

Application of the Lumped Parameter Line Model to Simulate Electromagnetic Transients in Three-Phase Transmission Lines with Vertical Symmetry

Tainá Fernanda Garbelim Pascoalato, Pablo Torrez Caballero and Sérgio Kurokawa

Abstract—In this paper, we propose a transmission line model to represent three-phase untransposed transmission lines with vertical symmetry. Here, we decouple a transmission line into its propagation modes using Concordia's matrix, which is the proper orthogonal form of Clarke's matrix that has its columns normalised. Due to the usage of Concordia's matrix, the transmission line is decoupled into two coupled modes and one uncoupled mode. We represent the uncoupled mode by a single-phase transmission line, and the coupled modes by a two-phase transmission line without vertical symmetry. We compute voltages and currents for the single-phase transmission line using the classic Lumped Parameter Model. Voltages and currents in the two-phase transmission line are calculated using a cascade of coupled L circuits pairs. Modal voltages and currents are then transformed back to the phase domain. We compare the results obtained with the proposed model to those obtained with two well-known time domain models, the classic modal lumped parameter model and the lumped parameter model available in the Alternate Transients Program ATP. Results show that the proposed model agrees with time-domain models and has the advantage that is developed in the time domain without needing any inverse transformations.

Index Terms—Electromagnetic transients, transmission lines, time domain, modal decomposition, lumped parameters.

I. INTRODUÇÃO

Os indicadores estatísticos de faltas que relacionam os diferentes níveis de tensão, condições técnicas e climáticas, indicam que 75% do número total das faltas nos sistemas de energia elétrica ocorrem na transmissão [1].

As faltas podem ser devido a causas naturais ou faltas estruturais [2]. Ao mesmo tempo, as faltas podem ser previsíveis (e.g. descargas atmosféricas) ou imprevisíveis (e.g. falha de equipamento), sendo as faltas previsíveis as mais frequentes [3]. Esse fato mostra a importância do estudo e da análise de linhas de transmissão (LT). Como resultado, vários modelos de LT e aplicações podem ser encontrados na literatura técnica [3]–[8].

Os modelos de LT podem ser classificados em dois grupos, os desenvolvidos no domínio do tempo e os desenvolvidos no domínio da frequência. Em geral, os modelos de LT

desenvolvidos no domínio da frequência são mais precisos pois levam em consideração diretamente a dependência da frequência nos parâmetros da linha. Vários modelos desenvolvidos no domínio do tempo usam métodos de ajuste para representar o efeito da frequência. A precisão destes modelos depende da qualidade do ajuste [5]. Os modelos desenvolvidos no domínio da frequência se tornam limitados quando dispositivos dependentes do tempo ou não lineares são inseridos nas LT. Além disso, os modelos no domínio da frequência precisam ser transformados para o domínio do tempo, sendo assim, requerem transformadas numéricas, como a de Laplace ou de Fourier, que aumentam muito o tempo computacional [9]. Por consequência, os modelos no domínio do tempo são preferidos para a simulação de sistemas de energia elétrica [10], [11].

Uma abordagem amplamente utilizada é o modelo a parâmetros concentrados clássico (MPC) que representa uma LT por meio de uma cascata de circuitos π , L ou T [12]–[14]. Para a análise de transitórios eletromagnéticos, em que a energização, as faltas e a comutação da linha contêm principalmente componentes de baixa frequência, os parâmetros da linha podem ser considerados independentes da frequência, ou seja, constantes. Para estes casos, o MPC representa uma abordagem coerente [13].

A principal vantagem do MPC é ser desenvolvido diretamente no domínio do tempo. Isto permite que dispositivos não lineares (e.g. pára-raios), dispositivos e fenômenos dependentes do tempo (e.g. efeito Corona) possam ser incluídos nas simulações [6], [15], [16].

O MPC é usado em conjunto com a decomposição modal para representar LT multi-condutoras. O principal problema com essa abordagem é que as matrizes de transformação modal utilizadas para decompor essa linha são dependentes da frequência, complexas e não são únicas. Devido a essa dependência, várias matrizes de transformação reais e constantes foram propostas na literatura técnica [17]–[19].

Uma matriz de transformação real e constante comumente usada é a matriz de Concordia, que é a forma ortogonal apropriada da matriz de Clarke (componentes $\alpha\beta 0$) [18]. A matriz de Concordia decompõe uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta em um modo exato e dois quase-modos. Se a LT for transposta, essa matriz a decompõe em seus modos exatos [20], [21].

Em [22], Kurokawa *et al.* representaram o modo exato por

Tainá Fernanda Garbelim Pascoalato, Pablo Torrez Caballero and Sérgio Kurokawa are with São Paulo State University (UNESP), Department of Electrical Engineering, Ilha Solteira, Brazil. (E-mail of corresponding author: tfg.pascoalato@unesp.br). (E-mails: pablotorrezcaballero@gmail.com and sergio.kurokawa@unesp.br).

uma LT monofásica e os quase-modos por uma LT bifásica sem plano de simetria vertical, desacoplada em duas LT monofásicas usando matrizes de transformação dependentes da frequência. Tensões e correntes nos modos foram resolvidas no domínio da frequência e transformadas para o domínio do tempo por meio da transformada de Laplace. Esta abordagem não pode ser facilmente incluída em simuladores de transitórios eletromagnéticos pois está desenvolvida no domínio da frequência.

