

# Output Feedback T-S Fuzzy RMPC Applied to 3SSC Boost Converter

Thalita B. S. Moreira , Marcus V. S. Costa , Fabrício G. Nogueira 

**Abstract**—This article proposes a controller using Fuzzy Model Predictive Control (FMPC) and a fuzzy state observer applied to a three states switching cell (3SSC) boost converter. The proposed approach is an observer-based output feedback fuzzy MPC, which combines a state feedback FMPC controller with a fuzzy state observer. Moreover, a stability criterion is developed for the controller-observer procedure, considering a Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model, a PDC fuzzy control law, a fuzzy state observer and a state feedback FMPC, through the Linear Matrix Inequalities (LMI) optimization procedure. Furthermore, an Anti-Windup (AW) procedure is added to the control scheme. The proposed procedure is implemented for a boost converter through computer simulation, and the obtained results are compared with two MPC controllers. The analysis is done considering the time response and some performance indexes, moreover, the robust stability for the studied controller is explicit using stability ellipsoids.

**Index Terms**—Anti-Windup, Boost converter, FMPC, Fuzzy Control, LMIs Optimization.

## I. INTRODUÇÃO

A aplicação de técnicas de controle avançado tem se mostrado cada vez mais presente na eletrônica de potência [1], [2]. Nesse cenário, algumas técnicas de controle avançado mostram-se viáveis, entre elas podem-se destacar o controle preditivo baseado em modelo (MPC - *Model Predictive Control*) e o as técnicas de controle *fuzzy*.

Existem diversas estratégias de controle MPC com variados estudos e aplicações, tanto industriais quanto acadêmicas. Essas estratégias baseiam-se no modelo do sistema para prever o seu comportamento futuro, ademais essas técnicas de controle visam a minimização de uma função custo dentro de um horizonte de predição [3]. O controle preditivo baseado em modelo robusto (RMPC - *Robust Model Predictive Control*) é uma das estratégias MPC mais consolidadas, inicialmente introduzida por [4], têm como características o tratamento robusto de incertezas, facilidade em lidar com sistemas multi-variáveis e com restrições. Recentes trabalhos, tais como [5], [6] e [7] podem ser destacados como aplicações para essa técnica de controle.

Apesar de encontrar espaço em várias aplicações, a técnica RMPC apresenta dificuldades para lidar com sistemas não

lineares, como o alto gasto computacional e complexidade [8]. Em contrapartida, as técnicas de controle *fuzzy* são adequadas para tratar esses sistemas [9], o que possibilita o uso dessa estratégia para as mais diversas aplicações, como em [10], [11], [12]. Dentre as técnicas de controle *fuzzy*, destacam-se a modelagem de sistemas utilizando a estratégia Takagi-Sugeno (T-S) *fuzzy* [13] associada à lei de controle de compensação paralela distribuída (PDC - *Parallel Distributed Compensation*) [14].

Por causa da capacidade da abordagem RMPC de controlar sistemas com incertezas e restrições, e a habilidade das técnicas *fuzzy* para lidar com sistemas não lineares, pesquisas foram desenvolvidas através da união das duas estratégias, de forma a desenvolver leis de controles com maior capacidade de lidar com sistemas reais [15]. Aplicações recentes para o controle *fuzzy* MPC (FMPC) podem ser encontradas em [16], [17], [18], [19].

No entanto, os trabalhos abordando FMPC citados acima sofrem com outra limitação: a necessidade de medição de todos os estados do sistema, o que na prática não é sempre possível. Uma alternativa para solucionar esse problema é a utilização de um observador de estados para estimar os estados do sistema [20], caracterizando um controle com realimentação de saída. De acordo com [21], para esse tipo de estratégia, a lei de controle com realimentação de estados e o observador de estados são projetados individualmente, e depois a estabilidade da ação conjunta de ambos deve ser avaliada. Nessa temática, algumas pesquisas podem ser citadas, como por exemplo [22], [23]. Entretanto, algumas lacunas podem ser apontadas, como a não utilização da estratégia PDC e a utilização de um observador de estados não *fuzzy*.

Considerando o cenário discutido anteriormente, esse trabalho propõe a aplicação de uma lei de controle FMPC com realimentação de saída que supere algumas restrições ainda encontradas na literatura. Para isso o controlador proposto é composto pela lei de controle FMPC com realimentação de estados de [16] associado ao observador de estados *fuzzy offline* de [24]. Para mais, um novo critério para a estabilidade da ação conjunta do controlador-observador é proposto em termos de um modelo T-S *fuzzy*, considerando o controle PDC e um observador *fuzzy*. A estratégia proposta conta também com um atuador *Anti-Windup* (AW), cujo objetivo é minimizar a diferença entre a resposta nominal do sistema e a resposta saturada [25].

Atualmente, a estratégia FMPC ainda possui limitadas aplicações para estruturas de potência, sobretudo considerando a formulação com realimentação de saída. Algumas aplicações são discutidas em [26], [27], [1], [28]. Dessa forma, visando

Essa pesquisa foi financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

T. B. S. Moreira -  0000-0001-8077-5866, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Brasil, Email: thalita\_brenna@hotmail.com

M. V. S. Costa -  0000-0002-2112-6433, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Brasil, Email: marcus.costa@ufersa.edu.br

F. G. Nogueira -  0000-0003-1935-8937, Universidade Federal do Ceará, Brasil, Email: fnogueira@dee.ufc.br

expandir as pesquisas para FMPC com realimentação de saída e AW, a estratégia de controle proposta é aplicada ao conversor *boost* com célula de comutação à três estados (CCTE), baseado em [29].

As principais contribuições do artigo são resumidas a seguir:

- 1) Implementação de uma técnica de controle *offline* FMPC com realimentação de saída e AW, considerando um modelo T-S *fuzzy* e a estratégia PDC. Baseada na lei de controle com realimentação de estados de [16], no observador de estados *fuzzy* de [24] e no atuador *Anti-Windup* de [1];
- 2) Introdução de um critério de estabilidade para ação conjunta do controlador-observador, considerando o sistema T-S *fuzzy* de malha fechada, a estratégia de controle PDC, um observador de estados *fuzzy* e uma abordagem *offline*. Esse procedimento é desenvolvido a partir do método de [21], que contempla apenas um modelo linear em condições nominais.
- 3) Aplicação da lei de controle proposta no conversor *boost* CCTE, baseado em [29], através de simulação computacional. Ademais, é realizada uma comparação entre o controle proposto e dois controladores MPC um com realimentação de saída e outro com realimentação de estados. Sendo o primeiro o MPC com AW desenvolvido em [1] e o último o controle preditivo generalizado com polinômio observador T (GPC-T) tratado em [28]. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos a partir das respostas no tempo e índices de desempenho. Além disso, a estratégia proposta tem estabilidade analisada através da técnica de elipsoides de estabilidade.

