

Topological Approach for Identifying Critical Measurements and Sets in State Estimation

Rafael Carlos Soares Lima, Milton Brown Do Coutto Filho, *Life Senior Member, IEEE*,
Julio Cesar Stacchini de Souza, *Senior Member, IEEE*, Fábio Protti

Abstract—Power system state estimation (SE) is an energy management system application responsible for providing a consistent real-time database, instrumental in monitoring the system. SE input data are redundant observations (measurements) of the system state (complex bus voltages) taken in a given network configuration. Measurement redundancy is an essential requirement for the SE results' reliability, determined by the quantity, location, and type of measurements received for processing. There are two ways to approach the observability/criticality analysis, namely topological (a graph theory-based) and numerical (performed by arithmetic operations on matrices). From the conceptual viewpoint, topological methods are adequate since the problem in question is considered structural-natured, dependent on the network topology and the type/placement of measurements. Criticality analysis has been considered vital to reveal the different network observability degrees established by the measuring system. This paper addresses the most adverse conditions (occurrence of single critical measurements and critical sets of measurements) under which SE may be subject. These conditions refer to imminent network unobservability and SE limitation to detect/identify the presence of spurious measurements. The paper innovates on proposing a graph theory-based method devoted to identifying essential elements to SE, considering not only conventional measurements (branch power flows and bus power injections) coming from SCADA systems, but also synchrophasors (voltage phase angles and branch current measurements). To date, no similar approach has been found in the specialized literature. As a proof-of-concept, simulation results carried out on the IEEE 14-bus test system are provided.

Index Terms—observability and criticality analyses, state estimation, power networks

I. INTRODUÇÃO

Desde que foi proposta [1], a estimação de estado em sistemas de potência (EE) desperta muito interesse de pesquisadores, que buscam continuamente assegurar a confiabilidade de seus resultados [2]. Novos trabalhos em EE voltados, por exemplo, a aspectos do comportamento dinâmico de sistemas de potência, aplicações em redes inteligentes e de distribuição, incorporação de medidas originárias de unidades de medição fasorial (UMFs) são comumente encontrados [3].

Classicamente, a EE se ocupa da obtenção do estado mais provável de operação do sistema, referente ao regime equilibrado entre carga e geração, perfeitamente caracterizado pelas tensões nodais, expressas em magnitude e ângulo de fase.

R. C. Soares Lima encontra-se cursando pós-graduação no Inst. de Comput. da U. Fed. Fluminense (IC/UFF), (e-mail: rafaelcarlos@id.uff.br).

M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza (Dept. de Eng. Elétrica) e

F. Protti atuam no IC/UFF (e-mails: mbrown@ic.uff.br; julio@ic.uff.br; fabio@ic.uff.br).

Observa-se este estado operativo através de variadas medidas distribuídas uniformemente ao longo da rede, de tal modo que, toda a rede supervisionada pela EE seja coberta, com redundância suficiente (nas redes de transmissão) para fazer frente à possíveis indisponibilidades de medidas [4].

A análise de observabilidade da rede de potência avalia se, com as medidas disponíveis em uma determinada configuração da rede, pode-se alcançar uma estimativa de todas as componentes do estado do sistema da rede supervisionada, através da EE. Tipicamente, essa análise apresenta uma resposta binária (sim ou não) quanto à observabilidade [5].

Por outro lado, a análise de criticalidade se distingue pelo estabelecimento de graus de observabilidade, ou seja, situações em que a inobservabilidade pode ocorrer, consoante as possíveis indisponibilidades de medidas ora presentes em determinado momento de execução da EE [6]. Define-se como crítica (designada por C_{med}) aquela medida que, ao se tornar indisponível, faz com que o sistema seja inobservável. Um par crítico (designado por C_{par}) diz respeito àquele composto por duas medidas não críticas que, ao se tornar indisponível resulta na inobservabilidade do sistema. Forma-se um conjunto crítico (denominado C_{conj}) com pares críticos que tenham uma medida em comum.

As análises de observabilidade e criticalidade aplicam-se não só na execução corrente da EE, mas também no projeto de um novo sistema de medição ou reforço daquele existente. Tais análises estabelecem limites para a capacidade da EE em detectar e identificar medidas espúrias. Por exemplo, erros de medição grosseiros em medidas críticas não são detectáveis pela análise de resíduos da estimação. Já erros grosseiros em uma das medidas de um par crítico são detectáveis, mas não identificáveis. Em ambos os casos, os resultados da EE não se apresentarão confiáveis.

Usualmente, duas classes de métodos são construídas para realizar esta análise: topológicos, que se baseiam na teoria de grafos; numéricos, que realizam operações de cálculo com as matrizes do processo de estimação. Na literatura especializada se encontram diversos trabalhos em ambas as classes apontadas, como poderá ser visto adiante.

Este artigo apresenta um método topológico com base na teoria de grafos, capaz de identificar C_{meds} , C_{conjs} e C_{pars} , em sistemas de medição que contenham tipos variados de medidas, tais como, fluxos e injeções de potência, fasores de tensões nodais e de correntes de ramos da rede elétrica. O tratamento topológico com inclusão de sincrofasores na análise de criticalidade constitui a principal contribuição do presente trabalho, uma vez que, até então, não se encontra na literatura

abordagem semelhante. Embora não esteja no escopo deste artigo, pode-se antever que a aplicação da metodologia proposta ao problema de planejamento de sistemas de medição será proveitosa, quando então caberá avaliar a participação de sincrofasores — em adição a medidas convencionais — que leve a uma esperada redução da presença de *Cmeds*, *Cconjs* e *Cpars*.