Baseado na abordagem apresentada em [22], este artigo propõe desacoplar uma LT trifásica com simetria vertical e não idealmente transposta em uma LT monofásica e uma LT bifásica assimétrica, e solucionar ambas diretamente no domínio do tempo. A LT monofásica é representada pelo MPC, e a LT bifásica é representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados. A principal vantagem do modelo apresentado neste artigo em relação ao modelo proposto em [22], é que não são necessárias transformações modais adicionais ou equações dependentes da frequência.

II. REPRESENTAÇÃO MODAL DE LT TRIFÁSICAS AÉREAS NÃO TRANSPOSTAS

Uma LT trifásica aérea não transposta com plano de simetria vertical, como a mostrada na Figura 4, possui uma impedância Z por unidade de comprimento (p.u.c.) e uma admitância Y (p.u.c.) que são dadas por

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{12} & Z_{23} & Z_{22} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{12} & Y_{23} & Y_{22} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

respectivamente. As componentes $(\alpha, \beta, 0)$ de Concordia são obtidos a partir de (1) como segue

$$\mathbf{Z}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_c^T \mathbf{Z} \mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & Z_{\alpha 0} \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ Z_{\alpha 0} & 0 & Z_0 \end{bmatrix}; \quad (2a)$$

$$\mathbf{Y}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_c^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{T}_c^{-T} = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & Y_{\alpha 0} \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ Y_{\alpha 0} & 0 & Y_0 \end{bmatrix}, \quad (2b)$$

onde a matriz de transformação de Concordia \mathbf{T}_c é constante para todas as frequências, não sendo necessário determinar a melhor frequência para o cálculo da matriz de transformação [18]. A matriz de Concordia é dada por

$$\mathbf{T}_c = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Em (2), o modo β é completamente desacoplado dos outros modos, enquanto os quase-modos α e 0 são acoplados entre si por meio de $Z_{\alpha 0}$ e $Y_{\alpha 0}$ como mostrado na Figura 1. O modo β é representado como uma LT monofásica, e os quase-modos α e 0 como uma LT bifásica sem plano de simetria vertical como mostrado na Figura 1 [22]. A LT bifásica que representa os quase-modos α e 0 possui uma geometria assimétrica pois, $Z_\alpha \neq Z_0$ e $Y_\alpha \neq Y_0$.

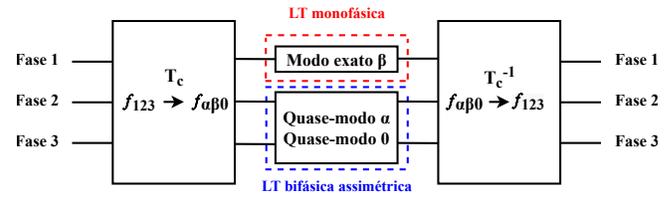


Fig. 1. Representação de uma LT trifásica desacoplada em uma LT monofásica e uma LT bifásica.

III. MODELO PROPOSTO

A LT monofásica da Figura 2a é descrita por sua impedância longitudinal $Z_{1\phi}$ e admitância transversal $Y_{1\phi}$, que são dadas por

$$Z_{1\phi} = Z_\beta; \quad Y_{1\phi} = Y_\beta, \quad (4)$$

e a LT bifásica da Figura 2b é descrita por sua impedância longitudinal $Z_{2\phi}$ e admitância transversal $Y_{2\phi}$, que são dadas por

$$\mathbf{Z}_{2\phi} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & Z_{\alpha 0} \\ Z_{\alpha 0} & Z_0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y}_{2\phi} = \begin{bmatrix} Y_\alpha & Y_{\alpha 0} \\ Y_{\alpha 0} & Y_0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

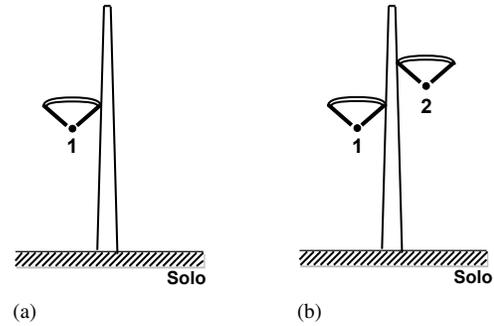


Fig. 2. Representação de uma LT trifásica em uma (a) LT monofásica e em uma (b) LT bifásica.

De (4), a resistência $R_{1\phi}$ (p.u.c.), a indutância $L_{1\phi}$ (p.u.c.) e a capacitância $C_{1\phi}$ (p.u.c.) são calculadas a partir das componentes reais e imaginárias da impedância e admitância para a LT monofásica da Figura 2a como segue

$$R_{1\phi} = \Re\{Z_{1\phi}\}; \quad L_{1\phi} = \frac{1}{\omega} \Im\{Z_{1\phi}\}; \quad C_{1\phi} = \frac{1}{\omega} \Im\{Y_{1\phi}\}. \quad (6)$$

Similarmente, a resistência $R_{2\phi}$ (p.u.c.), a indutância $L_{2\phi}$ (p.u.c.) e a capacitância $C_{2\phi}$ (p.u.c.) são calculadas para a LT bifásica da Figura 2b como segue

$$\mathbf{R}_{2\phi} = \Re\{\mathbf{Z}_{2\phi}\}; \quad \mathbf{L}_{2\phi} = \frac{1}{\omega} \Im\{\mathbf{Z}_{2\phi}\}; \quad \mathbf{C}_{2\phi} = \frac{1}{\omega} \Im\{\mathbf{Y}_{2\phi}\}, \quad (7)$$

onde $\omega = 2\pi f$ e f é a frequência em [Hz].