A organização do artigo é dada a seguir: Seção II apresenta a caracterização do conversor estudado, a Seção III introduz as estratégias utilizadas para compor o controlador proposto. Em seguida, na Seção IV os resultados da simulação computacional são explicitados e discutidos e por fim a Seção V resume as principais conclusões obtidas com o estudo.

## II. CONVERSOR *Boost* CCTE

A proposta do artigo baseia-se na aplicação de uma técnica de controle avançado em uma estrutura da eletrônica de potência. O sistema utilizado para esse fim é o conversor *boost* CCTE que é ilustrado na Fig. 1, cujos parâmetros elétricos são descritos na Tabela I e foram obtidos a partir do dimensionamento desenvolvido em [29].

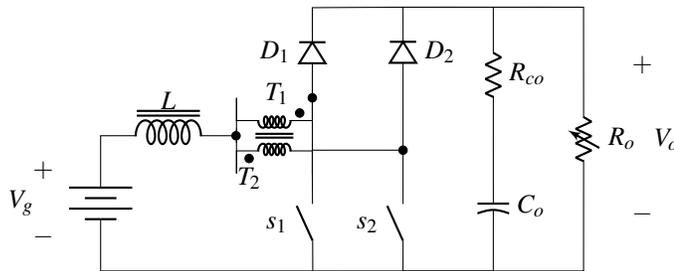


Fig. 1. Conversor *boost* CCTE [29].

TABELA I  
PARÂMETROS DO CONVERSOR *boost* CCTE.

Parâmetros	Valor [Unidade]
Tensão de entrada ( $V_g$ )	26 a 36 [V]
Tensão de saída ( $V_o$ )	48 [V]
Razão cíclica ( $D_{cycle}$ )	0.25 a 0.46
Período de amostragem ( $T_s$ )	1 [ms]
Frequência de chaveamento ( $f_s$ )	20.8 [kHz]
Indutor de filtro ( $L$ )	35 [ $\mu$ H]
Capacitor de Saída ( $C_o$ )	4400 [ $\mu$ F]
Resistência intrínseca do capacitor ( $R_{co}$ )	26.7 [ $m\Omega$ ]
Carga ( $R_o$ )	2.3 – 6.1 [ $\Omega$ ]
Potência de Saída ( $P_o$ )	380 – 1000 [W]

Segundo [29], o modelo contínuo do conversor CCTE é definido através de equações no espaço de estados médios, conforme (1), considerando o modo de condução contínua (MCC) para esse conversor, como exposto em [30].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_t x(t) + B_t u(t) \\ y(t) &= C_t x(t) + D_t u(t) \end{aligned} \quad (1)$$

onde,  $x(t) = [i_L \ V_c]^T$  representa as variáveis de estado, sendo  $i_L$  a corrente do indutor e  $V_c$  a tensão no capacitor. A tensão de saída é expressa por  $y(t) = V_o(t)$  e o sinal de controle é  $u(t)$ . As matrizes no espaço de estados  $A_t$ ,  $B_t$ ,  $C_t$  and  $D_t$  são descritas em (2), (3), (4) and (5), respectivamente.

$$A_t = \begin{bmatrix} -\frac{(1-D_{cycle})(R_{co}||R_o)}{L} & -\frac{(1-D_{cycle})R_o}{L(R_{co}+R_o)} \\ \frac{(1-D_{cycle})R_o}{C_o(R_{co}+R_o)} & -\frac{1}{C_o(R_{co}+R_o)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$B_t = \begin{bmatrix} \left(\frac{R_o}{L}\right) \frac{(1-D_{cycle})R_o + R_{co}}{(R_{co}+R_o)} \\ -\frac{R_o}{R_{co}+R_o} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{V_g}{R'} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$C_t = \begin{bmatrix} (1-D_{cycle})(R_{co}||R_o) & \frac{R_o}{R_{co}+R_o} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$D_t = -V_g \frac{R_{co}||R_o}{R'}. \quad (5)$$

sendo,  $R' = (1-D_{cycle})^2 R_o + D_{cycle}(1-D_{cycle})(R_{co}||R_o)$ .

Com o objetivo de avaliar o desempenho do controlador em situações limitadoras, uma variação no ponto de operação do conversor é aplicada ao longo do tempo, como é ilustrado na Fig. 2 [1]. A variação na tensão de entrada ( $V_g$ ) e na potência de saída ( $P_o$ ) são relacionadas as incertezas do conversor. Essa variáveis são funções dos parâmetros elétricos carga ( $R_o$ ) e razão cíclica ( $D_{cycle}$ ), respectivamente, conforme expresso em (6) e (7).

$$R_o = f(P_o) = \frac{V_o^2}{P_o}, \quad P_o \in [380, 1000] \text{W} \quad (6)$$

$$D_{cycle} = f(V_g) = 1 - \frac{V_g}{V_o}, \quad V_g \in [26, 36] \text{V} \quad (7)$$

Juntando (1), (6), e (7) o modelo do sistema pode ser reescrito como (8).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_t(P_o, V_g) x(t) + B_t(P_o, V_g) u(t) \\ y(t) &= C_t(P_o, V_g) x(t) + D_t(P_o, V_g) u(t) \end{aligned} \quad (8)$$

O modelo representado pelas equações no espaço de estados em (8) é um sistema linear e variante no tempo (LTV - *Linear*

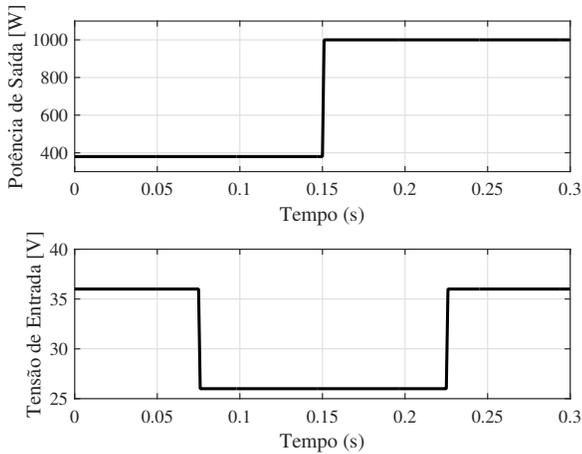


Fig. 2. Variação do ponto de operação do conversor ao longo do tempo.

*Time Variant*). Seguindo o método de discretização adotado em [29] e considerando o tempo de amostragem dado na Tabela I, o modelo discreto de (8) é expresso em (9).

