

An Emitter Localization Method based on Multiple Differential Doppler Measurements

W. C. Rodrigues and J. A. Apolinário Jr., *Senior Member, IEEE*

Abstract— The localization of radio frequency (RF) emitting sources is a significant topic in civil and military applications, including communications and radar systems. The most notorious methods used for RF emitter localization are based on angle of arrival (AOA), time difference of arrival (TDOA), received signal strength (RSS), as well as hybrid methods. Nevertheless, differential Doppler measurements can be used to locate emitters using a technique known as frequency difference of arrival (FDOA). The choice of an FDOA-based method must take into account the characteristics of the scenario of interest, including sensor limitations and system response time. This work presents fundamental concepts about FDOA and details the geometrical method based on polar coordinates. It also presents an "on-the-fly" approach to estimate an emitter location based on multiple FDOA measurements. Simulations were carried out in two scenarios: acoustic and electromagnetic. In the electromagnetic scenario, the performance of the proposed method was also compared to the maximum likelihood estimator.

Index Terms— Differential Doppler, emitter localization, FDOA, isodoppler.

I. INTRODUÇÃO

A localização de fontes emisoras de radiofrequência (RF) é um tópico relevante em várias aplicações civis e militares, incluindo comunicações e radar. Nos meios navais, por exemplo, os sistemas de navegação e comunicação de um navio devem estar continuamente operativos; isso garante uma navegação segura, mas também é um alvo potencial para a localização do sinal emitido por suas antenas [1] [2]. As principais técnicas usadas para a localização de RF são baseadas no ângulo de chegada (AOA – *Angle of Arrival*) [3], diferença de tempo de chegada (TDOA – *Time Difference of Arrival*) [4] [5], intensidade do sinal recebido (RSS – *Received Signal Strength*) [6] [7], diferença de frequência de chegada (FDOA – *Frequency Difference of Arrival*, ou DD – *Diferencial Doppler*) [8] [9] e métodos híbridos.

O principal objetivo da técnica FDOA é encontrar a posição de um emissor por meio da diferença de frequência percebida por vários sensores em movimento. Quando esses sensores se afastam ou se aproximam do transmissor, eles observam uma frequência diferente do sinal original devido ao efeito Doppler. Com pelo menos três sensores, é possível localizar o alvo com base na diferença entre as frequências recebidas [8]. Em [10], o autor descreve quatro processos computacionais para o cálculo da FDOA: um método iterativo, um baseado nas raízes da solução de polinômios, um método gráfico e um método usando coordenadas polares. Em [8], o autor analisa o

efeito devido às diferenças de velocidade entre os sensores no método geométrico.

A técnica DD pode ser empregada para localizar um alvo através do lugar geométrico formado pela interação entre dois sensores [8] ou através da determinação direta da posição (DPD - *direct position determination*) [9]. Porém, nestes casos, considera-se que o valor da frequência original do sensor é conhecido. Além disso, são necessários múltiplos sensores previamente posicionados e sincronizados. Contudo, no caso em que o alvo esteja parado, é possível imaginar um único sensor em movimento retilíneo que seja capaz de capturar dados cumulativamente e utilizá-los para melhorar a estimativa do alvo a cada novo dado coletado.

Este trabalho apresenta um método de localização de um emissor parado através da técnica de FDOA baseada em coordenadas polares. Este método é chamado neste trabalho de "on-the-fly" pois utiliza apenas um sensor localizado em um veículo que se move pelo cenário de interesse, acumulando dados, decidindo quais deles são confiáveis e utilizando-os para aprimorar a localização da fonte emissora ou alvo. Foram realizadas simulações em dois cenários: acústico e eletromagnético e, por fim, o método proposto foi comparado com um método de máxima verossimilhança.

O restante deste artigo está organizado da seguinte forma: a Seção II discorre os conceitos fundamentais sobre FDOA. A Seção III apresenta os cenários de interesse e o método proposto, detalhando as técnicas e os parâmetros utilizados nas simulações. A Seção IV descreve e compara os resultados obtidos nas simulações e, finalmente, a Seção V apresenta as conclusões.

II. CONCEITOS FUNDAMENTAIS SOBRE FDOA

Considere dois sensores se movendo com velocidades constantes, com a mesma direção e em posições distintas sobre o eixo horizontal (x). Considere ainda um emissor estático emitindo constantemente um sinal de frequência conhecida, conforme ilustrado pela Fig. 1. A diferença Doppler observada entre os sensores S_1 e S_2 pode ser calculada por $\Delta f = f_1 - f_2$, onde

$$f_1 = f_0 \left(1 + \frac{v_1}{v_p} \cos(\alpha) \right) \text{ e } f_2 = f_0 \left(1 + \frac{v_2}{v_p} \cos(\beta) \right). \quad (1)$$

A velocidade de propagação da onda foi representada por v_p , enquanto v_1 e v_2 representam as velocidades dos sensores 1 e 2 respectivamente. Segundo a Eq. (1), a Diferença de Frequência de Chegada ou Diferença Doppler é definida por

$$\Delta f = \frac{f_0}{v_p} [v_1 \cos(\alpha) - v_2 \cos(\beta)]. \quad (2)$$

Considerando dois sensores em movimento captando a frequência de um emissor parado, o conjunto de pontos onde a

diferença Doppler Δf descrita na Eq. (2) é constante forma um lugar geométrico conhecido como “isodoppler” [8] [10]. A Fig. 1 apresenta um exemplo de três isodopplers sendo formadas por três sensores em movimento no caso particular em que as velocidades dos sensores são iguais (v).

As isodopplers possuem como propriedade, para sensores com velocidades iguais, suas posições pertencerem à própria isodoppler [8]. Desta forma, como observado na Fig. 1, para $\alpha = 0$, existe um valor de β mínimo e para $\beta = 180^\circ$, existe um α máximo.