As tensões e correntes calculadas para a LT monofásica e para a LT bifásica estão no domínio modal e são convertidas para o domínio das fases da seguinte forma

$$\mathbf{V} = \mathbf{T}_c^{-T} \mathbf{V}_{\alpha\beta 0}; \quad \mathbf{I} = \mathbf{T}_c \mathbf{I}_{\alpha\beta 0}, \quad (8)$$

onde $\mathbf{V}_{\alpha\beta 0} = [V_\alpha V_\beta V_0]^T$ e $\mathbf{I}_{\alpha\beta 0} = [I_\alpha I_\beta I_0]^T$.

A partir disso, este artigo propõe representar a LT monofásica da Figura 2a pelo modelo a parâmetros concentrados clássico (MPC) [6], [23], e a LT bifásica da Figura 2b por uma cascata de pares de circuitos L acoplados, que é apresentada na seção IV. A técnica de integração numérica trapezoidal implícita é utilizada para solução das equações de estado, e assim, para a obtenção das tensões e correntes de ambas as LT. A principal vantagem dessa abordagem é que o acoplamento entre os quase-modos α e 0 é levado em consideração diretamente no domínio das fases. Assim, uma LT com simétrica e não transposta pode ser representada diretamente no domínio do tempo usando apenas T_c em (3). A abordagem proposta não requer quaisquer transformações inversas uma vez que é resolvida diretamente no domínio do tempo. Além disso, as matrizes de transformação modal usadas são independentes da frequência. Como resultado, os métodos numéricos não são necessários para obter matrizes de transformação modal reais e constantes.

IV. REPRESENTAÇÃO NO DOMÍNIO DO TEMPO DE LT BIFÁSICAS

A abordagem apresentada neste artigo decompõe uma LT trifásica que tem ℓ km de comprimento em

- uma LT monofásica mostrada na Figura 2a, que é representada pelo modelo a parâmetros concentrados clássico (MPC) [12];
- uma LT bifásica sem plano de simetria vertical mostrada na Figura 2b, que é representada por uma cascata de n pares de circuitos L acoplados como mostrado na Figura 3. Resistências, indutâncias e capacitâncias em cada par de circuito L acoplado são calculadas multiplicando os parâmetros p.u.c. em (7) por ℓ/n . Os elementos diagonais representam os parâmetros próprios R_i , L_i , C_i , e os elementos não diagonais representam os parâmetros mútuos R_{ij} , L_{ij} , C_{ij} .

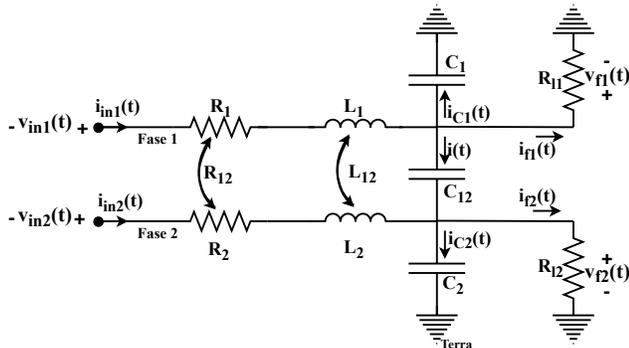


Fig. 3. Par de circuito L acoplado.

As tensões e correntes nos terminais emissor e receptor da cascata de circuitos L acoplados são definidas como $\mathbf{v}_{in} = [v_{in1}(t) \ v_{in2}(t)]^T$, $\mathbf{i}_{in} = [i_{in1}(t) \ i_{in2}(t)]^T$, $\mathbf{v}_f = [v_{f1}(t) \ v_{f2}(t)]^T$ e $\mathbf{i}_f = [i_{f1}(t) \ i_{f2}(t)]^T$, respectivamente.

O modelo de espaço de estado que descreve a cascata de n pares de circuitos L acoplados é dado por

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (9a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x}, \quad (9b)$$

onde, \mathbf{u} é 2×1 , \mathbf{x} é $4n \times 1$ (n é o número de pares de circuitos L em cascata), \mathbf{y} é 6×1 , e são dados por

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_{in}; \quad \mathbf{y} = [i_{in} \ v_f \ i_f]^T; \quad \mathbf{x} = [x_1 \ x_2]^T \quad (10a)$$

$$x_1 = [i_{in1} \ i_{12} \ \dots \ i_{1n} \ i_{in2} \ i_{22} \ \dots \ i_{2n}]^T \quad (10b)$$

$$x_2 = [v_{11} \ v_{12} \ \dots \ v_{f1} \ v_{21} \ v_{22} \ \dots \ v_{f2}]^T. \quad (10c)$$

A matriz de estado \mathbf{A} é $4n \times 4n$, \mathbf{B} é $4n \times 2$ e \mathbf{C} é $6 \times 4n$, e são particionadas em submatrizes como segue

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^1 & \dots & \mathbf{A}^4 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}^{13} & \dots & \mathbf{A}^{16} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{B}^4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^1 & \dots & \mathbf{C}^4 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}^9 & \dots & \mathbf{C}^{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

