

A Novel Hybrid (PID + MRAC) Adaptive Controller for an Air Levitation System

M. Bomfim, E. Lima II, N. Monteiro and A. Dias

Abstract—The air levitation system belongs to a class of systems with fast dynamics and low damping. Such characteristics make the plant intrinsically unstable and respond in a non-linear form. Thus, it is prohibitive to use classic control techniques, such as the PID (Proportional-Integral-Derivative) controller, to track the position of the sphere. The control system must be able to compensate the non-linearities, high oscillation and reject disturbances. Thus, this research proposes to create a new approach for the hybrid controller (PID + MRAC) present in the literature. The topological character of the proposed MRAC (Model Reference Adaptive Controller) consists of three parts: a feedforward controller, a derivative portion and an ordinary feedback. The feedforward portion has the purpose of rejecting undesirable disturbances. The derivative portion increases the stability of the system and the ordinary feedback makes the error null in steady state. Due to the convergence time of the adjustment parameters, MRAC performs poorly during reference changes and in the rejection of disturbances. Thus, it is common practice to use the MRAC with the PID controller. In its methodological aspect, the control law was created from Lyapunov's theory, with the purpose of ensuring asymptotic stability for the system. As a result, the proposed controller (Hybrid-MRAC or H-MRAC) showed better results than a literature reference (A-PID), in terms of mean absolute (MAE), mean square (MSE) and root mean square (RMSE) errors. In MAE simulations it was 41%, 14% lower on average, MSE was 41%, 14% and RMSE 11%, 14%. In the experiments, the MAE was on average 18%, 58% lower, the MSE 18%, 58% and the RMSE 18, 58%.

Index Terms—Adaptive controller, Air levitation system, H-MRAC, Lyapunov's theory.

I. INTRODUÇÃO

Existem tarefas de manuseio e transporte de materiais que limitam as interações físicas entre o objeto a ser manipulado e o operador. Como exemplos, podem ser citadas as indústrias de semicondutores, biotecnologia e nuclear [1], [2]. Nessas indústrias o contato físico pode danificar o material manipulado ou infectar pessoas, por exemplo. Dessa forma, várias pesquisas desenvolvem sistemas de manipulação sem interações físicas. As principais técnicas utilizadas correspondem a dispositivos magnéticos, ópticos, eletrostáticos e acústicos [3]. Algumas pesquisas que utilizam levitadores magnéticos podem ser analisadas em [4]–[8]. A principal desvantagem dessas aplicações é que o objeto a ser levantado deve ser confeccionado em material metálico. Por outro lado, os sistemas de levitação acústica têm a vantagem de transportar materiais que sejam condutores ou não. As principais

restrições dos sistemas de levitação acústica são a capacidade limitada do peso e o alto custo dos equipamentos [1]–[3].

Sistemas de levitação a ar (SLA) foram encontrados em [9]–[18] e reúnem as seguintes vantagens: baixo custo de aquisição de peças, peso e volume reduzidos, e a possibilidade de manipulação de materiais de diferentes formas e composições. Uma desvantagem do SLA é a característica não linear e oscilatória da resposta em posição, o que dificulta o desenvolvimento de sistemas de controle para o rastreamento da mesma. Na literatura podem ser vistos diversos tipos de controladores desenvolvidos para o SLA, que vão desde a abordagem clássica com controladores PID (Proporcional - Integral - Derivativo) [19] até as avançadas [11] e [17].

Em [15] foi desenvolvido um SLA remotamente operado, em que um controlador PID é utilizado para o rastreamento de posição. Em [14] um controlador de dois graus de liberdade foi utilizado para o rastreamento de trajetória. O controlador consistia de uma parcela antecipatória (*feedforward*) somada a uma realimentação ordinária. A ação antecipatória apresentou-se eficaz na mitigação dos efeitos oriundos de distúrbios.