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A(P_o, V_g)x(k) + B(P_o, V_g)u(k) \\ y(k) &= C(P_o, V_g)x(k) + D(P_o, V_g)u(k) \end{aligned} \quad (9)$$

Para o sistema proposto as incertezas são representadas através de estruturas politópicas. Dessa forma, considerando (9) e a variação do ponto de operação representado na Fig. 2, os vértices do sistema discreto são descritos em (10)-(13).

$$\begin{aligned} &-f(36V, 1000W) \\ A_1 &= \begin{bmatrix} -0.2838 & -7.7479 \\ 0.0634 & -0.1136 \end{bmatrix} & B_1 &= \begin{bmatrix} 580.4784 \\ 65.2796 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= \begin{bmatrix} 0.0198 & 0.9885 \end{bmatrix} & D_1 &= -0.7304 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} &-f(26V, 1000W) \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0.0958 & -8.4508 \\ 0.0691 & 0.2660 \end{bmatrix} & B_2 &= \begin{bmatrix} 851.9917 \\ 53.4467 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= \begin{bmatrix} 0.0143 & 0.9885 \end{bmatrix} & D_2 &= -1.0054 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &-f(36V, 380W) \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -0.3102 & -7.9645 \\ 0.0652 & -0.1119 \end{bmatrix} & B_3 &= \begin{bmatrix} 542.7337 \\ 68.8140 \end{bmatrix} \\ C_3 &= \begin{bmatrix} 0.01993 & 0.9956 \end{bmatrix} & D_3 &= -0.2802 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &-f(26V, 380W) \\ A_4 &= \begin{bmatrix} 0.0759 & -8.7329 \\ 0.0715 & 0.2873 \end{bmatrix} & B_4 &= \begin{bmatrix} 814.2744 \\ 58.5879 \end{bmatrix} \\ C_4 &= \begin{bmatrix} 0.0144 & 0.9956 \end{bmatrix} & D_4 &= -0.3871 \end{aligned} \quad (13)$$

Ainda, um controle com ação integral é adicionado ao modelo do conversor, com o intuito de fornecer a característica de seguimento de referência necessária para aplicação. Dessa forma, uma ação integral com dois graus de liberdade é adicionado ao controlador, sendo configurado de acordo com as variáveis  $g$  e  $h$ .

O modelo aumentado no espaço de estados para o conversor é expresso em (14).

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \hat{A}_i x(k) + \hat{B}_i u(k) \\ y(k) &= \underbrace{[C_i \ 0]}_{\hat{C}_i} + \underbrace{\begin{bmatrix} D_i \\ 0 \end{bmatrix}}_{\hat{D}_i} \end{aligned} \quad (14)$$

Com,

$$\hat{A}_i = \begin{bmatrix} A_i & 0 \\ -hC_i & g \end{bmatrix} \quad e \quad \hat{B}_i = \begin{bmatrix} B \\ -hD_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

$i = 1, \dots, N$ , com  $N$  representando a quantidade de vértices do sistema.

### III. ESTRATÉGIA DE CONTROLE

O controle proposto é caracterizado por um controle T-S *fuzzy* RMPC com realimentação de saída baseado em observador de estados e com ação *anti-windup*. Dessa forma, nessa seção são discutidas as estratégias utilizadas para obtenção do controlador proposto. Primeiramente, a seção III-A discute a abordagem T-S *fuzzy* para modelagem do sistema. Em seguida, a seção III-B trata a proposta de controle *fuzzy* RMPC e as seções III-C e III-D descrevem o observador de estados *fuzzy offline* e o critério de estabilidade para a junção controlador-observador, respectivamente. Por fim, a seção III-E resume a proposta do trabalho através da apresentação do algoritmo de abordagem *offline*, o diagrama de blocos e do teorema principal do artigo.

#### A. Modelagem T-S Fuzzy do Conversor CCTE

A estratégia T-S *fuzzy* é utilizada na modelagem *fuzzy* do conversor CCTE. De acordo com [31], essa estratégia trata-se de uma representação de um sistema não linear através de relações locais lineares de entrada-saída. Considerando o modelo discreto, o sistema T-S *fuzzy* pode ser definido pela combinação de regras SE-ENTÃO para cada um dos seus subsistemas, conforme (16).

$$\begin{aligned} &\text{Regra } j: \\ &\text{Se } Z_1(k) = \mu_{j1} \dots \quad e \quad Z_p(k) = \mu_{jp} \\ &\text{Então } \begin{cases} x(k+1) = \hat{A}_j x(k) + \hat{B}_j u(k) \\ y(k) = \hat{C}_j x(k) + \hat{D}_j u(k) \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

onde,  $Z_1(k), Z_2(k), \dots, Z_p(k)$  são as variáveis premissas,  $\mu_{jl}$  os graus de pertencimento, e  $\hat{A}_j \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\hat{B}_j \in \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $\hat{C}_j \in \mathbb{R}^{n \times m}$  e  $\hat{D}_j \in \mathbb{R}^{n \times m}$  são as matrizes no espaço de estado aumentadas, com  $j = 1, 2, \dots, r$ , sendo  $r$  o número de regras.

Dessa forma, a saída global do sistema é dada por (17).

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{j=1}^r h_j(Z(k)) (\hat{A}_j x(k) + \hat{B}_j u(k)) \\ y(k) = \sum_{j=1}^r h_j(Z(k)) (\hat{C}_j x(k) + \hat{D}_j u(k)) \end{cases} \quad (17)$$

$h_j(Z(k))$  representa o peso de cada regra e é calculado através de (18).

$$h_j(Z(k)) = \frac{w_j(Z(k))}{\sum_{j=1}^r w_j(Z(k))} \quad (18)$$

com,

$$w_j(Z(k)) = \prod_{l=1}^p \mu_{jl}(Z(k)) \quad (19)$$

O modelo T-S *fuzzy* (16) é associado a lei de controle PDC, que possui a mesma estrutura que o modelo T-S *fuzzy* e é expressa em (20).

$$u(k) = \left( \sum_{j=1}^r h_j(Z(k)) F_j \right) x(k) \quad (20)$$

Sendo,  $F_j$  a representação do ganho para cada regra *fuzzy*.