Observa-se que não é possível determinar a posição do alvo utilizando apenas dois sensores ou, equivalentemente, uma única isodoppler, pois ele poderia estar em qualquer ponto da curva. Dessa forma, é necessário utilizar pelo menos mais um sensor. A Fig. 1 apresenta três isodopplers traçadas a partir de sensores nas posições [2 km 0], [4,2 km 0] e [9,5 km 0]. A velocidade dos sensores é 100 m/s e $f_0 = 1$ GHz. Assim, $\Delta f_1 = 110,37$ Hz, $\Delta f_2 = 580,96$ Hz e $\Delta f_3 = 470,58$ Hz. Repare que, agora, com qualquer combinação entre duas isodopplers é possível estimar a posição do alvo ou fonte emissora.

Repare ainda que as isodopplers contém a posição do emissor, como esperado, além das posições dos sensores, como ocorre quando os mesmos possuem velocidades iguais.

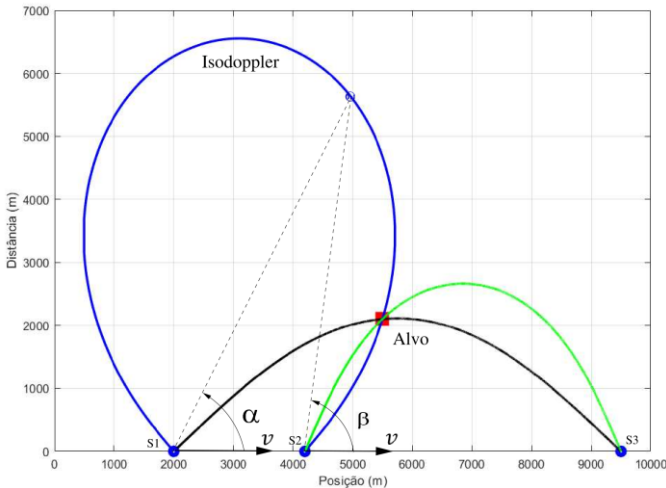


Fig. 1. Três isodopplers se cruzando sobre o emissor.

III. O MÉTODO PROPOSTO

O conceito de FDOA originalmente prevê múltiplos sensores sincronizados realizando medições no mesmo instante de tempo. No entanto, considere que um único veículo, equipado com um sensor, se move pelo eixo x da Fig. 1 com velocidade v e que o alvo permanece parado. Desta forma, é possível admitir que diferentes medidas obtidas durante a trajetória deste veículo, em diferentes instantes de tempo, podem ser utilizadas para calcular isodopplers. Para tal, é necessário registrar a posição e a velocidade do veículo no instante de cada medida. Além disso, a partir da terceira medida é possível traçar 3 isodopplers e, com isso, realizar as primeiras estimativas de posição do emissor. Caso haja medições suficientes, é possível derivar a curva gerada pelo conjunto de medidas e determinar a frequência original do emissor. A este método denominaremos de *on-the-fly* ou método OTF.

A Fig. 2 apresenta um diagrama que ilustra os processos envolvidos na localização de um emissor pelo método proposto. O sinal recebido será captado por um sensor, que pode ser um microfone ou uma antena, dependendo do tipo de sinal. Em seguida, o sistema deve estimar a frequência desse sinal utilizando uma das técnicas apresentadas na literatura [11] [12]. Um vetor de medidas sincronizadas com a posição e a velocidade dos sensores é criado; uma estimativa de posição poderá então ser gerada utilizando uma técnica FDOA. Conforme o sistema evolui, novas leituras de sinal serão obtidas e novas estimativas serão geradas, aumentando a precisão da posição presumida do alvo. Por fim, uma técnica de remoção de outliers pode ser utilizada para que medidas incongruentes não corrompam a estimativa final.



Fig. 2. Estrutura básica do sistema de localização baseado em FDOA.

A. Isodopplers Baseadas em Coordenadas Polares

Existem diferentes métodos de se abordar a localização por FDOA [10]; uma delas é o cálculo da isodoppler através de coordenadas polares. Para este trabalho, foi considerado o caso em que se sabe a região esperada de recepção do sinal (à esquerda ou à direita do veículo em movimento). A teoria apresentada nesta seção, que considera o primeiro quadrante do plano cartesiano como região de interesse, possui reflexo simétrico no quarto quadrante que não é aqui abordado.

Para traçar uma isodoppler, calcula-se inicialmente os valores da diferença entre as medidas de frequência percebidas pelos sensores nos três pontos escolhidos. Portanto,

$$\begin{aligned}\Delta f_1 &= f_1 - f_2, \\ \Delta f_2 &= f_1 - f_3, \text{ e} \\ \Delta f_3 &= f_2 - f_3.\end{aligned}\quad (3)$$

Todas as diferenças precisam ser não nulas. Em seguida, considere $k_n = \Delta f_n v_p / f_0$, $n = 1, 2$ ou 3 . Desta forma, segundo as Eqs. (2) e (3) e fazendo $\beta = 180^\circ$, temos:

$$\begin{aligned}a_1 &= (k_1 - v_2)/v_1, \\ a_2 &= (k_2 - v_3)/v_1, \text{ e} \\ a_3 &= (k_3 - v_3)/v_2,\end{aligned}\quad (4)$$

onde $-1 < a_n < 1$ corresponde ao cosseno do valor máximo que o ângulo α_n pode assumir, o qual é chamado de $\alpha_{MAX,n} = \text{acos}(a_n)$. Desta forma, variando α entre 0 e $\alpha_{MAX,n}$, calcula-se o valor de β correspondente:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= \text{acos}(((v_1 \cos(\alpha_1)) - k_1)/v_2), \\ \beta_2 &= \text{acos}(((v_1 \cos(\alpha_2)) - k_2)/v_3), \text{ e} \\ \beta_3 &= \text{acos}(((v_2 \cos(\alpha_3)) - k_3)/v_3).\end{aligned}\quad (5)$$

