

# Optimization of Reclosers Placement in Distribution Networks to Improve Service Quality Indices

G. A. Gastelbondo, and J. W. González, *Senior Member, IEEE*

**Abstract**— The fundamental goal of an electric utility is to provide the power supply in the most reliable and economical way. However, the components of a power distribution system are exposed to faults, or service outages, which in some cases may cause the disconnection of one or more customers of the distribution system. In order to reduce the duration of faults and improve service quality indices in power networks, utilities have installed protection devices, such as reclosers, in appropriate locations in the power distribution networks, due to its ability of coordination with other devices and the radial characteristics of distribution system. In addition, the recloser can clear temporary faults and isolate failed feeders without interrupting the service of the whole circuit. This paper presents a methodology for optimization of reclosers placement in distribution networks. A mathematical model of Mixed Integer Nonlinear Programming (MINLP) is used, with the purpose to minimize the SAIDI or SAIFI quality indices. For the model, an objective function is defined, with its respective restrictions to obtain the appropriate locations. This objective function is run in the GAMS software to model and solve optimization problems. The effectiveness of the proposed approach is evaluated on a test system and in a conventional real distribution system.

**Index Terms**— Recloser, distribution system, mixed integer nonlinear programming (MINLP), service quality indices, SAIDI, SAIFI.

## I. INTRODUCCIÓN

Un sistema de distribución es el conjunto de subestaciones, equipos y alimentadores de red conectados entre sí, que se encargan de suministrar energía a los usuarios, garantizando criterios de calidad, confiabilidad y continuidad al menor costo posible. No obstante, la operación y supervisión de estos sistemas cada día toma más relevancia, debido a que esta puede verse afectada por oscilaciones de tensión, contenido de armónicos, cortocircuitos y fallas en los elementos de red, originando la discontinuidad del servicio.

IEEE Std 1366 [1] identifica varios índices de confiabilidad para evaluar la calidad de los sistemas de distribución, donde sobresalen el SAIDI (Índice de Duración Promedio de Interrupción del Sistema) y el SAIFI (Índice de Frecuencia Promedio de Interrupción del Sistema), indicadores

ampliamente usados por los entes regulatorios y los operadores de red (OR) para medir la calidad del servicio prestado.

Debido a lo anterior, los OR han desarrollado múltiples estrategias que permitan reducir las fallas en las redes de distribución. Es por esto, que en los últimos años se han instalado equipos de protección como reconectadores, debido a su efectividad para proteger las redes eléctricas. Estos se utilizan principalmente para el aislamiento de las secciones falladas, reconfiguraciones de red y mejoras en la confiabilidad [1].

Los reconectadores son dispositivos de protección eléctrica con la inteligencia necesaria para sensar sobrecorrientes, interrumpirlas y ejecutar reconexiones automáticas [2]. Asimismo, gracias a su función de recierre, ayudan a mejorar en gran parte los indicadores de calidad, debido a la capacidad que tienen de discriminar entre fallas temporales y permanentes, aspecto relevante dado que las estadísticas operativas de los sistemas eléctricos de potencia muestran que alrededor del 70% al 80% de las fallas que se presentan son de naturaleza temporal [3], [4].

Matemáticamente, la ubicación de los equipos de protección en los circuitos de distribución corresponde a un problema de optimización de alta complejidad, combinatorio y restringido [5]. Por lo anterior, en la literatura especializada se han llevado a cabo investigaciones y formulaciones matemáticas para abordar el problema de la ubicación óptima de dispositivos de protección y seccionamiento en los sistemas de distribución. La mayoría de los trabajos abordan el tema por medio de la formulación de métodos de optimización estocásticos basado en técnicas heurísticas, tales como algoritmos genéticos [6]-[8] recocido simulado [9], [10], algoritmos evolutivos [11]-[13], enjambre de partículas [14]-[16] y optimización por colonia de hormigas [17], [18].

Inicialmente, en este trabajo se planteó el uso de métodos de optimización heurísticos, pero excluyendo algunos como los algoritmos genéticos, estos exploran sólo una región estrecha del espacio de búsqueda y tienen una tendencia a quedarse atascados en soluciones óptimas locales [19]. Lo anterior se presenta, debido a que estos se centran en resolver un problema de optimización mediante una aproximación intuitiva, donde la estructura se emplea de manera inteligente para obtener una buena solución, utilizando la información disponible [20]. En otras palabras, cuando se utilizan métodos heurísticos para solución de problemas combinatorios, se logra encontrar soluciones que cumplen con las restricciones planteadas en un

G. A. Gastelbondo, Empresas Públicas de Medellín E.S.P (EPM), Medellín, Colombia (e-mail: gustavo.adolfo.gastelbondo@epm.com.co)

J. W. González, Universidad Pontificia Bolivariana (UPB), Medellín, Colombia (e-mail: jorgew.gonzalez@upb.edu.co)

tiempo de cómputo alto, pero que no es necesariamente la óptima. En cambio, los métodos determinísticos, como la programación lineal o no lineal, garantizan la convergencia a una solución global en pasos finitos, es decir, tienden a ser más rápidos [19]. Lo anterior no significa que los métodos heurísticos no funcionen para problemas de optimización de alta complejidad, ya que estos se convierten en procedimientos eficientes para encontrar buenas soluciones, pero para el modelo propuesto en este artículo se encontró más conveniente los métodos determinísticos.

De igual forma se consideró métodos de optimización probabilístico, donde algunas factores o variables se podrían evaluar de manera aleatoria. Sin embargo, dado que el cálculo del SAIDI o SAIFI se basa directamente en la respuesta del sistema de protección ante fallas, la selección del dispositivo de protección y la afectación de los usuarios, resulta más conveniente un método determinista, donde se aprovecha la formulación explícita y sus propiedades analíticas, para encontrar mejores soluciones al problema.

Por lo anterior, este artículo propone un enfoque determinístico para la optimización de la ubicación de reconectores, por tanto, la revisión de la literatura se centrará en formulaciones de modelos de programación matemática. En [21] Soudi y Tomsovic presentaron un modelo de programación no lineal binaria (PNLB) sujeta a restricciones lineales, el cual fue reducido a programación lineal binaria (PLB) por medio de una técnica de linealización simple. El objetivo era minimizar el indicador SAIFI identificando la ubicación de reconectores y fusibles en el sistema de distribución. Con el propósito de limitar la complejidad del problema, los autores realizan una división heurística del circuito de distribución en un alimentador principal y una serie de ramales laterales, que clasifican en tres categorías. Una deficiencia del modelo es que no toma en cuenta los efectos interrelacionados de fallas entre el alimentador principal y las derivaciones laterales, lo que puede conducir a soluciones que no serán las óptimas.

