}) < k_p < k_p(\omega_{c_2}) \quad (21)$$

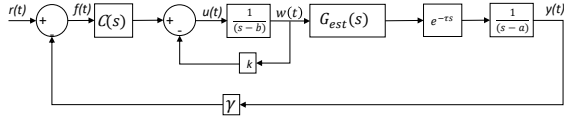


Fig. 2. Esquema de control.

donde $k_p(\omega_{c_i})$, $i = 1, 2$ está dada por,

$$k_p(\omega_{c_i}) = \frac{1}{\alpha} \times \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{k_d}{k_p}\right)^2 \omega_{c_i}^2}{(\omega_{c_i}^2 + a^2)(\omega_{c_i}^2 + \beta^2) \prod_{m=1}^q (\omega_{c_i}^4 + 2\omega_{n_m}^2 \omega_{c_i}^2 (2\zeta_m^2 - 1) + \omega_{n_m}^4)}}. \quad (22)$$

Con las frecuencias de corte $\omega_{c_1} = 0$ y ω_{c_2} siendo la solución positiva más pequeña de,

$$\arctan\left(\frac{\omega_{c_2}}{a}\right) - \arctan\left(\frac{\omega_{c_2}}{\beta}\right) - \omega_{c_2} \tau + \arctan\left(\frac{k_d}{k_p} \omega_{c_2}\right) - \sum_{m=1}^q \arctan\left(\frac{2\zeta_m(\omega_{c_2})}{1 - \left(\frac{\omega_{c_2}}{\omega_{n_m}}\right)^2}\right) = 0. \quad (23)$$

Observación 1: Es importante resaltar que si el valor del polo inestable a cambia a un nuevo valor \bar{a} tal que $\bar{a} < a$ el Teorema 1 sigue satisfaciéndose. Esto se implica dado que las condiciones (13), (18) en la suficiencia del teorema siguen satisfaciéndose. Por otra parte, la condición de suficiencia se consigue al ajustar el valor de k_p/k_d en (20). Esto significa que si $C(s)$ estabiliza al sistema original, existe una ganancia k tal que $kC(s)$ estabiliza al nuevo sistema con el polo inestable desplazado hacia \bar{a} .

III. PROPUESTA GENERAL DE CONTROL

Antes de presentar la estrategia de control basada en observación se mostrará un resultado preliminar que depende de la utilización de señales no disponibles para su medición para lograr la estabilización del sistema (1)–(4). Este resultado será de utilidad en los desarrollos posteriores del trabajo.

A. Estrategia Ideal de Control

Considérese ahora el sistema original (1)–(4) donde sin pérdida de generalidad se asume que $b > a$. Una estrategia de estabilización ideal puede proponerse al considerar, únicamente con fines de diseño, una partición de la planta (1)–(4) en la forma,

$$G(s) = \left(\frac{1}{s-a}\right) \left(\frac{1}{s-b}\right) G_{est}(s) \quad (24)$$

con

$$G_{est}(s) = \frac{\alpha}{\prod_{m=1}^q (s^2 + 2\zeta_m \omega_{n_m} s + \omega_{n_m}^2)} \quad (25)$$

y el control $C(s)$ tipo PD dado en (5).

A partir de la partición propuesta en (24) es factible ahora proponer de manera ideal, una forma de estabilizar el sistema (1)–(4) por medio de las señales internas de la partición propuesta, normalmente no medibles, en la forma mostrada en la Fig. 2.

Se presenta entonces un resultado vinculado con la estabilidad de la propuesta idealizada.

Lema 1: Considere el sistema lineal retardado definido por (1)–(4), la partición (24) y el esquema de control de la Fig. 2. Entonces, existen una constante k y un controlador $C(s)$ tipo PD tal que el sistema es estable si y solo si se satisface,

$$\tau < \frac{1}{a} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}. \quad (26)$$

Demostración. *Suficiencia.* Considérese $\gamma = 1$ en el esquema de la Fig. 2. Suponiendo que se satisface la desigualdad (26), es posible escribir para alguna β tal que $\beta > 1/(k-b) > 0$,

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{a} - \beta - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \beta^2 + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}} \\ &< \frac{1}{a} - \frac{1}{k-b} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} \\ &\quad + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(k-b)^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}} \end{aligned} \quad (27)$$

dado que k (ver Fig. 2) puede elegirse tan grande como se desee y β suficientemente pequeña. Esto equivale a tener un sistema en la trayectoria directa $Y(s)/F(s)$ con un polo inestable en a , $2q$ polos reales o complejos conjugados estables y uno real en la posición $k-b$, en cascada con un controlador $C(s)$ tipo PD. Se puede establecer entonces, de acuerdo con el Teorema 1, que existe un controlador tipo PD que permite estabilizar el sistema definido por (1)–(4).