Como técnicas de controle avançado podem ser citados os controladores baseados em modelo, controladores inteligentes e controladores adaptativos. Controladores baseados em modelo (MBC – *Model Based Controllers*) podem ser vistos em [11] e [17]. Em [17] foram comparados os controladores PID e por modos deslizantes (SMC – *Sliding Mode Controllers*) para o controle de posição de dois sistemas de levitação a ar conectados. O SMC apresentou melhores resultados que o PID. Em [11] foi desenvolvido um controlador comutado robusto para um SLA. No artigo foi desenvolvida uma técnica de controle intitulada *Pseudo-Sliding Mode Control* (PSMC), em que não há necessidade de uma superfície de deslizamento, o que evita efeitos de trepidação. A principal desvantagem desses sistemas de controle é que há necessidade de um modelo preciso da planta. Dessa forma, uma etapa antecessora ao projeto do sistema de controle é utilizar técnicas de identificação de sistemas, tais como os modelos autorregressivos não lineares com entradas exógenas [13].

Os controladores inteligentes são desenvolvidos a partir de redes neurais artificiais (RNA), lógica nebulosa (Fuzzy) ou métodos de computação evolucionária [20]. Também podem ser analisadas a utilização de mais de uma técnica de controle inteligente (Neuro-Fuzzy) ou a utilização delas em conjunto com técnicas clássicas (PID Fuzzy ou PID Neural), em que os ganhos do controlador são sintonizados por intermédio das técnicas de inteligência artificial.

As técnicas supracitadas também são amplamente usadas na identificação de sistemas, trabalhando em conjunto, geralmente, com controladores MBC [13]. Controladores PID

M. H. S. Bomfim is Ph.D. student at Graduate Program in Mechanical Engineering - Universidade Federal de Minas Gerais (PPGMEC/UFGM), Belo Horizonte, MG, Brazil, e-mail: marcelo.bomfim@ifmg.edu.br.

E. J. Lima II is professor at PPGMEC/UFGM.

N. S. Monteiro is Ph.D. student at Graduate Program in Electrical Engineering - Universidade Federal de Minas Gerais (PPGEE/UFGM).

A. L. A. Dias is M.Sc. student at PPGEE/UFGM.

Fuzzy podem ser analisados em [9], [18] e [21] nos quais os ganhos das ações de controle são sintonizados a partir de variáveis simbólicas. O desempenho desses controladores é superior ao controlador PID clássico e inferior aos reguladores autoajustáveis (STR - *Self-Tuning Regulators*) [16].

Dentre os diversos tipos de controladores adaptativos, os que mais são empregados em SLA são os STR's [15] e [16]. Os STR's trabalham em cima de um modelo identificado da planta, que é obtido, geralmente, a partir de algoritmos baseados no método dos mínimos quadrados recursivo.

Foram encontradas pesquisas que utilizaram controladores adaptativos híbridos por modelo de referência (H-MRAC - *Hybrid - Model Reference Adaptive Controllers*) para o rastreamento de posição em manipuladores [22]. O hibridismo consiste na união do PID convencional com o MRAC [23]. Os principais benefícios da utilização do MRAC são a garantia de estabilidade, quando a teoria de Lyapunov é utilizada como algoritmo de adaptação, e o fato da possibilidade da imposição de um modelo de referência (MR) a ser seguido pela planta [24]. O controlador PID atua durante a convergência dos parâmetros de ajuste do MRAC, auxiliando no rastreamento da posição durante o período transitório.

Nesta pesquisa, o H-MRAC terá seu desempenho comparado ao do controlador PID adaptativo (A-PID) presente em [5]. Ambas pesquisas utilizam a união entre o controlador PID e o adaptativo (MRAC). A diferença está relacionada com o aspecto topológico dos sistemas de controle. Em [5] o algoritmo de adaptação atua na sintonia dos parâmetros, K_P , K_I e K_D , do controlador PID. Na presente pesquisa é desenvolvida uma nova abordagem para a lei de controle do MRAC e o controlador PID possui parâmetros fixos. Assim, espera-se desenvolver um sistema de controle com melhor desempenho, menor erro no rastreamento de trajetória, tendo em vista o fraco desempenho do sistema de controle proposto por [5], durante as mudanças no sinal de referência e na rejeição de perturbação. Portanto, as contribuições do presente artigo são: (i) criar uma plataforma de baixo custo para um SLA, presente na Seção II; (ii) desenvolver uma lei de controle adaptativa baseada na teoria de Lyapunov que trabalha em parceria com um controlador PID convencional, presente na Seção III; e (iii) comparar a nova abordagem proposta (H-MRAC) com o controlador desenvolvido em [5], intitulado A-PID no artigo, presente na Seção III-D.