En [22], los mismo autores proponen una técnica de programación de objetivos, junto con su modelo original desarrollado en [21] para buscar un equilibrio en la optimización de varios indicadores de calidad de manera simultánea.

Basado en el modelo original de Soudi y Tomsovic [21], en [23] se presenta un modelo de PNLB para optimizar el indicador SAIFI de un circuito de distribución. La formulación tiene en cuenta los efectos de la incidencia de fallas, en cualquier punto para todo el circuito, pero conserva la división heurística de los ramales. Igualmente, en [24] se propone un modelo de PNLB para minimizar el costo total de la confiabilidad. La formulación permite evaluar los efectos de la instalación de los equipos de protecciones y suiches de seccionamiento por medio de la restauración aguas arriba y aguas abajo.

Zambon et al. [25] desarrollan un modelo de PNLB más generalizado para minimizar el indicador SAIFI o SAIDI de un circuito de distribución. La formulación identifica el tipo y la ubicación de los dispositivos de protección que deben instalarse en un circuito y arroja mejores soluciones que el modelo

propuesto en [21] para minimizar el indicador SAIFI. En [19] proponen un método no heurístico basado en la programación lineal de enteros mixtos (MILP) para la ubicación de suiches de seccionamiento en un sistema de distribución considerando los costos de interrupción del cliente y los costos asociados a la instalación, operación y mantenimiento de los suiches. Los autores en [26] presentan un modelo matemático para la minimización de los indicadores SAIDI y SAIFI, con el fin de localizar en forma óptima reconectores, suiches de seccionamiento y fusibles. Los resultados son comparados con los obtenidos mediante algoritmos genéticos.

Este artículo presenta un modelo matemático que es formulado como un problema de MINLP que ubica reconectores y fusibles en lugares estratégicos para minimizar el indicador SAIDI o SAIFI de un circuito de distribución radial, teniendo en cuenta restricciones técnicas, operativas y económicas que garanticen la viabilidad de la solución. Algunas de las contribuciones del artículo son:

- A diferencia de varios trabajos presentados en la literatura, el modelo no requiere de decisiones heurísticas sobre la división del circuito y clasificación de ramales que sobrecarguen al ingeniero responsable de la toma de decisiones.
- El enfoque propuesto tiene en cuenta los efectos interrelacionados de fallas entre el alimentador principal y las derivaciones laterales, lo cual contribuye a encontrar soluciones ajustadas a la realidad.
- El modelo permite que los ramales laterales de cualquier circuito de distribución radial puedan seguir teniendo ramificaciones o subdivisiones de acuerdo con la topología de la red, lo que aumenta la libertad para la ubicación de dispositivos de protección.
- La metodología permite instalar, reubicar o remover equipos de protección, considerando la optimización de los indicadores de calidad.

Por último, en este trabajo se verifica la validez del enfoque propuesto en un sistema de prueba, y posteriormente en un circuito de distribución real, obteniendo resultados satisfactorios.

Este artículo está organizado de la siguiente forma. En la sección II se presenta la formulación del problema, en la cual se describen algunos conceptos necesarios para la construcción del modelo. En la sección III se desarrolla el paso a paso del modelo matemático. En la sección IV se ilustra la implementación del enfoque propuesto y los resultados obtenidos. Finalmente se presentan las conclusiones derivadas de este trabajo en la sección V.

## II. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En este capítulo se presenta algunos conceptos relacionados con la topología, confiabilidad y operación de los sistemas de distribución.

### A. Topología de Red

Los sistemas de distribución en su gran mayoría se diseñan de forma radial, es decir, el flujo de potencia tiene una sola

dirección que va desde la subestación de energía, a los puntos de carga como se aprecia en la Fig. 1, de tal manera que una falla en esta trayectoria produce la interrupción del servicio.

Teniendo en cuenta lo anterior, un diagrama unifilar de un sistema de distribución simple es mostrado en la Fig. 1, donde un nodo representa una sección numerada del circuito. Este se compone de un alimentador principal (tramos de red 1, 2, y 3) y ramales laterales o derivaciones (tramos de red 4, 5, 6, 7, 8 y 9), los cuáles pueden seguir teniendo subdivisiones. Tanto el alimentador principal como los laterales se dividen en secciones que se encuentran separadas o delimitados por dispositivos de protección y seccionamiento.

En el circuito de la Fig. 1, el nodo 1 es la fuente o raíz del circuito, por tanto, es considerada parte de la subestación.

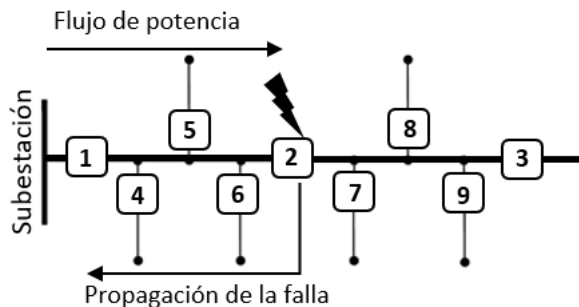


Fig. 1. Diagrama de un sistema de distribución radial simple.

### B. Tipos de Interrupciones

Una interrupción se define como la pérdida total de energía eléctrica de uno o más usuarios conectados al sistema y pueden clasificarse por su duración como momentánea o sostenida. En Colombia las fallas momentáneas no pueden exceder los 3 minutos, porque si supera ese límite de tiempo, generará afectación a los indicadores de calidad del servicio de acuerdo con la Comisión de Regulación de Energía y Gas (CREG), y será considerada como una falla sostenida. En este artículo para el cálculo de los indicadores se tendrá en cuenta los tiempos contemplados por la resolución CREG 015 [27] para definir si una falla es momentánea o sostenida. Cada país define sus propias regulaciones, cantidades y tiempos máximos de interrupción permitidas.

Las fallas que se presentan en los sistemas de distribución se pueden clasificar en dos tipos: temporales y permanentes. Las primeras se despejan después de un corto periodo de tiempo (milisegundos o pocos segundos) y no es necesario la intervención de una personal de atención o cuadrilla de distribución. Las segundas son causadas por eventos más graves, lo cual provoca una interrupción sostenida que requiere la intervención de una cuadrilla, para su respectiva reparación.