O restante do artigo está organizado como segue. A Seção II apresenta os fundamentos EE, no que diz respeito às análises de observabilidade e criticalidade. A Seção III contém uma revisão da literatura a respeito dos principais métodos topológicos adotados para resolver o problema em questão. A metodologia proposta encontra-se na Seção IV. Resultados de estudos de simulação são descritos na Seção V. Por fim, na Seção VI, encontram-se as conclusões obtidas com a presente pesquisa, bem como propostas para continuação do trabalho de pesquisa.

II. ESTIMAÇÃO DE ESTADO: FUNDAMENTOS

Apresentam-se nesta seção os aspectos fundamentais da EE relativos à efetivação das análises de observabilidade e criticalidade, úteis para a modelagem do problema em foco.

A EE efetua na supervisão de redes elétricas de potência a árdua tarefa de detectar, identificar e eliminar medidas espúrias, sendo dependente da disponibilidade de medidas. Neste contexto, o termo redundância define o excedente de medidas disponíveis, levando-se em conta a condição necessária à estimação de todas as variáveis de estado do sistema.

As análises de observabilidade e criticalidade adotam comumente o modelo linear de estimação, em que medidas são tomadas aos pares (potência ativa-reativa), com simplificações adicionais, visto que tais análises são fundamentalmente de natureza estrutural. Assim, vale dizer que são determinantes o tipo e posicionamento na rede das medidas disponíveis e não seus valores em si com respectivos pesos no processo de estimação, assim como os verdadeiros valores dos parâmetros elétricos da rede. Portanto, as seguintes considerações são corriqueiras [4], [5]:

- adota-se o conjunto das equações de fluxo de potência ativa ($P - \theta$) representado por

$$\mathbf{z}_a = \mathbf{H}_a \boldsymbol{\theta} + \mathbf{v}_a \quad (1)$$

sendo $\boldsymbol{\theta}$ – vetor de estado (ângulos de fase das tensões das barras), dimensão ($n \times 1$); \mathbf{z}_a – vetor ($m \times 1$) das medidas ativas do sistema; \mathbf{H}_a – matriz Jacobiano ($m \times n$); \mathbf{v}_a – vetor ($m \times 1$) de erro das medidas ativas (de média zero e matriz de covariância idêntica à identidade \mathfrak{I}). As medidas, chamadas de convencionais, são de fluxos de potência ativa em ramos, injeções nodais de potência e, aquelas denominadas sincrofasores [7], são as de ângulos de fase das tensões nodais e componentes reais das correntes fasoriais de ramos da rede.

- em relação aos parâmetros de ramos da rede, são tomados valores unitários para todas as susceptâncias, nulos para as resistências e os valores de parâmetros de ramos em derivação são desconsiderados.

Adotando (1) para estabelecer o processo de EE com o método dos mínimos quadrados ponderados (MPQ), vem [5]:

$$\mathbf{G}_a \hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{H}_a^T \mathbf{z}_a \quad (2)$$

sendo $\mathbf{G}_a = \mathbf{H}_a^T \mathbf{H}_a$ é a matriz de ganho.

No processo de EE, considera-se como *algebricamente observável* o sistema para o qual o posto da matriz \mathbf{H} corresponda ao número de variáveis de estado. Deve-se destacar também que, mesmo que a condição de observabilidade algébrica seja satisfeita, a obtenção do estado pode não ser atingida em situações de mau condicionamento numérico.

Para que um sistema seja considerado como *numericamente observável*, o processo iterativo de estimação, que se inicie com o perfil horizontal de tensões nodais (magnitudes unitárias e ângulos de fase nulos), deve ser bem-sucedido, ou seja, convergir e fornecer estimativas consistentes. Se um sistema for considerado numericamente observável, então será também algebricamente observável, mas o contrário não se verifica. A análise de observabilidade numérica verifica se existem medidas disponíveis suficientes para cobrir o sistema por completo, o que se traduz pela verificação da matriz \mathbf{G}_a do processo estimação pelo método MQP quanto a sua condição de inversibilidade.

Uma rede elétrica de potência congrega um conjunto de nós conectados entre si por diversos ramos. Com tal estruturação, pode-se representar a rede como um grafo em vez de uma matriz. Assim, a *observabilidade topológica* faz uso da teoria de grafos e técnicas da lógica combinatória para, sem realizar cálculos de ponto flutuante como no enfoque numérico, verificar a condição da rede. Para ser topologicamente observável, deve existir uma árvore geradora observável do grafo da rede.

Já a análise de criticalidades verifica condições de indisponibilidade de medidas que resultem na perda de observabilidade. Genericamente, define-se uma tupla crítica de cardinalidade k , designada por C_k , como um grupo de medidas, tal que a indisponibilidade simultânea de todas do grupo causa inobservabilidade. Já a indisponibilidade de qualquer combinação de parte destas k medidas não resulta na perda de observabilidade.

Uma C_k constitui um grupo de medidas cujas linhas ou colunas da matriz \mathbf{G}_a são linearmente dependentes, já que se forem eliminadas resultam em uma matriz não inversível. Assim, C_k s candidatas são formadas, através de um processo de combinação de medidas e subsequente verificação do efeito da sua indisponibilidade, numericamente avaliada pela condição $\det(\mathbf{G}_a) = 0$. As C_k s podem ser identificadas através do processo de triangularização de \mathbf{G}_a . A referência [8] apresenta estudo sobre a identificação numérica de C_k s e análise de sua influência na detecção e identificação de múltiplos EGs.