Em seu aspecto organizacional, o presente trabalho é dividido em seis seções. A Seção II tem o objetivo de apresentar o aparato experimental. Fica a cargo da Seção III apresentar a metodologia para o desenvolvimento da teoria de controle adaptativa proposta. A Seção IV é responsável pelas simulações e a Seção V pelos experimentos. Finalizando, a Seção VI apresenta as considerações finais.

II. APARATO EXPERIMENTAL

O protótipo do SLA desenvolvido é composto pelos itens:

- Ventilador com motor CC (Corrente Contínua) *Brushless* 12 V - 80 mA, com dimensões de 70 x 70 mm.
- Tubo plástico transparente, com comprimento de 400 mm e diâmetro de 75 mm.

- Escala graduada de 370 mm com resolução de 10 mm.
- Bola de isopor de raio 36,6 mm.
- Sensor ultrassônico HC-SR04.
- Arduino Uno R3® com microcontrolador ATmega328.
- Visor de cristal líquido alfanumérico.
- Transistor bipolar de junção BC337 (*driver*).
- Fonte de alimentação CC 12 V / 5 V - 1 A.
- Botões (*push-buttons*), matriz de contatos e fios *jumper*.
- Caixa de acrílico, com dimensões de 320 x 210 x 110 mm.

A Fig. 1 apresenta o SLA com seus principais componentes.

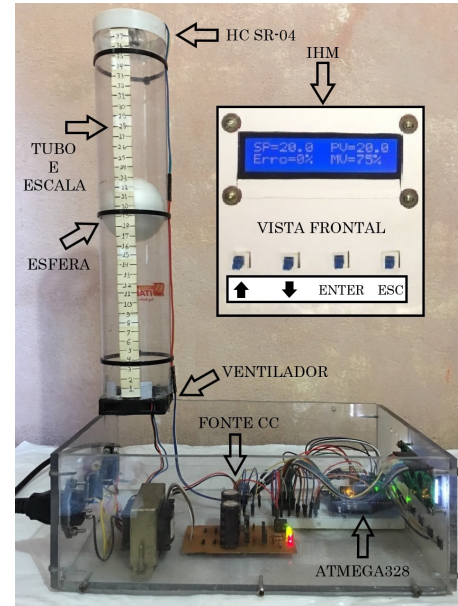


Fig. 1. Fotografia do protótipo do sistema de levitação a ar.

Na arquitetura de *hardware* proposta, o microcontrolador executa o processamento da estratégia de controle. Esse pode receber comandos de entrada, como: ajuste dos ganhos, valor de referência e atuação manual da saída. Além de enviar informações, como: valores da variável controlada, erro e ação de controle percentuais, tudo isso tanto pela IHM local, quanto pelo terminal de programação. O controle digital foi realizado com um período de amostragem de 50 ms. Conforme o diagrama de blocos mostrado na Fig. 2, o valor da altura da bola y é lido pelo sensor ultrassônico e comparado com a saída do modelo de referência. A estratégia proposta utilizará essa diferença para gerar uma ação de controle u . A ação de controle u é carregada como o *duty cycle* de um canal PWM (*Pulse Width Modulation*) de 8 bits do microcontrolador. Como o motor utilizado possui tensão nominal de 12 V, foi necessário utilizar um *driver* (transistor BC337) para amplificar o sinal de tensão variável de 0 a 5 V para 0 a 12 V. Cabe ressaltar que o sensor ultrassônico foi calibrado com o auxílio de uma escala graduada, antes da realização dos experimentos.