Una falla en un circuito de distribución se propaga desde la sección afectada, hasta la subestación, y se despeja cuando llega a un nodo donde esté instalado un dispositivo de protección. De acuerdo con la Fig. 1, si no se instala algún dispositivo de protección en el circuito, excepto en el nodo 1, una falla en la sección 2 se propaga por alimentador principal hasta llegar al equipo de cabecera en la subestación

### C. Dispositivos de Protección

En general, la protección de un sistema de distribución consiste en un equipo de subestación (interruptor), reconectores de línea, seccionadores y fusibles.

Los reconectores se pueden instalar en la subestación, en el alimentador principal y en las secciones laterales del circuito. El fusible no tiene capacidad para hacer recierres, ya que este ante cualquier tipo de falla (temporal o permanente), se funde y aísla la sección fallada. Por lo anterior, los fusibles solo se instalan en los ramales laterales y no en el alimentador principal.

En este artículo se usará el término reconector para referirse a los equipos de seccionamiento automático, con capacidad de hacer interrupciones de corriente y reconexiones, como son los interruptores de subestación y reconectores de línea. De manera similar, el término fusible se empleará para hacer alusión a dispositivos de bajo costo que no tienen la capacidad de hacer reconexiones.

La relación entre los diferentes tipos de falla y los dispositivos de protección considerados en el presente artículo, son las siguientes:

- Una falla permanente siempre causará una interrupción sostenida independientemente del tipo de equipo que opere.
- Una falla temporal puede ser despejada por un reconector, causando sólo una interrupción momentánea, gracias a su capacidad de recierre, pero producirá una interrupción permanente si se tiene un fusible instalado.

También se asumirá que todos los equipos de protección se encuentran instalados al inicio de cada sección. De esta manera, una falla en la sección  $i$ , donde se ubica un dispositivo de protección, afecta a los usuarios de esa sección y a todos los que se encuentran en las secciones aguas abajo. Por ejemplo, tomando como referencia el circuito de la Fig. 1, una falla en 2 afectaría los tramos de red 2, 3, 7, 8 y 9.

### D. Indicadores de Calidad

Los indicadores de calidad del servicio son aquellos que miden la afectación del usuario final considerando las interrupciones presentadas en el suministro de energía eléctrica. Estos se pueden analizar desde el punto de vista del cliente, de la empresa y de los componentes principales que conforman la red de distribución.

Los indicadores de confiabilidad más usados para evaluar la calidad del servicio desde el punto de vista del usuario se definen ampliamente en [28]. En Colombia, la calidad del servicio prestado por un OR es medida en términos de la duración y la frecuencia de los eventos que afecten a los usuarios conectados a sus redes, es decir, con base en los indicadores SAIDI y SAIFI respectivamente.

El indicador SAIDI representa la duración total en horas de los eventos que en promedio percibe cada usuario del sistema de distribución en un período de tiempo anual. De acuerdo con [27], este se puede calcular con la siguiente definición:

$$\text{SAIDI} = \frac{\sum T_i N_i}{N_T} \text{ [horas/año]} \quad (1)$$

Donde,

$T_i$ : Tiempo de duración de cada evento  $i$ .

$N_i$ : Número de usuarios que fueron afectados en el evento  $i$ .

$N_T$ : Número total de usuarios conectados al sistema.

Y el indicador SAIFI representa la cantidad total de los eventos que en promedio perciben todos los usuarios de un sistema de distribución, en un período anual. Por medio de la expresión definida en [27], este se calcula de la siguiente forma:

$$\text{SAIFI} = \frac{\sum N_i}{N_T} \text{ [interrupciones/año]} \quad (2)$$

### III. MODELO PROPUESTO

En el presente capítulo se desarrolla la formulación general del problema de ubicación de reconectadores y fusibles en los sistemas de distribución, por medio de un modelo de MINLP con sus respectivas restricciones. El enfoque considera la posibilidad de reubicar o adicionar fusibles y reconectadores, con el fin de reducir el indicador deseado. Para el modelo planteado se tienen las siguientes consideraciones:

- Los dispositivos están en perfecto estado y se instalan al inicio de cada sección.
- La topología del sistema es siempre radial.
- Se cuenta con número limitado de reconectadores a instalar. Para el caso de fusibles no hay limitaciones.
- Se conoce el número de usuarios de cada sección.
- No se consideran fallas múltiples y todas ellas se reparan antes de que ocurra la siguiente.
- Siempre se instala un reconectador en la subestación o nodo fuente del sistema.
- Los reconectadores se pueden instalar en el alimentador principal y en las secciones laterales.
- No se permite instalar fusibles en el alimentador principal.

#### A. Modelo de Red

Con el propósito de explicar aspectos importantes para la formulación, se emplea el circuito de prueba de la Fig. 2.

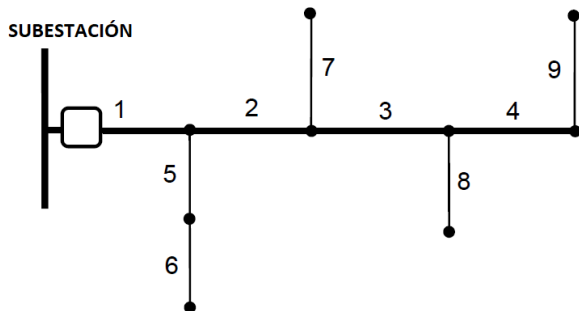


Fig. 2. Diagrama unifilar del sistema de prueba.

Para plantear el modelo matemático, se precisarán una serie

de conjuntos numéricos necesarios para la comprensión de la formulación, los cuales se definen a continuación:

- $F$ : Es el conjunto formado por todos los tramos de red  $i$  del sistema de distribución, incluyendo la subestación. Para este caso sería los tramos de 1 a 9, por lo tanto:

$$F = \{1, 2, \dots, 9\} \quad (3)$$

- $U_i$ : Conjunto que contiene la sección  $i$ , mas todos los tramos de red que se encuentran aguas arriba de  $i$  hasta el nodo 1, que por definición es la subestación. De lo anterior,  $U_i$  se define como [26]:

$$U_i = \{i, n(i), n(n(i)), \dots, 1\}, \forall i \in F \quad (4)$$

De acuerdo con lo anterior,  $U_2 = \{2, 1\}$ ,  $U_6 = \{6, 5, 1\}$  y  $U_9 = \{9, 4, 3, 2, 1\}$ .