As 16 submatrizes que compõem a matriz \mathbf{A} são $n \times n$ e são dadas por

$$\mathbf{A}_1 = \text{diag}\{-E\}; \quad \mathbf{A}_2 = \text{diag}\{-F\} \quad (12a)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} -H & 0 & \dots & 0 \\ H & -H & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & H & -H \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} -H' & 0 & \dots & 0 \\ H' & -H' & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & H' & -H' \end{bmatrix} \quad (12b)$$

$$\mathbf{A}_5 = \text{diag}\{-E'\}; \quad \mathbf{A}_6 = \text{diag}\{-F'\}; \quad \mathbf{A}_7 = \mathbf{A}_4 \quad (12c)$$

$$\mathbf{A}_8 = \begin{bmatrix} -M & 0 & \dots & 0 \\ M & -M & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & M & -M \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_9 = \begin{bmatrix} P & -P & \dots & 0 \\ 0 & P & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -P \\ 0 & \dots & 0 & P \end{bmatrix} \quad (12d)$$

$$\mathbf{A}_{10} = \begin{bmatrix} P' & -P' & \dots & 0 \\ 0 & P' & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -P' \\ 0 & \dots & 0 & P' \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{P}{R_{11}} \end{bmatrix} \quad (12e)$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{P'}{R_2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{14} = \begin{bmatrix} T & -T & \dots & 0 \\ 0 & T & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -T \\ 0 & \dots & 0 & T \end{bmatrix} \quad (12f)$$

$$\mathbf{A}_{13} = \mathbf{A}_{10}; \quad \mathbf{A}_{15} = \mathbf{A}_{12}; \quad \mathbf{A}_{16} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & -\frac{T}{R_{12}} \end{bmatrix} \quad (12g)$$

A matriz \mathbf{B} é composta por 4 submatrizes $n \times 2$. \mathbf{B}_3 e \mathbf{B}_4 são nulas, enquanto que \mathbf{B}_1 e \mathbf{B}_2 são dadas por

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} H & -H' \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} -H' & M \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

A matriz \mathbf{C} é altamente esparsa e composta por 12 submatrizes que são $2 \times n$. As submatrizes \mathbf{C}_3 , \mathbf{C}_4 , \mathbf{C}_5 , \mathbf{C}_6 , \mathbf{C}_9 e \mathbf{C}_{10} são nulas, e

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (14a)$$

$$\mathbf{C}_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_8 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (14b)$$

$$\mathbf{C}_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \frac{1}{R_{11}} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \frac{0}{R_{12}} \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{R_{12}} \end{bmatrix} \quad (14c)$$

R_{11} e R_{12} são resistências conectadas às extremidades receptoras da linha.

As variáveis em (12)-(14) são dadas por

$$E = \frac{L_2 R_1 - L_{12} R_{12}}{D_1}; \quad E' = \frac{L_1 R_{12} - L_{12} R_1}{D_1}; \quad (15a)$$

$$F = \frac{L_2 R_{12} - L_{12} R_2}{D_1}; \quad F' = \frac{L_1 R_2 - L_{12} R_{12}}{D_1}; \quad (15b)$$

$$H = \frac{L_2}{D_1}; \quad H' = \frac{L_{12}}{D_1}; \quad M = \frac{L_1}{D_1}; \quad (15c)$$

$$P = \frac{C_2 + C_{12}}{D_2}; \quad P' = \frac{C_{12}}{D_2}; \quad T = \frac{C_1 + C_{12}}{D_2}; \quad (15d)$$

onde $D_1 = L_1 L_2 - L_{12}^2$ e $D_2 = C_1 C_2 + (C_1 + C_2) C_{12}$.

V. RESULTADOS

Para validar o modelo proposto e mostrar seus resultados, foram simuladas as operações de energização e comutação na geometria da LT aérea mostrada na Figura 4. A LT trifásica não transposta tem 100 km de extensão e plano de simetria vertical. Cada feixe de fase contém 4 cabos do tipo Bersfort ACSR 1355 MCM.

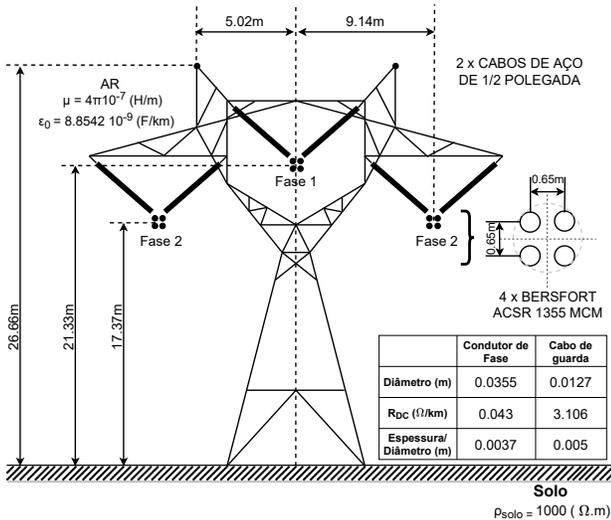


Fig. 4. LT trifásica não transposta simétrica.

A frequência máxima que o modelo a parâmetros concentrados pode representar f_{max} é dada por [13]

$$f_{\text{max}} = k \frac{v}{\pi} \quad (16)$$

onde k é o número de seções L por km e v é a velocidade de propagação. A eq. (16) indica que uma LT representada por 1 circuito por km tem uma frequência de corte de 100 kHz, que é a frequência máxima dos transitórios estudados neste artigo.

As respostas obtidas são comparadas usando os seguintes modelos

a) *Modelo proposto*: A LT trifásica da Figura 4 é desacoplada em uma LT monofásica e uma LT bifásica como na Figura 2 com o uso da matriz de transformação de Concordia. A LT monofásica é representada pelo MPC [6], [23]. A LT bifásica é representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados proposto na seção IV. As correntes e tensões são calculadas para ambas as LT diretamente no domínio do tempo e no domínio modal, convertidas posteriormente para o domínio das fases utilizando a inversa da matriz de Concordia. Para a representação de cada LT (monofásica e bifásica) é utilizado 1 circuito L por km. Este modelo é descrito no fluxograma (a) da Figura 5.

