

# Online Identification System for Damage Location in Building Structures

J. Morales-Valdez, L. Alvarez-Icaza, and J. Escobar-Sánchez

**Abstract**—An algorithm for real time damage location based only on acceleration signals is presented. The aim is to improve structural health monitoring methods based on a wave propagation approach. This algorithm has the advantage that avoids the storage and processing of data and thereby avoids delays in structural health assessment for buildings structures. In this article, damage in buildings is assumed as stiffness loss, that is directly reflected as changes in wave propagation velocities and damping coefficients. These changes are detected using an identification system, characterized by its low computational cost, and robustness against measurement noise and constant disturbances. Subsequently, a detection threshold is designed by using changes between structural parameters identified before and after induced damage. The experimental results of a five story reduce scale building confirm that the proposed method is a promising alternative for practical applications

**Index Terms**—Structural health monitoring, Wave methods, Damage location, Linear integral filters.

## I. INTRODUCCIÓN

LOS edificios son estructuras civiles susceptibles a diversos tipos de daños durante su vida útil debidos principalmente al continuo deterioro de los elementos que los constituyen, bien sea por corrosión o por cargas severas inesperadas causadas por fenómenos naturales, como terremotos, vientos fuertes, tifones, entre otros. Un daño grave puede provocar el colapso de un edificio, que a su vez induciría posibles pérdidas humanas y financieras. En este sentido, la tecnología de monitoreo de salud estructural (SHM) ha sido desarrollada activamente para garantizar la seguridad de los edificios. La mayoría de las técnicas desarrolladas son de carácter global que estudian los parámetros modales, como las frecuencias de vibración, formas modales y la relación de amortiguamiento. Una revisión extensa de estos métodos se puede encontrar en [1], [2], mientras [3], [4] presentan una revisión con énfasis en aplicaciones de ingeniería estructural. A pesar de que estos métodos son ampliamente usados en ingeniería civil, mecánica y aeroespacial, están limitados a detectar daño, pero en general no son útiles para encontrar la ubicación de este. De manera similar, los métodos basados en análisis vibracional como en [5]–[7] también son herramientas que permiten detectar daño estructural analizando cambios en las frecuencias de vibración cuando se comparan con el ancho de banda de referencia. Sin embargo, estos métodos tampoco son útiles para localizar daño, debido a que es difícil excitar un

edificio a altas frecuencias y por lo tanto el daño puede pasar desapercibido. Además, las influencias ambientales como la lluvia y la temperatura pueden inducir cambios en las frecuencias de vibración, aún cuando no existe daño alguno [8]–[10]. Por otra parte, en [11]–[13] se describen diferentes métodos de detección de daño basados en la identificación de las formas modales. Estos métodos son capaces de localizar daño, sin embargo, los resultados dependen del número y la posición de los sensores, pues en este caso los cambios en las formas modales son relevantes. Los métodos también son sensibles a la información a priori y los resultados pueden estar sesgados por el ruido de medición [3].

Otros estudios recientes para la identificación y localización de daños se desarrollan en un marco de clasificación de patrones. Una revisión exhaustiva de esos métodos se puede encontrar en [14]. Bajo este enfoque, en [15] se presenta un algoritmo de localización de daño, donde las señales de vibración se suponen como la salida de un modelo de media móvil autorregresiva (ARMA). La hipótesis es que la reducción de la rigidez induce cambios en los coeficientes de la parte autorregresiva del modelo. De manera similar, en [16] se presenta un método para localización de daño empleando modelos autoregresivos (AR y ARX), que trabajan con un conjunto de registros de aceleración. Otros algoritmos similares para detección de daño se pueden consultar en [17] y [18]. No obstante, los métodos de reconocimiento de patrones exigen grandes historiales de tiempo de la respuesta estructural no dañada y el procesamiento intensivo de datos.

La principal desventaja de todos los métodos anteriores es que, para localizar adecuadamente el daño, requieren un modelo de orden grande o un número elevado de sensores. En otros casos, se requiere información sobre la situación sin daño que puede ser difícil de obtener. Tratando de superar estas características complejas y una necesidad de información a priori, se introdujeron las técnicas de propagación de ondas [19], [20].

Los métodos de propagación de onda son un enfoque alternativo que permiten estudiar características locales de los edificios. La hipótesis principal es que después que se ha producido un daño, los tiempos de arribo del movimiento sísmico incrementan dentro de las zonas dañadas. Estos cambios se pueden detectar analizando las variaciones en las velocidades de propagación de onda con respecto a la situación no dañada o nominal y están directamente relacionados con la pérdida de rigidez. Bajo esta idea, en [21] se plantea un algoritmo de propagación de onda unidimensional en un edificio de múltiples pisos para analizar la respuesta en frecuencia. Otras técnicas similares para evaluación de salud estructural temprana son desarrolladas en [22] y [23] donde se utilizan datos de un pequeño número de sensores de vibración

Jesús Morales-Valdez, Cátedras CONACYT-CINVESTAV IPN, Ciudad de México, México, jmoralesv@ctrl.cinvestav.mx.

Luis Alvarez-Icaza, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México, alvar@pumas.iingen.unam.mx.