Este artigo concentra-se na identificação das criticalidades de maior gravidade para a EE, ou seja, aquelas correspondentes à presença de *Cmeds* e *Cpars* (definições apresentadas na Seção I), via métodos topológicos, sobre os quais segue uma revisão dos principais trabalhos publicados até então.

III. REVISÃO DA LITERATURA

Considerando publicações referentes a estudos sobre a função EE que se sucederam ao trabalho seminal de Schweppe

[1], poucos trabalhos focalizaram a observabilidade topológica e, menos ainda, a criticalidade do ponto de vista da aplicação da teoria de grafos.

Na EE, usualmente, trata-se rede elétrica como um conjunto de nós ou barras, conectados entre si por ramos. O enfoque topológico permite que as redes elétricas sejam representadas convenientemente por grafos, em vez de matrizes, construídos consoante o sistema de medição usado para a EE.

Considera-se como topologicamente observável, com relação a um determinado conjunto de medidas, a rede de potência que contiver pelo menos uma medida de ângulo de fase de uma tensão nodal e, se e somente se, existir uma árvore geradora de posto completo [9].

Métodos topológicos não efetuam cálculos de ponto flutuante para a análise de observabilidade. O diagnóstico alcançado baseia-se em operações lógicas, requerendo, portanto, dados sobre a conectividade da rede, tipos de medidas e seu posicionamento [4]. Tipicamente, esses métodos estabelecem duas etapas para a análise da rede. Na primeira, as medidas de fluxo de potência ativa são processadas sequencialmente para construção de uma floresta, onde cada uma dessas medidas é associada a um único ramo da referida floresta. Ramos que formam ciclos e aqueles sem medidas incidentes são omitidos. Se a primeira etapa não resultar na construção de uma árvore geradora de posto máximo, então a segunda etapa é explorada. Na segunda etapa, as medidas de injeção de potência são processadas, onde a cada uma dessas atribui-se um único ramo entre os ramos incidentes, até que uma árvore geradora de posto completo seja formada [9]-[11]. Se, após o processamento de todas as medidas de injeção de potência, não for possível a obtenção dessa árvore geradora, então considera-se o sistema como não-observável.

Em relação aos métodos descritos anteriormente, modificações foram introduzidas em [12], em que o grafo da rede foi substituído pelo grafo de medidas formado por todas as arestas associadas a medidas. O algoritmo proposto tomou por base a teoria de matróides. Já em [13], os autores propuseram um algoritmo, também baseado na teoria de matróides, que comprime a floresta obtida a partir do que processa medidas de fluxo de potência, diminuindo o espaço de busca na etapa de processamento das medidas de injeção de potência, para obtenção de uma floresta maximal de posto máximo, identificando ilhas observáveis, quando for o caso (sistema não observável). Em [14], encontra-se uma abordagem em que pesos unitários são atribuídos aos ramos da rede sem medidas e busca-se uma árvore geradora de custo zero no grafo da rede.

Quanto a análise de criticalidade via teoria de grafos, explorando a interseção de matróides, em [15], os autores estenderam a análise combinatória anteriormente utilizada na observabilidade topológica para identificar C_{meds} e C_{pars} .

IV. METODOLOGIA PROPOSTA

Nesta seção, aborda-se o tratamento topológico dos diferentes tipos de medidas e propõe-se uma estratégia para a identificação de C_{meds} e C_{pars} via grafos.

A. Multigrafo de Medições

Diferentemente de um grafo simples, o multigrafo é aquele que permite haver múltiplos ramos entre seus nós terminais. Na EE, o multigrafo representa a correspondência entre ramos e medidas. Esse multigrafo é chamado de grafo de medições [12] ou, mais especificamente, multigrafo de medições.

A título de ilustração, considere o multigrafo de medições da rede elétrica de seis barras e 7 ramos, representada na Fig. 1. As medidas assinaladas correspondem a fluxos de potência (P1-3, P1-5, P3-4, P6-4), injeções de potência (P3, P6) e sincrofasores correspondentes a ângulos de fase das tensões (A4 e A5) e correntes de ramo (I5-1, I5-4).

O multigrafo de medições possui o mesmo conjunto de nós do grafo da rede. Para cada medida de fluxo existente cria-se um ramo correspondente no multigrafo de medições. As medidas de corrente são tratadas como medidas de fluxo de potência. Cada nó com medida de injeção representa a criação de ramos conectando os nós adjacentes a esse nó, conforme o grafo da rede.

As medidas de ângulos são modeladas tal como fossem medidas de fluxo de potência entre o nó medido e um nó fictício de referência. Assim, para cada nó com medição angular cria-se um ramo conectando o próprio nó àquele fictício (único na rede).

Aplicando as regras de representação topológica para cada tipo de medida, tem-se o multigrafo de medições ilustrado na Fig. 2, referente à rede apresentada na Fig. 1. O multigrafo de medições constitui a entrada do algoritmo de observabilidade topológica que se segue.

B. Observabilidade Topológica

Uma árvore geradora observável (ou de posto máximo) é um subgrafo conexo e acíclico que atinge todos os nós do multigrafo de medições. Além disso, dois ramos dessa árvore geradora não podem representar uma mesma medida.