- $P$ : Es el conjunto formado por las secciones que conforman el alimentador principal, por tanto, la función que define esta trayectoria se puede expresar como [26]:

$$P = \bigcup_{i \in T} U_i \quad (5)$$

Donde  $T$  es el conjunto compuesto por las secciones del circuito que terminan en un punto de transferencia. Para el circuito,  $T = \{4\}$ . Por lo tanto,  $P$  está conformado por:

$$P = \{1, 2, 3, 4\}$$

- $L$ : Es el conjunto que retorna las derivaciones laterales que se desprenden del alimentador principal. Está compuesto por el conjunto  $F$ , pero excluyendo los tramos del conjunto  $P$ . Está dado por:

$$L = F - P \quad (6)$$

El resultado de (6), está conformado por:

$$L = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

También se indican las variables binarias de decisión empleadas en el modelo matemático. Estas son:

$$x_j = \begin{cases} 0, & \text{si reconectador es instalado en sección } j \\ 1, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (7)$$

$$y_j = \begin{cases} 0, & \text{si fusible es instalado en sección } j \\ 1, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (8)$$

Donde  $j$  representa el tramo de red, en el cual se podría instalar cualquier dispositivo de protección.

### B. Redefinición de los Indicadores

Las ecuaciones (1) y (2) definidas en [27] se pueden usar para calcular los indicadores SAIDI y SAIFI de un circuito de distribución, dado el historial de interrupciones almacenados en los sistemas de información de cada OR dentro de un período anual. Estas son únicamente aplicables después de la ocurrencia del evento. Sin embargo, en este artículo se quiere estimar el valor de un indicador que dará una propuesta de configuración de los dispositivos de protección ubicados en las diferentes secciones del circuito. Por lo anterior, se debe definir una nueva formulación para la estimación de los indicadores SAIDI y SAIFI.

La estimación del SAIDI [25] puede calcularse mediante:

$$\text{SAIDI} = \frac{\sum_{i \in F} D_i N_i}{N_T} \quad (9)$$

Y la del SAIFI [25] de la siguiente manera:

$$\text{SAIFI} = \frac{\sum_{i \in F} H_i N_i}{N_T} \quad (10)$$

Donde,

$D_i$ : Estimación del número de horas al año que la sección  $i$  está sin servicio.

$H_i$ : Estimación del número de interrupciones al año que experimenta la sección  $i$ .

Para calcular  $D_i$  y  $H_i$ , se necesita conocer la tasa de falla temporal ( $\gamma$ ) y permanente ( $\lambda$ ) de los dispositivos de protección y maniobra asociados a los diferentes tramos de red que componen el circuito e igualmente al tiempo esperado que tardará en repararse la falla en la sección afectada ( $r$ ). Estos parámetros normalmente se obtienen a través del histórico de interrupciones de cada alimentador. La CREG, ente regulador en Colombia, exige que todo operador de red debe mantener un historial de eventos e interrupciones ocurridos en sus redes de distribución.

### C. Función Objetivo

Para simplificar la formulación matemática de la función objetivo y la comprensión del modelo, inicialmente se emplean tres variables auxiliares (diferentes a las variables binarias de decisión), denominadas  $X$ ,  $Y$  y  $Z$ . Estas posteriormente serán reemplazadas por las variables de decisión indicadas en las ecuaciones (7) y (8). Las variables auxiliares se definen como:

$$X_j = \begin{cases} 1, & \text{si reconectador es instalado } j \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (11)$$

$$Y_j = \begin{cases} 1, & \text{si fusible es instalado en sección } j \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (12)$$

$$Z_j = X_j + Y_j \quad (13)$$

De manera similar, para estas tres variables, se definen tres complementos  $\bar{X}_j$ ,  $\bar{Y}_j$  y  $\bar{Z}_j$  que asumen el valor el valor inverso de los originales, como se observa a continuación:

$$\bar{X}_j = \begin{cases} 1, & \text{si reconectador no es instalado en } j \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (14)$$

$$\bar{Y}_j = \begin{cases} 1, & \text{si fusible no es instalado en } j \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (15)$$

$$\bar{Z}_j = \bar{X}_j \bar{Y}_j \quad (16)$$

La función objetivo del modelo se deriva de la redefinición realizada en la sección anterior para la estimación del indicador SAIDI y SAIFI. La ecuación (9) puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \text{SAIDI} = & \frac{1}{N_T} \left\{ \sum_{i \in F} \lambda_i r_i \left[ \sum_{j \in (U_i-L)} N_j X_j \left( \prod_{k \in C_{ij}} \bar{Z}_k \right) \right] \right. \\ & + \sum_{i \in L} \lambda_i r_i \left[ \sum_{j \in (U_i-P)} N_j Z_j \left( \prod_{k \in C_{ij}} \bar{Z}_k \right) \right] \\ & \left. + \sum_{i \in L} \gamma_i r_i \left[ \sum_{j \in (U_i-P)} N_j Y_j \left( \prod_{k \in C_{ij}} \bar{Z}_k \right) \right] \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

Donde,

$\lambda_i$ : Tasa de falla permanente en la sección  $i$ .

$\gamma_i$ : Tasa de falla temporal en la sección  $i$ .

$r_i$ : Tiempo medio de reparación en la sección  $i$ .

$C_{ij}$ : Conjunto formado por las secciones pertenecientes al camino entre  $i$  y  $j$ , incluyendo  $i$  y excluyendo  $j$ .

$N_j$ : Número total de usuarios aguas abajo de la sección  $j$  incluyendo la sección  $j$ .

Es importante precisar, que cuando  $i = j$ , el conjunto  $C_{ij}$  se define como vacío ( $C_{ij} = \emptyset$ ). Dado que 1 es el elemento neutral de la multiplicación, se definen los operadores del producto sobre conjuntos vacíos iguales a 1. Por lo anterior, la expresión  $\prod_{k \in C_{ij}} \bar{Z}_k$  se considera 1. De la misma manera, dado que el 0 es el elemento neutral de la suma, los operadores de suma sobre conjuntos vacíos se definen igual a 0.