José A. Escobar-Sánchez, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México, jess@pumas.iingen.unam.mx.

para detectar cambios en el tiempo de llegada del movimiento que se propagan a través de un edificio. Siguiendo esta línea, en [24]–[27] se presentan diferentes métodos para monitoreo de salud estructural y se discuten las ventajas y limitaciones de este enfoque. Los métodos están desarrollados fuera de línea y en el dominio de la frecuencia. Esta función requiere un procesamiento o filtrado de datos que normalmente es intensivo computacionalmente, y en consecuencia evita una respuesta en tiempo real para evaluar las condiciones de salud estructural. En este artículo, basado en el trabajo presentado en [28], se recupera la simplicidad de los trabajos sobre propagación de ondas en [29] y [26], pero se transforma la forma de tratar la información para pasar de un proceso fuera de línea a uno de identificación de parámetros en tiempo real. Al recuperar los parámetros en tiempo real se descarta el uso de procesamiento de datos fuera de línea para eliminar el sesgo en las mediciones de aceleración, problema que hasta ahora se ha eliminado empleando Filtros Integrales Lineales (FIL), cuya inclusión permite trabajar en el ancho de banda de interés del espectro de aceleración en tiempo real. En este trabajo se añade un sistema de detección de fallas que indica la presencia de estas, con base en la diferencia entre los parámetros estructurales identificados y los de referencia y con el uso adicional de un umbral de detección, que representa un grado de libertad para el diseñador. Las principales ventajas de esta propuesta en comparación con otras técnicas de detección de daños son:

- El algoritmo propuesto depende únicamente de señales de aceleración, además, es robusto al sesgo y al ruido de medición.
- La localización de daño se lleva a cabo en tiempo real, lo que evita el almacenamiento y procesamiento de grandes volúmenes de datos.
- La robustez del algoritmo de localización de daño permite exportar el método a otro tipo de estructuras.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: la sección II describe el modelo empleado, mientras el esquema de localización de daño desarrollado es presentado en la sección III. Los resultados experimentales se describen en la sección IV. Finalmente, las conclusiones del trabajo se dan en la sección V.

## II. MODELO MATEMÁTICO

Sea el edificio de múltiples pisos mostrado en la Fig. 1, con parámetros  $m$ ,  $k$  y  $c$  que denotan la masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente y cuya dinámica es gobernada por la ecuación de onda con amortiguamiento de Kelvin, [28]

$$\beta^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 \dot{u}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1)$$

donde  $\beta$  es la velocidad de propagación del movimiento,  $\eta$  es proporcional a la fuerza de amortiguamiento,  $u$  es el desplazamiento,  $h$  la altura de entrepisos y  $H$  la altura total

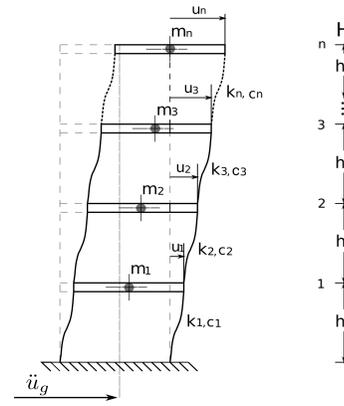


Fig. 1. Edificio a cortante de múltiples pisos.

del edificio. Las condiciones iniciales y de frontera para el modelo (1) son:

$$u(y, 0) = 0 \quad 0 \leq y \leq H \quad (2a)$$

$$\dot{u}(y, 0) = 0 \quad 0 \leq y \leq H \quad (2b)$$

$$u(0, t) = u_g \quad 0 < t \quad (2c)$$

$$\mu \dot{u}(H, t) = 0 \quad 0 < t \quad (2d)$$

donde  $\mu$  es el módulo de cortante. Además, inicialmente el edificio está en reposo de acuerdo con (2a) y (2b). Únicamente la base de la estructura es excitada durante una actividad sísmica (2c). El edificio está libre de esfuerzos en el techo, de acuerdo con (2d). Finalmente, el modelo (1) permite tratar al edificio como una barra elástica a cortante para estudiar los efectos de propagación de ondas.

### A. Semidiscretización Espacial

Con el fin de crear un sistema de identificación en línea, el modelo continuo (1) es discretizado en puntos que coinciden con los pisos instrumentados.

Esto permite caracterizar cada piso del edificio con diferentes velocidades de propagación y coeficientes de amortiguamiento, de acuerdo con las propiedades mecánicas y estructurales de cada uno de ellos. La discretización se lleva a cabo de la siguiente manera, para los pisos 1 al  $n-1$  se usa una aproximación centrada de segundo orden y un *backward* de primer orden en el punto  $n$ , generando

$$\ddot{u} = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u} + b \ddot{u}_g \quad (3)$$

donde  $\beta_M^2$  y  $\eta_M^2$  son matrices  $\in \mathcal{R}^{p \times p}$ , con  $p = (n+1)$ , que

se definen de la siguiente manera

$$\beta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \beta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta_n^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\eta_M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \eta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \eta_2^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \eta_n^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Además,

$$\Lambda = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$u = [u_0, u_1, u_2, \dots, u_n]^T, \quad \dot{u} = [\dot{u}_0, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dots, \dot{u}_n]^T, \quad (7)$$

$$\ddot{u} = [\ddot{u}_0, \ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \dots, \ddot{u}_n]^T$$

donde  $\Delta h = H/(n + 1)$  para pisos uniformemente espaciados. Además, se supone que la aceleración en la condición de frontera es medible y equivale a la excitación sísmica,  $\ddot{u}_0 = \ddot{u}_g$ . Las entradas  $u_0$  y  $\dot{u}_0 \in \mathcal{R}^+$  dentro de los vectores  $u$  y  $\dot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$  en (7) describen el desplazamiento y la velocidad del terreno, respectivamente, mientras  $u_i$  y  $\dot{u}_i$  con  $i = 1, 2, \dots, n$  representan las de cada piso. Finalmente  $\ddot{u} \in \mathcal{R}^{p \times 1}$  es el vector de aceleraciones absolutas.