Necesidad. Si se considera el sistema con retardo (1)–(4), el esquema de la Fig. 2 con una $k > b$ y un controlador $C(s)$ tipo PD tal que el proceso en conjunto es estable, entonces la función de transferencia de lazo abierto del sistema queda como,

$$\frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{\alpha C(s) e^{-\tau s}}{(s-a) \prod_{m=1}^q (s^2 + 2\zeta_m \omega_{n_m} s + \omega_{n_m}^2) (s + \phi)} \quad (28)$$

con $\phi = k-b > 0$ un parámetro libre dependiente de k . Entonces (28) tiene un solo polo inestable y de acuerdo con el Teorema 1, el sistema puede ser estabilizado mediante un controlador $C(s)$ tipo PD si se satisface la condición (7) que en el presente caso toma la forma,

$$\begin{aligned} \tau &< \frac{1}{a} - \frac{1}{k-b} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} \\ &\quad + \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(k-b)^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}} \\ &< \frac{1}{a} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} + \sqrt{\frac{1}{a^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}. \end{aligned} \quad (29)$$

■

B. Esquema de Inyección de Salida

Con base en las ideas expresadas con respecto a una estrategia de control ideal, expuesta en la Subsección A, debido a que solo se tiene acceso a la salida del sistema $y(t)$, si se deseara implementar el esquema ideal de control, es necesario obtener la estimación de la señal $w(t)$, denotada como $\hat{w}(t)$ por medio de alguna estrategia de observación. Con el fin de abordar el problema de observación de la señal $w(t)$ considérese inicialmente el esquema de inyección de salida

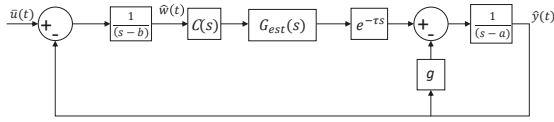


Fig. 3. Esquema de inyección.

que se describe en la Fig. 3 que incluye también al controlador $C(s)$ tipo PD .

La estabilidad del esquema la Fig. 3 se establece de acuerdo con el siguiente resultado y la utilidad del mismo será mostrada en el análisis de convergencia de la señal estimada $\hat{w}(t)$. El objetivo consiste en usar la ganancia g para mover el polo inestable ubicado en $s = a$, a una posición estable para tener entonces un sistema en lazo cerrado con un controlador PD con un solo polo inestable en $s = b$ y un cierto número de polos estables.

Lema 2: Sea el sistema lineal retardado definido por (1)–(4) y el esquema de inyección estática de la salida de la Fig. 3. Entonces existe una constante g y un controlador $C(s)$ tipo PD tal que el sistema es estable si y solo si,

$$\tau < \frac{1}{b} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}.$$

Demostración. La demostración de este lema se puede obtener a partir de un procedimiento similar (dual) al de la demostración del Lema 1. ■

Observación 2: El esquema de la Fig. 3 se denomina de *inyección* por el hecho de que la señal de salida se inyecta en un punto del sistema que en general es físicamente inaccesible y se distingue por este hecho de un esquema de *retroalimentación* en el cual la salida se inyecta a la entrada del sistema. La técnica de inyección es la base de esquemas observadores-predicadores, que a su vez pueden ser implementados como parte de una estrategia de control.

C. Esquema de Control Basado en Observación

Tomando en cuenta los resultados previos y las condiciones establecidas anteriormente, se propone ahora un esquema de control basado en observación de estados como se describe en la Fig. 4, donde el objetivo del observador consiste en estimar la señal $w(t)$ a partir de la salida medible $y(t)$. Es importante señalar que la distribución de los bloques presentados en la “planta extendida” se realiza solo con fines didácticos dado que la señal de entrada a la planta es obviamente la salida del controlador $C(s)$, controlador que recibirá a su vez como entrada la señal $\bar{u}(t)$.

Observe que la señal $w(t)$ se encuentra a la salida del bloque con el polo ubicado en $s = b$ antes de que esta sea retardada. Mediante una retroalimentación estática de la variable estimada $\hat{w}(t)$, se reubica el polo en $s = b - k$. De esta forma, el controlador $C(s)$ tiene que estabilizar ahora un sistema con un solo polo inestable ubicado en $s = a$. Es importante resaltar que se está replicando la configuración Controlador-Planta, $C(s)G(s)e^{-\tau s}$, en la estructura del observador que puede verse como una nueva planta expandida

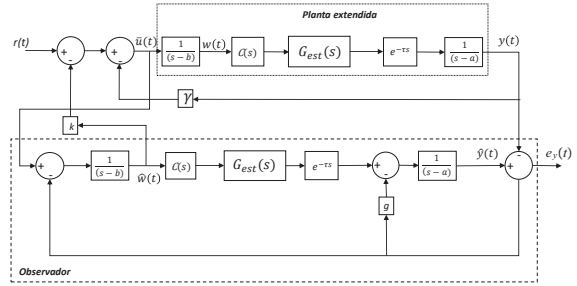


Fig. 4. Estrategia control-observador propuesta.

o una planta ficticia del sistema. Esta arquitectura de control permite abordar el problema de estabilización del sistema original con dos polos inestables, simplificando el análisis de estabilidad por medio del uso del observador, dado que el esquema original se puede ahora analizar como un sistema con un solo polo inestable debido a la ganancia g que mueve el polo de ubicado en $s = a$ hacia $s = a - g$. De manera análoga, al estimarse la señal $w(t)$, en la planta extendida de la Fig 4, se obtiene también un solo polo inestable gracias a la ganancia k que mueve el polo inestable ubicado en $s = b$ hacia $s = b - k$.