El primer término de (17) representan el impacto de las fallas permanentes en la sección  $i$ , cuando se instala un reconectador en una sección  $j$  del alimentador principal ( $j$  aguas arriba de  $i$ ) y no hay un reconectador o fusible instalado en la sección  $k$  (secciones entre  $i$  y  $j$ ). En otras palabras, para dar un mejor entendimiento de la ecuación, se puede interpretar como una interrupción sostenida para todos los usuarios aguas abajo de la sección  $j$  ( $N_j$ ), ponderada por la tasa de falla permanente de la sección  $i$  donde ocurrió la falla ( $\lambda_i$ ), si se instala un reconectador en la sección  $j$  del alimentador principal ( $X_j$ ) y no

hay otro dispositivo de protección instalado entre las secciones  $i$  y  $j$  ( $\prod_{k \in C_{ij}} \bar{Z}_k$ ). El segundo término de (17) corresponde a la contribución de las fallas permanentes en una sección  $i$ , cuando se instala un fusible o reconectador en una sección  $j$  de las derivaciones o ramales laterales, y no hay un reconectador o fusible instalado en la sección  $k$ . Y de la misma forma, el tercer término de la ecuación evalúa el aporte de las fallas temporales, cuando se instala un fusible en las secciones laterales y no se tienen dispositivos de protección instalados en la sección  $k$ .

Agrupando el segundo y tercer término de (17), se tiene que:

$$\begin{aligned} \text{SAIDI} = \frac{1}{N_T} & \left[ \sum_{i \in F} \sum_{j \in (U_i - L)} \lambda_i r_i N_j X_j \left( \prod_{k \in C_{ij}} \bar{Z}_k \right) \right. \\ & + \sum_{i \in L} \sum_{j \in (U_i - P)} N_j r_i (\lambda_i Z_j \\ & \left. + \gamma_i Y_j) \left( \prod_{k \in C_{ij}} \bar{Z}_k \right) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

Las variables auxiliares  $X_j$ ,  $Y_j$  y  $Z_j$  y sus complementos  $\bar{X}_j$ ,  $\bar{Y}_j$  y  $\bar{Z}_j$  se reescriben en función de las variables de decisión binarias definidas en (7) y (8), de la siguiente manera:

$$X_j = 1 - x_j \quad (19)$$

$$Y_j = 1 - y_j \quad (20)$$

$$Z_j = 2 - x_j - y_j \quad (21)$$

$$\bar{X}_j = x_j \quad (22)$$

$$\bar{Y}_j = y_j \quad (23)$$

$$\bar{Z}_j = x_j y_j \quad (24)$$

Y finalmente reemplazando las ecuaciones (19), (20), (21) y (24) en (18) y reorganizando las variables, se tiene que la función objetivo para minimizar el SAIDI es:

$$\begin{aligned} \text{SAIDI} = \frac{1}{N_T} & \left\{ \sum_{i \in F} \sum_{j \in (U_i - L)} \lambda_i r_i N_j (1 - x_j) \prod_{k \in C_{ij}} x_k y_k \right. \\ & + \sum_{i \in L} \sum_{j \in (U_i - P)} r_i N_j [\lambda_i (2 - x_j \\ & \left. - y_j) + \gamma_i (1 + y_j)] \prod_{k \in C_{ij}} x_k y_k \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

De manera análoga se obtiene la función objetivo para minimizar el indicador SAIFI, solo es necesario eliminar de

(25) el tiempo medio de reparación ( $r_i$ ). Por tanto, queda expresado de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{SAIFI} = \frac{1}{N_T} & \left\{ \sum_{i \in F} \sum_{j \in (U_i - L)} \lambda_i N_j (1 - x_j) \prod_{k \in C_{ij}} x_k y_k \right. \\ & + \sum_{i \in L} \sum_{j \in (U_i - P)} N_j [\lambda_i (2 - x_j \\ & \left. - y_j) + \gamma_i (1 + y_j)] \prod_{k \in C_{ij}} x_k y_k \right\} \end{aligned} \quad (26)$$

#### D. Restricciones

Las restricciones consideradas en el modelo propuesto son de naturaleza técnica y económica. Las primeras están relacionadas con la coordinación de los dispositivos de protección y la topología del sistema, y la segunda por la cantidad de equipos disponibles para instalar. Como se mencionó anteriormente, si se desea instalar un dispositivo de protección, la variable correspondiente se pone en cero. Por ejemplo, si se considera la instalación de un reconectador en el nodo  $i$ , en alguna de las restricciones  $x_i = 0$ .

Se cuenta con un número limitado de reconectores.

$$\sum_{i \in F} x_i = |F| - R \quad (27)$$

Donde  $R$  es el número de reconectores disponibles para ubicar en el circuito, excluyendo el equipo de subestación y  $F$  es el número total de secciones de red que conforman al circuito. Para los fusibles no se tiene limitantes. Las barras verticales en  $F$  indican la cardinalidad de los conjuntos, es decir, el número de elementos que lo conforman.

No es posible instalar fusibles en el alimentador principal.

$$y_i = 1 \quad \forall i \in P \quad (28)$$

Se debe instalar un reconectador o fusible en cada ramal lateral que derive del alimentador principal.

$$x_i + y_i = 1 \quad \forall i \in L \quad (29)$$

Para cualquiera otra sección de red  $i$  de los ramales laterales, solo se puede instalar un dispositivo de protección en cada tramo de red. Igualmente es posible que no se instale ninguno.

$$x_i + y_i \geq 1 \quad \forall i \in L \quad (30)$$

Se debe instalar un reconectador en la subestación (S/E).

$$x_{S/E} = 0 \quad (31)$$

Para evitar problemas de coordinación, el número máximo de reconectores en serie es 3 (incluyendo el equipo de S/E).

$$\sum_{j \in U_i} x_j \geq |U_i| - 3 \quad \forall i \in F \quad (32)$$

#### IV. APLICACIONES DEL MODELO Y RESULTADOS

En este capítulo, se presenta un caso de prueba para ilustrar la implementación del modelo propuesto, con el objetivo de verificar su validez y aplicabilidad. Posteriormente, se aplica en un circuito real de un OR de la parte central del país. Para ambos sistemas, el cálculo de la función objetivo fue realizado en el software Matlab y la optimización se realizó en el paquete comercial GAMS (General Algebraic Modeling System).

