# Capacitor Allocation in Unbalanced Systems using a Three-Level Optimization Framework

Antônio S. C. Martins, Fernando R. M. S. Costa, L. R. Araujo, *Senior Member, IEEE* and D. R. R. Penido, *Senior member, IEEE* 

Abstract—The optimal capacitor placement issue has a strong combinatorial nature due to the high number of possible decisions. This paper proposes a three-level method to solve this problem in unbalanced distribution systems to achieve energy losses minimization. In the first step, the Multiphase Optimal Power Flow is solved by Interior Point Method, considering heavy-load and light-load, where the reactive power and the number of fixed and switched banks are determined. In the second step, the position of the capacitors is determined using Genetic Algorithms, using the light-load to allocate the fixed banks and heavy-load to allocate the switched ones. Finally, the third step aims to determine the states of the switched capacitors, using binary optimization and considering the whole daily load curve. For validation, it is tested on five distribution systems, including topologies based in IEEE 4, IEEE 13, IEEE 37 and IEEE 123 Node Test-Feeders. In all cases, there was an improvement in the voltage profile and a significant reduction in energy losses.

*Index Terms*—Capacitor Placement, Losses Minimization, Optimal Power Flow, Unbalanced Distribution Systems.

#### I. INTRODUÇÃO

O problema de alocação de capacitores é bastante difundido na literatura. Esses dispositivos são empregados com diversos propósitos, sendo os mais comuns: aprimoramento do perfil de tensão [1], redução de perdas [2], operação econômica [3], mitigação de desequilíbrio [4], melhora da confiabilidade [5] e correção do fator de potência [6]. Entretanto, a averiguação dessas estratégias em Sistemas de Distribuição (SD) só passou a ter maior interesse nos últimos anos, principalmente devido à crescente pressão dos órgãos reguladores em relação a qualidade de energia.

A questão da alocação de reativos consiste em um problema de otimização de caráter combinatório, isto é, que envolve muitas possibilidades e decisões que impactam consideravelmente o valor da Função Objetivo (FOB). Além disso, sua dificuldade é agravada pela presença de restrições não-lineares e de variáveis inteiras. Essas considerações justificam a aplicabilidade de métodos heurísticos ou bioinspirados [5], [6]. Dentre os mais usados, destaca-se o Algoritmo Genético (AG), amplamente empregado para resolver problemas aplicados aos SD de grande porte, como reconfiguração de rede e a própria alocação de capacitores [7]. Contudo, técnicas evolutivas, por definição, determinam pontos de operação quase ótimos, não estando aptos a determiná-los de forma global.

Alguns trabalhos recentes alcançaram bons resultados por

meio da alocação de capacitores em SD. Em [6] foi realizada uma otimização baseada em AG para alocar capacitores de forma ótima. Em [8], uma técnica heurística baseada em PSO (do inglês: Particle Swarm Optmization) é utilizada para determinar localização ótima de bancos de capacitores em SD, após o espaço de busca ser reduzido por meio de cálculos sequenciais de PLI (do inglês: Power Loss Index), tendo como o objetivo a minimização custos de operação. No trabalho de [9], é empregada uma abordagem heurística baseada em WCA (do inglês: Water Cycle Algorithm) e GWO (do inglês: Grey Wolf Optimizer), para alocar capacitores com o intuito de minimizar o custo de operação. Em [10] é sugerido um método para alocação de bancos de capacitores utilizando a abordagem PSO para realizar o controle Volt-VAR em micro-redes. Um modelo para reduzir o número de ações de controle no despacho de reativos no problema do Fluxo de Potência Ótimo (FPO) foi proposto em [11]. Em [12] foi elaborado um método para otimização conjunta de capacitores e reguladores de tensão para o planejamento de SDs, onde as restrições são linearizadas. A variação da carga e do próprio SD para a alocação de capacitores é proposto em [13]. Entretanto, todos métodos discutidos não consideram a modelagem multifásica dos SD e a possibilidade de uso de capacitores chaveados, que pode ser uma solução mais econômica em relação aos reguladores de tensão.

No mérito da modelagem, a consideração de características inerentes aos SD é fundamental para a determinação de um ponto de operação mais próximo da realidade [4]. Nesse sentido, deve-se representar adequadamente cargas desequilibradas e variantes durante a operação, ramais monofásicos, conexões não-usuais de transformadores, impedâncias mútuas entre circuitos, além de outras especificidades [14]-[15].

Em [16], os autores consideram o uso dos capacitores chaveados e em [17] foi proposto um método de dois níveis para alocação de capacitores em SD visando a redução das perdas. Em [3] foi apresentado um método multifásico de dois níveis para a alocação de capacitores chaveados em SD, contudo questões relacionadas a determinação dos estados dos capacitores chaveados não foram abordadas.