Antes de pasar al diseño del observador, considere una realización en espacio de estados del subsistema $Y(s)/\bar{U}(s)$ mostrado en la Fig. 5 de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbb{A}_0 x(t) + \mathbb{A}_1 x(t - \tau) + \mathbb{B} \bar{u}(t) \\ y(t) &= \mathbb{C} x(t - \tau) \end{aligned} \quad (30)$$

con $x(t) = [w(t) \ x_{1b}(t) \ x_{1a}(t) \ \dots \ x_{qb}(t) \ x_{qa}(t) \ z(t)]^T$ donde las variables $x_{ij}(t)$, $i = 1 \dots q$, $j = a, b$ representan la parte estable de (4) y $w(t)$, $z(t)$ están relacionadas con los polos inestables del sistema y donde,

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_0 &= \begin{bmatrix} b & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \alpha(k_p + bk_d) & -2\zeta_1\omega_{n_1} & -\omega_{n_1}^2 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -2\zeta_q\omega_{n_q} & -\omega_{n_q}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & a \end{bmatrix} \\ \mathbb{A}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbb{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ \alpha k_d \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ \mathbb{C} &= [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]. \end{aligned} \quad (31)$$

De la expresión en espacio de estados (30) se puede obtener la función de transferencia correspondiente, quedando como,

$$\frac{Y(s)}{\bar{U}(s)} = \mathbb{C}(sI - (\mathbb{A}_0 + \mathbb{A}_1 e^{-\tau s}))^{-1} \mathbb{B}. \quad (32)$$

A partir de la realización en variables de estado, es posible reescribir la dinámica del sistema en la Fig. 2 asociada al Lema 1 en la forma,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbb{A}_0 x(t) + \mathbb{A}_1 x(t - \tau) \\ &+ \mathbb{B} [r(t) - \gamma \mathbb{C} x(t - \tau) - F x(t)] \end{aligned} \quad (33)$$

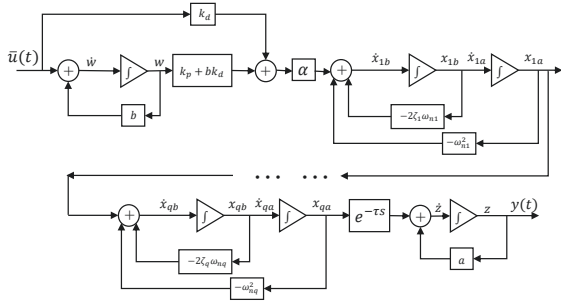


Fig. 5. Variables de estado del sistema (4)–(5).

con $F = [k \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$. Equivalentemente,

$$\dot{x}(t) = (\mathbb{A}_0 - \mathbb{B}F)x(t) + (\mathbb{A}_1 - \gamma\mathbb{B}C)x(t - \tau) + \mathbb{B}r(t). \quad (34)$$

De la misma manera, el diagrama de la Fig. 3 asociado al Lema 2 puede escribirse como,

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbb{A}_0x(t) + \mathbb{A}_1x(t - \tau) + \mathbb{B}[\bar{u} - Cx(t - \tau)] \\ &\quad - G_gCx(t - \tau) \\ &= \mathbb{A}_0x(t) + \mathbb{A}_1x(t - \tau) + \mathbb{B}\bar{u} - [\mathbb{B} + G_g]Cx(t - \tau) \end{aligned} \quad (35)$$

donde $G_g = [0 \ \dots \ 0 \ g]^T$. Definiendo ahora $G = \mathbb{B} + G_g$ es posible escribir,

$$\dot{x}(t) = \mathbb{A}_0x(t) + (\mathbb{A}_1 - GC)x(t - \tau) + \mathbb{B}\bar{u} \quad (36)$$

donde $G = [1 \ 0 \ \dots \ 0 \ g]^T$.

Es posible ahora proponer un observador (predicor) de estados tipo Luenberger para el sistema lineal con retardo (30), Fig. 5, en la forma,

$$\dot{\hat{x}}(t) = \mathbb{A}_0\hat{x}(t) + \mathbb{A}_1\hat{x}(t - \tau) + \mathbb{B}\bar{u} - GC[\hat{x}(t - \tau) - x(t - \tau)]. \quad (37)$$

El error de estimación puede ahora definirse como,

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

produciendo la dinámica,

$$\dot{e}(t) = \mathbb{A}_0e(t) + (\mathbb{A}_1 - GC)e(t - \tau).$$

Obsérvese que la dinámica del error de observación coincide con la del diagrama de inyección dado en la Fig. 3 y asociado al Lema 2, lo que implica que las condiciones de dicho lema garantizan la convergencia asintótica del error $e(t)$ a cero.