### B. Controle Preditivo Baseado em Modelo Fuzzy

O controlador FMPC desenvolvido por [16] é formulado através das desigualdades matriciais lineares (LMI - *Linear Matrix Inequalities*), que são utilizadas para permitir o trato de incertezas e restrições pertinentes ao sistema. Essa estratégia consiste na obtenção, a cada período de amostragem, de uma lei de controle com realimentação de estados que minimiza a função custo dada em (21).

$$\min_{u(k)} \max_{\Omega} J_{\infty}(k), \quad (21)$$

sendo,

$$J_{\infty}(k) = \sum_{i=0}^{\infty} [\hat{X}(k+i) + U(k+i)], \quad (22)$$

com,

$$\begin{aligned} \hat{X}(k+i) &= \hat{x}(k+i|k)^T W \hat{x}(k+i|k), \\ U(k+i) &= u(k+i|k)^T R u(k+i|k), \end{aligned} \quad (23)$$

$\hat{x}(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$  é o vetor de estados aumentado,  $u(k) \in \mathbb{R}^{n_u}$  é o sinal de entrada e  $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$  representa o sinal de saída.  $W = W^T \geq 0$  e  $R = R^T > 0$  são matrizes de peso simétricas e  $\Omega$  é a casca convexa do modelo da planta  $[\hat{A}(k+i) \hat{B}(k+i)] \in \Omega$ ,  $i \geq 0$ .

Logo, a estratégia FMPC pode ser descrita como o problema de otimização LMI dado em (24), considerando um modelo do sistema aumentado (14) e com incertezas definidas através de politopos (10)-(13) [16].

$$\min_{\gamma, Q, Y_i} \gamma \quad (24)$$

Sujeito as restrições dadas em (25)-(27).

$$\begin{bmatrix} 1 & \hat{x}(k|k) \\ \hat{x}(k|k)^T & Q \end{bmatrix} \geq 0 \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} Q & * & * & * \\ \hat{A}_i Q + \hat{B}_i Y_i & Q & * & * \\ W^{\frac{1}{2}} Q & 0 & \gamma I & * \\ R^{\frac{1}{2}} Y_i & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} 4Q & * & * & * & * \\ S & Q & * & * & * \\ 2W^{\frac{1}{2}} Q & 0 & \gamma I & * & * \\ \sqrt{2} R^{\frac{1}{2}} Y_i & 0 & 0 & \gamma I & * \\ \sqrt{2} R^{\frac{1}{2}} Y_j & 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (27)$$

onde,  $S = \hat{A}_i Q + \hat{B}_i Y_j + \hat{A}_j Q + \hat{B}_j Y_i$ .

Além disso, as restrições no sinal de controle ( $\|u(k)\|_2 \leq u_{max}$ ) e saída ( $\|y(k)\|_2 \leq y_{max}$ ) são asseguradas

se as LMIs dadas em (28) e (29), respectivamente, forem seguidas.

$$\begin{bmatrix} Q & * \\ Y_i & u_{max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} Q & * \\ \hat{C}_i^{\frac{s}{2}} & y_{max}^2 I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (29)$$

Dessa forma, a solução desse problema de otimização resulta na obtenção do ganho para o FMPC através da expressão (30).

$$F_j = Y_j Q^{-1} \quad (30)$$

### C. Observador de Estados Fuzzy

Para caracterizar o controle FMPC com realimentação de saída se faz necessário a ação *offline* de um observador de estados, associada ao controlador com realimentação de estados apresentado na seção III-B. A função do observador de estados é estimar os estados dos sistema, contornando assim, a dificuldade que sistemas reais têm em mensurar todos os estados de um modelo [20].

O observador de estados *offline* usado nesse trabalho baseia-se na proposta *fuzzy* desenvolvida em [24]. Seguindo um sistema com modelo T-S *fuzzy* e lei de controle PDC, os estados estimados é dado por (31):

$$\hat{x}(k+1) = \sum_{j=1}^r h_j(Z(k)) (A_j \hat{x}(k) + B_j u(k) + L_j (\hat{y}(t) - y(t))) \quad (31)$$

sendo  $\hat{x}(k)$  e  $\hat{y}(k)$  os estados e a saída estimados, respectivamente, e  $L_j$  o ganho do observador para cada regra *fuzzy*. De acordo com [24], os ganhos *fuzzy* do observador são obtidos se existem a matriz definida positiva  $P$ , e um conjunto de matrizes  $R_j$  que satisfazem a desigualdade dada em (32):

$$\begin{bmatrix} -P & A_i^T P + C_i^T R_j^T \\ P A_i + R_j C_i & -P \end{bmatrix} < 0, \quad (32)$$

Desse modo, se esse problema de otimização é solucionado, o ganho do observador que garante a estabilização de  $\hat{x}(k)$  em regime permanente é dado em (33).

$$L_j = P^{-1} R_j \quad (33)$$

### D. Critério de Estabilidade para T-S FMPC com Realimentação de Saída

Seguindo [21], para desempenhar um controle com realimentação de saída baseado em observador de estados, é necessário implementar separadamente o controle com realimentação de estados e o observador de estados e por fim analisar a estabilidade do conjunto controlador-observador.

Neste trabalho um novo critério de estabilidade é proposto, adaptando o desenvolvido por [21] de forma a considerar: um procedimento *offline*, todos os politopos do conjunto  $\Omega$  e todos os ganhos *fuzzy*  $F_j$  (30) e  $L_j$  (33). Portanto, o sistema de malha fechada aumentado com realimentação de saída é dado por (34).

$$\mathcal{X}(k+1) = \mathcal{A}_{poly}(k) \mathcal{X}(k) \quad (34)$$

sendo,

$$\mathcal{X} = \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \quad (35)$$

e,

$$\mathcal{A}_{poly}(k) = \begin{bmatrix} \hat{A}(k) & \hat{B}(k)F_j(k) \\ L_j & \hat{A}(k) + \hat{B}(k) - L_j\hat{C}(k) \end{bmatrix} \quad (36)$$

**Lema 1** (Critério de estabilidade para abordagem *offline* do T-S FMPC com realimentação de saída). *O sistema aumentado (34) é estável se existe a matriz  $\mathcal{Q} > 0$ , com dimensão compatível com (36), tal que para todos o conjunto de ganhos fuzzy  $F_j$  e  $L_j$ ,*

$$\begin{bmatrix} \mathcal{Q} & \mathcal{Q}\mathcal{A}_{poly,i,j}^T \\ \mathcal{Q}\mathcal{A}_{poly,i,j} & \mathcal{Q} \end{bmatrix} > 0 \quad (37)$$

sendo,  $\mathcal{A}_{poly,i,j} = \begin{bmatrix} \hat{A}_i & \hat{B}_i F_j(k) \\ L_j & \hat{A}_i + \hat{B}_i - L_j \hat{C}_i(k) \end{bmatrix}$ ,  $i = 1, \dots, N$  e  $j = 1, \dots, r$ .