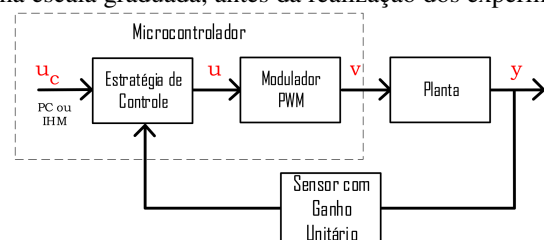


Fig. 2. Diagrama em blocos do sistema de controle digital.

III. METODOLOGIA DE CONTROLE PROPOSTA

A expressão (1) apresenta a lei de controle para o H-MRAC. Em seu aspecto topológico, essa lei é constituída de três parcelas. A primeira, representada pelo parâmetro de ajuste θ_1 , é um controlador antecipatório (*feedforward*). A segunda, representada pelo parâmetro de ajuste θ_2 , é um controlador derivativo e a terceira, representada pelo parâmetro de ajuste θ_3 , é uma realimentação ordinária (*feedback*).

$$u = \theta_1 u' - \theta_2 \dot{y} - \theta_3 y, \quad (1)$$

em que, u' é a ação de controle do controlador PID; y é a saída da planta; θ_i para $i = 1, 2, 3$, são os parâmetros de ajuste e u é a ação de controle do H-MRAC.

A. Estrutura do Modelo de Referência (MR)

No MR são definidos o desempenho esperado na planta em termos de sobressinal, tempo de subida e acomodação, que podem ser ajustados indiretamente pelos valores de ζ e ω_n do modelo. A expressão abaixo define o MR.

$$\frac{Y_m(s)}{U'(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{b_m}{s^2 + a_{1m}s + a_{2m}}, \quad (2)$$

no qual, Y_m é a saída do modelo de referência; U' é o sinal de comando; K é o ganho estático; ζ é o coeficiente de amortecimento e ω_n é a frequência natural, ambos desejados na resposta do SLA.

Conforme a expressão acima, o MR também pode ser dado em função dos parâmetros $a_{1m} = 2\zeta\omega_n$, $a_{2m} = \omega_n^2$ e $b_m = K\omega_n^2$. De uma forma geral, o erro e é dado por:

$$e = y - y_m, \quad (3)$$

sendo, y o sinal de saída da planta e y_m a saída do MR.

B. Teoria de Estabilidade de Lyapunov

Para o bom funcionamento dos sistemas reais, a estabilidade é uma premissa que deve ser atendida. A ideia do matemático e físico russo Alexander Lyapunov em seu segundo método, foi criar uma metodologia para a análise de convergência de um sistema sem a necessidade de solucionar equações diferenciais complexas. A teoria de Lyapunov aborda a estabilidade dos pontos de equilíbrio do sistema, isto é, pontos em que não há tendência de mudança de estados. Um ponto de equilíbrio é estável se todas as soluções, que começam perto o suficiente desse ponto, permanecerem próximas do ponto de equilíbrio. Dadas essas condições, se as soluções também tenderem ao ponto de equilíbrio conforme o tempo se aproxima do infinito, esse ponto é dito assintoticamente estável. Caso o ponto de equilíbrio não seja estável, ele é dito instável [25] e [26].

A teoria de estabilidade de Lyapunov consiste em encontrar uma função V com as propriedades [24] e [25]:

Propriedade 1. *Definida positiva*, ou seja, uma função continuamente diferenciável $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ em uma região $U \subset \mathbb{R}^n$ que contenha a origem:

$$V(x) \begin{cases} = 0, & x = 0 \text{ é um ponto de equilíbrio} \\ > 0, & x \in U \text{ e } x \neq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Propriedade 2. *Derivada semidefinida negativa*, ou seja:

$$\frac{dV}{dt} \leq 0, \quad x \in U \text{ e } x \neq 0. \quad (5)$$

Caso a função V atenda às referidas propriedades, ela é denominada uma função de Lyapunov, e há garantia de estabilidade para o sistema. A partir das Propriedades 1 e 2, o teorema de estabilidade de Lyapunov é enunciado [24] e [25].