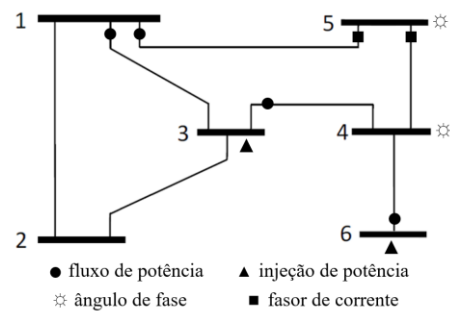


Fig. 1. Rede elétrica de 6 barras com conjunto de medição.

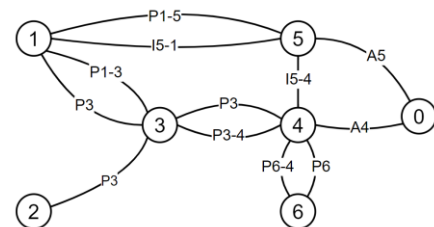


Fig. 2. Multigrafo de medições referente ao sistema de 6 barras.

Considerando essa restrição, o sistema será observável se a árvore abranger $(n - 1)$ ramos, sendo n a quantidade de barras da rede. Na análise aqui apresentada, o algoritmo aplicado para verificação da observabilidade do sistema consiste na busca de uma árvore geradora observável no multigrafo de medições, particionada em duas componentes. A primeira componente do multigrafo de medições consiste apenas de ramos associados a medidas de fluxo de potência, componente real de corrente fasorial e ângulos de fase. Esses ramos serão denominados, daqui em diante, arestas de fluxo. Como não há restrição entre as arestas de fluxo, o algoritmo de busca em profundidade [16] foi implementado para obtenção de uma floresta maximal dessa componente [12].

Se a floresta maximal, obtida após o processamento das arestas de fluxo, não for uma árvore geradora observável, então a segunda componente do multigrafo de medições é processada. Essa componente é composta por ramos que representam as medidas de injeção de potência. Esses ramos, chamados de arestas de injeção [4], são processados objetivando, a partir da floresta maximal obtida do processamento das arestas de fluxo, a construção de uma árvore geradora observável.

A possível existência de múltiplas arestas de injeção referentes a uma mesma medida no multigrafo de medições (e.g., na Fig. 2, arestas de injeção na barra 3), resulta em restrições no processo de busca pela árvore. Assim, dois ramos referentes a uma mesma medida de injeção não podem integrar concomitantemente uma árvore observável. Por isso, o algoritmo de busca em profundidade, aplicado na etapa de verificação das arestas de fluxos, não é adequado para a etapa de manipulação das arestas de injeção.

No algoritmo implementado, o processamento das arestas de injeção, visando a construção da floresta maximal de posto máximo, se deu através do algoritmo de intersecção de matrôides proposto por J. Edmonds em [17], que foi aplicado pela primeira vez para análise de observabilidade topológica por Quintana, Simões e Mandel [12]. Detalhes sobre a implementação do algoritmo de J. Edmonds são apresentados em [18]. A árvore geradora observável, obtida do algoritmo implementado de observabilidade topológica, referente ao sistema exemplo anterior de 6 barras (Fig. 1) está ilustrada na Fig. 3. Cabe salientar que a árvore geradora observável de um sistema não é única [13].

Do exposto, pode-se depreender que o processamento das medidas (arestas) de fluxo de potência, ângulos de fase das tensões e componentes reais das correntes de ramos não traz maiores dificuldades, sendo realizado através da aplicação de um algoritmo de busca em profundidade.

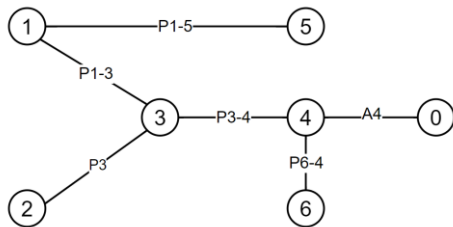


Fig. 3. Árvore geradora observável referente ao sistema de 6 barras.

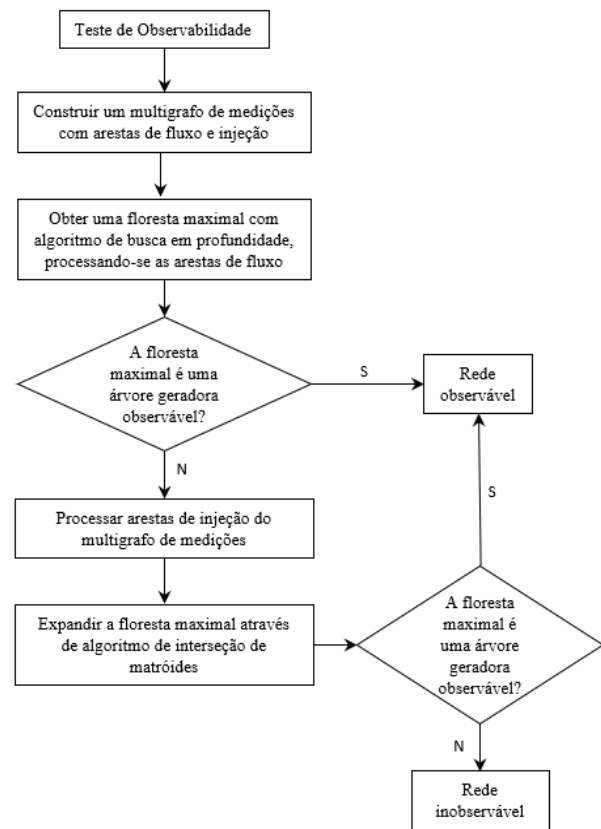


Fig. 4. Fluxograma para a verificação da observabilidade topológica.