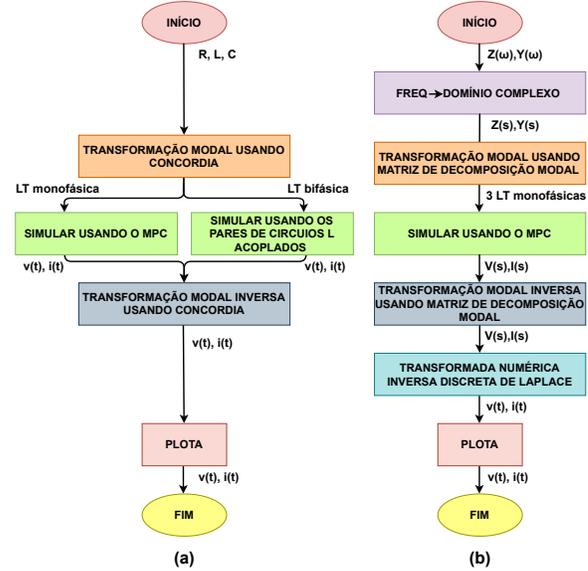


Fig. 5. Fluxogramas que descrevem (a) o modelo proposto e (b) o MPCDM.

b) *Modelo a parâmetros concentrados com decomposição modal (MPCDM)*: A LT trifásica da Figura 4 é desacoplada em seus três modos exatos (comportando-se como 3 LT monofásicas totalmente desacopladas) usando matrizes de decomposição modal dependentes da frequência. As matrizes de decomposição modal são calculadas conforme proposto em [24]. Cada modo desacoplado é representado pelo MPC [6], [23] usando 1 circuito por km. Como as matrizes de decomposição modal são dependentes da frequência, as tensões e correntes são calculadas no domínio dos modos e da frequência e convertidas para o domínio das fases e do tempo usando matrizes de decomposição modal adequadas e a transformada numérica inversa discreta de Laplace (TNIDL) [25]. Este modelo é descrito na Figura 5b.

c) *Modelo ATP*: A LT trifásica da Figura 4 é representada pelo LinePi_3 do ATP. O LinePi_3 representa diretamente no domínio do tempo e das fases uma seção curta de linha. Neste trabalho foi usado um elemento LinePi_3 por km de LT.

A LT trifásica da Figura 4 é simulada para as seguintes condições: circuito aberto, curto circuito (fase-terra), energização da linha e conectado a dispositivos não lineares. Todos os casos mencionados acima causam transitórios eletromagnéticos de baixa frequência. Em baixa frequência,

os parâmetros da LT podem ser considerados relativamente constantes como mostrado na Figura 6. Desse modo, os parâmetros da linha são calculados a 60 Hz considerando o efeito de retorno do solo [26] e o efeito pelicular [27], e são apresentados na Tabela I.

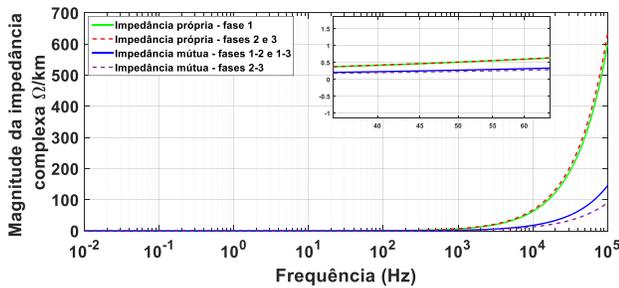


Fig. 6. Magnitude da impedância complexa em função da frequência.

TABELA I
PARÂMETROS DA LT TRIFÁSICA MOSTRADA NA FIGURA 4
POR UNIDADE DE COMPRIMENTO (P.U.C.).

Resistência (Ω/km)	Indutância (mH/km)	Capacitância (nF/km)
$R_1 = 0.1281$	$L_1 = 1.5401$	$C_1 = 8.3531$
$R_{12} = R_{21} = 0.1090$	$L_{12} = L_{21} = 0.7804$	$C_{12} = C_{21} = 2.3681$
$R_{13} = R_{31} = 0.1090$	$L_{13} = L_{31} = 0.7804$	$C_{13} = C_{31} = 2.3681$
$R_2 = R_3 = 0.1136$	$L_2 = L_3 = 1.5620$	$C_2 = C_3 = 9.1959$
$R_{23} = R_{32} = 0.1019$	$L_{23} = L_{32} = 0.6696$	$C_{23} = C_{32} = 0.8016$

Todas as simulações podem ser representadas pelo diagrama genérico da Figura 7.

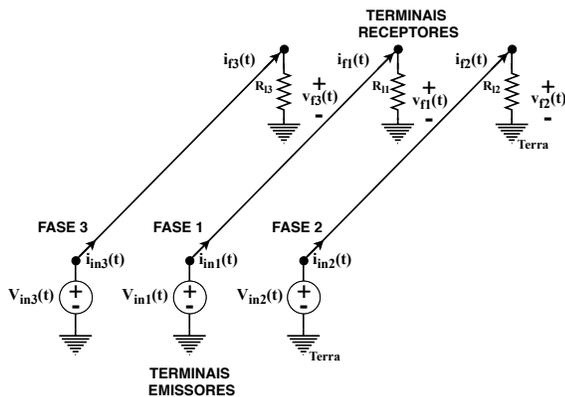


Fig. 7. Diagrama genérico usado para simular a LT da Figura 6.