##### A. Sistema de Distribución de Prueba

A continuación, se muestra un ejemplo de aplicación de las ecuaciones planteadas para obtener el modelo matemático que describe el problema. El sistema de prueba corresponde al circuito de la Fig. 2, el cual fue propuesto por los autores Soudi y Tomsovic en [22], con sus respectivas restricciones.

El propósito de esta prueba es comparar los resultados alcanzados en [22] para el indicador SAIFI, con los obtenidos en el presente artículo. Para simplificar los nombres, se usará el término ST para hacer referencia al modelo de Soudi y Tomsovic, y el término PR para el propuesto en este trabajo.

Para encontrar la función que minimice el SAIFI, se toma la información de cada tramo (tasas de falla y número de usuarios afectados) dado en [22] y se reemplaza en la ecuación (26).

##### B. Resultados del Sistema de Prueba

Como se mencionó al inicio de este capítulo, se utilizó una aplicación desarrollada en Matlab, para posteriormente solucionarlo por medio del paquete de optimización comercial GAMS, mediante el “Solver” BARON. Para inicializarlo, se tomaron los resultados arrojados por el modelo ST como punto partida, ya que esto reduce las posibles soluciones en el espacio de búsqueda, y por consiguiente el tiempo de cálculo de la simulación. A pesar, de que hay otros “Solvers” para resolver problemas de programación no lineal (AlphaECP, DICOPT, KNITRO, entre otros), BARON fue el que entregó mejores resultados y convergencia para las restricciones planteadas en el capítulo previo. Lo anterior se debe, a que este es un solucionador basado en algoritmos de optimización global determinista de tipo ramificación y acotamiento (Branch and Bound), adecuados para resolver problemas de MINLP [29], como el propuesto en este artículo.

Con el fin de realizar una comparación de las soluciones alcanzados por el modelo ST y los obtenidos en el PR, a continuación, en la Tabla I se muestra el resultado de la minimización de la función SAIFI.

TABLA I  
RESULTADOS DEL SISTEMA DE PRUEBA

Caso	SAIFI	Equipos	Fusibles	Sin dispositivo
1. Modelo ST	2.71	1, 3, 5, 7	8, 9	2, 4, 6
2. Modelo PR	2.54	1, 3, 5, 7	8, 9	2, 4, 6
3. Modelo PR	2.42	1, 2, 3, 5	7, 8, 9	4, 6

La solución encontrada mediante el modelo PR para el sistema de prueba es de 2.54 interrupciones por año, que corresponde al caso 2. Si bien es cierto que el SAIFI del caso 3 es más pequeño que el anterior, este viola la última restricción propuesta por los autores en [22], relacionada con la coordinación entre los equipos de protección ubicados en las secciones 2 y 3, la cual no es posible. Conforme a lo anterior, se puede evidenciar que dependiendo de las restricciones que se definan en el modelo, el valor de la función objetivo y las ubicaciones propuestas pueden variar, por tanto, cada empresa de distribución de acuerdo con sus políticas operativas y de diseño, podrá plantear su conjunto de restricciones.

Los resultados también muestran que el modelo PR entrega mejores soluciones a las obtenidas por el modelo ST, mejorando el indicador aproximadamente un 6%. Aunque en la práctica, ambos modelos asignaron los dispositivos de protección en las mismas ubicaciones.

Estas diferencias en el valor del SAIFI, se deben a que el modelo empleado por los autores en [22] realiza divisiones heurísticas de los ramales y no tiene en cuenta las interrelaciones de fallas entre el alimentador principal y las derivaciones laterales, lo cual conduce a soluciones que no serán las óptimas, debido a que no reflejan la realidad completa del circuito.

Las anteriores pruebas y resultados reflejan la validez de la metodología propuesta y su aplicabilidad en los sistemas de distribución reales. Todas las simulaciones fueron realizadas en un computador Intel® Core™ i5 - 8365U de 1,60 GHz con 8 GB de RAM y un sistema operativo Windows 10 Pro (64 bits).

##### C. Circuito de Distribución Real

El circuito que se trabajará se ilustra en la Fig. 3, llamado C1. Este pertenece a un OR de la parte central de Colombia. Para lograr la implementación del modelo fue necesario dividir el circuito en secciones de red con base en los elementos de protección y seccionamiento que se encuentren instalados en él.

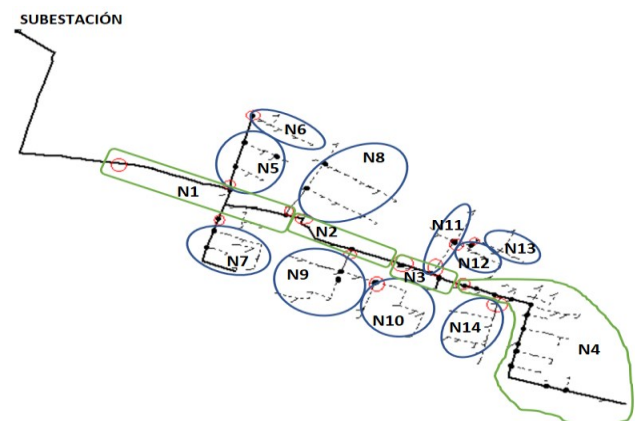


Fig. 3 Circuito de distribución real C1.

El circuito C1 de la Fig. 3 se puede representar por medio de un diagrama unifilar. Este se presenta en la Fig. 4, donde se puede observar los 14 nodos en los que fue dividido el circuito.

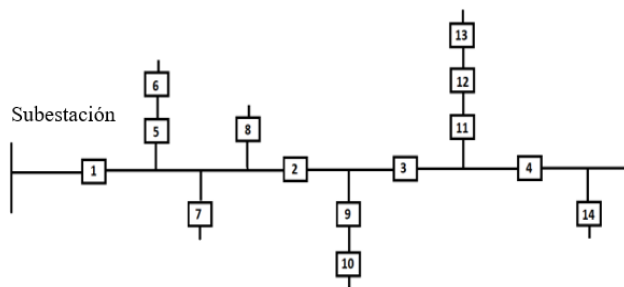


Fig. 4. Diagrama unifilar del circuito C1.

En la Tabla II, se observa la información correspondiente a cada tramo del circuito C1. Para la tasa de fallas se consultaron las variables históricas de los últimos cuatro años (2017-2020). En el caso que no se cuente con el historial de eventos e interrupciones, se recomienda tomar valores típicos de la literatura, como los propuesto en [30], los cuáles pueden servir como una guía para modelar el comportamiento del sistema.