Teorema 1 (Estabilidade de Lyapunov): seja V uma função definida positiva, como visto em (4). Caso $\dot{V} \leq 0 \in U$, então, $x = 0$ é um ponto de equilíbrio estável. Se $\dot{V} < 0 \in U - \{0\}$, $x = 0$ é um ponto de equilíbrio assintoticamente estável.

Prova: a prova do Teorema 1 pode ser vista em [25]. \square

Portanto, a função candidata de Lyapunov (6) é proposta, e a teoria de Lyapunov será usada para verificar a estabilidade do sistema.

$$V(\dot{e}, e, \theta_1, \theta_2, \theta_3) = \frac{1}{2} \left(\dot{e}^2 + a_{2m}e^2 + \frac{1}{b\gamma_1}(b\theta_1 - b_m)^2 + \frac{1}{b\gamma_2}(b\theta_2 + a_1 - a_{1m})^2 + \frac{1}{b\gamma_3}(b\theta_3 + a_2 - a_{2m})^2 \right), \quad (6)$$

sendo, γ_1 , γ_2 e γ_3 os ganhos de adaptação; e o modelo em função de transferência da planta representado por:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_2}. \quad (7)$$

Para simplificar a análise de estabilidade foi considerado que o atraso de transporte ou “tempo morto” da planta é nulo.

A função proposta $V(\dot{e}, e, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$ é diferenciável, e será igual a zero quando $e = 0$ e os parâmetros de ajuste convergem para seus valores corretos: $b\theta_1 = b_m$, $b\theta_2 = a_{1m} - a_1$ e $b\theta_3 = a_{2m} - a_2$, ou seja, os pontos de equilíbrio do sistema. Como essa função é quadrática, a Propriedade 1 é obedecida. Para verificar a Propriedade 2, a Proposição 1 é formulada.

Proposição 1 (Lei de Controle Adaptativa): considere o problema do controlador adaptativo de um SLA. Assumindo um modelo linearizado por meio de uma função de transferência real estritamente positiva, os parâmetros de ajuste são representados por (8), (9) e (10). Cabe ressaltar que os parâmetros de ajuste variam, no sentido do gradiente negativo do erro. Por tanto, ocorrerá a convergência dos parâmetros, até que o erro seja nulo.

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\gamma_1 u' \dot{e}. \quad (8)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \gamma_2 \dot{y} \dot{e}. \quad (9)$$

$$\frac{d\theta_3}{dt} = \gamma_3 y \dot{e}. \quad (10)$$

Prova: as funções de transferência que descrevem o comportamento fenomenológico do MR e da planta, presentes em (2) e (7), respectivamente, podem ser representadas por:

$$\ddot{y}_m + a_{1m}\dot{y}_m + a_{2m}y_m = b_m u' \quad (11)$$

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = bu \quad (12)$$

Dada a função candidata de Lyapunov (6), a sua derivada temporal pode ser expressa por:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\dot{e}} \frac{d\dot{e}}{dt} + \frac{dV}{de} \frac{de}{dt} + \frac{dV}{d\theta_1} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{dV}{d\theta_2} \frac{d\theta_2}{dt} + \frac{dV}{d\theta_3} \frac{d\theta_3}{dt}. \quad (13)$$

Realizando a derivada de V em função dos parâmetros \dot{e} , e , θ_1 , θ_2 e θ_3 , obtêm-se:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{e} \frac{d\dot{e}}{dt} + a_{2m} e \frac{de}{dt} + \frac{1}{\gamma_1} (b\theta_1 - b_m) \frac{d\theta_1}{dt} \\ &+ \frac{1}{\gamma_2} (b\theta_2 + a_1 - a_{1m}) \frac{d\theta_2}{dt} + \frac{1}{\gamma_3} (b\theta_3 + a_2 - a_{2m}) \frac{d\theta_3}{dt}. \end{aligned} \quad (14)$$