Considerando a reta que passa pela posição do sensor 1 no eixo x com a inclinação α e a reta que passa pela posição do sensor 2 no eixo x com a inclinação β , o ponto de intersecção entre essas retas pertencerá a isodoppler, conforme ilustrado

na Fig. 1. Nota-se pela Eq. (5) que, para cada valor de α , existe um valor correspondente de β . Variando-se α entre zero e seu valor máximo α_{MAX} e, conseqüentemente, calculando os valores correspondentes de β , é possível encontrar os valores no plano cartesiano da isodoppler da seguinte forma:

$$x_{ISO}^{ij} = \frac{x_i \operatorname{tg}(\alpha_i) - x_j \operatorname{tg}(\beta_j)}{\operatorname{tg}(\alpha_j) - \operatorname{tg}(\beta_j)} \quad e \quad (6)$$

$$y_{ISO}^{ij} = x_{ISO}^{ij} \operatorname{tg}(\alpha_i) - x_i \operatorname{tg}(\alpha_i), \quad (7)$$

onde $1 \leq i \leq 2$ e $2 \leq j \leq 3$.

Assim, é possível calcular todos os pontos que possuam a mesma frequência Doppler conforme a Eq. (2). No entanto, a detecção da intersecção entre as duas curvas para determinar a estimativa de localização pode ser um problema, visto não termos bem especificada uma maneira eficaz de localizar esta intersecção. Desta forma, com o objetivo de detectar a estimativa com mais eficiência, [10] propõe uma versão geométrica baseada em coordenadas polares. Para tal, basta escrevermos as isodopplers a partir de seus respectivos ângulos α ou β e de um raio referenciado pela posição do sensor que, pelas Eq. (6) e (7), pode ser escrito como

$$raio_n = y_{ISO}^{ij} / \operatorname{sen}(\alpha_n); \text{ ou} \quad (8)$$

$$raio_n = y_{ISO}^{ij} / \operatorname{sen}(\beta_n). \quad (9)$$

É necessário garantir que a origem dos raios das duas curvas seja a mesma para determinar o ângulo de referência da isodoppler. Portanto, para determinar a intersecção das isodopplers $\{1,2\}$ e $\{1,3\}$, é necessário que ambas estejam em função do seu respectivo ângulo α pois a origem de ambas será a posição do sensor mais à esquerda. Analogamente, para determinar a intersecção das isodopplers $\{1,3\}$ e $\{2,3\}$, é necessário que ambas estejam em função do seu respectivo ângulo β , a origem de ambas será a posição do sensor mais à direita. Por fim, para determinar a intersecção das isodopplers $\{1,2\}$ e $\{2,3\}$, a isodoppler $\{1,2\}$ deve estar em função de β e a isodoppler $\{2,3\}$ deve estar em função de α , dado que a origem de ambas será a posição central do sensor. Desta forma, pode-se garantir que as figuras sejam traçadas a partir da mesma origem.

A Fig. 3 apresenta um exemplo de isodopplers a partir de coordenadas polares. A curva azul corresponde à isodoppler $\{1,2\}$ em função de β e a curva vermelha corresponde à isodoppler $\{2,3\}$ em função de α conforme as Eq. (8) e (9).

B. Estimadores de Frequência

Outro fator no processo de detecção cuja precisão pode influenciar na estimativa de localização do alvo é o estimador de frequência. A relação entre a descrição no domínio do tempo discreto de um sinal $s[n]$ com N amostras, com sua descrição no domínio da frequência discretizada em N pontos com $\omega = 2\pi f/f_s = 2\pi k/N$, $k = 0, 1, 2 \dots N-1$ e f_s a frequência de amostragem, é a conhecida *Transformada Discreta de Fourier* (DFT) [11] [12]. Uma primeira abordagem seria encontrar o pico (k_{peak}) desta transformada e computarmos a frequência como $k_{peak} f_s/N$.

Para o processamento em blocos do sinal de interesse, utilizou-se a janela de *Hann*, com tamanho de cerca de 20 vezes a relação entre a frequência de amostragem f_s e a frequência central esperada, ou seja, blocos com $M = 20 f_s/f_0$ amostras (assumindo f_s um múltiplo de f_0).

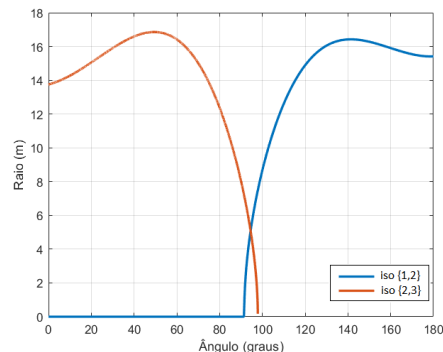


Fig. 3. Isodopplers em função de coordenadas polares.

Um método para extrair parâmetros espectrais de sinais de áudio é apresentado em [13]; ele pode ser usado para extrair uma estimativa de frequência mais precisa que o pico da DFT. Ele se baseia na DFT da primeira derivada do sinal janelado $x[n] = w[n]s[n]$ e, por isso, é chamado de DFT^1 [14]. Como a derivada de uma senoide é uma senoide com diferente fase, mas com a mesma frequência, ela também deve ser examinada, pois carrega informação de interesse.

Considerando $DFT^0[k] = |X[k]|$ a DFT do sinal $x[n]$ e k_{peak} o seu índice de maior amplitude, é possível determinar com maior precisão a frequência de $x[n]$ da seguinte forma [13]:

$$f_{DFT^1} = \frac{1}{2\pi} \frac{DFT^1[k_{peak}]}{DFT^0[k_{peak}]} \quad (10)$$

Porém, [13] alerta sobre um ganho intrínseco à derivação discreta e demonstra que essa diferença pode ser corrigida multiplicando o espectro de amplitude da derivada do sinal pelo fator $F[k]$ tal que $DFT^1[k] = F[k]|X'[k]|$, onde

$$F[k] = \frac{\pi k}{N \operatorname{sen}(\frac{\pi k}{N})} \quad (11)$$

O Algoritmo 1 apresenta os passos para o cálculo da estimativa de frequência utilizando a DFT^1 .