*Prova.* Se (37) é satisfeita para todos os vértices do sistema  $\Omega$  e todos os ganhos fuzzy  $F_j$  (30) e  $L_j$  (33), então para um conjunto arbitrário  $[A(k) B(k)] \in \Omega$  com ganhos  $F_j(k)$  e  $L_j(k)$ ,

$$\begin{bmatrix} \mathcal{Q} & \mathcal{Q}\mathcal{A}_{poly}(k)^T \\ \mathcal{Q}\mathcal{A}_{poly}(k) & \mathcal{Q} \end{bmatrix} > 0 \quad (38)$$

Sendo assim, usando o complemento de Schur e fazendo  $\mathcal{P} = \mathcal{Q}^{-1}$ :

$$\mathcal{P} - \mathcal{A}_{poly}(k)^T \mathcal{P} \mathcal{A}_{poly}(k) > 0 \quad (39)$$

Assegurando assim, que a função quadrática  $\mathcal{X}^T \mathcal{P} \mathcal{X}$  está decrescendo invariavelmente.  $\square$

### E. Procedimento Proposto

Considerando as estratégias discutidas nas seções anteriores, o procedimento proposto para o T-S fuzzy FMPC com realimentação de saída pode ser resumido de acordo com o diagrama de blocos ilustrado na Fig. 3 e seguindo o teorema a seguir.

**Teorema 1** (T-S FMPC com realimentação de saída e garantia de estabilidade). *Para um sistema com modelo aumentado no espaço de estados (14), considerando os ganhos do controlador com realimentação de estados (30) e os ganhos do observador de estados fuzzy (33), a lei de controle T-S FMPC com realimentação de saída é assintoticamente estável se o problema de otimização a seguir for resolvido:*

$$\min_{P_i, Y_j, G} \gamma, \quad (40)$$

sujeito a (25)-(29), (32)-(37).

Ademais, a implementação do algoritmo para o procedimento geral *offline* do controlador é dada a seguir.

**Algoritmo 1.** *Para um sistema offline, dada uma condição inicial  $x_{set}$ , uma sequência de minimizadores  $(\gamma, Q, Y_j)$  são calculados a partir de (25)-(29). Tome  $k := 1$ .*

- 1) *Compute os minimizadores  $(\gamma_k, Q_k, Y_{j_k})$  com a restrição adicional  $Q > 0$  e  $Q = Q^T$  e guarde  $Q_k, Y_{j_k}$  e  $F_{j_k}$  em uma lookup table;*

- 2) *Se  $k < N$ , escolha o estado  $x_{k+1}$  satisfazendo  $\|x_{k+1}\|_{Q^{-1}} \leq 1$ . Tome  $k := k+1$  e vá para o passo um.*

**Lookup table:** *dada a condição inicial  $\|x(0)\|_{Q^{-1}} \leq 1$  tome os estados  $x(k)$  para cada tempo  $k$ . Desenhe a busca em torno de  $Q^{-1}$  na lookup table para encontrar o maior  $k$  (ou a menor elipsoide).*

- 3) *Aplique a lei de controle PDC (20), considerando os ganhos dados em (30).*

## IV. ANÁLISE DE RESULTADOS

Essa seção trata da apresentação e discussão dos resultados obtidos através da aplicação do controle FMPC com realimentação de saída ao conversor *boost* CCTE. A análise do desempenho do controlador é feita em comparação com o controle MPC com realimentação de saída e AW, proposto em [1], e com o controle GPC-T com realimentação de estados, abordado em [28]. Para manter as mesmas condições de controle do trabalho de [1] e [28], um atuador AW é acrescido ao sistema proposto, seguindo o procedimento e ganho definido em [1]. As respostas no tempo e índices de desempenho são usadas para realizar a comparação. Além disso, a robustez do sistema é ilustrada através de elipsoides de estabilidade.

Os resultados foram obtidos por meio de simulação numérica usando a *toolbox* YALMIP e o solucionador SEDUMI, para implementação das LMIs. A simulação do modelo do conversor *boost* CCTE é feita através do método numérico Runge-Kutta de ordem 4.

As configurações das matrizes de peso dos controladores são definidas como  $W = \text{diag}([1 \ 1])$  e  $R = 1$ . Para a ação integral, as variáveis  $g$  e  $h$  são definidas pelo método de sintonia de forma a alcançar os melhores resultados para ambos os controladores. Sendo assim, para o controle proposto e o controlador de [28] são definidas como  $g = 1$  e  $h = 10$ , enquanto que para o controlador de [1]  $g = h = 1$ .

O conversor é simulado seguindo os pontos operacionais dados na Fig. 2. Além disso, os estados iniciais para os estados reais e observados são definidos como  $x = [38.4615 \ 26]^T$  e  $\hat{x} = [30 \ 20]^T$ , respectivamente. A tensão de referência é  $V_o = 48V$ , a restrição de entrada é dada por  $u_{max} = 0.5$  e não é imposta nenhuma restrição de saída.

Para a representação T-S fuzzy do conversor *boost* CCTE utiliza-se de um sistema com duas regras SE-ENTÃO. O razão cíclica é adotado como variável premissa, que é função da tensão de entrada, conforme (7), em que  $\mu_i = f(V_g)$ . A variação da carga está embutida nas condições politópicas do modelo. O desenho fuzzy para essa variável é expresso através de funções de pertinência trapezoidais, seguindo a Fig. 4.

Considerando as condições mencionadas anteriormente e o algoritmo 1, os ganhos fuzzy para o controlador proposto, para  $N = 20$ , são expressos em (41).

$$\begin{aligned} F_1 &= \underbrace{[0.0006 \ 0.0015]}_{F_{21}} \underbrace{[-0.0005]}_{K_{J1}} \\ F_2 &= \underbrace{[0.0005 \ 0.0022]}_{F_{22}} \underbrace{[-0.0005]}_{K_{J2}} \end{aligned} \quad (41)$$