A. Teste de Circuito Aberto

A LT trifásica mostrada na Figura 4 é simulada com seus terminais conectados como na Figura 7. Cada um dos terminais emissores está conectado a uma fonte de tensão constante (degrau) de 1 p.u., enquanto os terminais receptores são deixados em aberto. A Figura 8a mostra a curva da tensão no terminal receptor da fase 1 e a Figura 8b mostra as curvas de tensão nos terminais receptores das fases 2 e 3 da LT, obtidas com o modelo proposto (linha vermelha), o modelo ATP (linha azul), e o MPCDM (linha preta).

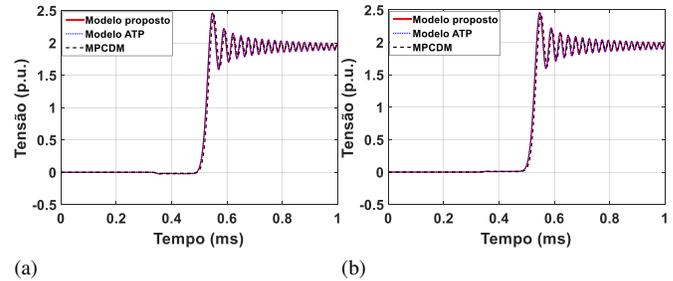


Fig. 8. Tensões nos terminais receptores das fases (a) 1, (b) 2 e 3.

B. Teste de Curto Circuito

A LT trifásica mostrada na Figura 4 é simulada com seus terminais conectados como na Figura 7. Uma falha de baixa resistência (3Ω) é aplicada a todas as extremidades do terminal receptor, enquanto os terminais emissores estão conectados a uma fonte de tensão constante (degrau) de 1 p.u. cada um. A Figura 9 mostra as curvas de corrente nas extremidades receptoras das fases 1, 2 e 3 da LT, obtidas com o modelo proposto (linha vermelha), o modelo ATP (linha azul) e o MPCDM (linha preta).

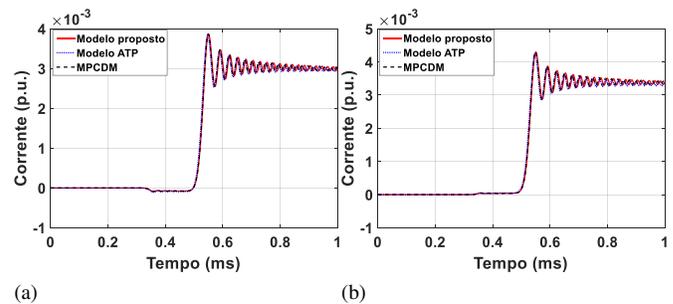


Fig. 9. Correntes nos terminais receptores das fases (a) 1, (b) 2 e 3.

C. Energização de Linha

A LT mostrada na Figura 4 é simulada com seus terminais receptores de cada fase conectados às cargas resistivas de $1k\Omega$, $2k\Omega$ e $3k\Omega$, respectivamente. Os terminais emissores estão conectados a uma fonte de tensão trifásica de 1 p.u. 60 Hz. A Figura 10 mostra as tensões para todas as 3 fases no terminal receptor, obtidas com o modelo proposto (linha contínua) e o modelo ATP (linha tracejada).

Observe que os modelos desenvolvidos no domínio modal, como o MPCDM, tradicionalmente desacoplam a carga nos seus componentes modais. Quando uma carga é desacoplada, surge o acoplamento entre as fases que geralmente não é considerado por estes modelos. O modelo proposto não desacopla a carga, e por este motivo, não tem esta limitação.

D. Simulação com Dispositivos não Lineares

Para demonstrar a compatibilidade do modelo proposto com simuladores no domínio do tempo, a LT mostrada na Figura 4 é simulada com seus terminais emissores conectados a uma

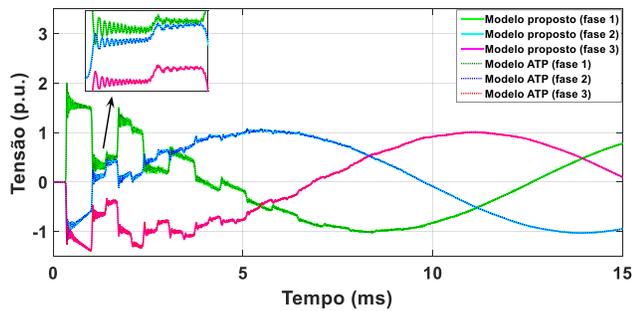


Fig. 10. Tensão nos terminais receptores das fases 1, 2 e 3 durante a energização da linha.

fonte de tensão trifásica de 1 p.u. 60 Hz. Cada fase do terminal receptor é conectada a um diodo (dispositivo não linear) em série com uma resistência de $1k\Omega$. O circuito resultante (incluindo o diodo) é solucionado no usando o Specialized Power Systems do Simulink. A Figura 11 mostra as tensões para todas as 3 fases no terminal receptor, obtidas com o modelo proposto (linha contínua) e o modelo ATP (linha tracejada).

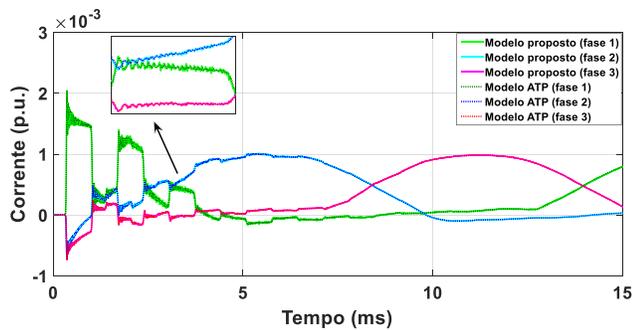


Fig. 11. Corrente nos terminais receptores das fases 1, 2 e 3.