Tendo em vista esse cenário, o presente artigo propõe um método que envolve a união de técnicas clássicas e evolutivas, com o intuito de alocar capacitores estáticos e chaveados, além de otimizar a estratégia de chaveamento ao longo de um horizonte de tempo diário. O objetivo é minimizar a energia perdida, mantendo o perfil de tensão em valores aceitáveis. O método é dividido em três módulos distintos. No Módulo 1, é calculado o intervalo de compensação reativa necessária para que o sistema não opere com subtensão ou sobretensão. Para isso, são utilizados algoritmos clássicos de otimização. O Módulo 2 aborda como distribuir as unidades de compensação reativa fixas e chaveadas, considerando horizontes de carga leve e pesada. Por fim, o Módulo 3 usa as informações dos anteriores para determinar os estados dos capacitores chaveados ao longo de toda curva de carga. Como o problema é de natureza inteira e combinatória, os últimos dois módulos são solucionados via AG. As redes, em todas as etapas, são modeladas por meio de representações multifásicas. O método proposto foi testado nos sistemas IEEE 4, IEEE 13, IEEE 37 e IEEE 123 *Node Test Feeders*, além de um sistema de 85 barras.

O artigo está organizado da seguinte maneira: na seção II é apresentado o método para resolver o problema proposto; na seção III são demonstrados os resultados obtidos pela aplicação do método proposto; na seção IV os resultados obtidos são comparados com a utilização única de AG, com o intuito de evidenciar as vantagens vistas nas soluções apresentadas na seção anterior; por fim, a seção V esclarece as considerações finais do estudo realizado.

#### II. MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE TRÊS NÍVEIS

O método proposto tem como objetivo a alocação de capacitores em SD desequilibrados visando redução das perdas totais de energia e manutenção do perfil de tensão considerando a variação diária da carga. Como se trata de um problema de caráter combinatório, foi utilizada uma mistura de métodos clássicos com heurísticos tendo em vista soluções de melhor qualidade.

O método desenvolvido é composto de "passos", contidos em três níveis denominados "módulos". Cada um deles possui um objetivo específico e são solucionados por meio de técnicas distintas. Nas seções seguintes, os módulos serão tratados de maneira detalhada. O fluxograma do método é apresentado na Fig. 1.

#### A. Módulo 1 – Definição de Limites de Reativos

O Módulo 1 é compreendido pelos passos P1 a P4 conforme apresentado no fluxograma. Nessa etapa, são resolvidos dois problemas de FPO multifásicos para determinar a potência reativa total dos bancos de capacitores que será necessária para que o SD opere em condições adequadas. O primeiro problema, definido por meio das equações (1)-(8), visa identificar a menor potência total dos capacitores para que o sistema não opere com subtensão, considerando horizonte de carga pesada. Já o segundo é análogo, porém trata-se de um problema de maximização, em que o objetivo, dado pela equação (9), é encontrar a maior potência fornecida pelos capacitores para que o sistema não opere com sobretensão, considerando carga leve.

$$FOB = \min \sum_{i=1}^{N} Q_{comp_i}^{CP}$$
(1)  
sujeito a:

 $\mathbf{I}_{\text{RE}}^{i}(\mathbf{V}_{\text{RE}}, \mathbf{V}_{\text{IM}}, \mathbf{P}_{\mathbf{k}}, \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}$ (2)

$$\mathbf{I}_{\mathrm{IM}}^{i}(\mathbf{V}_{\mathrm{RE}}, \mathbf{V}_{\mathrm{IM}}, \mathbf{P}_{\mathbf{k}}, \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}$$
(3)

$$g(\mathbf{V}_{\mathrm{RE}}, \mathbf{V}_{\mathrm{IM}}, \mathbf{P}_{\mathbf{k}}, \mathbf{Q}_{\mathbf{k}}, \mathbf{Y}) = \mathbf{0}$$
(4)

$$V_{\rm MIN} < V_{\rm i} < V_{\rm MAX} \tag{5}$$

$$P_{\rm MIN} < P_{\rm k}^{s} < P_{\rm MAX} \tag{6}$$

$$Q_{\rm MIN} < Q_k^s < Q_{\rm MAX} \tag{7}$$

$$0 < Y_i < Y_{MAX}$$
(8)

Onde:

 $I_{RE}^{i}$  é o vetor de componentes reais das injeções de corrente para o nó *i*;

 $I_{IM}^i$  é o vetor de componentes imaginárias das injeções de corrente para o nó *i*;

g é o vetor associado às equações de controle;

V<sub>i</sub> é a magnitude de tensão fase-terra do nó *i*;

V<sub>MAX</sub> e V<sub>MIN</sub> são, respectivamente, os limiares máximos e mínimos permitidos para as magnitudes de tensões nodais;

 $P_k^s$  é a potência ativa associada à fase *s* da barra de referência *k*;

 $Q_k^s$  é a potência reativa associada à fase *s* da barra de referência *k*;

Y<sub>i</sub> é a admitância da compensação reativa do nó *i*, sendo  $Q_{comp_i}^{CP}$  sua potência reativa associada, considerando horizonte de carga pesada;

N é o número total de nós da topologia.