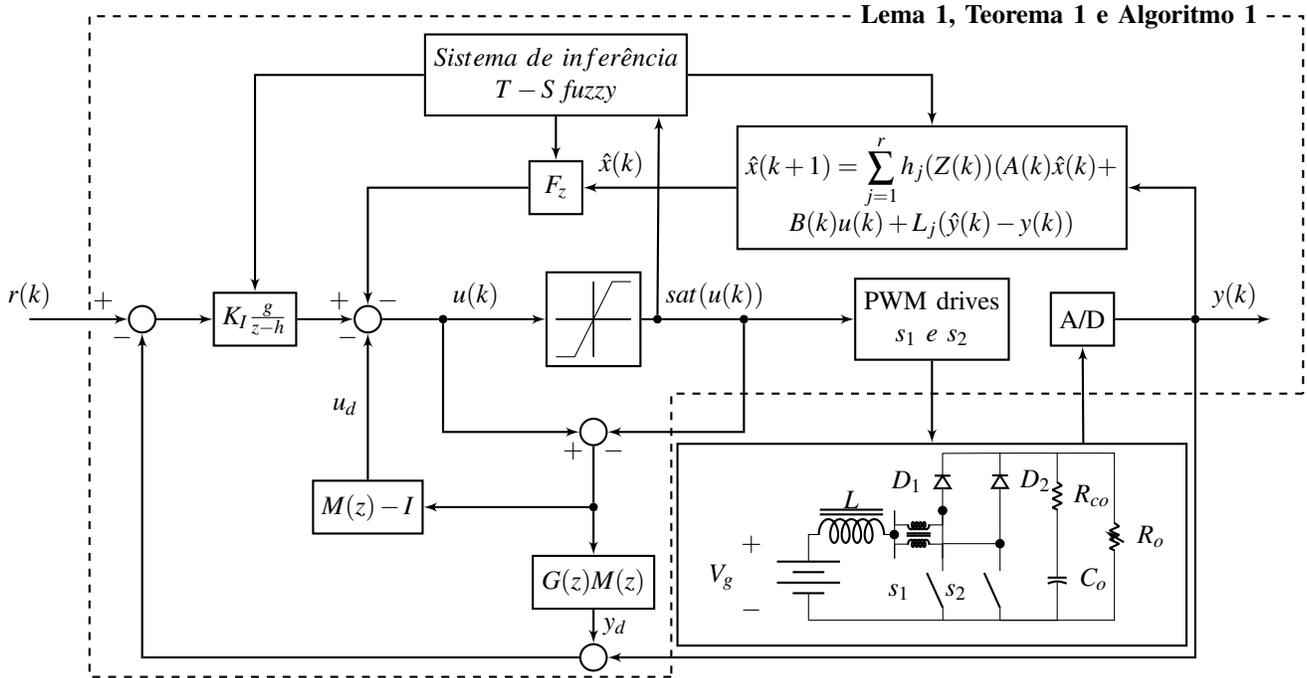


Fig. 3. Diagrama de blocos.

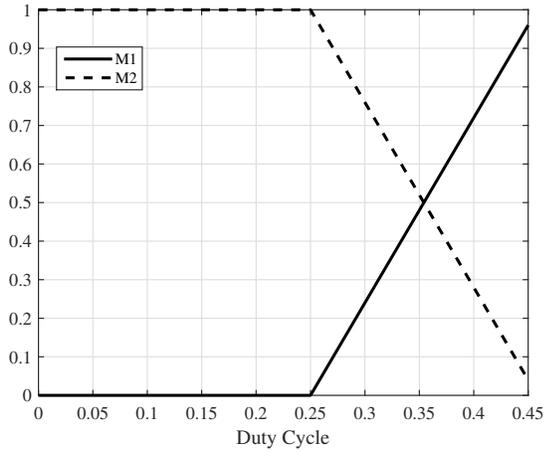


Fig. 4. Funções de pertinência.

Para o observador de estados *fuzzy* os ganhos obtidos são,

$$\begin{aligned} L_1 &= [7.9225 \quad 0.1122]^T \\ L_2 &= [8.6571 \quad -0.2800]^T \end{aligned} \quad (42)$$

Por fim, o ganho do atuador anti-windup é expresso em (43) com base em [1].

$$F_a = [-0.000530 \quad 0.0003382] \quad (43)$$

Para análise da estabilidade do controlador é utilizado o conceito das elipsoides de estabilidade que são definidas pela matriz *Q*. Segundo [29], o sistema é dito estável se a resposta ao impulso do sistema permanece dentro dos limites da elipsoide e se essa resposta tende a zero em regime permanente. Para o sistema estudado, essas elipsoides são geradas considerando a resposta ao impulso e o ponto de

operação nominal do conversor dado por (10). Dessa forma, a condição inicial indicada no algoritmo 1 representa um conjunto de vinte pontos para tensão, que são definidos como  $x_{set} = [48.0000 \quad -3.6942 \quad -23.6553 \quad 11.3360 \quad 7.8756 \quad -9.0638 \quad -0.5195 \quad 4.9506 \quad -1.6958 \quad -1.9171 \quad 1.6496 \quad 0.3478 \quad -1.0017 \quad 0.2161 \quad 0.4384 \quad -0.2874 \quad -0.1152 \quad 0.1962 \quad -0.0177 \quad -0.0957 \quad 0.0473]$ .

A Fig. 5 apresenta a projeção geométrica das elipsoides considerando as matrizes  $Q_i$ , com  $i = 1, 2, \dots, 20$ , para o conjunto  $x_{set}$ . A análise da figura permite perceber que o tamanho das elipsoides diminuem conforme  $i$  chega a 20, infere-se assim a tendência à estabilização das elipsoides. De acordo com [29], o sistema em malha fechada é estável para qualquer valor de  $i$ , ficando assim a critério do projetista definir os valores de ganho para o projeto. Ademais, a estabilidade do sistema é reforçada de acordo com a análise da Fig. 6, que ilustra a projeção  $I_L \times V_c$  das elipsoides em função do conjunto  $x_{set}$  e mostra a tendência à estabilidade das elipsoides com o tempo.

A análise das respostas no tempo é feita em comparação aos controladores propostos em [1] e [28], e leva em consideração a resposta de saída, de controle e alguns índices de desempenho. A Fig. 7 ilustra o resultado da tensão de saída e sinal de controle para os controladores estudados. Nota-se que todos conseguem manter o seguimento de referência durante todo o tempo de simulação, havendo oscilações apenas nos momentos de mudança do ponto de operação. No entanto, o controlador proposto apresenta uma resposta mais estável, mais rápida e com menores valores de *overshoot*, o que indica uma melhor performance desse controlador em comparação com os de [1] e [28]. Além disso, destaca-se que os controladores são eficientes na manutenção da restrição de entrada imposta.