### III. METODOLOGÍA DE LOCALIZACIÓN DE DAÑO

Asumiendo que en un edificio real los parámetros del sistema  $\beta_M^2$  y  $\eta_M^2$  son desconocidos, en esta sección se diseña un sistema de identificación capaz de estimar los parámetros en tiempo real para llevar a cabo la evaluación de daño en la etapa más temprana posible luego de una acción sísmica. Una vez que se cuenta con los parámetros, se diseña un algoritmo para detectar y localizar daño estructural a partir de los cambios entre los parámetros de referencia y los estimados.

#### A. Identificación de Parámetros

Sea la ecuación de onda discretizada (3), reescrita como

$$z = \beta_M^2 \Lambda u + \eta_M^2 \Lambda \dot{u}, \quad \text{con} \quad z = (\ddot{u} - b \ddot{u}_g) \quad (8)$$

por facilidad

$$\beta_M^2 \Lambda u = \psi \beta_V^2 = \psi \Theta_\beta \quad (9)$$

$$\eta_M^2 \Lambda \dot{u} = \dot{\psi} \eta_V^2 = \dot{\psi} \Theta_\eta \quad (10)$$

los elementos de las matrices  $\beta_M^2$  y  $\eta_M^2$  son empleados para construir los vectores  $\beta_V^2$  y  $\eta_V^2 \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ . Por consiguiente,  $\Lambda u$

y  $\Lambda \dot{u}$  se transforman ahora a matrices con dimensión  $\mathcal{R}^{p \times p}$ . Por facilidad son renombradas como  $\psi$  y  $\dot{\psi}$ , y se definen como

$$\psi = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ u_0 & -2u_1 & u_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & u_1 & -2u_2 & u_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & u_2 & -2u_3 & u_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & u_{n-2} & -2u_{n-1} & u_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & u_{n-1} & -u_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\Delta h^2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \dot{u}_0 & -2\dot{u}_1 & \dot{u}_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \dot{u}_1 & -2\dot{u}_2 & \dot{u}_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \dot{u}_2 & -2\dot{u}_3 & \dot{u}_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \dot{u}_{n-2} & -2\dot{u}_{n-1} & \dot{u}_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \dot{u}_{n-1} & -\dot{u}_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\Theta_\beta = [0 \quad \beta_1^2 \quad \beta_2^2 \quad \beta_3^2 \quad \cdots \quad \beta_{n-1}^2 \quad \beta_n^2]^T \quad (13)$$

$$\Theta_\eta = [0 \quad \eta_1^2 \quad \eta_2^2 \quad \eta_3^2 \quad \cdots \quad \eta_{n-1}^2 \quad \eta_n^2]^T \quad (14)$$

donde,  $\Theta_\beta, \Theta_\eta \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ . Por lo tanto, (8) es ahora de la forma

$$z = \psi \Theta_\beta + \dot{\psi} \Theta_\eta \quad (15)$$

note que (15) depende de señales no medibles. El procedimiento siguiente permite expresar a (15) en función de señales medibles de aceleración. Usando la transformada de Laplace, (15) se reescribe como

$$Z(s) = \Psi(s) \Theta_\beta + s \Psi(s) \Theta_\eta \quad (16)$$

multiplicando (16) por  $s^3$ , se obtiene

$$s^3 Z(s) = s^3 \Psi(s) \Theta_\beta + s^4 \Psi(s) \Theta_\eta$$

$$= s \mathcal{L}[\ddot{\psi}] \Psi(s) \Theta_\beta + s^2 \mathcal{L}[\dot{\psi}] \Psi(s) \Theta_\eta \quad (17)$$

En el dominio del tiempo (17) es de la forma

$$z^{(3)} = \psi^{(3)} \Theta_\beta + \psi^{(4)} \Theta_\eta \quad (18)$$

el superíndice ( $j$ ) = 1, 2, 3, ...,  $n$ , representa la  $j$ -ésima derivada temporal. Por otra parte, empleando filtros integrales lineales [30] se logra eliminar el ruido de medición y las perturbaciones constantes

$$I_q \{\varphi(t)\} = \frac{1}{\delta^q} \int_{t-\delta}^t \int_{\tau_1-\delta}^{\tau_1} \cdots \int_{\tau_{q-1}-\delta}^{\tau_{q-1}} \varphi(\tau_q) d\tau_q \cdots d\tau_1 \quad (19)$$

donde,  $q$  es el número de integrales sobre intervalos de tiempo finito de la señal  $\varphi(t)$ . Por otra parte, el tiempo de integración  $\delta \in \mathcal{R}^+$  puede ser determinado si se conoce el ancho de banda del sistema, empleando la expresión siguiente

$$\delta = \bar{n} T_s \quad (20)$$

$T_s$  es el período de muestreo y  $\bar{n} > 0$  es el factor de escala que define el tiempo de la ventana de integración, que se selecciona de acuerdo con el ancho de banda del sistema. Aplicando el operador  $I_5[\cdot]$  a (18), se produce

$$\Xi(t) = \Upsilon_\beta(t) \Theta_\beta + \Upsilon_\eta(t) \Theta_\eta \quad (21)$$

donde

$$\Xi(t) = \frac{\vartheta}{\delta^3} I_2 \left\{ \sum_{j=0}^3 \binom{3}{j} (-1)^j z(t-j\delta) \right\} \quad (22)$$

$$\Upsilon_\beta(t) = \frac{\vartheta}{\delta} I_4 \left\{ \sum_{j=0}^1 \binom{1}{j} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\} \quad (23)$$

$$\Upsilon_\eta(t) = \frac{\vartheta}{\delta^2} I_3 \left\{ \sum_{j=0}^2 \binom{2}{j} (-1)^j \ddot{\psi}(t-j\delta) \right\} \quad (24)$$

en (22)  $\Xi \in \mathcal{R}^{p \times 1}$ ,  $\Upsilon_\beta$  y  $\Upsilon_\eta \in \mathcal{R}^{p \times p}$ ,  $\binom{n}{j}$  es el coeficiente binomial y finalmente  $\vartheta \in \mathcal{R}^+$  permite normalizar la amplitud de las señales filtradas. Una manera de parametrizar (21) es

$$\Xi(t) = \Upsilon(t)\Theta \quad (25)$$

donde,  $\Theta = [\Theta_\beta^T, \Theta_\eta^T]^T \in \mathcal{R}^{2p \times 1}$  es el vector de parámetros reales del sistema y  $\Upsilon = [\Upsilon_\beta, \Upsilon_\eta] \in \mathcal{R}^{p \times 2p}$  es el regresor, formado por señales de aceleración filtradas.