Fig. 1. Fluxograma do método proposto.

Os passos serão individualmente explicados com maior detalhamento a seguir.

Em P1 é realizada a leitura dos dados referentes à topologia trabalhada, assim como a curva de carga adotada.

Em P2 é resolvido o FPO caracterizado pelas equações (1)-(8), considerando horizonte de carga pesada, que consiste no maior valor de fator de carga da curva adotada.

A equação (1) representa a Função Objetivo (FOB) da otimização proposta. Trata-se da minimização do somatório das potências reativas dos bancos de capacitores alocados em todos os nós do sistema. Em outras palavras, o objetivo é determinar o limiar mínimo da compensação reativa necessária para manter o sistema operando sem subtensões, considerando horizonte de carga pesada.

As restrições expressas pelas equações (2), (3) e (4) são referentes ao Método de Injeção de Correntes a N Condutores, o que garante que a solução fornecida pela otimização respeita o fluxo de potência trifásico [14].

As inequações dadas por (5), (6), (7) e (8) buscam canalizar, no problema de otimização, o perfil de tensão, as potências entregues pela alimentação e as admitâncias das compensações reativas a limiares mínimos e máximos, respectivamente.

A técnica escolhida para solucionar a otimização foi o Método dos Pontos Interiores (MPI).

Em P3 é resolvido o FPO considerando horizonte de carga leve, que consiste no menor valor de fator de carga da curva adotada. Busca-se, nessa etapa, maximizar a potência reativa necessária para que o sistema não opere em sobretensão. Novamente, são colocados capacitores em todos os nós da topologia, sendo suas potências alvo da otimização. O problema é análogo ao visto em P2, com exceção da FOB, que pode ser observada na equação (9). Novamente é utilizado o MPI para efetuar tal otimização.

$$FOB = \max \sum_{i=1}^{N} Q_{comp_i}^{CL}$$
(9)

Onde:  $Q_{comp_i}^{CL}$  é a potência reativa, em kvar, de cada capacitor conectado ao nó i, considerando horizonte de carga leve.

Em P4 são calculados os números de capacitores monofásicos fixos e chaveados necessários, por meio das informações obtidas em P2 e P3 e escolhendo um valor de referência para a potência deles. O número de compensações fixas necessárias, denotado por  $n_{FIX}$  é calculado por meio da equação (10).

$$n_{FIX} = \sum_{i=1}^{N} round(\frac{Q_{comp_i}^{CL}}{Q_{1\phi}})$$
(10)

Onde:  $Q_{1\phi}$  é o valor da potência do banco monofásico considerado, em kvar.

O número de compensações chaveadas depende da quantidade de potência reativa requerida para os horizontes de carga leve e pesada.

Se  $Q_{comp_i}^{CP} < Q_{comp_i}^{CL}$ , então a potência reativa proporcionada pelos bancos fixos será suficiente para manter as tensões dentro dos limites estabelecidos nas condições de carga leve e carga pesada. Caso contrário, serão necessários bancos chaveados, cuja quantidade, denotada por  $n_{SW}$  é calculada por meio da equação (11).

$$n_{SW} = \sum_{i=1}^{N} round \left[ \frac{\left( Q_{comp_i}^{CP} - Q_{comp_i}^{CL} \right)}{Q_{1\phi}} \right]$$
(11)

A função round, presente nas equações (10) e (11), foi implementada com o intuito de arredondar os valores encontrados para o número inteiro mais próximo. Isso é justificado pelo fato de que o número de capacitores a serem alocados deve ser uma quantidade discreta.

B. Módulo 2 – Determinação de Nós para Alocação de Capacitores Fixos e Chaveados

O Módulo 2 tem como objetivo determinar os nós aos quais os capacitores fixos e chaveados serão conectados. Esta otimização é feita através de AG, aos quais é acoplado o OpenDSS® (do inglês: Open Distribution Systems Simulator) para a execução dos fluxos de potência necessários para avalição da localização dos capacitores.

As variáveis de otimização são as barras e os nós para conexão dos capacitores, além de seu estado. Na Fig. 2, é apresentado o cromossomo utilizado na otimização genética.



Fig. 2. Estrutura do cromossomo utilizado no Módulo 2.

Conforme apresentado na Fig. 2, os genes são divididos em três grupos. Cada um deles possui "Ncap" genes, que significa o número de capacitores a serem alocados. Trata-se das quantidades determinadas no módulo anterior, isto é,  $n_{FIX}$  no caso de capacitores fixos ou  $n_{SW}$  no caso dos chaveados. O primeiro grupo indica a barra onde será feita a alocação de cada um dos capacitores fixos determinados no Módulo anterior. O segundo grupo corresponde à fase de conexão do banco, podendo ser conectado à fase A, B ou C. Foram consideradas apenas conexões fase-terra. Por fim, o terceiro grupo indica o estado de cada capacitor determinado na etapa anterior, isto é, se estará de fato conectado ao sistema ou não.