Como o MPCDM é desenvolvido no domínio da frequência, não é possível utilizá-lo para representar dispositivos não lineares, como os diodos. Como resultado, o MPCDM não pode representar este cenário.

Em todas as simulações, as curvas obtidas com o modelo proposto tiveram a mesma precisão que as curvas obtidas com o modelo a parâmetros concentrados do ATP. Além disso, para os testes de curto circuito e circuito aberto, ambos os modelos foram comparados com o MPCDM. Os resultados mostram que as curvas obtidas com os três modelos estão em boa concordância. As Figuras 10 e 11 mostram que o modelo proposto e o modelo ATP são estáveis, uma vez que ambos atingem condições de regime permanente.

A principal diferença entre o MPCDM e o modelo proposto é que o MPCDM é resolvido no domínio da frequência e o modelo proposto no domínio no tempo. Como resultado, o MPCDM não pode representar dispositivos não lineares nem dependentes do tempo, por exemplo, diodos. Além disso, o MPCDM não pode representar cargas desbalanceadas pois o desacoplamento destas cargas resulta em acoplamento entre os modos. Em contraste, o modelo proposto é resolvido diretamente no domínio do tempo. Uma vantagem adicional

do modelo proposto é que não necessita de matrizes de transformação modal dependentes de frequência, nem de transformadas inversas pois a matriz de Concordia já é real e constante.

Uma última observação relevante é que a inclusão do efeito da frequência nos parâmetros longitudinais elimina as oscilações presentes nos resultados [28]. Neste trabalho, o objetivo é mostrar que o desacoplamento de uma LT trifásica em uma linha monofásica e uma bifásica assimétrica por meio da matriz de Concordia apresenta resultados satisfatórios e coerentes com o modelo a parâmetros concentrados do ATP.

VI. CONCLUSÕES

A decomposição de uma LT trifásica com simetria vertical em uma LT monofásica e em uma LT bifásica foi proposta anteriormente em [22]. No entanto, a LT bifásica foi decomposta em duas LT monofásicas usando matrizes de transformação modal adicionais dependentes da frequência. Em seguida, todas as três LT monofásicas foram resolvidas no domínio da frequência e a resposta teve que ser convertida para o domínio do tempo.

Neste artigo, foi proposto desacoplar uma LT trifásica simétrica e não transposta em uma LT monofásica e uma LT bifásica usando a matriz de Concordia, e resolver ambas diretamente no domínio do tempo. A LT bifásica foi representada por uma cascata de pares de circuitos L acoplados (seção IV) e a LT monofásica foi representada pelo modelo a parâmetros concentrados clássico (MPC) [6], [23].

As respostas obtidas com o MPCDM, o modelo a parâmetros concentrados disponível no ATP, e o modelo proposto foram comparadas para vários cenários. Os resultados obtidos com os 3 modelos estiveram em boa concordância. As oscilações presentes nas simulações podem ser eliminadas incluindo o efeito da frequência nos parâmetros longitudinais.

Uma limitação do MPCDM é a incompatibilidade com dispositivos não lineares ou cargas desbalanceadas pois o modelo é desenvolvido no domínio da frequência e no domínio modal. O modelo ATP e o modelo proposto não apresentam essa limitação. Tanto o modelo proposto quanto o modelo ATP conseguem representar fenômenos de baixa frequência *e.g* energização de linha, e não fenômenos de alta frequência como descargas atmosféricas.

As equações de estado que representam o modelo a parâmetros concentrados no ATP não estão disponíveis. Consequentemente, a quantidade de circuitos de linha em cascata deve ser adicionada manualmente às simulações. Em contrapartida, o modelo de espaço de estado do modelo proposto já leva em consideração a quantidade de circuitos em cascata.

Em geral, as vantagens de nossa abordagem em comparação com os outros modelos apresentados neste artigo podem ser resumidas da seguinte forma

- O modelo de espaço de estado do modelo proposto é resolvido diretamente no domínio do tempo, sem quaisquer transformadas inversas.
- Só foi preciso desacoplar a LT uma vez. Então, o acoplamento entre os quase-modos é levado

em consideração sem a necessidade de qualquer decomposição adicional.

- Simulações que contêm o modelo proposto podem facilmente incluir dispositivos não lineares e dependentes do tempo, como diodos, pára-raios, retificadores e outros.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001 e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - Brasil (FAPESP) (Processo: 2019/14807-0).