Sea  $\hat{\Theta} = [\hat{\Theta}_\beta^T, \hat{\Theta}_\eta^T]^T$  el vector de parámetros a estimar en (25), empleando el algoritmo de mínimos cuadrados con factor de olvido, dado por, [31]

$$\dot{P} = \alpha P - \frac{P\Upsilon^T\Upsilon P}{m^2} \quad (26)$$

$$\dot{\hat{\Theta}} = P\Upsilon^T \varepsilon \quad (27)$$

$$\dot{\hat{\Xi}} = \Upsilon \hat{\Theta} \quad (28)$$

donde  $\alpha$  es el factor de olvido,  $P$  es la matriz de covarianza, la cual cumple que  $P = P^T > 0 \in \mathcal{R}^{2p \times 2p}$ ,  $P(0) > 0$ ,  $1 > \alpha \geq 0 \in \mathcal{R}^+$ ,  $\nu^2 = 1 + \|\Upsilon\Upsilon^T\|$ , se satisface  $\Upsilon/\nu \in \mathcal{L}_\infty$ , y se asegura que el error de estimación de salida normalizado tiende a cero

$$\varepsilon = \frac{\Xi - \hat{\Xi}}{\nu} \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad (29)$$

1) *Proyección Paramétrica:* Sea la proyección paramétrica en (30) y (31), que garantiza estimados positivos  $\forall t > 0$

$$\hat{\Theta}_{\beta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\beta i}(t) + (\varsigma_1 - \hat{\Theta}_{\beta i}(t)) \frac{1 - \tanh(\chi_1 \hat{\Theta}_{\beta i}(t))}{2} \quad (30)$$

$$\hat{\Theta}_{\eta i+}(t) = \hat{\Theta}_{\eta i}(t) + (\varsigma_2 - \hat{\Theta}_{\eta i}(t)) \frac{1 - \tanh(\chi_2 \hat{\Theta}_{\eta i}(t))}{2} \quad (31)$$

donde  $\hat{\Theta}_{\beta i+}(t)$ ,  $\hat{\Theta}_{\eta i+}(t)$  son los parámetros proyectados de  $\Theta_{\beta i}$ ,  $\Theta_{\eta i}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ;  $\varsigma_1 = \varsigma_2 = 0.0001$ , son las cotas inferiores para los parámetros estimados,  $\chi_1 = \chi_2 = 500$  permiten aproximar a la función sign. Por simplicidad se usará  $\hat{\Theta}_{\beta i} = \hat{\Theta}_{\beta i+} = [0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \dots, \hat{\beta}_n]$ , al igual que  $\hat{\Theta}_{\eta i} = \hat{\Theta}_{\eta i+} = [0, \hat{\eta}_1, \hat{\eta}_2, \dots, \hat{\eta}_n]$ .

### B. Algoritmo de Localización de Daño

A continuación se presenta una metodología que define criterios para localizar daño estructural a partir de cambios en los parámetros identificados que podrían indicar daño con respecto a los de referencia que caracterizan un edificio en buen estado. El procedimiento es como se indica a continuación:

- Se obtienen las relaciones entre pares de parámetros nominales<sup>1</sup>

$$\beta_{N_i} = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_{i+1}}, \quad \eta_{N_i} = \frac{\hat{\eta}_i}{\hat{\eta}_{i+1}}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad (32)$$

para  $i = n$

$$\beta_{N_i} = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{\beta}_{i-1}}, \quad \eta_{N_i} = \frac{\hat{\eta}_i}{\hat{\eta}_{i-1}} \quad (33)$$

- También se obtienen las relaciones entre pares de parámetros que pueden indicar daño

$$\beta_{D_i} = \frac{\hat{\beta}_{d_i}}{\hat{\beta}_{d_{i+1}}}, \quad \eta_{D_i} = \frac{\hat{\eta}_{d_i}}{\hat{\eta}_{d_{i+1}}}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad (34)$$

para  $i = n$

$$\beta_{D_i} = \frac{\hat{\beta}_{d_i}}{\hat{\beta}_{d_{i-1}}}, \quad \eta_{D_i} = \frac{\hat{\eta}_{d_i}}{\hat{\eta}_{d_{i-1}}} \quad (35)$$

- Se calculan los errores relativos entre los parámetros de referencia y los que indican un posible comportamiento con daño, es decir

$$\varepsilon_{\beta_i} = \frac{\beta_{N_i} - \beta_{D_i}}{\beta_{N_i}} \times 100, \quad \varepsilon_{\eta_i} = \frac{\eta_{N_i} - \eta_{D_i}}{\eta_{N_i}} \times 100 \quad (36)$$

- Se determina la desviación estándar del vector de errores relativos

$$s_\beta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\varepsilon}_\beta - \varepsilon_{\beta_i})^2}, \quad \bar{\varepsilon}_\beta = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{\beta_i} / n \quad (37)$$

$$s_\eta = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\varepsilon}_\eta - \varepsilon_{\eta_i})^2}, \quad \bar{\varepsilon}_\eta = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{\eta_i} / n \quad (38)$$

donde  $\bar{\varepsilon}_\beta$  y  $\bar{\varepsilon}_\eta$  son la media aritmética de los errores relativos de  $\varepsilon_{\beta_i}$  y  $\varepsilon_{\eta_i}$ . Si el error relativo  $\varepsilon_{\beta_i} > (\bar{\varepsilon}_\beta + s_\beta/2)$ , entonces  $\tilde{\varepsilon}_{\beta_i} = [\varepsilon_{\beta_i} - (\bar{\varepsilon}_\beta + s_\beta/2)] > 0$ , en caso contrario, la diferencia anterior se considera nula. Condiciones similares se aplican con los valores de  $\varepsilon_{\eta_i}$ .