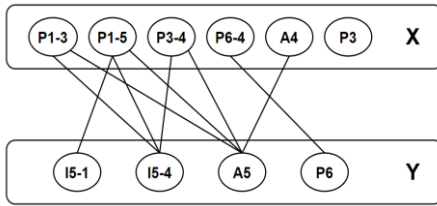
O mesmo não ocorre com as medidas de injeção de potência que são processadas por um algoritmo de intersecção de matrôides. A Fig. 4 apresenta um fluxograma simplificado para a verificação de observabilidade topológica.

C. Identificação de C_{meds}

Seja T uma árvore geradora de um grafo G . Para qualquer aresta $e \in G$ que não esteja em T , $T + e$ resulta na formação de um único ciclo [19]. A ideia do algoritmo para identificação de medidas críticas é baseada nessa proposição. Como o multigrafo de medições não possui arestas com extremos coincidentes (laços), a inserção de uma única aresta na árvore observável, obtida a partir desse multigrafo, resultará na formação de um único ciclo composto por duas ou mais arestas.

O procedimento para identificação de medida críticas é semelhante ao proposto por Simões, Piazza e Mandel [15]. A estratégia consiste na construção de um grafo bipartido B , onde seus vértices representam as arestas de medição pertencentes ao multigrafo de medições. Os vértices de B , por ser um grafo bipartido, são divididos em dois conjuntos disjuntos: X e Y . Os vértices contidos em X representam as arestas pertencentes à árvore geradora obtida do algoritmo de observabilidade topológica. Os demais vértices, contidos em Y , representam as arestas associadas às medidas que não contribuíram para a construção da árvore geradora observável.

A Fig. 5 ilustra o grafo bipartido B referente ao multigrafo de medições (Fig. 2) e à árvore geradora observável da rede (Fig. 3).

Fig. 5. Grafo bipartido B referente ao sistema de 6 barras.TABELA I
CONJUNTOS CRÍTICOS E PARES DE SEUS ELEMENTOS - IEEE 14 BARRAS

No. de ordem	$Cconjs$	$Cpars$
1	{P1-2, P1-5}	{P1-2, P1-5}, {I3-4, I6-11}, {I3-4, P4-9}, {I3-4, I6-11, P4-9}, {I3-4, P9-10}, {I3-4, P10}, P9-10, P10}
2	{P9-10, P10}	{I6-11, P4-9}, {I6-11, P9-10}, {I6-11, P10}, {P4-9, P9-10}, {P4-9, P10}, {P9-10, P10}
3	{A3, A6}	{A3, A6}

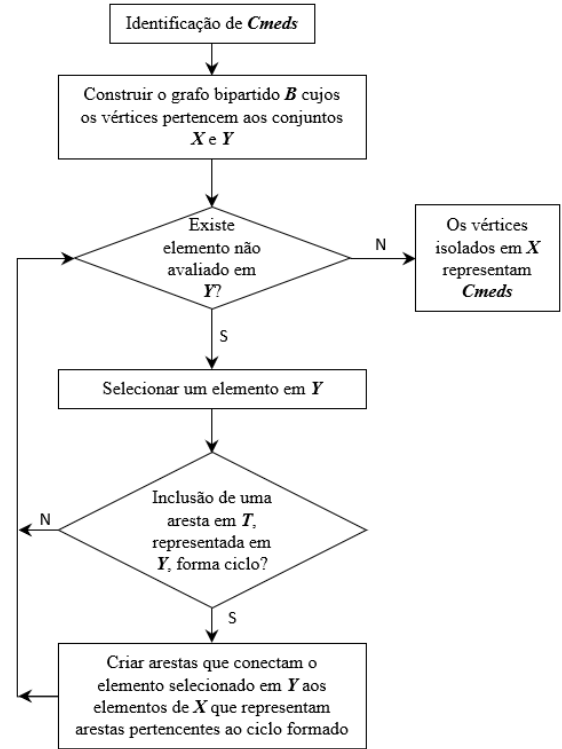
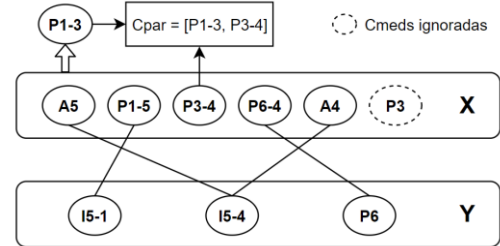
As arestas que conectam os vértices de Y e X indicam as possibilidades de formação de ciclos na árvore geradora observável. Por exemplo, de acordo com a Fig. 5: a inserção da aresta de fluxo referente à medida de corrente I5-1 resulta na formação de um ciclo com a aresta P1-5; a inserção da aresta de fluxo referente à medida de ângulo de tensão A5 forma um ciclo com as arestas P1-3, P1-5, P3-4 e A5; e assim por diante.

As arestas de injeção P3 que conectam a barra 3 às barras 1 e 4, no multigrafo de medições, não integram o grafo bipartido B da Fig. 5, pois a medida de injeção P3 foi incorporada à árvore geradora observável (Fig. 3), através da aresta de injeção que conecta as barras 2 e 3. Os vértices de X que não possuem arestas incidentes representam as medidas críticas do sistema. O grafo bipartido B , ilustrado na Fig. 5, indica que a medida de injeção P3 é uma $Cmed$. A Fig. 6 ilustra de forma simplificada o procedimento para a identificação de $Cmeds$.