C. Remoção de Outliers

Outliers são valores discrepantes de um conjunto, amostras que se diferenciam abruptamente das outras [15] [16]. São conhecidos como pontos fora da curva e podem ser prejudiciais para a análise de um processo por poderem deturpar seus resultados. No nosso caso, estimativas atípicas de posição podem afastar a média final de estimativas da posição real do alvo. Por esse motivo, é essencial que as estimativas de posição passem por uma detecção de *outliers* para garantir um bom resultado.

A técnica utilizada neste trabalho se baseia na mediana e no desvio absoluto de mediana (MAD) do conjunto total [15]. Sabendo que \bar{x} é a mediana do conjunto total de estimativas, o

desvio absoluto de mediana é dado por $MAD = median(|x_i - \tilde{x}|)$.

O limite dos valores que serão considerados *outliers* será dado por $\sigma = pbMAD$, sendo b uma constante que depende do tipo de distribuição empregada (1,4826 para distribuição normal de média zero e variância unitária) e p o número de vezes acima da escala MAD a amostra observada será considerada *outlier* (neste trabalho definido como $p = 3$).

D. Estimador de Máxima Verossimilhança

Considere \mathbf{v} , \mathbf{p}_1 , \mathbf{p}_2 e \mathbf{p}_3 , respectivamente, o vetor velocidade e as posições dos sensores 1, 2 e 3, e \mathbf{q} o vetor de estimativa da posição do emissor; a Eq. (1) pode ser reescrita como

$$\Delta f_{12} = \frac{f_0}{v_p} \left(\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_1)}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_1\|} - \frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_2)}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_2\|} \right) e \quad (12)$$

$$\Delta f_{13} = \frac{f_0}{v_p} \left(\frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_1)}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_1\|} - \frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_3)}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_3\|} \right). \quad (13)$$

O estimador de máxima verossimilhança (*Maximum Likelihood Estimator* – MLE) é uma importante ferramenta estatística para estimar parâmetros com base numa amostra aleatória simples e sua função de distribuição de probabilidade com o objetivo de encontrar o valor que maximiza a probabilidade de uma amostra ser observada [7] [17].

Algoritmo 1: Estimação de frequência pelo método DFT¹.

```

Calcular tamanho do vetor de entrada tam=length(s[n]);
Definir tamanho da janela tamjan;
Calcular número total de janelas nrjan=(tam/tamjan);
Definir w[n] a janela de Hann de comprimento tamjan;
Definir N o número de pontos da DFT;
Calcular a derivada s'[n]=s[n]-s[n-1];
FOR janela=1 : nrjan DO
    inicio ← (janela - 1) tamjan + 1;
    fim ← (janela - 1) tamjan + tamjan;
    xj ← s[inicio:fim];
    xj ← xj.*w;
    Xj ← DFT(xj, N);
    [valor, kPEAK] ← MAX(|Xj|);
    x'j ← s'[inicio:fim];
    x'j ← x'j.*w;
    X'j ← DFT(x'j, N);
    Fk ← π [1:N]/(N sen( π [1:N]/N));
    fDFTj(janela) ← 1/(2π)Fk*X'j[kPEAK]/Xj[kPEAK];
END

```

Considere um conjunto de amostras aleatórias simples x_1, x_2, \dots, x_n , independentes e identicamente distribuídas, condicionadas a um parâmetro desconhecido θ e as funções de distribuição de probabilidade $f(x_i | \theta)$ relativa a este conjunto em função de θ . Devido à independência das amostras,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = f(x_1 | \theta)f(x_2 | \theta) \dots f(x_n | \theta). \quad (14)$$

Fixando as amostras e considerando apenas θ como variável, a função de verossimilhança $L(X_1, X_2, \dots, X_n | \theta)$ será a probabilidade conjunta de que cada variável aleatória assuma o valor correspondente do conjunto de amostras, ou seja, $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n$. Ou seja,

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i | \theta). \quad (15)$$

Considere também um vetor $\mathbf{y} = [f_1 - f_2 \quad f_1 - f_3]^T$ e um vetor de erros de estimação de FDOA $\mathbf{e}_n = [e_{12} \quad e_{13}]^T$ tal que $\mathbf{e}_n = \mathbf{y} - \mathbf{f}$, sendo $\mathbf{f} = [\Delta f_{12} \quad \Delta f_{13}]^T$. Assumindo o caso de erro com distribuição normal, a função de verossimilhança descrita na Eq. (15) pode ser escrita como

$$L(e_{12}, e_{13}) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \right)^2 e^{-\frac{e_n^{12} + e_n^{13}}{2\sigma_n^2}}. \quad (16)$$

Com o intuito de encontrar uma solução para o MLE, aplica-se o logaritmo neperiano de ambos os lados da Eq. (16), resultando na função log MLE

$$\ln [L(e_{12}, e_{13})] = k - \frac{1}{2\sigma_n^2} \mathbf{e}_n^T \mathbf{e}_n, \quad (17)$$

onde k é uma constante irrelevante. Existe uma solução iterativa do MLE, utilizando o método de Newton, descrita em [18], onde o autor define a matriz Jacobiana como