Considerando ahora el sistema controlado de la Fig. 4, se tiene,

$$\dot{x}(t) = \mathbb{A}_0x(t) + \mathbb{A}_1x(t - \tau) - \mathbb{B}F\hat{x}(t) - \gamma\mathbb{B}Cx(t - \tau)$$

de donde, considerando $\hat{x}(t) = x(t) - e(t)$, se obtiene,

$$\dot{x}(t) = (\mathbb{A}_0 - \mathbb{B}F)x(t) + (\mathbb{A}_1 - \gamma\mathbb{B}C)x(t - \tau) - \mathbb{B}Fe(t).$$

Definiendo el vector de estados extendidos,

$$x_e(t) = [x(t) \ e(t)]^T$$

se obtiene,

$$\begin{aligned} \dot{x}_e(t) &= \begin{bmatrix} \mathbb{A}_0 - \mathbb{B}F & -\mathbb{B}F \\ 0 & \mathbb{A}_0 \end{bmatrix} x_e(t) \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbb{A}_1 - \gamma\mathbb{B}C & 0 \\ 0 & \mathbb{A}_1 - GC \end{bmatrix} x_e(t - \tau). \end{aligned} \quad (38)$$

Tomando en cuenta los desarrollos anteriores, es posible demostrar fácilmente el resultado principal de este trabajo, mismo que se enuncia a continuación.

Teorema 2: Considere el sistema (1)–(4) y el observador (37). Entonces, existen ganancias k , g y un controlador tipo PD (5) tal que la estrategia de control basada en el observador de la Fig. 4 produce un sistema asintóticamente estable si y solo si,

$$\tau < \frac{1}{b} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}}. \quad (39)$$

Demostración. Suficiencia. Considere que se satisface la desigualdad del teorema (39). Entonces también se satisface el Lema 2 y por lo tanto existe un controlador $C(s)$ y una ganancia g tales que el error de observación $e(t)$ converge asintóticamente a cero en el diagrama de la Fig. 4. Como $a < b$, también se satisface el Lema 1 y por lo tanto existen $\bar{C}(s)$ y k tales que el sistema dado en (34) es asintóticamente estable. A partir de la Observación 1, $\bar{C}(s)$ puede ser el mismo que $C(s)$ usando la ganancia γ para ajustar el controlador.

La estabilidad de (33) y (37) implica la estabilidad del sistema extendido dado en (38), lo que implica que existe $C(s)$, k , g tal que el sistema de la Fig. 4 es asintóticamente estable.

Necesidad. Sean $C(s)$, k y g estabilizantes. Entonces el sistema extendido (38) es asintóticamente estable y de la expresión del error en esa misma ecuación, equivalentemente (37) vinculada al Lema 2, se satisface (39). ■

D. Procedimiento de Diseño

El procedimiento general de diseño se puede establecer de la siguiente manera.

1. Una vez satisfechas las condiciones del Teorema 2, en el esquema observador de la Fig. 3 se reubica por medio de la ganancia g el polo inestable menos restrictivo (o más lento) a en el lado izquierdo del plano complejo, lo suficientemente alejado del origen de tal manera que se satisfaga el Teorema 1, ecuación (7), sustituyendo a por b y haciendo $\beta = g - a$.
2. Por medio de las ecuaciones (20)–(23) se determinan los valores de k_p y k_d del controlador PD mediante un análisis de Nyquist del sistema resultante que aseguren un encierro al punto $(-1, 0j)$ por medio de un giro antihorario.
3. En el esquema de control de la Fig. 2, se reubica ahora por medio de la ganancia k el polo b a la izquierda del plano complejo, cuidando de seguir cumpliendo las condiciones del Teorema 1, haciendo $\beta = k - b$. Puede considerarse la misma posición que en el Paso 1.
4. Incluyendo el controlador PD obtenido en el paso 2, se lleva a cabo un análisis de Nyquist, ajustando el valor de γ tal que se asegure un encierro al punto $(-1, 0j)$ por medio de un giro antihorario.
5. Se construye el esquema general de la Fig. 4 incorporando las ganancias y parámetros establecidos en los puntos anteriores.