A FOB, nesse caso, é o somatório das perdas totais no sistema, que são informadas pelo OpenDSS. É aplicada uma penalidade sempre em que houver violação dos limites de tensão especificados. É indicada pela equação (12).

$$FOB = \min \sum_{j \in \Omega_j} P_{perdas_j} + s_{pen}$$
(12)

Onde:  $P_{perdas_i}$  são as perdas elétricas em um alimentador j, incluindo as potências perdidas por impedâncias mútuas,  $\Omega_i$  é o conjunto de todos os alimentadores do sistema e s<sub>nen</sub> é a parcela de penalidade, expressa por (13).

$$s_{pen} = \begin{cases} 0, & se V_{MIN} < |V_i| < V_{MAX} \\ 10^{10}, & caso \ contrário \end{cases}$$
(13)

Conforme o fluxograma apresentado na Fig.1, esse problema de otimização é solucionado duas vezes, nos passos **P5** e **P6**, com algumas particularidades em ambos os casos.

Em **P5**, toma-se o horizonte de carga leve para alocar os bancos fixos.

É importante salientar que, apesar dessa etapa ser responsável por alocar bancos fixos, a otimização do estado é essencial, uma vez que foi utilizada a ferramenta de arredondamento para determinar o número de bancos necessários. Dessa forma, deve-se garantir que a menor quantidade de bancos seja utilizada. Após a otimização, todos os capacitores que possuírem estados iguais a 1 serão mantidos fixos ao longo de toda curva de carga.

Note que o número de genes nesse caso é igual a  $3n_{FIX}$ , uma vez que, para cada capacitor determinado no módulo anterior, existirá uma barra, uma fase e um estado a serem otimizados. Ressalta-se que a capacidade dos bancos, em kvar, é dado de entrada para o Módulo 1, representada pela variável  $Q_{1\phi}$ .

Em P6, toma-se o horizonte de carga pesada para alocar os capacitores chaveados. Nesse passo, os capacitores fixos determinados na etapa anterior já estão operando. Novamente, as variáveis de estado são a barra e a fase de conexão de cada capacitor, além de seu estado. Logo, o cromossomo proposto é análogo ao da etapa anterior, visto na Fig. 2, com o diferencial de possuir  $3n_{SW}$  genes. A FOB também permanece a mesma. Terminada a execução deste Módulo, são obtidas as posições de todos os capacitores, sejam fixos ou chaveados.

## C. Módulo 3 – Definição dos Estados dos Capacitores Chaveados

Conforme o fluxograma apresentado na Fig. 1, o Módulo 3 engloba os passos **P7** e **P8**, e visa otimizar os estados dos capacitores chaveados, dadas suas posições, obtidas nas etapas anteriores. É importante lembrar que os capacitores fixos permanecem ativos durante todos os instantes de tempo do horizonte diário.

Em **P7**, é realizada uma otimização genética binária para definir os estados dos capacitores chaveados. Para cada instante de tempo considerado, existe uma configuração ótima de conexão dos capacitores que minimiza a energia total perdida, sem causar violação de tensão. O cromossomo utilizado nessa etapa é representado na Fig. 3. Ele é constituído por  $n_{SW}$  genes, isto é, o número de capacitores chaveados determinados no Módulo 1.

Em **P8**, o processo é finalizado e os resultados são apresentados.



### III. Resultados

O método sugerido foi testado em topologias baseadas nos sistemas-teste IEEE 4, IEEE 13, IEEE 37 e IEEE 123 *Node Test Feeders* [18]. Além disso, foi simulado um sistema de 85 barras baseado em [20]. Essa seção apresenta os principais resultados obtidos.

#### A. Condições de Simulação

As topologias IEEE 13, IEEE 37 e IEEE 123 foram adaptadas em relação às suas configurações originais, uma vez que os reguladores de tensão foram mantidos fixos para ressaltar os resultados do método proposto. Além disso, todos os bancos de capacitores fixos, quando originalmente presentes nas topologias, também foram desconsiderados, visando aumentar a dificuldade da otimização.

A tensão da subestação foi regulada para 1,05 pu nos três primeiros casos e para 1,00 pu nos demais. Os limiares mínimos e máximos permitidos para magnitude das tensões foram 0,90 e 1,05, respectivamente. Tais valores foram baseados em [19].

Em relação às configurações das etapas que envolvem AG, foi adotado um número de gerações igual a 100 vezes o número de variáveis, fator de *crossover* igual a 0,8, elitismo de 5% da população, sendo esta composta por 200 cromossomos. Tratamse das configurações padronizadas da *toolbox* de AG contida no MATLAB®, que foi o *software* escolhido para operar a otimização. No caso IEEE 123, a população recebeu 500 cromossomos. Essa escolha foi adotada empiricamente, de modo a obter convergência, que pode ocorrer pela estagnação dos estados da população ou por número máximo de iterações.