- Finalmente, el daño es localizado empleando la siguiente expresión

$$P_{dam} = \tilde{\varepsilon}_{\beta_i} + 1/\tilde{\varepsilon}_{\eta_i} \quad (39)$$

Note que cuando  $\tilde{\varepsilon}_{\eta_i} = [\varepsilon_{\beta_i} - (\bar{\varepsilon}_\beta + s_\beta/2)] < 0$ , entonces se considera  $\tilde{\varepsilon}_{\eta_i} = 100000$  para evitar indeterminación en la Ec. (39).

## IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presentan los resultados de localización de daño de un edificio de cinco pisos de escala reducida, ver Fig. 2. El edificio está hecho de aluminio, con la excepción

<sup>1</sup>La razón entre pares de parámetros permite cancelar falsos indicadores de daño al tener la misma razón de cambio, es decir, en pisos donde no existe daño la razón de cambio es similar. Por el contrario, en los pisos dañados la razón de cambio es diferente y mayor a la de los pisos que no presentan daño.

de 3 columnas que están hechas de latón. Las dimensiones de las columnas del primer y de los pisos restantes son  $(0.635 \times 0.635 \times 31.5)$  cm y  $(0.635 \times 0.635 \times 36)$  cm, respectivamente. El edificio tiene dimensiones de  $(60 \times 50 \times 180)$  cm y está montado en una mesa vibradora actuada por servomotores de la marca Parker, modelo 406T03LXR. La mesa está equipada con acelerómetros en tecnología MEMS, modelo ADXL203E con un rango de medición de  $\pm 1.7$  g y ancho de banda de  $(0 - 50)$  Hz. Para registrar los datos se usaron 2 tarjetas PCI-6221-3 de National Instruments. La comunicación entre las tarjetas y Simulink se llevó a cabo usando Matlab Real-Time Windows Target Toolbox. Los experimentos aquí fueron llevados a cabo con un tiempo de muestreo de 0.001 s.

La excitación sísmica usada es el sismo de 1985, en la componente Norte-Sur, registrada en la ciudad de México por la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). La señal de excitación se escala para que coincida con el prototipo experimental, como se ilustra en la Fig. 3.



Fig. 2. Edificio de cinco pisos escala reducida.

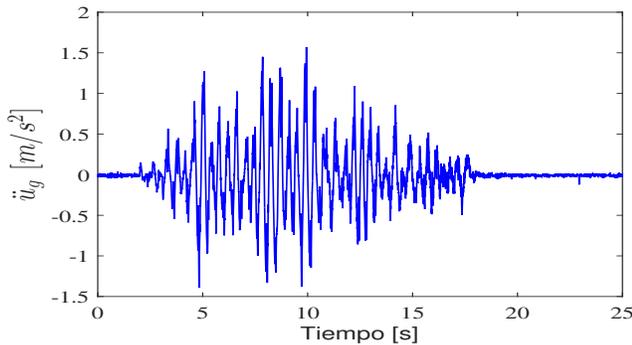


Fig. 3. Sismo de 1985 registrado por SCT, componente Norte-Sur.

Para hacer la detección de daño es necesario contar con información previa sobre las condiciones nominales del edificio. Para ello se emplea el esquema de identificación propuesto en la sección III-A. Éste logra recuperar la respuesta estructural del edificio identificando los parámetros estructurales de referencia, al excitar únicamente en la base del edificio. La Fig. 4 muestra la evolución de las velocidades de propagación

identificadas, mientras los coeficientes de amortiguamiento pueden ser observados en la Fig. 5. En ambos casos se aprecia buena convergencia de los parámetros a los valores de referencia. La Tabla I presenta los valores identificados. Es importante señalar que el algoritmo propuesto parte de condiciones iniciales nulas para la identificación, además se usa  $\alpha = 0.001$  y  $P(0) = 10^5 * I_{12 \times 12}$ ; finalmente  $\bar{n} = 40$ . Es importante notar que el algoritmo de identificación recupera propiedades estructurales similares para todos los pisos, debido a que éstos están constituidos con el mismo material, tienen el mismo número de columnas y la misma separación de entrepisos, emulando un medio homogéneo.

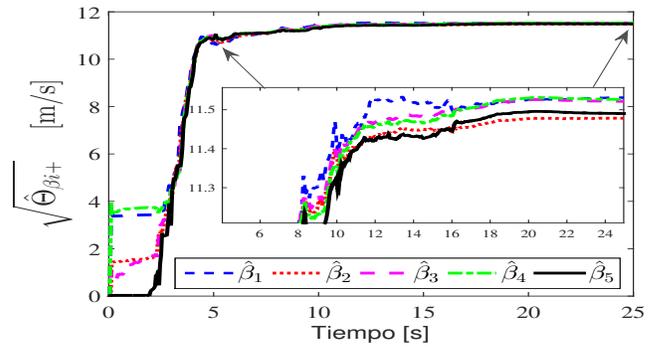


Fig. 4. Evolución de las velocidades de propagación identificadas.