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{12}^T \mathbf{g}_{12} + \frac{1}{\sigma_n^2} \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{13}^T \mathbf{g}_{13}, \quad (18)$$

onde N é o número total de estimativas realizadas durante o experimento e, segundo Eq. (12) e (13),

$$\mathbf{g}_{12} = \frac{\partial \Delta f_{12}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{f_0}{v_p} \left(\frac{\mathbf{v}^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_1\|} - \frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_1)(\mathbf{q} - \mathbf{p}_1)^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_1\|^3} \right) - \frac{f_0}{v_p} \left(\frac{\mathbf{v}^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_2\|} - \frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_2)(\mathbf{q} - \mathbf{p}_2)^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_2\|^3} \right), e \quad (19)$$

$$\mathbf{g}_{13} = \frac{\partial \Delta f_{13}}{\partial \mathbf{q}} = \frac{f_0}{v_p} \left(\frac{\mathbf{v}^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_1\|} - \frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_1)(\mathbf{q} - \mathbf{p}_1)^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_1\|^3} \right) - \frac{f_0}{v_p} \left(\frac{\mathbf{v}^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_3\|} - \frac{\mathbf{v}^T(\mathbf{q} - \mathbf{p}_3)(\mathbf{q} - \mathbf{p}_3)^T}{\|\mathbf{q} - \mathbf{p}_3\|^3} \right). \quad (19)$$

Desta forma, pode-se utilizar a forma iterativa do MLE da seguinte forma:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \mathbf{q}_k - \mathbf{J}_k^{-1} \frac{1}{\sigma_n^2} \left[\sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{12}^T (\mathbf{y} - f_k) + \sum_{i=1}^N \mathbf{g}_{13}^T (\mathbf{y} - f_k) \right]. \quad (20)$$

Repare que os vetores \mathbf{g}_{12} e \mathbf{g}_{13} são vetores linha por definição e que \mathbf{q} , \mathbf{J} e \mathbf{f} atualizam a cada nova iteração do método de Newton. O Algoritmo 2 apresenta os passos para realizar estimativas de posição usando o método da máxima verossimilhança.

IV. RESULTADOS

A avaliação da técnica proposta foi realizada em dois cenários caracterizados por diferentes frequências, velocidades de propagação e distâncias típicas. Em ambos cenários, usamos sinais simulados. Foi assumido em nossa investigação que o emissor está parado em relação ao plano cartesiano. Desta forma, ao invés de utilizar múltiplos sensores, considerou-se um único sensor se movendo em velocidade constante e utilizar a informação coletada em diferentes instantes de tempo [19].

Algoritmo 2: Estimação MLE para 3 medidas.

```

Definir velocidade do sensor  $v$ ;
Definir frequência do emissor  $f_0$ ;
Definir velocidade de propagação  $v_p$ ;
Definir posições das medições  $p_1, p_2$  e  $p_3$ ;
Definir  $n$  de iterações  $N$ ;
Realizar medidas  $f_1, f_2$  e  $f_3$ ;
Definir estimativa inicial  $q=[0\ 0]^T$ ;
FOR  $k=1 : N$  DO
   $\Delta f_{12} \leftarrow (f_0/v_p) ((v'/(q-p_1))/|q-p_1| - (v'/(q-p_2))/|q-p_2|)$ ;
   $\Delta f_{13} \leftarrow (f_0/v_p) ((v'/(q-p_1))/|q-p_1| - (v'/(q-p_3))/|q-p_3|)$ ;
   $g_{12} \leftarrow (f_0/v_p) ((v'/|q-p_1| - (v'/(q-p_1))(q-p_1)')/|q-p_1|^3) -$ 
   $((v'/|q-p_2| - (v'/(q-p_2))(q-p_2)')/|q-p_2|^3)$ ;
   $g_{13} \leftarrow (f_0/v_p) ((v'/|q-p_1| - (v'/(q-p_1))(q-p_1)')/|q-p_1|^3) -$ 
   $((v'/|q-p_3| - (v'/(q-p_3))(q-p_3)')/|q-p_3|^3)$ ;
   $J \leftarrow (1/\sigma_n^2)(g_1'g_1 + g_2'g_2)$ ;
   $Q \leftarrow q + J^{-1} (1/\sigma_n^2) (g_{12}'((f_1-f_2) - \Delta f_{12}) + g_{13}'((f_1-f_3) - \Delta f_{13}))$ ;
END

```

A. Cenário Acústico

Num experimento preliminar, cenário acústico, deseja-se detectar a posição de um emissor parado na posição [50 m 5 m] emitindo um tom senoidal de $f_0 = 3$ kHz gerado por um alto-falante. Como sensor, foi o sensor assumido um microfone instalado em um automóvel que se move em velocidade constante de 30 km/h pelo eixo x , da posição 0 m à posição 100 m, captando o tom senoidal de 3 kHz.

Com o objetivo de tratar este sinal, ele é dividido em blocos de 500 ms, janelado, e sua frequência é estimada bloco a bloco. Foi utilizada uma FFT de 100.000 pontos e uma janela de *Hann* com superposição de 50%. Em seguida, a sequência de estimativas passa por um filtro de mediana para eliminar medidas mais imprecisas e, finalmente, por um filtro passa-baixas (*moving average* com frequência de corte de 0.0177π), para eliminar frequências acima do esperado.

Foram definidas 8 posições igualmente espaçadas e centralizadas na trajetória do experimento: quatro posições à direita e quatro posições à esquerda do emissor, conforme ilustrado na Fig. 4. As posições e os instantes de leitura do sinal são descritos na Tabela I. O tempo total do experimento é de 12 s.

Como existem oito posições, são 56 combinações três a três resultantes, sendo três isodopplers por combinação, totalizando 168 possíveis estimativas.

A Fig. 5 apresenta a resultado da simulação da estimação em frequência durante todo o trajeto do sensor e também apresenta a derivada do sinal medido. Observamos a frequência variar de 3072 Hz a 2928 Hz. Embora não colocado aqui o sinal no domínio do tempo, pode-se perceber nele a variação de sua amplitude conforme o sensor se

aproxima ou se afasta da posição mais próxima do emissor. Na Fig. 5, o ponto de menor valor da derivada é o ponto de inflexão da curva, onde a velocidade radial entre o emissor e o sensor é zero. A frequência medida neste ponto é f_0 . Neste exemplo, foi acrescentado ao sinal simulado um ruído de fundo normalmente distribuído, com média zero e desvio padrão $\sigma_n = 0,1$ Hz (0,0033 % de f_0).