Por fim, a curva de carga adotada para todos os casos é a apresentada na Fig. 4. O patamar de "carga leve" corresponde a um fator multiplicativo de 0,58 pu nos valores das cargas dos casos. Já o patamar de "carga pesada" corresponde a um fator de 1,42 pu.

Situações em que genes diferentes geram localizações idênticas para capacitores, é considerado um único capacitor cuja capacidade em kvar é o equivalente do grupo que está alocado na mesma posição.



Fig. 4. Curva de carga adotada.

#### B. IEEE 4 Node Test Feeder

Na Fig. 5, a topologia IEEE 4 é apresentada. Sua carga total vale 1275 kW, 1800 kW e 2375 kW, respectivamente, nas fases A, B e C.

Para esse sistema foram adotados bancos fixos e chaveados cujas potências valem 600 kvar. Os resultados obtidos estão dispostos na Tabela I. É possível perceber que uma grande quantidade de capacitores foi utilizada. Esse fato é explicado por este sistema possuir carga demasiadamente elevada, no caso base, em que a mínima tensão é aproximadamente 0,72 pu.



Fig. 5. Sistema IEEE 4.

Uma consequência da alocação capacitiva é a melhora do perfil de tensão. Isso pode ser constatado visualmente pela Fig. 6. Neste gráfico, foram traçadas curvas que acompanham a evolução do comportamento da tensão da barra 4 ao longo do tempo, para as três fases. As curvas pontilhadas representam o caso base. Já as contínuas estão atreladas ao caso otimizado, isto é, após a alocação de capacitores. É possível verificar que, após a otimização, todas as violações foram corrigidas.

| TABELA I<br>Resultados para Topologia IEEE 4             |   |  |  |  |  |
|--|---|--|--|--|--|
| Tipo de Posições e Potência Reativa em kvar<br>Capacitor |   |  |  |  |  |
| Unidades Fixas   | 3A, 4B, 4C (600 kvar)                                 |  |  |  |  |
| Unidades<br>Chaveadas                                    | 3A, 4A (600 kvar)<br>4B (1200 kvar)<br>4C (1800 kvar) |  |  |  |  |



Fig. 6. Tensão na barra 4 ao longo do dia: (a) Fase A; (b) Fase B; (c) Fase C.



Fig. 7. Comparação dos resultados de perdas elétricas para topologia IEEE 4.

A Fig. 7 mostra a comparação de perdas elétricas por hora, antes da alocação dos bancos reativos, em azul, e após a otimização, em vermelho. É possível verificar visualmente que houve uma redução significativa de energia perdida.

Considerando a curva diária, houve uma redução percentual de 34,67% em relação a energia perdida, respeitando os limites de tensão em todos os nós.

Por fim, a Fig. 8 indica a quantidade de potência reativa, por fase, entregue ao sistema por hora, proporcionada pelos capacitores fixos e chaveados conectados.



Fig. 8. Potência reativa entregue pelos capacitores, por hora, no IEEE 4.

#### C. IEEE 13 Node Test Feeder (Adaptado)

A Fig. 9 mostra a segunda topologia trabalhada, baseada em IEEE 13. O sistema possui carregamento total igual a 1175 kW, 1039 kW e 1252 kW, respectivamente, nas fases A, B e C. Para esse estudo também foram adotados bancos de 600 kvar. Entretanto, nesse caso, não foram utilizados capacitores fixos, uma vez que a alocação de qualquer unidade monofásica provocaria sobretensões no horizonte de carga leve. Os resultados obtidos estão disponibilizados na Tabela II.

Novamente, a melhora do perfil de tensão foi verificada. Foi traçado um gráfico que demonstra o aprimoramento do perfil de tensão. Para cada hora do dia, foi tomado o menor valor de tensão existente, independentemente da barra ou fase. A curva em azul representa as mínimas tensões por hora no caso base. Já a curva em laranja demonstra as mínimas tensões por hora no caso otimizado. Dessa forma, as tensões, que apresentavam

afundamentos em patamares de carga pesada, passaram a se enquadrar nos valores pré-estabelecidos como aceitáveis. Essa mudança pode ser constatada na Fig. 10.



Fig. 9. Sistema IEEE 13 modificado.

| TABELA II                                    |   |  |  |  |  |  |  |
|--|---|--|--|--|--|--|--|
| RESULTADOS PARA TOPOLOGIA IEEE 13 MODIFICADA |   |  |  |  |  |  |  |
| Tipo de<br>Capacitor                         | Posições e Potência Reativa em kvar     |  |  |  |  |  |  |
| Unidades Fixas                               | -                                       |  |  |  |  |  |  |
| Unidades<br>Chaveadas                        | 632A, 671C, 645B, 646C, 675A (600 kvar) |  |  |  |  |  |  |



Fig. 10. Comparação dos resultados de perfil de tensão para topologia IEEE 13.