TABLA II  
DATOS CIRCUITO C1

Dispositivo Actual	Sección	$\lambda_i$ [Fallas/año]	$\gamma_i$ [Fallas/año]	$r_i$ [Horas]	$N_j$
Cuchilla	1	0,03	0,1	1,00	8564
Cuchilla	2	0,03	0,1	1,00	5211
Reconector	3	4,00	8,25	0,13	3235
Cuchilla	4	4,00	8,00	0,14	2087
Fusible	5	3,00	12,00	0,74	920
Fusible	6	0,25	1,00	0,08	391
Fusible	7	6,25	25,00	0,49	634
Fusible	8	2,25	9,00	0,64	1173
Fusible	9	2,25	9,00	0,27	1923
Fusible	10	1,25	5,00	0,48	458
Fusible	11	1,25	5,00	0,43	970
Fusible	12	1,75	7,00	0,85	710
Fusible	13	0,75	3,00	0,58	436
Fusible	14	1,50	6,00	0,59	862

#### D. Resultados del Circuito de Distribución C1

Los resultados obtenidos a través de la implementación de la metodología de ubicación de equipos de protección para el circuito C1 se presentan en la Tabla III. Con el propósito de realizar una comparación de los resultados se realizaron cuatro casos de prueba. El caso 0 está relacionado al escenario en el que no existen elementos de protección en el sistema y solo se cuenta con el equipo de subestación. El caso base está asociado a las condiciones iniciales del circuito. El caso 1 corresponde a la optimización del SAIDI cuando se cuenta con un solo reconector y el caso 2 cuando se dispone de tres re conectores. Este último es el objetivo de este ejercicio.

TABLA III  
RESULTADOS CIRCUITO C1

	SAIDI	Equipos	Fusibles	Cuchillas
Caso 0	12.45	0	0	0
Base	6.06	3	5, 6, 7, 8, 9, 10,11,12, 13, 14	1, 2, 4
Caso 1	4.26	5	7, 8, 9, 10,11,12, 13, 14	NA
Caso 2	2.99	5, 7, 8	9, 10,11,12,13, 14	NA

Para el caso 0 el valor del SAIDI es muy grande en comparación a los demás, lo cual permite evidenciar la incidencia de un solo dispositivo de protección y la importancia de tener estos elementos instalados. Para el caso base se cuenta con un reconector y diez fusibles, donde se observa una reducción considerable del indicador en un 52 %. El caso 1 refleja la configuración optimizada del caso base entregada por el software GAMS, el cual hace una redistribución de los elementos de protección existente, permitiendo mejorar el SAIDI de 6.06 horas a 4.26 horas, logrando una reducción de aproximadamente 30 %. Por último, el caso 2 ubica tres re conectores en el circuito C1 en ramales estratégicos de acuerdo con las restricciones planteadas, obteniendo resultados favorables.

#### V. CONCLUSIONES

Con el propósito de resolver el problema de ubicación adecuada de dispositivos de protección que ayude a mejorar los indicadores de calidad del servicio en un sistema de distribución, se propuso un modelo de MINLP que minimiza la función objetivo sujeta a un conjunto de restricciones que involucra características técnicas, operativas y económicas. Para comprobar la eficiencia de la metodología propuesta se aplicó en un sistema de prueba y posteriormente en un circuito real, obteniendo resultados satisfactorios.

El modelo matemático establece la división en secciones o tramos de red con base a los elementos de protección y maniobra que se encuentran instalados en el circuito, con el objetivo de obtener las tasas fallas y los usuarios afectados, ya que con base a esta información se construye la función objetivo que se espera minimizar. Además, para la formulación del modelo se limitaron algunos elementos en serie con el propósito de evitar problemas de coordinación de protecciones y tener mayor control en los tiempos de operación de estos.

#### REFERENCIAS

- [1] R. Billinton and S. Jonnavithula, "Optimal switching device placement in radial distribution systems," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 11, no. 3, pp. 1646–1651, Jul. 1996, doi: 10.1109/61.517529.
- [2] "The Authoritative Dictionary of IEEE Standards Terms, Seventh Edition," *IEEE Std 100-2000*, pp. 1–1362, Dec. 2000, doi: 10.1109/IEEESTD.2000.322230.
- [3] S. Abdi, K. Afshar, S. Ahmadi, N. Bigdeli, and M. Abdi, "Optimal recloser and auto sectionalizer allocation in distribution networks using IPSO-Monte Carlo approach," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 55, pp. 602–611, Feb. 2014, doi: 10.1016/j.ijepes.2013.10.012.
- [4] A. Elmitwally, E. Gouda, and S. Eladawy, "Restoring recloser-fuse