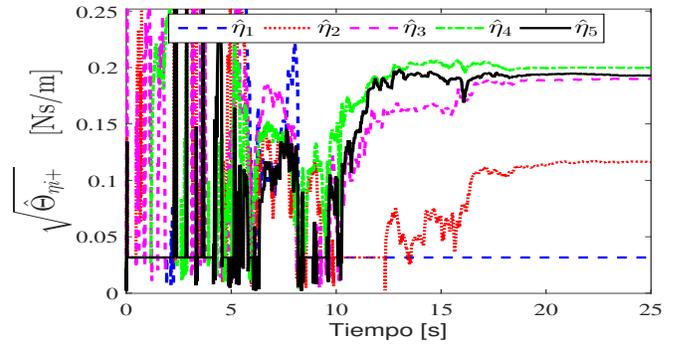


Fig. 5. Evolución de los coeficientes de amortiguamiento identificados.

TABLA I  
PARÁMETROS ESTIMADOS

Piso:	1	2	3	4	5
$\hat{\beta}_i$ [m/s]:	11.53	11.48	11.52	11.53	11.49
$\hat{\eta}_i$ [Ns/m]:	0.0316	0.1160	0.1898	0.1995	0.1927

Con el objetivo de validar los parámetros identificados, se calculan las frecuencias de vibración y se comparan con las obtenidas a partir del barrido frecuencial de una señal Chirp, que va de  $(0 - 25)$  Hz. La Tabla II contiene un resumen de la comparación mencionada. Observe que, a pesar de que las frecuencias calculadas no coinciden exactamente con los valores de referencia proporcionados por la señal Chirp, se mantienen suficientemente cerca con un error de estimación

de 4.35%, en el peor de los casos. Esto confirma el desempeño satisfactorio del algoritmo.

TABLA II  
COMPARACIÓN ENTRE LAS FRECUENCIAS DE VIBRACIÓN REAL Y SUS ESTIMADAS

$f_{r_i}$ [Hz]	$\hat{f}_i$ [Hz]	$\Delta\hat{f}_i/f_{r_i}$ (%)
1.38	1.44	-4.35
4.06	4.22	-3.94
6.53	6.66	-1.99
8.51	8.56	-0.59
10.13	9.76	3.65

### A. Localización de Daño en los Pisos 2 y 5

En esta subsección se investiga la localización de daño en el segundo y quinto piso, luego de reducir la sección transversal cuadrada de las columnas en 23% aproximadamente, cambiando de 6.35 mm a 5 mm. Para detectar los cambios, nuevamente se usa el esquema de identificación presentado en la sección III-A. La estimación de los parámetros  $\beta_{di}$  y  $\eta_{di}$  se presentan en las Figs. 6 y 7, respectivamente. Detalle de esto se puede encontrar en la Tabla III, donde las velocidades de propagación decrecen con respecto a los parámetros de referencia en la Tabla I, lo cual era de esperarse debido al daño inducido. Algo similar pasa con el ancho de banda de la respuesta estructural, puesto que las frecuencias de vibración se reducen a  $f_{d1} = 1.22$  Hz,  $f_{d2} = 3.51$  Hz,  $f_{d3} = 5.62$  Hz,  $f_{d4} = 7.20$  Hz,  $f_{d5} = 8.36$  Hz. Es importante notar que estos cambios están directamente relacionados con la pérdida de rigidez estructural, que a su vez se refleja en la reducción de las velocidades de propagación. De manera que los cambios en estos parámetros pueden ser un buen indicador de la ubicación de daño. Sin embargo, a pesar de que los cambios más significativos se presentan en los pisos 1, 2, 3, aún no se puede asegurar con certeza la ubicación del daño, además, los coeficientes de amortiguamiento son bastante aleatorios. Para ello se aplica el algoritmo de detección y localización de daño presentado con anterioridad en la sección III-B.

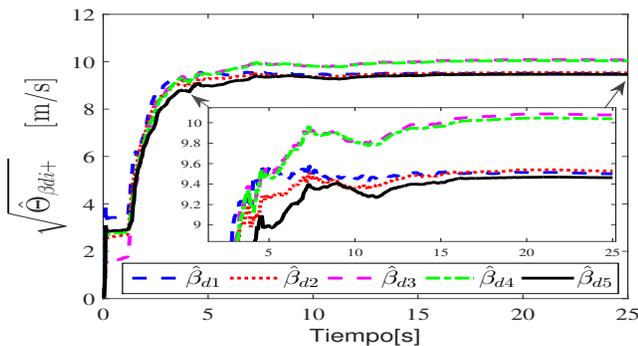


Fig. 6. Evolución de las velocidades de propagación identificadas en presencia de daño.

El algoritmo propuesto permite localizar la presencia de daño en el segundo y quinto piso, como se muestra en la Fig. 8.

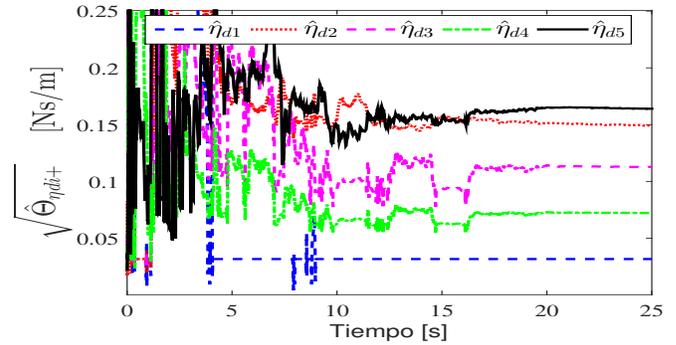


Fig. 7. Evolución de los coeficientes de amortiguamiento identificados en presencia de daño.