Na Fig. 8 observa-se o desempenho do observador de

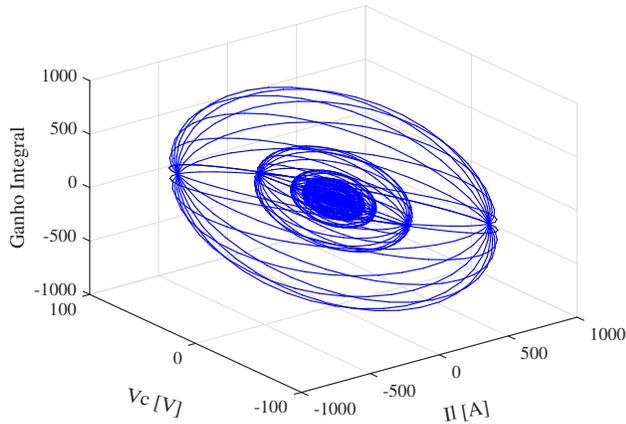
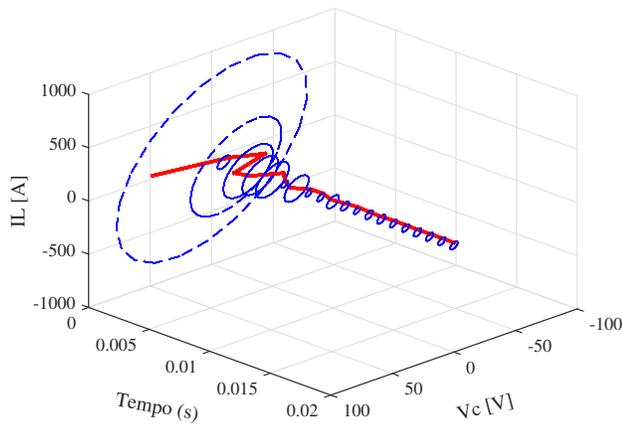
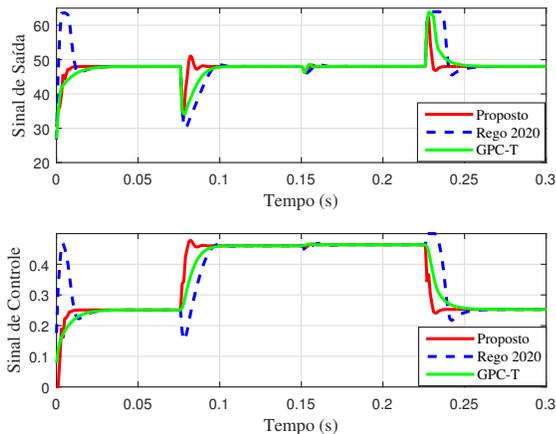
Fig. 5. Elipsóides de estabilidade do sistema  $Q_j$ .Fig. 6. Projeções  $I_L \times V_c$  no tempo de acordo com  $x_{set}$ .

Fig. 7. Resposta do controle no tempo.

estado, através da comparação entre os estados reais e observados. Nota-se que, para ambos os estados,  $V_c$  e  $I_L$ , o observador é capaz de estimar os estados do sistema, uma vez que  $\hat{x}$  tende

a  $x$  em regime permanente.

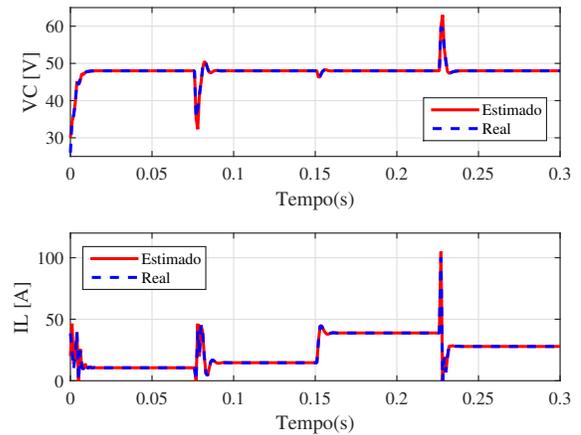


Fig. 8. Comparação entre os estados reais e estimados.

Por fim, os controladores estudados são avaliados de acordo com alguns índices de desempenho. Sendo eles a integral do erro absoluto (IAE - *Integrated Absolute Error*), a integral do erro ao quadrado (ISE - *Integral of Squared Error*), a integral do erro absoluto vezes o tempo (ITAE - *Integral of Time-weighted Absolute Error*), a Integral do erro ao quadrado vezes o tempo (ITSE - *Integral of Time-weighted Squared Error*) e a função custo  $J_\infty$ . Os resultados são resumidos na Tabela II e mostra que para todos os índices avaliados o controlador proposto apresenta desempenho superior aos controladores de [1] e [28].

TABELA II  
ÍNDICES DE DESEMPENHO

	Proposed	[1]	[28]
IAE	$1.4817 \times 10^2$	$5.2718 \times 10^2$	$3.4364 \times 10^2$
ISE	$1.5693 \times 10^3$	$6.9386 \times 10^3$	$3.3347 \times 10^3$
ITAE	$1.2932 \times 10^1$	$6.1855 \times 10^1$	$3.9815 \times 10^1$
ITSE	$1.3051 \times 10^2$	$8.1874 \times 10^2$	$3.9915 \times 10^2$
$J_\infty$	$9.0322 \times 10^5$	$1.0105 \times 10^6$	$9.1332 \times 10^5$

## V. CONCLUSÃO

Foi introduzido nesse estudo a aplicação do controlador T-S *fuzzy* MPC com atuador AW e realimentação de saída a um conversor *boost* CCTE. Além disso, foi apresentado um novo critério de estabilidade para a união controlador-observador, tendo em vista o uso de um modelo T-S *fuzzy*, uma lei de controle PDC e um observador de estados *fuzzy*. O esquema proposto foi realizado através de um procedimento *offline*, que tem como benefício uma redução do esforço computacional. Dessa forma, a proposta trouxe resultados satisfatórios em termos de estabilidade, que foi analisada através de elipsóides de estabilidade. As respostas no tempo e os índices de desempenho também exibiram o bom desempenho do controlador, quando comparado às leis de controles desenvolvidas em [1] e [28], mesmo sendo essa última uma abordagem com realimentação de estados. A análise comparativa permite inferir um melhor desempenho por parte do controle proposto para

todos os critérios avaliados. Assim, diante do exposto, os bons resultados obtidos são animadores e mostram as possibilidades de continuidade deste estudo para aplicações experimentais.