- coordination by optimal fault current limiters planning in DG-integrated distribution systems,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 77, pp. 9–18, May 2016, doi: 10.1016/j.ijepes.2015.11.021.
- [5] B. K. Panigrahi, A. Abraham, and S. Das, Eds., *Computational Intelligence in Power Engineering*. Berlin, Germany: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010.
- [6] G. Levitin, S. Mazal-Tov, and D. Elmakis, “Optimal sectionalizer allocation in electric distribution systems by genetic algorithm,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 31, no. 2, pp. 97–102, Nov. 1994, doi: 10.1016/0378-7796(94)90086-8.
- [7] N. Dehghani and R. Dashti, “Optimization of Recloser Placement to Improve Reliability by Genetic Algorithm,” *Energy Power Eng.*, vol. 03, no. 04, pp. 508–512, 2011, doi: 10.4236/epe.2011.34061.
- [8] F. G. K. Guarda, G. Cardoso Junior, A. P. De Moraes, U. H. Bezerra, and J. P. A. Vieira, “Hybrid Method for Protective Devices Placement, Sizing and Coordination in Electric Distribution Systems,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 15, no. 2, pp. 257–262, Feb. 2017, doi: 10.1109/TLA.2017.7854620.
- [9] R. Billinton and S. Jonnavithula, “Optimal switching device placement in radial distribution systems,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 11, no. 3, pp. 1646–1651, Jul. 1996, doi: 10.1109/61.517529.
- [10] A. Moradi, M. Fotuhi-Firuzabad, and M. Rashidi-Nejad, “A reliability cost/worth approach to determine optimum switching placement in distribution systems,” in *Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference*, 2005, vol. 2005, pp. 1–5, doi: 10.1109/TDC.2005.1547169.
- [11] C. S. Chen, C. H. Lin, H. J. Chuang, C. S. Li, M. Y. Huang, and C. W. Huang, “Optimal placement of line switches for distribution automation systems using immune algorithm,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 3, pp. 1209–1217, Aug. 2006, doi: 10.1109/TPWRS.2006.876673.
- [12] L. S. De Assis, J. F. V. González, F. L. Usberti, C. Lyra, C. Cavellucci, and F. J. Von Zuben, “Switch allocation problems in power distribution systems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 30, no. 1, pp. 246–253, Jan. 2015, doi: 10.1109/TPWRS.2014.2322811.
- [13] L. F. Grisales, O. D. Montoya, A. Grajales, R. A. Hincapie, and M. Granada, “Optimal Planning and Operation of Distribution Systems Considering Distributed Energy Resources and Automatic Reclosers,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 16, no. 1, pp. 126–134, Jan. 2018, doi: 10.1109/TLA.2018.8291464.
- [14] A. Moradi and M. Fotuhi-Firuzabad, “Optimal switch placement in distribution systems using trinary particle swarm optimization algorithm,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 23, no. 1, pp. 271–279, Jan. 2008, doi: 10.1109/TPWRD.2007.905428.
- [15] J. R. Bezerra, G. C. Barroso, R. P. Saraiva Leão, and R. F. Sampaio, “Multiobjective Optimization Algorithm for Switch Placement in Radial Power Distribution Networks,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 30, no. 2, pp. 545–552, Apr. 2015, doi: 10.1109/TPWRD.2014.2317173.
- [16] F. G. K. Guarda, G. C. Junior, and C. D. L. Da Silva, “Fault current limiter placement to reduce recloser-fuse miscoordination in electric distribution systems with distributed generation using multiobjective particle swarm optimization,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 16, no. 7, pp. 1914–1920, Jul. 2018, doi: 10.1109/TLA.2018.8447357.
- [17] H. Falaghi, M. R. Haghifam, and C. Singh, “Ant colony optimization-based method for placement of sectionalizing switches in distribution networks using a fuzzy multiobjective approach,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 24, no. 1, pp. 268–276, 2009, doi: 10.1109/TPWRD.2008.2005656.
- [18] W. Tippachon and D. Rerkpreedapong, “Multiobjective optimal placement of switches and protective devices in electric power distribution systems using ant colony optimization,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 79, no. 7, pp. 1171–1178, Jul. 2009, doi: 10.1016/j.epsr.2009.02.006.
- [19] A. Abiri-Jahromi, M. Fotuhi-Firuzabad, M. Parvania, and M. Mosleh, “Optimized sectionalizing switch placement strategy in distribution systems,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 27, no. 1, pp. 362–370, Jan. 2012, doi: 10.1109/TPWRD.2011.2171060.
- [20] O. de Antonio Suárez, “Una aproximación a la heurística y metaheurísticas,” *Univ. Antonio Nariño*, vol. 1, no. 2, p. 8, Mar. 2011, Accessed: May 10, 2021. [Online]. Available: <http://revistas.uan.edu.co/index.php/ingean/article/view/217>.
- [21] F. Soudi and K. Tomsovic, “Optimized distribution protection using binary programming,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 13, no. 1, pp. 218–224, 1998, doi: 10.1109/61.660881.
- [22] F. Soudi and K. Tomsovic, “Optimal trade-offs in distribution protection design,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 16, no. 2, pp. 292–296, Apr. 2001, doi: 10.1109/61.915498.
- [23] L. G. W. Da Silva, R. A. F. Pereira, and J. R. S. Mantovani, “Allocation of protective devices in distribution circuits using nonlinear programming models and genetic algorithms,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 69, no. 1, pp. 77–84, Apr. 2004, doi: 10.1016/j.epsr.2003.08.010.
- [24] J. M. Sohn, S. R. Nam, and J. K. Park, “Value-based radial distribution system reliability optimization,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 2, pp. 941–947, May 2006, doi: 10.1109/TPWRS.2005.860927.
- [25] E. Zambon, D. Z. Bossio, B. B. Garcia, and E. F. Azeredo, “A novel nonlinear programming model for distribution protection optimization,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 24, no. 4, pp. 1951–1958, 2009, doi: 10.1109/TPWRD.2008.2002679.
- [26] G. D. Ferreira and A. S. Bretas, “A nonlinear binary programming model for electric distribution systems reliability optimization,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 43, no. 1, pp. 384–392, Dec. 2012, doi: 10.1016/j.ijepes.2012.05.070.
- [27] Comisión de Regulación de Energía y Gas, “Resolución No. 015 de 2018,” *Ministerio de Minas y Energía*, 2018. [http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1c09d18d2d5ffb5b05256ee00709c02/65f1aaf1d57726a90525822900064dac/\\$FILE/Creg015-2018.pdf](http://apolo.creg.gov.co/Publicac.nsf/1c09d18d2d5ffb5b05256ee00709c02/65f1aaf1d57726a90525822900064dac/$FILE/Creg015-2018.pdf) (accessed Nov. 10, 2020).
- [28] “IEEE Guide for Electric Power Distribution Reliability Indices,” *IEEE Std 1366-2012 (Revision IEEE Std 1366-2003)*, pp. 1–43, May 2012, doi: 10.1109/IEEESTD.2012.6209381.
- [29] “BARON - Branch-And-Reduce Optimization Navigator.” [https://www.gams.com/latest/docs/S\\_BARON.html](https://www.gams.com/latest/docs/S_BARON.html) (accessed Dec. 01, 2020).
- [30] R. E. Brown, *Electric power distribution reliability, second edition*. Boca Raton, FL: CRC Press Inc, 2009.



**Gustavo A. Gastelbondo** received his BEE from Universidad de Antioquia, Medellín – Colombia, in 2014. In 2021 he received his M.S. degree in Engineering from Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín – Colombia, and he is working at Empresas Públicas de Medellín E.S.P (EPM). His research interests include distribution system planning, protective devices and protection coordination.



**Jorge W. González**, Electrical Eng., MSc. and PhD. professor at UPB Colombia in Electrical Eng. Faculty. Formerly, he was with HMV Consulting, Siemens PTD Germany and for Utility EPM. He was researcher at Univ. Kempten and Power Systems Inst. Erlangen Univ. Germany. His research activities include protective relaying, optimization, power systems, HVDC, FACTS, substations and renewable energies.