IV. EVALUACIÓN NUMÉRICA

Para evaluar el desempeño de la estrategia de estabilización presentada en este trabajo se propone una modificación al sistema lineal con retardo presentado en [13] al cual se le añade un segundo polo inestable en $s = 0.6$. El sistema considerado toma la forma,

$$G(s) = \left(\frac{1}{s - 0.4} \right) \left(\frac{1}{s - 0.6} \right) G_{est}(s)e^{-\tau s} \quad (40)$$

con,

$$G_{est}(s) = \frac{1}{(s^2 + 2s + 5)(s^2 + 4s + 8)(s^2 + 7s + 12)}$$

de donde se obtienen los parámetros $\zeta_1 = 0.47$, $\omega_{n_1} = 2.23$, $\zeta_2 = 0.707$, $\omega_{n_2} = 2.82$, $\omega_{n_3} = 3.46$, $a = 0.4$, $b = 0.6$. Considerando el Paso 1 del procedimiento de diseño, se verifica la validez del Teorema 2 dado que,

$$\tau < \frac{1}{b} - 2 \sum_{m=1}^q \frac{\zeta_m}{\omega_{n_m}} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + 2 \sum_{m=1}^q \frac{2\zeta_m^2 - 1}{\omega_{n_m}^2}} = 1.83. \quad (41)$$

Eligiendo entonces $g = 3.4$ para reubicar el polo $s = 0.4$ en $s = -3$. De esta forma, la ecuación (7), produce, $\tau < 1.53$. Para completar el esquema de estabilización, de acuerdo al Paso 2 del procedimiento, se consideran las ecuaciones ((20)–(23) para fijar los parámetros $kp = 900$ y $kd = 1260$ del controlador PD para una $\tau = 0.4$. A continuación, en el Paso 3, se elige $k = 3.6$ para reubicar el polo $s = 0.6$ en $s = -3$. Siguiendo con el Paso 4, se elige $\gamma = 0.8$ que coloque el punto $(-1, 0j)$ al centro del lazo antihorario en el diagrama de Nyquist. Finalmente, en el Paso 5, se incorporan los dos esquemas para obtener un sistema completo.

Las Fig. 6 y 7 muestran los diagramas de Nyquist de los esquemas de control e inyección respectivamente. La evolución en el tiempo de la salida $y(t)$, ante una entrada escalón unitario, se muestra en la Fig. 8 mientras que la evolución de la señal de error de observación $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$ se muestra en la Fig. 9, en estas dos últimas figuras es posible observar la adecuada convergencia de las señales involucradas. Para evaluar numéricamente las propiedades del esquema de control propuesto ante posibles variaciones en el valor del retardo, a partir de su valor nominal $\tau = 0.4$ se consideraron cambios de $\pm 5\%$ y se evaluó la evolución del esquema mediante tres índices de desempeño basados en el error de salida $e_s(t) = r(t) - y(t)$, comúnmente considerados en la literatura [16]; i) la integral del error cuadrático $e_1(t) = \int_0^t e_s^2(s) ds$, ii) la integral del valor absoluto del error $e_2(t) = \int_0^t |e_s(s)| ds$ y iii) la integral del valor absoluto temporalmente ponderado del error $e_3 = \int_0^t s |e_s(s)| ds$. Los resultados obtenidos se muestran en el Cuadro I donde es posible apreciar que el sistema degrada su comportamiento conforme el retardo se aleja de su valor nominal como es de esperarse a partir de los desarrollos teóricos presentados anteriormente.

Para forzar al sistema a evolucionar en el límite de la estabilidad obtenido en (41), se considerará ahora el caso $\tau = 1.3$. Para esta nueva condición, se elige $g = 2.4$ y se reubica el polo en $s = 0.4$ hacia $s = -2$, y mediante la ecuación (7) (Paso 1), se obtiene $\tau < 1.404$. El Paso 2

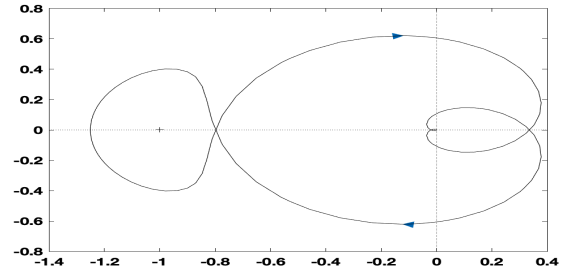


Fig. 6. Diagrama de Nyquist del esquema de control de la Fig. 2, $\tau = 0.4$.

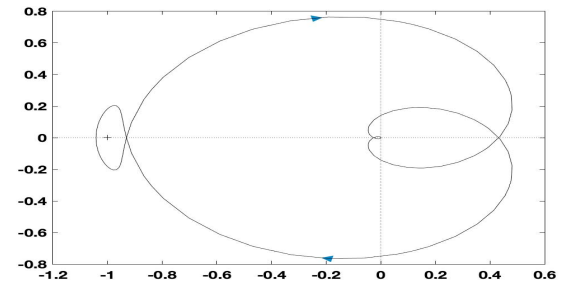


Fig. 7. Diagrama de Nyquist del esquema de inyección de la Fig. 3, $\tau = 0.4$.

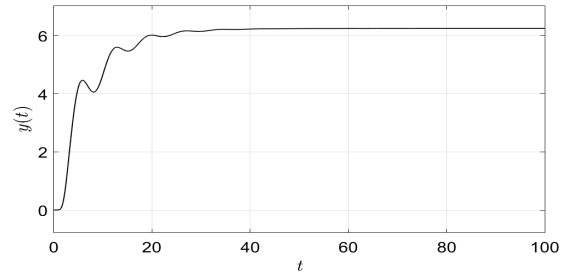


Fig. 8. Salida $y(t)$, $\tau = 0.4$.