## REFERÊNCIAS

- [1] R. C. B. Rego and M. V. S. Costa, "Output feedback robust control with anti-windup applied to the 3ssc boost converter," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 18, no. 05, pp. 874–880, 2020.
- [2] S. Vazquez, J. Rodriguez, M. Rivera, L. G. Franquelo, and M. Norambuena, "Model predictive control for power converters and drives: Advances and trends," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 2, pp. 935–947, 2016.
- [3] E. F. Camacho and C. Bordons, *Model Predictive Control*. London: Springer, 2007.
- [4] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari, "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities," *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp. 1361–1379, 1996.
- [5] M. C. Oliveira, E. D. Moreno, G. M. A. da Silva, and O. A. Z. Sotomayor, "Blood glucose regulation in patients with type 1 diabetes using model predictive control and data reconciliation," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 16, no. 12, pp. 2872–2880, 2018.
- [6] V. B. Peccin, D. M. Lima, R. C. C. Flesch, and J. E. Normey-Rico, "Fast constrained generalized predictive control with admm embedded in an fpga," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 18, no. 02, pp. 422–429, 2019.
- [7] B. Cao, B. M. Grainger, X. Wang, Y. Zou, G. F. Reed, and Z.-H. Mao, "Direct torque model predictive control of a five-phase permanent magnet synchronous motor," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 36, no. 2, pp. 2346–2360, 2020.
- [8] X. Yu-Geng, L. De-Wei, and L. Shu, "Model predictive control—status and challenges," *Acta Automatica Sinica*, vol. 39, no. 3, pp. 222–236, 2013.
- [9] Z. Kovacic and S. Bogdan, *Fuzzy controller design: theory and applications*. Fort Worth: CRC press, 2006.
- [10] G. Hesamian, M. G. Akbari, and R. Yaghoobpoor, "Quality control process based on fuzzy random variables," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 27, no. 4, pp. 671–685, 2018.
- [11] A. C. K. Ferrari, G. V. Leandro, L. dos Santos Coelho, C. A. G. da Silva, E. G. de Lima, and C. R. Chaves, "Tuning of control parameters of grey wolf optimizer using fuzzy inference," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 17, no. 07, pp. 1191–1198, 2019.
- [12] T. H. Cortés, A. G. Meza, J. R. Valdez, L. A. P. Carranza, R. T. Herrera, and J. A. M. Campaña, "Analysis of controllability, observability and stabilization for a class of systems described by takagi-sugeno fuzzy models by means of fuzzy pole assignment," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 17, no. 08, pp. 1382–1389, 2019.
- [13] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," in *IEEE Trans. Syst. Man. Cyber.* Elsevier, 1985, vol. 15, pp. 116–132.
- [14] H. O. Wang, K. Tanaka, and M. F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues," *IEEE transactions on fuzzy systems*, vol. 4, no. 1, pp. 14–23, 1996.
- [15] J. J. Espinosa, M. L. Hadjili, V. Wertz, and J. Vandewalle, "Predictive control using fuzzy models—comparative study," in *1999 European Control Conference (ECC)*. IEEE, 1999, pp. 1511–1516.
- [16] S. Yeh, D. Ji, W. Yoo, and S. Won, "Efficient fuzzy-mpc for nonlinear systems: rule rejection," in *2006 SICE-ICASE International Joint Conference*. IEEE, 2006, pp. 5653–5657.
- [17] M. Killian, B. Mayer, A. Schirrer, and M. Kozek, "Cooperative fuzzy model-predictive control," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 471–482, 2015.
- [18] L. Teng, Y. Wang, W. Cai, and H. Li, "Robust model predictive control of discrete nonlinear systems with time delays and disturbances via t-s fuzzy approach," *Journal of Process Control*, vol. 53, pp. 70–79, 2017.
- [19] X. Wang, S. Li, S. Su, and T. Tang, "Robust fuzzy predictive control for automatic train regulation in high-frequency metro lines," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 27, no. 6, pp. 1295–1308, 2018.
- [20] J.-H. Park, T.-H. Kim, and T. Sugie, "Output feedback model predictive control for lpv systems based on quasi-min–max algorithm," *Automatica*, vol. 47, no. 9, pp. 2052–2058, 2011.
- [21] Z. Wan and M. V. Kothare, "Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities," *Journal of Process Control*, vol. 12, no. 7, pp. 763–774, 2002.
- [22] X. Tang, L. Deng, N. Liu, S. Yang, and J. Yu, "Observer-based output feedback mpc for t-s fuzzy system with data loss and bounded disturbance," *IEEE transactions on cybernetics*, vol. 49, no. 6, pp. 2119–2132, 2018.
- [23] X. Ping and W. Pedrycz, "Output feedback model predictive control of interval type-2 t-s fuzzy system with bounded disturbance," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 28, no. 1, pp. 148–162, 2019.
- [24] G. Feng, *Analysis and synthesis of fuzzy control systems: a model-based approach*. CRC press, 2018, vol. 37.
- [25] M. C. Turner, G. Herrmann, and I. Postlethwaite, "Discrete-time anti-windup: Part 1—stability and performance," in *2003 European Control Conference (ECC)*. IEEE, 2003, pp. 473–478.
- [26] S. Bououden, M. Chadli, S. Filali, and A. El Hajjaji, "Fuzzy model based multivariable predictive control of a variable speed wind turbine: Lmi approach," *Renewable Energy*, vol. 37, no. 1, pp. 434–439, 2012.
- [27] R. Baždarić, D. Matko, A. Leban, D. Vončina, and I. Škrjanc, "Fuzzy model predictive control of a dc-dc boost converter based on non-linear model identification," *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 116–134, 2017.
- [28] T. B. S. Moreira, R. C. B. Rego, C. S. N. Rios, F. G. Nogueira, and M. V. S. Costa, "Análise comparativa entre controlador gpc-t e mpc-lmi com anti-windup lmi aplicado em conversor boost ccte," in *12th Seminar on Power Electronics and Control*, Natal, RN, 2019.
- [29] M. V. S. Costa, "Controle mpc robusto aplicado ao conversor boost ccte otimizado por inequações matriciais lineares," Ph.D. dissertation, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.
- [30] R. D. Middlebrook and S. Cuk, "A general unified approach to modelling switching-converter power stages," in *1976 IEEE Power Electronics Specialists Conference*. IEEE, 1976, pp. 18–34.
- [31] L.-X. Wang, *A course in fuzzy systems and control*. Prentice Hall PTR Upper Saddle River, NJ, 1997, vol. 2.



**Thalita B. S. Moreira** Possui bacharelado em Ciência e Tecnologia (2016) e em Engenharia Elétrica ambos pela Universidade Federal Rural do Semi-Árido (2018). Atualmente cursa mestrado em Engenharia Elétrica na Universidade Federal Rural do Semi-Árido, desenvolvendo pesquisas na área de controle preditivo baseado em modelo, controle fuzzy, otimização LMI e conversores boost.



**Marcus V. S. Costa** Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Ceará (2009), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Ceará (2012) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Ceará (2017). Atualmente é professor da Universidade Federal Rural do Semi-Árido. As áreas de pesquisa incluem: Controle Preditivo Robusto Usando LMIs, Controle Inteligente, Controle Robusto Aplicado, Inteligência Computacional Aplicada.



**Fabrício G. Nogueira** Possui graduação em Engenharia da Computação (2007), mestrado e doutorado em Engenharia Elétrica (2008 e 2012) pela Universidade Federal do Pará (UFPA). É professor do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Ceará (UFC). Coordena o Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE/UFC) e possui experiência no desenvolvimento de projetos de Pesquisa e Desenvolvimento com empresas do setor elétrico brasileiro, com proposição de soluções de automação, controle e monitoramento de plantas de geração de energia. As áreas de pesquisa incluem: controle digital, adaptativo e robusto, modelagem e controle de sistemas LPV; identificação de sistemas; com aplicações em sistemas elétricos de potência, robótica e diferentes sistemas industriais.