Na Fig. 11 é apresentado o gráfico comparativo de perdas por hora do dia. Houve uma redução diária de 23,18% em relação à energia perdida.

Já o gráfico apresentado na Fig. 12 estabelece a quantidade de potência reativa entregue por hora pelos capacitores chaveados alocados.

#### D. IEEE 37 Node Test Feeder (Adaptado)

O terceiro sistema teste estudado tem sua topologia baseada no IEEE 37. O seu carregamento vale 727 kW, 639 kW e 1091 kW, respectivamente, nas fases A, B e C. Sua rede unifilar pode ser vista por meio da Fig. 13.

Foram alocadas unidades fixas de 100 kvar nas seguintes posições: 711A, 730A e 738B.

Com essa estratégia, as perdas totais foram iguais a 1,38 MWh, totalizando uma redução percentual de 10,07% em

relação ao caso base. Não há violação de tensão, sendo todas as magnitudes superiores a 0,90 pu.



Fig. 11. Comparação dos resultados de perdas para topologia IEEE 13.



Fig. 12. Potência reativa entregue pelos capacitores por hora no IEEE 13.



Fig. 13. Sistema IEEE 37 modificado.

#### E. Sistema de 85 Barras

O método proposto foi aplicado a um SD de 85 barras, baseado em [20]. Modificações foram feitas para deixá-lo com maiores níveis de desequilíbrio. Dessa forma, o carregamento adotado vale 890 kW, 887 kW e 858 kW, respectivamente, nas fases A, B e C. A topologia é mostrada na Fig. 14.



Fig. 14. Sistema de 85 barras.

A solução ótima apontou a alocação de três unidades chaveadas de 100 kvar nas posições 34C, 61C e 69C. As perdas totais englobaram 2,18 MWh, totalizando uma redução de 5,71% em relação ao caso base. De forma semelhante aos casos anteriores, não ocorreram violações de tensão após a alocação.

#### F. IEEE 123 Node Test Feeder (Adaptado)

A Fig. 15 apresenta o IEEE 123. O carregamento total é igual a 1420 kW, 915 kW e 1155 kW, respectivamente, nas fases A, B e C. Para esse caso, foram consideradas unidades fixas de 50 kvar e unidades chaveadas de 100 kvar. Os resultados de alocação de capacitores estão dispostos na Tabela III.



Fig. 15. Sistema IEEE 123 modificado.

| TABELA III<br>Resultados para Topologia IEEE 123 Modificada |  |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|--|
| Tipo de<br>Capacitor  | Posições e Potência Reativa em kvar                                      |  |  |  |  |
| Unidades Fixas  | 47A, 50C, 60A, 69A, 72A, 74C, 77B, 103C (50 kvar)                        |  |  |  |  |
| Unidades<br>Chaveadas                                       | 41C, 48A, 61A, 62B, 65A, 65C, 99A 105C (100 kvar)<br>73C, 77B (200 kvar) |  |  |  |  |

O gráfico da Fig. 16 mostra a comparação do perfil de tensão.

É possível perceber que, após a otimização, todos os valores mínimos de tensão por hora estão acima de 0,90 pu.

A Fig. 17 mostra o comparativo de perdas ao longo do dia. É possível perceber visualmente a melhora nesse parâmetro após a otimização.



Fig. 16. Comparação dos resultados de perfil de tensão para o IEEE 123.



Fig. 17. Comparação dos resultados de perdas para o IEEE 123.

Com a compensação reativa, existe uma redução diária de 20,12% na energia perdida. Por fim, a Fig. 18 mostra a potência reativa total entregue ao sistema por hora.



Fig. 18. Potência reativa entregue pelos capacitores por hora para o IEEE 123.

#### IV. COMPARAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO COM AG

Como forma de discernir criticamente a robustez do método proposto no presente artigo, foi realizada uma comparação com a otimização via AG, em que as variáveis de otimização são as posições (barras e fases) e as capacidades dos capacitores monofásicos fixos, em kvar. A FOB continua sendo a redução de perdas ao longo do horizonte diário.

Ou seja, o Módulo 1, que promove a redução do espaço de busca, foi desconsiderado, assim como o Módulo 3, que visa otimizar a disponibilidade de capacitores chaveados para controle de tensão.

Para comparar os métodos, foram tomadas as seguintes grandezas: mínima tensão no sistema após a otimização ( $V_{MIN}$ ), perdas diárias em MWh ( $E_p$ ), potência reativa total alocada ( $Q_{cap}$ ) e o tempo computacional demandado para o caso alcançar a convergência (t).