Substituindo os valores das expressões (8), (9) e (10) em (14), a expressão (15) pode ser obtida:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{e}\ddot{e} + a_{2m}e\dot{e} - \frac{1}{\gamma_1} (b\theta_1 - b_m)\gamma_1 u' \dot{e} \\ &+ \frac{1}{\gamma_2} (b\theta_2 + a_1 - a_{1m})\gamma_2 \dot{y} \dot{e} + \frac{1}{\gamma_3} (b\theta_3 + a_2 - a_{2m})\gamma_3 y \dot{e}. \end{aligned} \quad (15)$$

Utilizando a definição do erro fornecida em (3) e as equações diferenciais (11) e (12), tem-se:

$$\ddot{e} = -a_1 \dot{y} - a_2 y + bu + a_{1m} \dot{y}_m + a_{2m} y_m - b_m u'. \quad (16)$$

Substituindo (16) em (15) e simplificando alguns termos:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{e} (-a_1 \dot{y} - a_2 y + bu + a_{1m} \dot{y}_m + a_{2m} y_m - b_m u') \\ &+ a_{2m} e \dot{e} - (b\theta_1 - b_m) u' \dot{e} + (b\theta_2 + a_1 - a_{1m}) \dot{y} \dot{e} \\ &+ (b\theta_3 + a_2 - a_{2m}) y \dot{e}. \end{aligned} \quad (17)$$

Analisando (18), nota-se que os termos $a_1 \dot{y} \dot{e}$, $a_2 y \dot{e}$, e $b_m u' \dot{e}$ apresentam inverso aditivo, e a expressão é simplificada:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{e} (bu + a_{1m} \dot{y}_m + a_{2m} y_m) + a_{2m} e \dot{e} - b\theta_1 u' \dot{e} \\ &+ (b\theta_2 - a_{1m}) \dot{y} \dot{e} + (b\theta_3 - a_{2m}) y \dot{e}. \end{aligned} \quad (18)$$

A lei de controle (1) também pode ser incluída em (18):

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{e} (b\theta_1 u' - b\theta_2 \dot{y} - b\theta_3 y + a_{1m} \dot{y}_m + a_{2m} y_m) + \\ &a_{2m} e \dot{e} - b\theta_1 u' \dot{e} + (b\theta_2 - a_{1m}) \dot{y} \dot{e} + (b\theta_3 - a_{2m}) y \dot{e}. \end{aligned} \quad (19)$$

Os termos $b\theta_1 u' \dot{e}$, $b\theta_2 \dot{y} \dot{e}$, e $b\theta_3 y \dot{e}$ apresentam inverso aditivo em (19), e a referida expressão também pode ser simplificada:

$$\frac{dV}{dt} = a_{1m} \dot{y}_m \dot{e} - a_{1m} \dot{y} \dot{e} + a_{2m} y_m \dot{e} - a_{2m} y \dot{e} + a_{2m} e \dot{e} \quad (20)$$

$$\frac{dV}{dt} = a_{1m} \dot{e} (\dot{y}_m - \dot{y}) + a_{2m} \dot{e} (y_m - y) + a_{2m} e \dot{e} \quad (21)$$

Usando $\dot{y}_m - \dot{y} = -\dot{e}$ e $y_m - y = -e$:

$$\frac{dV}{dt} = -a_{1m} \dot{e} \dot{e} - a_{2m} e \dot{e} + a_{2m} e \dot{e} = -a_{1m} \dot{e}^2. \quad (22)$$

A função (22) é semidefinida negativa, assim, é possível concluir, pelo Teorema 1, que (6) é uma função de Lyapunov e há garantia de estabilidade para os pontos de equilíbrios do sistema. Para analisar a convergência de V , enuncia-se o Lema de Barbalat.