Es importante señalar que a pesar de modificar el umbral de detección, el algoritmo de localización de daño puede operar satisfactoriamente con buena sensibilidad variando el valor de la desviación estándar hasta 30% del valor actual, como se observa en la Fig. 9. Las barras indican únicamente la presencia de daño. No obstante se cree que la magnitud de éstas puede estar relacionada con la magnitud de daño. Sin embargo, este problema está fuera del alcance y de los objetivos de este artículo.

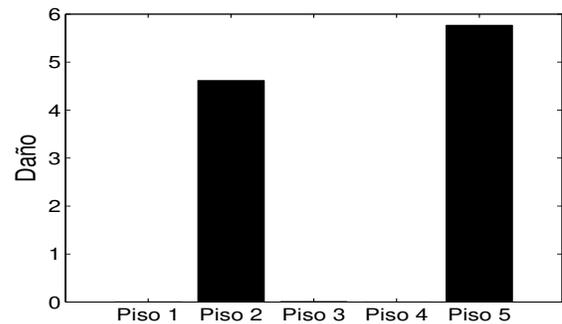


Fig. 8. Localización de daño en el segundo y quinto piso.

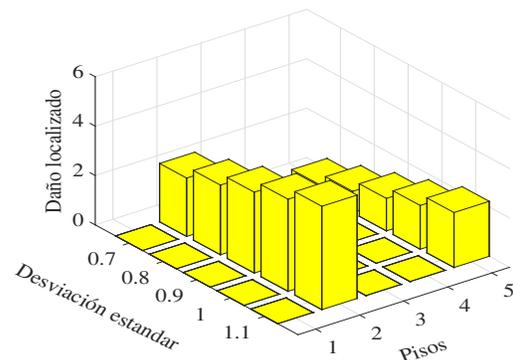


Fig. 9. Sensibilidad del umbral de detección.

TABLA III  
VARIACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTIMADOS DEBIDO A LA PRESENCIA DE DAÑO EN EL SEGUNDO Y QUINTO PISO

Piso	$\hat{\beta}_i$ [m/s]	$\hat{\beta}_{d_i}$ [m/s]	$\Delta\hat{\beta}_{d_i}/\hat{\beta}_i$	$\hat{\eta}_i$ (N/m)	$\hat{\eta}_{d_i}$ (N/m)	$\Delta\hat{\eta}_{d_i}/\hat{\eta}_i$
5	11.49	9.46	17.67	0.1927	0.1641	14.84
4	11.53	10.04	12.92	0.1995	0.0723	63.76
3	11.52	10.08	12.50	0.1898	0.1129	40.52
2	11.48	9.53	16.97	0.1160	0.1491	-28.53
1	11.53	9.50	17.61	0.0316	0.0316	0

## V. CONCLUSIÓN

En este artículo se ha propuesto un algoritmo de localización de daño para edificios de múltiples pisos bajo el enfoque de propagación de ondas. A diferencia de los métodos tradicionales, éste tiene la ventaja de operar en tiempo real, superando el problema del almacenamiento y procesamiento de datos. Bajo este enfoque, el daño se supone como la pérdida de rigidez en la estructura que se ve directamente reflejada en los cambios que presentan las velocidades de propagación y los coeficientes de amortiguamiento. Estos cambios son detectados empleando el sistema de identificación propuesto, caracterizado por su bajo costo computacional, y que además, es robusto al ruido de medición y perturbaciones constantes. Es importante señalar que el umbral de localización de daño puede ser ajustado para obtener un mejor desempeño. Los resultados experimentales confirman que el método propuesto es prometedor para aplicaciones prácticas.

## AGRADECIMIENTOS

El primer autor desea externar su agradecimiento a Cátedras CONACYT por el apoyo otorgado. Los autores también desean externar su agradecimiento a los revisores anónimos por sus valiosos comentarios y sugerencias que ayudaron a mejorar significativamente la calidad de este trabajo. Esta investigación fue realizada con apoyo del proyecto UNAM-PAPIIT IN104218.