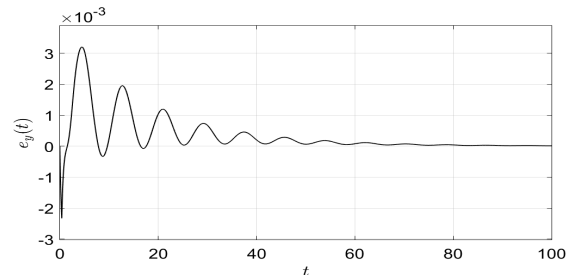


Fig. 9. Error de observación $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$, $\tau = 0.4$.

TABLA I
VARIACIÓN EN EL RETARDO τ .

| | $\tau = 0.4$ | $\tau = 0.42$ | $\tau = 0.38$ |
|----------|--------------|---------------|---------------|
| $e_1(t)$ | 4.1 | 4.4 | 4 |
| $e_2(t)$ | 7.9 | 10.5 | 7.6 |
| $e_3(t)$ | 74 | 206 | 83 |

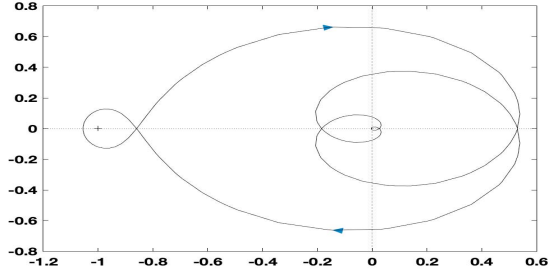


Fig. 10. Diagrama de Nyquist del esquema de control de la Fig. 2, $\tau = 1.3$.

produce $kp = 576.3$ y $kd = 960.5$. En el Paso 3, se elige $k = 2.6$ que reubique el polo $s = 0.6$ en $s = -2$. Las Figuras 10 y 11 muestran los diagramas de Nyquist de los esquemas de control e inyección respectivamente. En el Paso 4 se escogió $\gamma = 0.73$ que consigue ubicar el punto $(-1, 0j)$ en el centro del lazo antihorario que lo rodea, lo cual puede apreciarse en el acercamiento mostrado en la Fig. 11. Una vez incorporados ambos esquemas (Paso 5), la evolución de la señal de salida $y(t)$ se muestra en la Fig. 12 mientras que la señal de error es desplegada en la Fig. 13. Nótese que en las dos figuras anteriores, la convergencia de las señales se obtiene después de un periodo de oscilaciones lo cual concuerda con las condiciones de estabilidad consideradas casi al límite.

Finalmente, considere el sistema lineal retardado utilizado en [9] conteniendo solo polos reales dado por,

$$G(s) = \frac{e^{-0.25s}}{(2s-1)(1.4s-1)(0.1s+1)(0.2s+1)}$$

que puede expresarse equivalentemente como,

$$G(s) = \frac{17.8575e^{-0.25s}}{(s^2+15s+50)(s-0.7143)(s-0.5)}$$

esto es, $\zeta = 1.06$, $\omega_n = \sqrt{50}$, $a = 0.5$, $b = 0.71$.

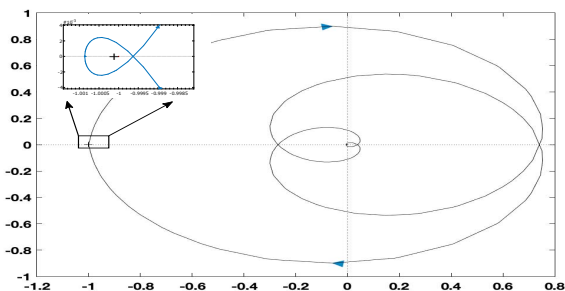


Fig. 11. Diagrama de Nyquist del esquema de inyección de la Fig. 3, $\tau = 1.3$.

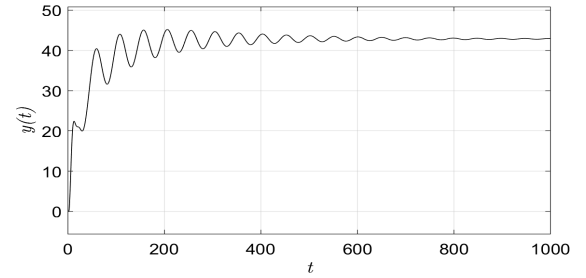


Fig. 12. Salida $y(t)$, $\tau = 1.3$.

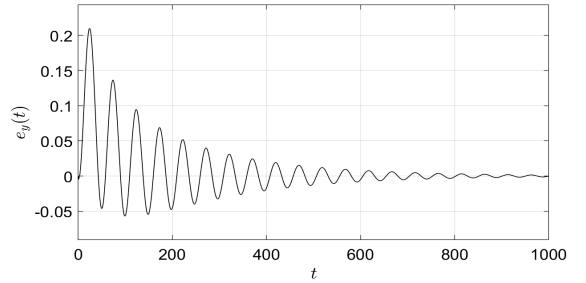


Fig. 13. Error de observación $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$, $\tau = 1.3$.