Foram escolhidos três sistemas-teste para realizar as comparações: IEEE 4, IEEE 13 e IEEE 123. Todos os casos foram simulados por meio de um computador de processador Intel®Core<sup>™</sup> i5-7200U, CPU 2,50 GHz com dois núcleos, de memória RAM 8 GB, sendo o tipo de sistema operacional de 64 bits, com processador com base em x64. Os resultados são mostrados nesta seção, por meio da Tabela IV.

| TABELA IV  |  |
|--|--|
| RESULTADOS DA COMPARAÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO COM AG |  |

| Caso     | Método             | V <sub>MIN</sub><br>[pu] | E <sub>p</sub> [MWh] | Q <sub>cap</sub> [kvar] | t [s] |
|----------|--------------------|--------------------------|----------------------|-------------------------|-------|
| IEEE 4   | Método<br>Proposto | 0,9218                   | 9,3462               | 6000                    | 778   |
|          | AG                 | 0,7015                   | 15,2250              | 17400                   | 2610  |
| IEEE 13  | Método<br>Proposto | 0,9319                   | 2,7079               | 3000                    | 874   |
|          | AG                 | 0,8811                   | 2,8278               | 4200                    | 6257  |
| IEEE 123 | Método<br>Proposto | 0,9081                   | 2,2413               | 1600                    | 8282  |
|          | AG                 | 0,9148                   | 2,2866               | 2400                    | 12641 |

Como pode ser observado, os resultados obtidos por meio do método proposto são significativamente vantajosos. A consideração de capacitores fixos e chaveados promove o controle de tensão de maneira adequada. Sem esse artificio, ocorrem violações nos casos IEEE 4 e IEEE 13, sendo extremamente severas no primeiro caso, em que foram obtidas magnitudes de tensões por volta de 0,70 pu. Além disso, a estratégia proposta consegue reduzir consideravelmente o valor de perdas diárias. Ademais, as configurações ótimas segundo o método proposto são oriundas de um processo de alocação mais eficiente, onde o valor total de potência reativa alocada é muito menor em comparação com a abordagem convencional via AG. Por fim, a redução prévia do espaço de busca via MPI e a partição do problema em três módulos é capaz de reduzir enormemente o tempo computacional dos casos.

#### V. CONCLUSÃO

O problema de alocação de bancos de capacitores em SD possui natureza combinatória. O número de decisões aumenta drasticamente à medida que a topologia do sistema trabalhado se torna mais complexa. Neste artigo, foi desenvolvido um método para reduzir a energia perdida em sistemas desequilibrados, através da união de técnicas clássicas e heurísticas de otimização. Para isso, foi sugerida a alocação de capacitores por meio de uma abordagem de três níveis.

O primeiro tem o intuito de reduzir o espaço de busca através da determinação da quantidade de bancos fixos e chaveados necessários para a operação adequada do sistema, ou seja, livre de sobretensões e subtensões ao longo do horizonte diário. O segundo nível visa determinar as posições de tais compensações reativas e o terceiro objetiva otimizar a estratégia de chaveamento para minimizar as perdas em cada instante.

Através dos testes efetuados, foi possível observar que, em todos os casos, houve aprimoramento do perfil de tensão e redução significativa da energia perdida. Além disso, a técnica se mostrou mais eficiente do que a simples execução do AG, revelando soluções melhores e consideravelmente mais eficientes, com uma menor quantidade de potência reativa alocada para obter resultados mais favoráveis. Por fim, a partição do problema em diferentes módulos, com diferentes metodologias de resolução, se mostrou conveniente para solucionar o problema combinatório, visto que todas as condições impostas são respeitadas, além de proporcionar redução do tempo computacional empregado, conforme apresentado na seção IV.

Logo, infere-se que o presente artigo contempla as soluções dos objetivos propostos, proporcionando boas contribuições no que tange aos desafios do problema de alocação ótima de capacitores em sistemas desequilibrados.

#### REFERÊNCIAS

- S. Nojavan, M. Jalali e K. Zare, "Optimal allocation of capacitors in radial/mesh distribution systems using mixed integer nonlinear programming approach," *Electric Power Systems Research*, vol. 107, pp. 120-124, 2014.
- [2] H. A. Ramadan, M. A. Wahab, A.-H. M. El-Sayed e M. M. Hamada, "A fuzzy-based approach for optimal allocation and sizing of capacitor banks," *Electric Power Systems Research*, vol. 106, pp. 232-240, 2014.
- [3] L. R. Araujo, D. R. R. Penido, S. Carneiro e J. L. R. Pereira, "Optimal Unbalanced Capacitor Placement in Distribution Systems for Voltage Control and Energy Losses Minimization," *Electric Power Systems Research*, vol. 154, pp. 110-121, 2018.
- [4] L. R. Araujo, D. R. R. Penido, J. S. Carneiro e J. L. R. Pereira, "A Three-Phase Optimal Power-Flow Algorithm to Mitigate Voltage Unbalanced," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 4, pp. 2394-2402, 2013.
- [5] H. R. Esmaeilian e R. Fadaeinedjad, "Distribution System Efficiency Improvement Using Network Reconfiguration and Capacitor Placemenet," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, pp. 457-468, 2014.
- [6] R. Gholami, M. Shahabi e M.-R. Haghifam, "An efficient optimal capacitor allocation in DG embedded distribution networks with islanding operation capability of micro-grid using a new genetic based algorithm," *International Journal of Power and Energy Systems*, pp. 335-343, 2015.
- [7] C. A. Reis, M. Mahdavi e R. Romero, "Reconfiguration of radial distribution systems: An efficient mathematical model", *IEEE Latin America Transactions*, vol. 100, no 1e, pp.1-10, 2020.
- [8] J. Gholinezhad, R. Noroozian e A. Bagheri, "Optimal Capacitor Allocation in Radial Distribution Networks for Annual Costs Minimization Using Hybrid PSO and Sequential Power Loss Index Based