D. Identificação de $Cpars$

A estratégia para identificação de $Cpars$ constrói-se através de buscas no grafo bipartido B . Os $Cconjs$ envolvem ao menos uma medida cuja aresta correspondente está contida na árvore geradora observável. Se remoção de uma medida não crítica z , integrante da árvore geradora observável, resultar na formação de um conjunto de vértices isolados D no grafo bipartido atualizado B' , então $\{z \cup D\}$ é classificado como $Cconj$. As combinações dois-a-dois dos elementos de um $Cconj$ são $Cpars$.

Na implementação, não há necessidade de uma nova execução do algoritmo de observabilidade topológica, pois as conexões entre os vértices de X e Y em B indicam as modificações possíveis de arestas para construção de outra árvore geradora observável. Por exemplo, de acordo com a Fig. 5, a remoção da medida de fluxo P1-3 desconstrói a árvore ilustrada na Fig. 3, porém a inserção da aresta de fluxo I5-4 ou A5 permite a construção de uma outra árvore geradora observável.

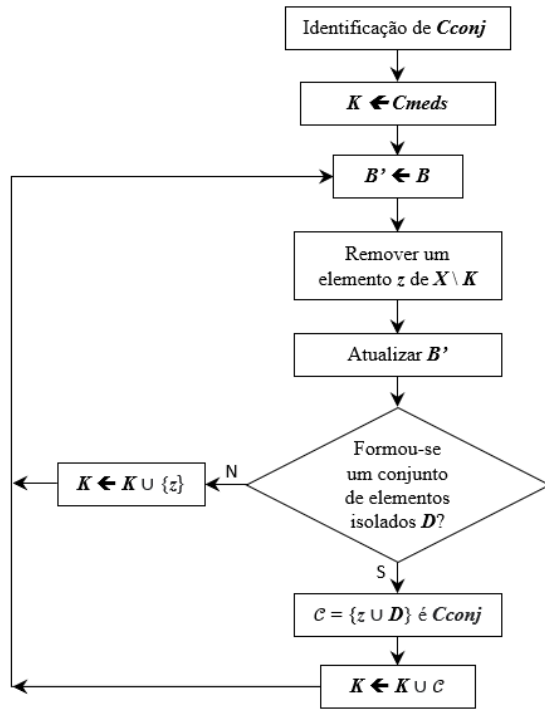
Fig. 6. Fluxograma para a identificação de $Cmeds$.Fig. 7. Grafo bipartido atualizado B' , sem P1-3 e com a inclusão de A5.

A Fig. 7 ilustra o grafo bipartido atualizado B' obtido após a remoção da medida de fluxo P1-3 do sistema de 6 barras (Fig. 1) e a inserção da medida de ângulo A5 na árvore geradora observável.

O vértice P3 é ignorado, pois já foi classificado como $Cmed$. Como P3-4 se tornou um vértice isolado e, portanto, classificado como $Cmed$, conclui-se que P1-3 e P3-4 constituem um $Cconj$, formado por um único $Cpar$. O mesmo pode-se concluir com a inserção de I5-4 em vez de P1-3.

Os grafos bipartidos B' são obtidos através da remoção de uma medida não crítica representada por um vértice não isolado em $X \subset B$. No algoritmo implementado, o grafo bipartido B será o ponto de partida para construção de B' . Importante ressaltar que a inserção de uma aresta de injeção p em X é condicionada à remoção das demais arestas representantes desta injeção em Y .

Considere K como o conjunto de todas as medidas já processadas, contendo inicialmente as $Cmeds$ identificadas em B . Se a remoção de uma determinada medida m resultar na identificação de um $Cconj$ C , os elementos de $\{C \cap X\}$ serão inseridos em K , caso contrário, apenas m integrará K .

Fig. 8. Fluxograma para a identificação de $Cconj$ s.

Desta forma, as medidas restantes para avaliação são representadas por vértices de $X \setminus K$, onde $X \in B$. O símbolo “ \setminus ” representa o complementar de K em X .

Prosseguindo a análise do exemplo anterior, considere $K = \{P1-3, P3-4, P3\}$. Então, as medidas remanescentes para avaliação são elementos de $X \setminus K = \{P1-5, P6-4, A4\}$ em B . A substituição de P1-5 por I5-1 não resulta na formação de vértices isolados em X , i.e., P1-5 não integra um $Cconj$. Consequentemente, $K = \{P1-3, P1-5, P3-4, P3\}$, o que reduz o espaço de busca para $X \setminus K = \{P6-4, A4\}$. A substituição de P6-4 por P6 resulta no $Cpar \{P6-4, P6\}$, e também $X \setminus K = \{A4\}$. A substituição de A4 por A5 resulta no $Cpar \{A4, A5\}$, portanto, $X \setminus K = \{\emptyset\}$. O algoritmo se encerra quando $X \setminus K$ torna-se um conjunto vazio. A Fig. 8 mostra um fluxograma simplificado das etapas para a identificação de $Cconj$ s.

V. RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação da abordagem topológica proposta para identificação de $Cmeds$ e $Cconj$ s. Desenvolveu-se um algoritmo para a identificação de criticalidades de ordem um e dois, implementado em Python, usado nas simulações realizadas com a rede IEEE 14 barras e 20 ramos, amplamente conhecida na literatura especializada. Considerou-se que a rede de potência em questão está sendo observada por um total de 21 medidas, das quais 10 são fluxos de potência, 3 injeções de potência, 6 componentes reais das correntes fasoriais de ramos e 2 ângulos de fase de tensões nodais (nas barras 3 e 6). A Fig. 9 ilustra a referida rede e o posicionamento de cada medição.

A aplicação do algoritmo de observabilidade topológica confirmou a observabilidade do sistema, retornando a árvore geradora observável representada na Fig. 10.

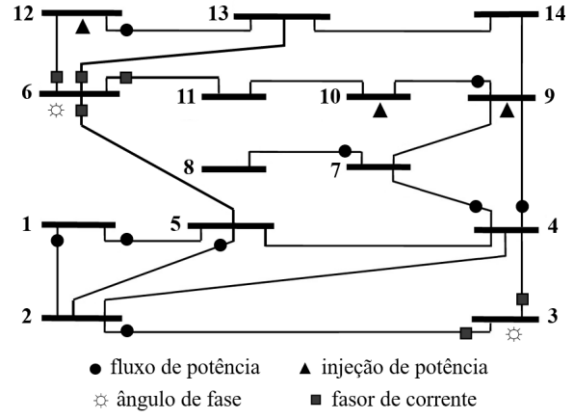


Fig. 9. Rede IEEE 14 barras e respectivo conjunto de medição.

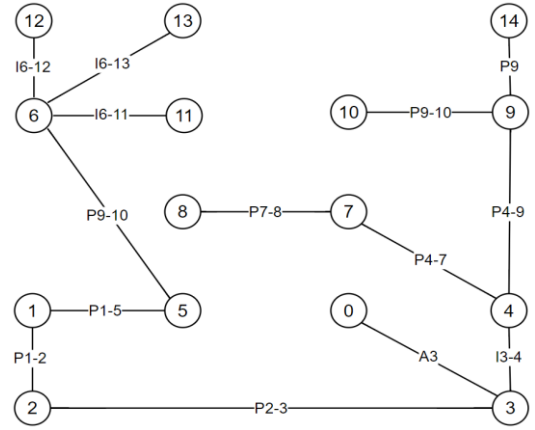


Fig. 10. Árvore geradora observável referente ao sistema IEEE 14 barras.

Observa-se que a árvore encontrada compõe-se de arestas representantes das medidas de: fluxo de potência P1-2, P1-5, P2-3, P4-7, P4-9, P7-8 e P9-10; injeção de potência P9; componente real de corrente fasorial de ramo I3-4, I6-5, I6-11, I6-12 e I6-13; e ângulo de tensão A3.

A construção do grafo bipartido B resultou na identificação das medidas P4-7, P7-8 e P9 como $Cmeds$, pois essas são representadas como vértices isolados no conjunto $X \in B$. A remoção das arestas associadas a essas medidas impossibilita a construção de uma árvore geradora observável. Sabe-se que não é possível a identificação de erros grosseiros nas medidas P4-7, P7-8 e P9 [4].

A substituição das arestas referentes às $Cmeds$, obedecendo as conexões de B para a modificação da árvore observável, resultou na identificação dos $Cconj$ s e seus $Cpars$ apresentados na Tabela I. Os resultados relacionados nesta tabela mostram que um $Cpar$ envolve ao menos uma medida que possui uma aresta representante na árvore geradora observável encontrada no algoritmo de observabilidade topológica. A remoção das arestas do multigrafo de medições referentes às medidas contidas num $Cpar$ impossibilita a existência de qualquer árvore observável.

A análise numérica de observabilidade-criticalidade, realizada em [20] com o sistema IEEE 14 barras e idêntica medição (Fig. 9), obteve os mesmos resultados da abordagem topológica aqui proposta, apontando $Cmeds$ e $Cpars$.

VI. CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma metodologia para análise de observabilidade e criticalidade através da teoria de grafos. O principal objetivo desse estudo está na inclusão nestas análises de medidas oriundas de unidades de medição fasorial.

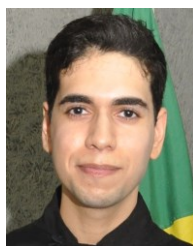
A metodologia proposta basicamente mapeia as possibilidades de formação de ciclos na árvore observável, após a inclusão de arestas de medidas redundantes. Esse mapeamento é dado através da construção de grafos bipartidos. Esse processo permite a identificação de medidas críticas e pares críticos.

Por fim, espera-se que com o tratamento topológico (mais intuitivo) seja possível dividir mais facilmente heurísticas, com base em propriedades de grafos, para a análise de criticalidades de ordens superiores (grupos de medidas com cardinalidade 3 ou mais), tarefa deixada para trabalhos de pesquisa futura. Como amplamente reconhecido, o problema aqui tratado apresenta natureza combinatória, computacionalmente de difícil solução, o que irá requerer também estudos de avaliação de desempenho em continuidade à pesquisa aqui descrita.