A partir del resultado dado en [9], el sistema puede estabilizarse usando un controlador PD si y solo si,

$$\tau < a + b - c_1 - c_2 - \sqrt{a^2 + b^2 + c_1^2 + c_2^2} < 0.6485$$

donde se ha considerado $a = 2$, $b = 1.4$, $c_1 = 0.1$ y $c_2 = 0.2$.

Por otra parte, considerando el resultado principal de este trabajo, Teorema 2, con $\zeta = 1.05$, $\omega_n = \sqrt{50}$, $a = 0.5$ y $b = 0.71$ el sistema puede estabilizarse usando el esquema PD -observador propuesto si y solo si,

$$\tau < \frac{1}{b} - 2\frac{\zeta}{\omega_n} + \sqrt{\frac{1}{b^2} + 2\left[\frac{2\zeta^2 - 1}{\omega_n^2}\right]} < 2.51$$

donde es posible observar que la presente propuesta mejora significativamente el tamaño de retardo que puede manejarse antes de caer en la inestabilidad.

V. CONCLUSIONES

A partir de los resultados previos presentados en Duchén et al. [14] y Hernández et al. [13], en este trabajo se presenta una generalización para el control de una clase de sistemas lineales con retardo de tiempo en la señal de entrada con dos polos inestables y $2q$ polos estables (reales o complejos conjugados). La idea del presente trabajo es avanzar hacia una propuesta general que contemple sistemas de alto orden con retardo y varios polos inestables. Como un resultado preliminar, que se utiliza en la demostración de los resultados principales, y tiene un valor útil en sí mismo, en el Teorema 1 se dan las condiciones necesarias y suficientes para estabilizar un sistema con retardo a la entrada con un polo inestable, uno estable y $2q$ pares de polos posiblemente complejos

conjugados. Posteriormente se presentaron y demostraron las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de un controlador tipo *PD* basado en un esquema de observación, obteniendo los valores correspondientes de las ganancias k_p y k_d , que impone límites al valor del retardo. El esquema de observación considera la acción *PD* dentro de las señales a estimar. El esquema propuesto mejora las condiciones de estabilización sobre el mismo tipo de sistemas cuando los polos estables son reales presentados en [9]. Finalmente, como en cualquier estrategia basada en una retroalimentación de señales estimadas, el esquema propuesto en este trabajo es sensible a incertidumbres paramétricas, además, entre más grande sea la magnitud del retardo, más sensible resulta el esquema de estabilización propuesto. Un estudio formal de robustez y sensibilidad va más allá de los alcances del presente trabajo por lo que estos puntos se dejan como una posible extensión del mismo.

AGRADECIMIENTOS

Apoyado parcialmente por Conacyt CB: A1-S-31628.

REFERENCIAS

[1] R. Sipahi, S. J. Niclescu, C. T. Abdallah, W. Michiels, and K. Gu, “Stability and stabilization of systems with time delay,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 31, pp. 38–65, 2011.

[2] J. J. Loiseau, “Algebraic tools for the control and stabilization of time-delay systems,” in *IFAC Workshop on Linear Time Delay Systems*, vol. 31, pp. 187–201, 1998.

[3] G. J. Silva, A. Datta, and S. P. Bhattacharyya, *PID controllers for time-delay systems*. Control engineering, Boston [u.a.]: Birkhäuser, 2005.

[4] J. F. Márquez-Rubio, B. del Muro-Cuéllar, and J. Álvarez Ramírez, “Stabilization region of PD controller for unstable first order process with time delay,” *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 12, no. 2, pp. 265–273, 2014.

[5] J. F. Márquez-Rubio, B. del Muro-Cuéllar, M. Velasco-Villa, and J. Álvarez Ramírez, “Control basado en un esquema observador para sistemas de primer orden con retardo,” *Revista mexicana de ingeniería química*, vol. 9, pp. 43 – 52, 04 2010.

[6] C. Xiang, Q. G. Wang, X. Lu, L. A. Nguyen, and T. H. Lee, “Stabilization of second-order unstable delay processes by simple controllers,” *Journal of process control*, vol. 17, pp. 675–682, 2007.

[7] S. C. Lee, Q. G. Wang, and C. Xiang, “Stabilization of all-pole unstable delay processes by simple controllers,” *Journal of process control*, vol. 20, pp. 235–239, 2010.

[8] D. F. Novella-Rodríguez, B. del Muro-Cuéllar, and O. Sename, “Observer-based scheme for the control of high order systems with two unstable poles plus time delay,” *Asia Pacific Journal of Chemical Engineering*, vol. 9, pp. 167–180, 2014.

[9] D. F. Novella-Rodríguez, B. del Muro Cuéllar, J. F. Márquez-Rubio, M. A. Hernández-Pérez, and M. Velasco-Villa, “PD—PID controller for delayed systems with two unstable poles: a frequency domain approach,” *International Journal of Control*, vol. 92, pp. 1196–1208, 2019.