TABELA I
MAPEAMENTO DO EXPERIMENTO ACÚSTICO

Ponto de Aquisição	1	2	3	4	5	6	7	8
Posição (m)	11,1	22,2	33,3	44,4	55,5	66,6	77,7	88,8
Instante de Tempo (s)	1,3	2,6	3,9	5,2	6,5	7,8	9,1	10,4
Nº de Isodopplers	-	-	3	6	10	15	21	28
Nº de Estimativas	-	-	3	12	30	60	105	168

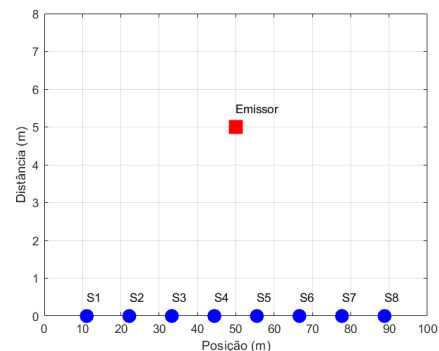


Fig. 4. Cenário Acústico: pontos de recepção do sinal.

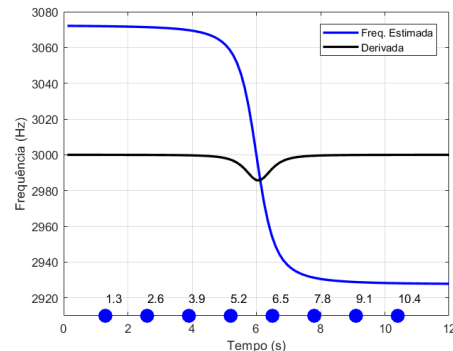


Fig. 5. Cenário Acústico: frequência estimada via simulação.

B. Cenário Eletromagnético

Para o segundo cenário, de maior interesse prático, deseja-se detectar um navio, supostamente parado, posicionado em [50 km 50 km] e emitindo com um radar de navegação, com potência suficiente para detectar um alvo a até 40 km. Isso significa que a potência do radar garante que seus pulsos percorram 80 km, 40 km até o alvo e mais 40 km da reflexão do alvo até o receptor do radar.

Foi realizada uma segunda simulação para este segundo cenário onde um receptor digital se desloca pelo eixo x , da posição 0 km à posição 100 km, numa velocidade de 100 m/s (velocidade assumida de uma aeronave e equivalente a 360 km/h), gravando constantemente o sinal recebido. Para tal, foi utilizada a frequência comercial de radares de navegação em 9 GHz e esse sinal foi rebatido para uma frequência intermediária FI = 60 MHz. Definiu-se 12 pontos de aquisição igualmente espaçados, velocidade de propagação da onda em $c = 3 \times 10^8$ m/s, frequência de amostragem do receptor digital $f_s = 400$ MHz e estimativas realizadas utilizando

janelas de *Hann* de 100 ms. A modelagem do erro foi dividida em uma parcela constante chamada $e_{shift} = 900$ Hz e uma parcela probabilística normalmente distribuída com desvio padrão $\sigma_n = 25$ Hz, como descrito em [20]. A Fig. 6 apresenta o resultado da simulação da estimação em frequência durante todo o trajeto do receptor digital acrescidos dos erros constante e normalmente distribuído.

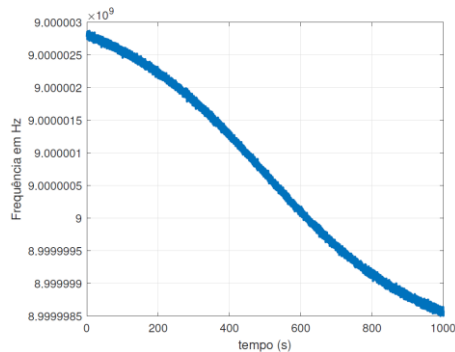


Fig. 6. Cenário Eletromagnético: frequência estimada via simulação do trajeto da aeronave.

Em seguida, define-se os pontos que serão utilizados como leitura. Para tal, divide-se a distância percorrida pelo total de pontos desejados (12 na nossa simulação) de forma a ficarem igualmente separados. A partir do terceiro ponto, gera-se as isodopplers correspondentes. Note que, para o quarto ponto em diante, será necessário calcular o total de combinações entre isodopplers para extrair a estimativa duas a duas. Considerando a posição no eixo x de cada ponto de aquisição, assim como o instante de tempo em que a aeronave o alcança, a quantidade de isodopplers e de estimativas que são geradas em cada ponto estão listadas na Tabela II.

TABELA II
MAPEAMENTO DA SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

Ponto de Aquisição	1	2	3	4	5	6
Posição (km)	7,69	15,38	23,07	30,76	38,46	46,15
Instante de Tempo (s)	76,9	153,8	230,7	307,6	384,6	461,5
Nº de Isodopplers	-	-	3	6	10	15
Nº de Estimativas	-	-	3	12	30	60
Ponto de Aquisição	7	8	9	10	11	12
Posição (km)	53,84	61,53	69,23	76,92	84,61	92,30
Instante de Tempo (s)	538,4	615,3	692,3	769,2	846,1	923,0
Nº de Isodopplers	21	28	36	45	55	66
Nº de Estimativas	105	168	252	360	495	660

Cada nova estimativa gerada (posição e distância do alvo) é registrada pelo programa; em seguida, são extraídas as médias de todas as estimativas obtidas até aquele instante, obtendo-se cada vez mais uma melhor aproximação da posição original do alvo.

A Fig. 7 mostra a redução do erro de localização a cada nova estimativa, e a Fig. 8 ilustra uma das possíveis trajetórias realizada pelo estimador proposto.