REFERÊNCIAS

- [1] F. C. Schweppe, J. Wildes, and D. Rom, "Power system static state estimation: parts I, II, and III," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-89, no. 1, pp. 120-135, Jan. 1970.
- [2] M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza, and J. D. Glover, "Roots, achievements, and prospects of power system state estimation: A review on handling corrupted measurements," *Int. Trans. Electr. Energy Syst.*, vol. 29, no. 4, e2779, Apr. 2019.
- [3] J. Zhao, A. Gomez-Exposito, M. Netto, L. Mili, A. Abur, V. Terzija, I. Kamwa, B. C. Pal, A. K. Singh, J. Qi et al., "Power system dynamic state estimation: motivations, definitions, methodologies and future work," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 34, no. 4, pp. 3188-3198, Jul. 2019.
- [4] A. Abur and A. Gómez-Expósito, *Power System State Estimation: Theory and Implementation*. New York, USA: Marcel Dekker, 2004.
- [5] A. Monticelli, *Power System State Estimation: a Generalized Approach*. Boston, MA, USA: Kluwer Academic Press, 1999.
- [6] M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza, and J. E. Villavicencio Tafur, "Quantifying observability in state estimation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 3, pp. 2897-2906, Aug. 2013.
- [7] A. G. Phadke and J. S. Thorp, *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*. New York, NY, USA: Springer, 2008.
- [8] K. A. Clements and P. W. Davis, "Multiple bad data detectability and identifiability: a geometric approach," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. PWRD-1, no. 3, pp. 355-360, Jul. 1986.
- [9] G. R. Krumpholz, K. A. Clements, and P. W. Davis, "Power system observability: A practical algorithm using network topology," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-99, no. 4, pp. 1534-1542, 1980.
- [10] K. A. Clements, G. R. Krumpholz, and P. W. Davis, "State estimator measurement system reliability evaluation – an efficient algorithm based on topological observability theory," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-101, no. 4, pp. 997-1004, 1982.
- [11] G. C. Contaxis and G. N. Korres, "A reduced model for power system observability: analysis and restoration," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 3, no. 4, pp. 1411-1417, 1988.
- [12] V. H. Quintana, A. J. A. Simões Costa, A. Mandel, "Power system topological observability using a direct graph theoretic approach," *IEEE Trans. PAS*, vol. 101, no. 3, pp. 617-626, 1982.
- [13] R. R. Nucera and M. L. Gilles, "Observability analysis: a new topological algorithm," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 6, no. 2, pp. 466-475, May 1991.

- [14] H. Mori and S. Tsuzuki, "A fast method for topological observability analysis using a minimum spanning tree technique," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 6, no. 2, pp. 491-500, May 1991.
- [15] A. Simões Costa, T. S. Piazza, and A. Mandel, "Qualitative methods to solve qualitative problems in power system state estimation," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, no. 3, pp. 941-949, Aug. 1990.
- [16] R. Tarjan, "Depth-first search and linear graph algorithms," *12th Annual Symposium on Switching and Automata Theory*, pp. 114-12, 1971.
- [17] J. Edmonds, "Matroid intersection," *Annals of Discrete Mathematics*, vol. 4, pp. 39-49, 1979.
- [18] C. Papadimitriou, and K. Steiglitz, *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Dover Publications, pp. 289-298, 1998.
- [19] Douglas B. West, *Introduction to Graph Theory*, 2nd Edition., Prentice Hall, 2001.
- [20] M. B. Do Coutto Filho, J. C. Stacchini de Souza, and M. Th. Schilling, "Handling critical data and observability," *Elect. Power Components & Syst.*, vol. 35, no. 5, pp. 553-573, Feb. 2007.



Rafael Carlos Soares Lima possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal Fluminense (UFF), 2017, e realiza atualmente pesquisas para sua Dissertação no mestrado em Computação Científica e Sistemas de Potência, Instituto de Computação da UFF. Interessa-se pelo desenvolvimento de algoritmos voltados à análise de redes elétricas.



Milton Brown Do Coutto Filho (S'76–M'78–SM'90–LSM'19) recebeu o grau de Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), em 1983. Atuou como Prof. Associado do Departamento de Engenharia Elétrica da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio), de 1977-1994 e Visiting

Scholar na Northeastern University (Electrical and Computer Engineering Department, 1992-1993), Boston, MA, USA. Desde 1994, atua como Prof. Titular na UFF, atualmente junto ao Instituto de Computação. Seus interesses de pesquisa encontram-se na computação aplicada a sistemas elétricos de potência.



Julio Cesar Stachinni de Souza (S'92–M'96–SM'03) recebeu o grau de Doutor em Engenharia Elétrica pela PUC-Rio. Trabalhou junto à General Electric Co. (1988-1989) e, desde 1992, atua no Departamento de Engenharia Elétrica da UFF, onde atualmente ocupa a posição de Prof. Titular. No período de 2014-2015, realizou pesquisas junto ao Imperial

College, London. Seus trabalhos de pesquisa voltam-se para o desenvolvimento de métodos computacionais para a análise de sistemas elétricos de potência e aplicações de inteligência computacional.



Fábio Protti recebeu o grau de Doutor em Engenharia de Sistemas pela COPPE-UFRJ, em 1998. Atuou como Prof. Adjunto no Depto. de Ciência da Computação do Instituto de Matemática da UFRJ de 2002 a 2009. A partir de 2009, passou a exercer sua atividade de docência e pesquisa no Instituto de

Computação da UFF, onde atualmente ocupa a posição de Prof. Titular. Mantém colaboração científica com as universidades de Ulm (Alemanha), Simon Fraser (Canadá) e La Plata (Argentina). Seus interesses de pesquisa incluem Teoria dos Grafos, Complexidade de Algoritmos e Otimização Combinatória.