## REFERENCIAS

- [1] S. W. Doebling, C. Farrar, and M. B. Prime, "A summary review of vibration-based damage identification methods," *The Shock and Vibration Digest*, vol. 30(2), pp. 1–34, 1998.
- [2] E. P. Carden and P. Fanning, "Vibration based condition monitoring: A review," *Structural Health Monitoring*, vol. 3, pp. 355–377, 2004.
- [3] S. Das, P. Saha, and S. Patro, "Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review," *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, vol. 6(3), pp. 477–507, 2016.
- [4] X. Kong, C.-S. Cai, and J. Hu, "The state-of-the-art on framework of vibration-based structural damage identification for decision making," *Applied Sciences*, vol. 7(5), pp. 497–510, 2017.
- [5] H. Y. Hwang and C. Kim, "Damage detection in structures using a few frequency response measurements," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 270(1-2), pp. 1–14, 2004.
- [6] J.-T. Kim, Y.-S. Ryu, H.-M. Cho, and N. Stubbs, "Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs mode-shape-based method," *Engineering Structures*, vol. 25(1), pp. 57–67, 2003.
- [7] Q. Huang, Y. Xu, J. Li, Z. Su, and H. Liu, "Structural damage detection of controlled building structures using frequency response function," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 331(15), pp. 3476–3492, 2012.
- [8] J. F. Clinton, S. C. Bradford, T. H. Heaton, and J. Favela, "The observed wander of the natural frequencies in a structure," *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 96, pp. 237–257, 2006.
- [9] R. D. Nayeri, S. F. Masri, R. G. Ghanem, and R. L. Nigbor, "A novel approach for the structural identification and monitoring of a full-scale 17-story building based on ambient vibration measurement," *Smart Materials and Structures*, vol. 17(2), pp. 1–19, 2008.
- [10] M. Herak and D. Herak, "Continuous monitoring of dynamic parameters of the dgfs building (zagreb, croatia)," *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 8(3), pp. 657–669, 2010.
- [11] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, E. A. M. Almas, and R. P. C. Sampaio, "Damage detection in structures: From mode shape to frequency response function methods," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 17(3), pp. 489–498, 2003.
- [12] H. Zhu, L. Li, and X.-Q. He, "Damage detection method for shear buildings using the changes in the first mode shape slopes," *Computers & Structures*, vol. 89(9-10), pp. 733–743, 2011.
- [13] A. Rahai, F. Bakhtiari-Nejad, and A. Esfandiari, "Damage assessment of structure using incomplete measured mode shapes," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 14, pp. 808–829, 2007.
- [14] H. Sohn, C. Farrar, F. Hemez, D. S. Devlin, W. S. Daniel, R. N. Brett, and J. C. Jerry, "A review of structural health monitoring literature: 1996-2001," *Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS*, pp. 1–331, 2003.
- [15] K. K. Nair, A. S. Kiremidjian, and K. H. Law, "Time series-based damage detection and localization algorithm with application to the asce benchmark structure," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 291, pp. 349–368, 2006.
- [16] H. Sohn and C. R. Farrar, "Damage diagnosis using time series analysis of vibration signals," *Smart Materials and Structures*, vol. 10(3), pp. 446–451, 2001.
- [17] Y.-Y. Liu, Y.-F. Ju, C.-D. Duan, and X.-F. Zhao, "Structure damage diagnosis using neural network and feature fusion," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 24, pp. 87–92, 2011.
- [18] O. Abdeljaber, O. Avci, S. Kiranyaz, M. Gabbouj, and D. J. Inman, "Real-time vibration-based structural damage detection using one-dimensional convolutional neural networks," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 388, pp. 154–170, 2017.
- [19] M. Trifunac, S. Ivanović, and M. Todorovska, "Wave propagation in a seven-story reinforced concrete building: III. Damage detection via changes in wavenumbers," *Soil Dynamic and Earthquake Engineering*, vol. 23(1), pp. 65–75, 2003.
- [20] M. I. Todorovska and M. D. Trifunac, "Earthquake damage detection in the Imperial County Services Building III: Analysis of wave travel time via impulse response functions," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 28(5), pp. 387–404, 2008.
- [21] R. R. Zhang, R. Snieder, L. Gargab, and A. Seibi, "Modeling of seismic wave motion in high-rise buildings," *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 26, pp. 520–527, 2011.
- [22] M. I. Todorovska and M. D. Trifunac, "Earthquake damage detection in the imperial county services building i: The data and time-frequency analysis," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 26, pp. 564–576, 2007.
- [23] M. I. Todorovska and M. T. Rahmani, "System identification of buildings by wave travel time analysis and layered shear beam models-spatial resolution and accuracy," *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 20, pp. 686–702, 2013.
- [24] N. Fukuwa and S. Matsushima, "Wave dispersion and optimal mass modeling for one dimensional periodic structure," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 23, pp. 1165–1180, 1994.
- [25] M. Rahmani, M. Ebrahimian, and M. I. Todorovska, "Time-wave velocity analysis for early earthquake damage detection in building: application to a damaged full-scale RC building," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 44(4), pp. 619–636, 2014.
- [26] M. Rahmani and M. I. Todorovska, "1D System identification of a

- 54-story steel frame building by seismic interferometry,” *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 43(4), pp. 627–640, 2014.
- [27] J. Morales-Valdez, L. Alvarez-Icaza, and F. J. Sanchez-Sesma, “Shear building stiffness estimation by wave traveling time analysis,” *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 25, no. 1, 2018.
- [28] J. Morales-Valdez, L. Alvarez-Icaza, and A. Concha, “On-line adaptive observer for buildings based on wave propagation approach,” *Journal of Vibration and Control*, p. 1077546317711309, 2017.
- [29] M. I. Todorovska and M. T. Rahmani, “System identification of building by wave travel time analysis and layered shear beam models-spatial resolution and accuracy,” *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 20(5), pp. 686–702, 2012.
- [30] H. Garnier, M. Mensier, and A. Richard, “Continuous-time model identification from sampled data: Implementation issues and performance evaluation,” *International Journal of Control*, vol. 76(13), pp. 1337–1357, 2010.
- [31] P. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*. Upper Saddle River, NJ, Prentice Hall, 1989.



**Jesús Morales-Valdez** received the B.S. degree in Mechatronic Engineering from Universidad Politécnica de Chiapas, México in 2009 and the Master and PhD degree in Electrical Engineering with major in Automatic Control, from Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) in 2013 and 2017, respectively. From 2017 to 2018, he was pos-doctoral researcher in the Engineering Institute-UNAM. Currently, he works as a researcher Cátedras-Conacyt in CINEVESTAV-IPN (National Polytechnic Institute), México City, México and he

is a candidate for national researcher (SNI). His lines of research are related to vibration control, modeling and identification of mechatronic systems and adaptive control.



**Luis Alvarez-Icaza** received the B.S. degree in Mechanical Engineering from Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). He received the Master degree in Electrical Engineering with major in Automatic Control from UNAM and PhD in Mechanical from Berkeley California. Currently, he works as a researcher at the Universidad Nacional Autónoma de México. Moreover, he is a national researcher (SNI). His lines of research are related to control theory, modeling and identification of mechanical systems and adaptive control.



**José A. Escobar-Sánchez** received the B.S. degree in Civil Engineering from Instituto Politécnico Nacional (IPN). He received the Master and Phd degree in Structural engineering from Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Currently, he works as a researcher at the same institution. Moreover, he is a national researcher (SNI). His lines of research are related to damage detection in structures, passive and active control of structures, dynamic tests and non-destructive evaluation of structures, probabilistic structural analysis.