Method," Journal of Operation and Automation in Power Engineering, vol. 5, no 2, pp. 117-130, 2017.

- [9] S. K. Sampangi e J. Thangavelu, "Optimal capacitor allocation in distribution networks for minimization of power loss and overall cost using water cycle algorithm and grey wolf optimizer," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 30, nº 5, pp. 1-32, 2020.
- [10] G. Gutiérrez, A. Aguila, D. Gonzáles, e L. Ortiz, "Optimum Location and Sizing of Capacitor Banks Using VOLT VAR Compensatiom im Micro-Grids", *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 18, no.3, pp. 465-472, 2020.
- [11] G. M. V. Alencar, E. M. Soler, L. Nepomuceno, A. R. Balbo e E. C. Baptista, "Reducing the Number of Control Actions in the Discrete Reactive Optimal Power Flow", *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 100, no.16, pp. 1-9, 2020.
- [12] M. Resener, S. Haffner, L. A. Pereira, P. M. Pardalos, M. J. S. Ramos, "A comprehensive MILP model for the expansion planning of power distribution systems - Part I: Problem formulation," *Electric Power Systems Research*, vol.170, pp.378-384, 2019
- [13] A. A. Augusto, J. C. S. de Souza, M. B. do Couto, H. R. D. Rocha, J. E. V. Tafur, "Optimized Capacitor Placement Considering Load and Network Variability," *Journal of Control Automation and Electrical Systems*, early access, 2020.
- [14] L. R. Araujo, D. R. R. Penido, F. D. Vieira, "A multiphase optimal power flow algorithm for unbalanced distribution systems," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 53, pp. 632-642, 2013.
- [15] L. R. Araujo, D. R. R. Penido, S. Carneiro, J. L. R. Pereira and P. A. N. Garcia, "A Comparative Study on the Performance of TCIM Full Newton versus Backward-Forward Power Flow Methods for Large Distribution Systems," 2006 IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, Atlanta, GA, 2006, pp. 522-526.
- [16] O. Sadeghian, A. Oshnoei, M. Kheradmandi e B. Mohammadi-Ivatloo, "Optimal placement of multi-period-based switched capacitor in radial distribution systems," *Computers & Electrical Engineering*, vol.82, no. 106549, 2020.
- [17] M. Montazeri e A. Askarzadeh, "A new analytical index for solving capacitor placement problem of distribution networks in bi-level framework: Total loss index," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, no. e1252, early access, 2020
- [18] K. P. Schneider, "Analytic Considerations and Design Basis for the IEEE Distribution Test Feeders," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 3, pp. 3181–3188, May 2018.
- [19] ANEEL, "Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST," 2018.
- [20] D. Das, D. Khotari, A. Khalam, "Simple and efficient method for load flow solution of radial distribution networks", *International Journal of Electric Power & Energy Systems*, vol.17, no 5, pp. 335-346, 1995.



Antônio Sobrinho Campolina Martins possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2019). Atualmente, é aluno do curso de Mestrado Acadêmico da Universidade Federal de Juiz de Fora. Atua nos seguintes temas: metodologias de análise de sistemas de distribuição e métodos de otimização.



Fernando Rocha Moreira de Souza Costa possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2019). Atualmente, é aluno do curso de Mestrado Acadêmico da Universidade Federal de Juiz de Fora. Atua nos seguintes temas: metodologias de análise de sistemas de distribuição,

modelos de componentes e métodos de otimização.



Leandro Ramos de Araújo (M'2009; SM'2015) possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (1993), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2000) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE (2005). Professor adjunto da Universidade Federal

de Juiz de Fora. Atua nos seguintes temas: Metodologias de análise e síntese de sistemas de distribuição e industriais e programação computacional.



Débora Rosana Ribeiro Penido (S'1999; M'2009; SM'2013) possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2002), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2004) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE (2010). Professora adjunto da Universidade

Federal de Juiz de Fora. Atua nos seguintes temas: Modelos de componentes, metodologias de análise de sistemas de distribuição e planejamento de sistemas de transmissão.