No cenário eletromagnético foram realizadas 100 simulações para diferentes valores de SNR onde, para a mesma entrada de dados, era realizada uma estimação baseada no método proposto (*on-the-fly* ou OTF) e usando o método de estimação de máxima verossimilhança (MLE). A Tabela III apresenta o desempenho (RMSE, *Root Mean Square Error*) dos dois métodos comparativamente. Como esperado, o MLE ainda é mais preciso que o OTF com erro de precisão 8%

menor que o método proposto. No entanto, o método OTF alcançou uma velocidade de processamento maior que o MLE. Além disso, o desvio padrão encontrado foi menor que o desvio padrão do MLE, consequência da análise e remoção de outliers.

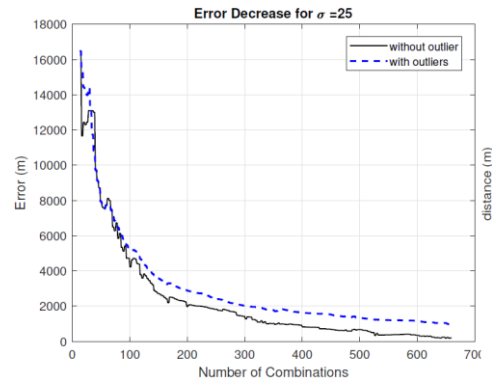


Fig. 7. Cenário Eletromagnético: desempenho do método proposto.

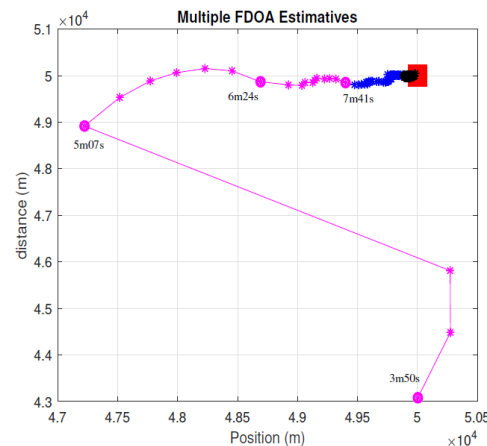


Fig. 8. Trajetória do localizador OTF: cada asterisco representa uma nova estimativa, os círculos com marcação de tempo representam o instante onde foi realizada uma nova leitura de frequência pelo sensor; As primeiras 220 estimativas estão na cor magenta, as próximas 220 em azul e, por fim, as últimas 220 em preto (total de 660 estimativas por simulação).

TABELA III
DESEMPENHO (RMSE) ENTRE OS MÉTODOS OTF E MLE

		SNR			
		-10 dB	0 dB	10dB	20 dB
Média (m)	OTF	69,69	36,31	32,76	28,63
	OTF (sem outliers)	10,98	8,82	8,50	8,36
Desvio Padrão (m)	MLE	13,82	8,71	8,10	8,13
	OTF	68,32	52,36	33,88	3,69
Desvio Padrão (m)	OTF (sem outliers)	6,32	3,60	1,06	0,18
	MLE	7,10	3,78	1,17	0,02

O estimador OTF sem *outliers* apresentou resultados melhores que MLE para maiores níveis de ruído (-10dB). Para outros níveis de ruído, o estimador MLE atingiu resultados melhores em comparação com o método OTF. Porém, o MLE é um método iterativo e, como tal, precisa de um certo número de iterações para apresentar uma resposta. Também, importante frisar, ele é muito sensível à escolha da estimativa inicial. Nestas simulações foi utilizado como posição inicial [10 km 10 km], porém o sistema sempre falha para valores iniciais como [0 km 0 km] ou negativos. Além disso, uma única estimativa para 100 iterações do MLE leva 0,297 s, 54% a mais da velocidade de uma estimativa do método OTF (0,192 s). Tais valores foram obtidos utilizando o programa MATLAB®, da Mathworks, versão 2017, instalado em

Microsoft® Windows 10 Home Single Language, processador Intel® Core i7-7500U, 2,70 GHz, com 8 GB de memória RAM.

V. CONCLUSÃO

Através dos resultados das simulações, foi verificado ser possível estimar a posição de um emissor parado baseado em efeito Doppler utilizando um único sensor em movimento retilíneo uniforme. As técnicas descritas neste artigo se mostraram adequadas a este propósito tendo a estimativa da posição sido avaliada em dois distintos cenários. Foi proposta uma técnica para processar múltiplas medidas de FDOA. Num cenário eletromagnético, a técnica proposta se baseia na ideia de um único receptor digital instalado em uma aeronave de asa fixa em movimento realizando múltiplas leituras, em instantes de tempo diferentes, do mesmo sinal. Considerando um transmissor estacionário, a partir da terceira leitura é possível iniciar o processo de estimativa de posição do alvo. Mais do que isso, cada nova leitura adquirida pelo receptor digital pode ser usada para atualizar a posição, aprimorando cada vez mais a precisão do estimador. Este método foi comparado com o estimador de máxima verossimilhança, considerado uma referência entre métodos de estimação. Os resultados apresentam uma precisão aproximadamente 8% inferior aos resultados da técnica baseada no MLE, mas uma redução no desvio padrão de 6% – graças à remoção dos *outliers* – além de um ganho em velocidade superior a 50%.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Dr. Ilídio Leite Ferreira Filho, da Marinha do Brasil, pelo suporte e consultoria para levantamento de dados de radares de navegação e receptores digitais utilizados nas simulações descritas neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] R. Poisel, "DF Techniques", em *Electronic warfare target location methods*, 2nd ed., Artech House, 2012, pp. 222–277.
- [2] E. C. dos Santos, "Avaliação de desempenho de algoritmos de localização de emissores de RF baseados em medidas de marcação em um cenário naval", Dissertação de Mestrado, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2017.
- [3] F. Neri, "Electronic Intercept Systems", em *Introduction to electronic defense systems*, 2nd ed., SciTech Publishing, 2006, pp. 283 – 364.
- [4] P. C. Chestnut, "Emitter location accuracy using TDOA and differential Doppler", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 2, pp. 214–218, 1982.
- [5] Y. Zheng, T. Xia, X. Wang e Q. Wan, "A New Algorithm for FOA and 2-D AOA Estimation", *IEEE International Conference on Signal Processing and Communications*, pp. 1263-1266, 2007.
- [6] R. de Lima Cunha, G. B. Vitor & A. de Miranda Neto, "Estimation of Mobile Point Distance based on the Signal Strength of Wireless Network Routers", *IEEE Latin America Transactions*, vol. 18, no.1, pp.120-129, 2020.
- [7] J. Zhu, Q. Chen e J. Zhang, "Localization optimization algorithm of maximum likelihood estimation based on received signal strength", *Communication Software and Networks (ICCSN), IEEE 9th International Conference*, pp. 830-834, 2017.
- [8] X. L. Tran, J. Vesely, S. Van Doan e P. Hubacek, "Estimation of target position from a moving passive system using the differential Doppler method", *17th International Conference on Mechatronics-Mechatronika (ME)*, Praga, pp. 1-5, 2016.