[10] C. D. Vázquez, J. F. Márquez, B. del Muro, D. Novella, M. A. Hernandez, and G. Duchén, “Observer-PI scheme for the stabilization and control of high order delayed systems with one or two unstable poles,” in *3rd IFAC Conference on Advances in Proportional-Integral-Derivative Control PID 2018*, vol. 51, pp. 432–437, 2018.

[11] C. D. Vázquez-Rosas, J. F. Márquez-Rubio, B. del Muro Cuéllar, D. F. Novella-Rodríguez, O. Sename, and L. Dugard, “Stabilizing high-order delayed systems with minimum-phase zeros using simple controllers,” *Studies in Informatics and Control*, vol. 28, pp. 381–390, 2019.

[12] D. Ma and J. Chen, “Delay margin of low-order systems achievable by pid controllers,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 64, no. 5, pp. 1958–1973, 2019.

[13] M. A. Hernández-Pérez, B. del Muro-Cuéllar, and M. Velasco-Villa, “PID for the stabilization of high-order unstable delayed systems with possible complex conjugate poles,” *Asia Pacific Journal of Chemical Engineering*, vol. 10, no. 5, pp. 687–699, 2015.

[14] G. Duchén, B. D. M. B., J. F. Márquez, M. A. Hernández, E. Ramírez, and C. Cruz, “Estabilización y control de sistemas de alto orden con retardo y dos polos inestables: esquema PD-observador,” in *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático 2019*, pp. 291–296, AMCA, 2019.

[15] H. Nyquist, “Regeneration theory,” *The Bell System Technical Journal*, vol. 11, pp. 126–147, 1932.

[16] R. J. Vazquez-Guerra, J. F. Juan F. Marquez-Rubio, and B. Muro-Cuéllar, “Design of delayed pid-type controllers for high-order recycling systems with time delays using model reduction,” *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*, 2021.



Gonzalo Duchén Sánchez nació en Sucre, Bolivia en 1962. Desde 1982 radica en México D.F. Estudió Ingeniería Electrónica en la UAM Iztapalapa de 1982 a 1987 y realizó estudios de Doctorado en la misma universidad. Trabajó en la UAM Iztapalapa de 1987 a 1997 y a partir de entonces trabaja en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación (SEPI) de la ESIME, Unidad Culhuacán del IPN, Sus áreas de interés son los sistemas reconfigurables y sus aplicaciones al control, tratamiento de señales y sus aplicaciones al control, tratamiento de señales y criptografía. En su tiempo libre gusta leer y

escuchar música.

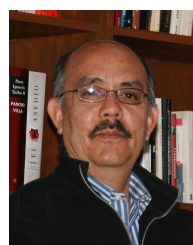


Basilio del Muro Cuéllar es Ingeniero Industrial en Eléctrica por el Tecnológico de Morelia (1988), Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con especialidad en Control Automático por el CINVESTAV (1992) y Doctor en Ciencias para la Ingeniería en la especialidad de Control Automático por la Escuela Central de Nantes – Universidad de Nantes, Francia. (1997). Desde 2005 se desempeña como profesor e investigador de tiempo completo en la Sección de Posgrado de la ESIME unidad Culhuacán del Instituto Politécnico Nacional. Sus principales líneas de investigación incluyen el control de sistemas con retardo.

líneas de investigación incluyen el control de sistemas con retardo.



Juan Francisco Márquez Rubio recibió su Ph.D. en 2012 del Instituto Politécnico Nacional (IPN), ESIME Culhuacán en México. Actualmente es Profesor en el Instituto Politécnico Nacional, ESIME Culhuacán. Sus intereses de investigación incluyen problemas de observación, control y robustez además de métodos para el análisis de sistemas retardados.



Martín Velasco-Villa realizó sus estudios de Maestría y Doctorado (1994) en el Cinvestav, México. Realizó además una estancia Postdoctoral en la Escuela Central de Nantes, Francia. Actualmente es profesor de tiempo completo en la Sección de Mecatrónica del Departamento de Ingeniería Eléctrica del Cinvestav. Sus áreas de interés son el análisis y control de sistemas lineales y no lineales con retardo y su aplicación en sistemas electromecánicos, en particular la robótica móvil.



Miguel Ángel Hernández Pérez es egresado de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo como ingeniero en Electrónica y Comunicaciones en 2009. Realizó sus estudios de Posgrado en el Instituto Politécnico Nacional donde obtuvo el grado de Maestro en Ciencias de Ingeniería en Microelectrónica en 2012 y el grado de Doctor en Comunicaciones y Electrónica en 2015. Actualmente es Profesor Investigador en el Instituto de Ingeniería de la Universidad Veracruzana. Sus temas de investigación se encuentran en el área de control lineal, análisis y modelado de sistemas con tiempo de retardo y sus aplicaciones, robótica móvil.