REFERÊNCIAS

- [1] M. M. Saha, J. J. Izykowski, and E. Rosolowski, *Fault location on power networks*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [2] P. Chiradeja and A. Ngaopitakkul, "Classification of Lightning and Faults in Transmission Line Systems Using Discrete Wavelet Transform," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2018, 2018.
- [3] H. Chen, Y. Zhang, Y. Du, and Q. S. Cheng, "Lightning transient analysis of telecommunication system with a tubular tower," *IEEE access*, vol. 6, pp. 60 088–60 099, 2018.
- [4] A. Budner, "Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program," *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-89, no. 1, pp. 88–97, 1970.
- [5] A. Morched, B. Gustavsen, and M. Tartibi, "A universal model for accurate calculation of electromagnetic transients on overhead lines and underground cables," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 3, pp. 1032–1037, 1999.
- [6] M. Mamis and M. Meral, "State-space modeling and analysis of fault arcs," *Electric Power Systems Research*, vol. 76, pp. 46–51, 2005.
- [7] B. Li, J. Wang, X. Song, and D. Su, "Equivalent circuit model of frequency-domain responses with external field," *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility*, vol. 2015-Septm, pp. 761–766, 2015.
- [8] P. Sarajcev, A. Meglic, and R. Goic, "Lightning overvoltage protection of step-up transformer inside a nacelle of onshore new-generation wind turbines," *Energies*, vol. 14, no. 2, p. 322, 2021.
- [9] N. F. Jesus, C. P. da Costa, L. D. P. Fernández, and J. B. Castellero, "Estudo comparativo de três algoritmos de inversão numérica da transformada de laplace," *Revista Brasileira de Computação Aplicada*, vol. 9, no. 1, pp. 63–72, 2017.
- [10] J. E. Partida, A. Rosas, M. G. Vega, and J. L. Naredo, "On the accuracy of the Phase-domain model for EMT analysis of transmission lines and cables," in *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, vol. 2015-Septe, 2015.
- [11] A. I. Chrysochos, G. P. Tsolaridis, T. A. Papadopoulos, and G. K. Papagiannis, "Damping of Oscillations Related to Lumped-Parameter Transmission Line Modeling," in *Conf. on Power Systems Transients (IPST 2015)*, 2015, p. 7.
- [12] M. S. Mamiş and A. Nacaroglu, "Transient voltage and current distributions on transmission lines," *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 149, no. 6, pp. 705–712, 2002.
- [13] J. Macias, A. Exposito, and A. Soler, "A Comparison of Techniques for State-Space Transient Analysis of Transmission Lines," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 894–903, 2005.
- [14] L. M. Popović, "Chapter 2 - theoretical foundations," in *Practical Methods for Analysis and Design of HV Installation Grounding Systems*, L. M. Popović, Ed. Academic Press, 2018, pp. 23 – 71.
- [15] A. Ramirez, J. L. Naredo, P. Moreno, and L. Guardado, "Electromagnetic transients in overhead lines considering frequency dependence and corona effect via the method of characteristics," *International Journal of Electrical Power and Energy System*, vol. 23, no. 3, pp. 179–188, 2001.
- [16] L. Marti, "Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 3, no. 3, pp. 1099–1110, 1988.
- [17] E. Clarke, *Circuit analysis of AC power systems; symmetrical and related components*. Wiley, 1950, vol. 1.
- [18] N. D. Rao and H. R. Rao, "Study of symmetrical and related components through the theory of linear vector spaces," in *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 113, no. 6. IET, 1966, pp. 1057–1062.
- [19] J. A. B. Faria and J. H. Briceno, "On the modal analysis of asymmetrical three-phase transmission lines using standard transformation matrices," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 12, no. 4, pp. 1760–1765, 1997.
- [20] S. Kurokawa, R. S. Daltin, A. J. Prado, L. F. Bovolato, and J. Pissolato, "An alternative procedure to decrease the dimension of the frequency dependent modal transformation matrices: Application in three-phase transmission lines with a vertical symmetry plane," in *2006 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America*. IEEE, 2006, pp. 1–6.
- [21] A. R. J. de Araujo, R. C. da Silva, and S. Kurokawa, "Using universal line model (ulm) for simulating electromagnetic transients in three-phase transmission lines," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 12, no. 2, pp. 190–196, 2014.
- [22] S. Kurokawa, R. S. Daltin, A. J. Prado, and J. Pissolato, "An alternative modal representation of a symmetrical nontransposed three-phase transmission line," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 500–501, 2007.
- [23] M. S. Mamiş, "Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components," *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 150, no. 2, pp. 200–204, 2003.
- [24] L. M. Wedepohl and H. V. Nguyen, "Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using newton-raphson method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 1538–1546, 1996.
- [25] P. Moreno and A. Ramirez, "Implementation of the numerical Laplace transform: A review," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 23, no. 4, pp. 2599–2609, 2008.
- [26] J. R. Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return," *The Bell System Technical Journal*, vol. 5, no. 4, pp. 539–554, 1926.
- [27] O. M. O. Gatous, "Uma nova implementação do efeito skin no modelo da linhas de transmissão," 2005.
- [28] J. S. L. Colqui, L. C. T. Eraso, P. T. Caballero, and S. Kurokawa, "Analysis of the frequency dependent transmission line model," in *Workshop on communication networks and power systems WCNPS*, 2020.



Tainá Fernanda Garbelim Pascoalato received the B.Sc. degree in Electrical Engineering from the Votuporanga University Center, in 2017. She received the M. Sc. degree in Electrical Engineering from the São Paulo State University, in 2020. Currently, she is a doctoral student in Electrical Engineering at the São Paulo State University. Her research areas include transmission line modeling and soil models with frequency-dependent parameters.



Pablo Torrez Caballero received the B.Sc. degree in Electromechanical Engineering from the Bolivian Private University in 2011, M.Sc. and Ph.D. in Electrical Engineering from the São Paulo State University in 2014 and 2018, respectively. Currently, he is a postdoctoral researcher at the São Paulo State University, in Ilha Solteira, Brazil. His research areas include power systems modeling and time-domain representation of frequency dependent functions.



Sérgio Kurokawa (S'01-M'04) received B. Sc degree in Electrical Engineering from São Paulo State University (UNESP) in 1990, M. Sc from Federal University of Uberlândia (UFU) in 1994 and Ph.D from University of Campinas (Unicamp) in 2003. Since 1994 he has been working as a professor and researcher at UNESP, Campus of Ilha Solteira. His current interests are electromagnetic transients in power systems and transmission line modeling.