- [9] A. Amar e A. J. Weiss, "Optimal radio emitter location based on the Doppler effect", *5th IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop*, Darmstadt, pp. 54-57, 2008.
- [10] J. Vesely, "Differential Doppler target position fix computing methods", *Proc. Int. Conf. Circuits, Syst. Signals*, pp. 284-287, 2010.
- [11] S. Haykin e M. Moher, "Representação de Fourier em Sinais e Sistemas", em *Introdução aos Sistemas de Comunicação*, 2nd ed., Porto Alegre: Bookman/Grupo A, 2008. pp. 35–106.
- [12] A. V. Oppenheim e R. W. Schaffer, *Processamento em tempo discreto de sinais*, 2nd ed., São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.
- [13] M. Desainte-Catherine e S. Marchand, "High-precision Fourier analysis of sounds using signal derivatives", *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 48, pp. 654–667, 2000.
- [14] D. P. N. Rodriguez, J. A. Apolinário Jr. e L. W. P. Biscainho, "Audio authenticity: Detecting ENF discontinuity with high precision phase analysis", *IEEE Transactions on Information Forensics and Security*, vol. 5, pp. 534–543, 2010.
- [15] R. Tibshirani e T. Hastie, "Outlier sums for differential gene expression analysis", *Biostatistics*, vol. 8, p. 2–8, 2006.
- [16] K. S. Kannan, K. Manoj e S. Arumugam, "Labeling methods for identifying outliers", *International Journal of Statistics and Systems*, vol. 10, p. 231–238, 2015.
- [17] A. Leon-Garcia, em *Probability, statistics, and random processes for electrical engineering*, 3rd ed., Pearson Education, 2017.
- [18] A. Yeredor, "On passive TDOA and FDOA localization using two sensors with no time or frequency synchronization", *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, pp. 4066–4070, 2013.
- [19] N. Levanon, "Interferometry against differential Doppler: performance comparison of two emitter location airborne systems", em *IEE Proceedings F (Radar and Signal Processing)*, vol. 136, no. 2, pp. 70-74, 1989.
- [20] W. d. C. Rodrigues e J. A. Apolinário Jr., "An on-the-Fly FDOA-based Target Localization System", *IEEE 11th Latin American Symposium on Circuits Systems (LASCAS)*, pp. 1–4, 2020.



William de Carvalho Rodrigues possui graduação em engenharia eletrônica (2008) pela Universidade Federal do Rio de Janeiro e Mestrado em Engenharia Elétrica (2020) pelo Instituto Militar de Engenharia. Faz parte do Corpo de Engenheiros Navais da Marinha do Brasil, onde ocupa o posto de Capitão-Tenente.

Possui experiência em desenvolvimento de software, prototipagem de circuitos e equipamentos militares e tem interesse nos temas localização de alvo e sistemas radar.



José Antonio Apolinário Jr. (S'95–M'99–SM'04) nasceu na em Taubaté-SP, Brasil, em 1960 e possui graduações em ciências militares pela Academia Militar das Agulhas Negras (Resende, RJ, Brasil, em 1981) e engenharia eletrônica pelo Instituto Militar de Engenharia (Rio de Janeiro, RJ Brasil, em 1988), mestrado em engenharia elétrica pela Universidade de

Brasília (Brasília, DF, em 1993) e doutorado em engenharia elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (Rio de Janeiro, RJ, Brasil, em 1998). Realizou Estágio Pós-doutoral na *Helsinki University of Technology* (HUT, hoje *Aalto University*, Espoo, Finlândia, entre 2004 e 2005). Coronel R/1 do Quadro de Engenheiros Militares do Exército Brasileiro, é atualmente professor associado no Instituto Militar de

Engenharia onde já foi Chefe do Departamento de Engenharia Elétrica e Vice-Reitor de Ensino e Pesquisa. Foi também Professor Visitante na *Escuela Politécnica del Ejército* (Equador, 1999 e 2000) e na *Helsinki University of Technology* (2006). Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em processamento digital de sinais, atuando principalmente nos seguintes temas: filtragem adaptativa, processamento de sinal de voz, localização de fontes emisoras (áudio e RF) e processamento em arranjo de sensores. Ele é membro senior da Sociedade Brasileira de Telecomunicações e *senior member* do IEEE. O Dr. Apolinário organizou e foi o primeiro Presidente do Rio de Janeiro Chapter da Sociedade de Comunicações do IEEE, foi um dos Coordenadores Técnicos do SBrT 2003, no Rio de Janeiro, e foi o *Finance Chair* do ISCAS 2011, que ocorreu em maio de 2011 também na cidade do Rio de Janeiro. De 2016 a 2017 foi o Vice Presidente de Finanças da Sociedade Brasileira de Telecomunicações (SBrT).