Lema 1 (Lema de Barbalat): dada uma função $f(t)$, se $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$ é finito e $\dot{f}(t)$ é uniformemente contínua, então $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{f}(t) = 0$.

Prova: a prova do Lema 1 pode ser obtida em [25]. \square

O fato de (22) ser semidefinida negativa implica em $V(t) \leq V(0)$, e assim os parâmetros e , \dot{e} , θ_1 , θ_2 , θ_3 são limitados. Em decorrência de e , y e y_m também são limitados. Em (23), \dot{V} é apresentada, e desde que u_c e as derivadas de y e y_m sejam limitadas, segue que \dot{V} também será. Assim, \dot{V} é uniformemente contínua, e conclui-se pelo Lema 1 que $\dot{V} \rightarrow 0$ em regime estacionário. Conseqüentemente, $V \rightarrow c \geq 0$, conforme pode ser observado nas análises da Seção IV-B.

$$\frac{d^2 V}{dt^2} = -2a_{1m} \dot{e} \ddot{e} = -2a_{1m} \left(-a_1 \dot{y} - a_2 y + bu + a_{1m} \dot{y}_m - b_m u' + a_{2m} y_m \right) \left(\frac{-\ddot{y} - a_2 y + bu}{a_1} + \frac{\ddot{y}_m - a_{2m} y_m + b_m u'}{a_{1m}} \right), \quad (23)$$

\square

C. Diagrama em Blocos do Sistema de Controle Proposto

A Fig. 3 ilustra o H-MRAC proposto no artigo. A parcela *feedforward* tem a finalidade de adicionar ao sistema uma ação de controle antecipatória, atenuando os efeitos das perturbações. A parcela derivativa tem o objetivo de reduzir as oscilações do sistema, tendo em vista que o SLA possui dinâmica rápida com baixo amortecimento. A parcela de realimentação ordinária tem a finalidade de reduzir o erro do sistema em regime permanente. Os parâmetros θ_1 , θ_2 e θ_3 são determinados por (8), (9) e (10), respectivamente; e são usados para calcular a ação de controle u , vide (1). O controlador PID (tipo paralelo) tem a função de auxiliar no rastreamento da posição da bola durante o período transitório, momento em que os parâmetros θ_1 , θ_2 e θ_3 do MRAC estão convergindo.

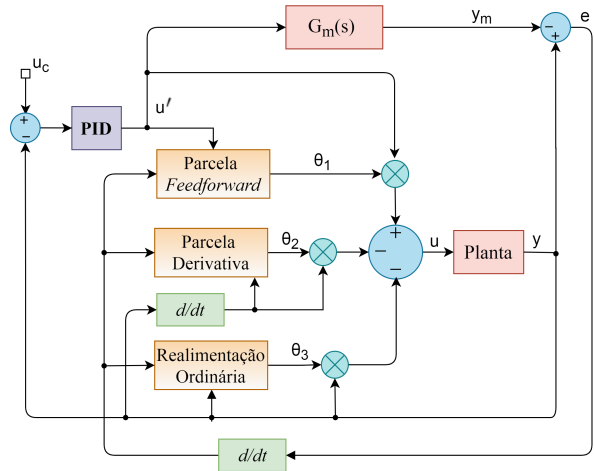


Fig. 3. Diagrama em blocos do H-MRAC proposto.

D. Controlador PID Adaptativo

O controlador PID adaptativo (A-PID), usado para *benchmarking* do H-MRAC, tem cada uma das suas ações de controle ajustados por mecanismos de adaptação dados por (24). O parâmetro θ é ajustado de forma a minimizar o erro na saída do sistema [5]. A Fig. 4 apresenta o diagrama em blocos para o A-PID. Por ela, pode ser analisado que o controlador consiste em um PID paralelo “desacoplado”, em que as ações de controle individuais (P, I e D) são multiplicadas por θ_i .

$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\gamma_i y_m e, \quad i = 1, 2, 3. \quad (24)$$

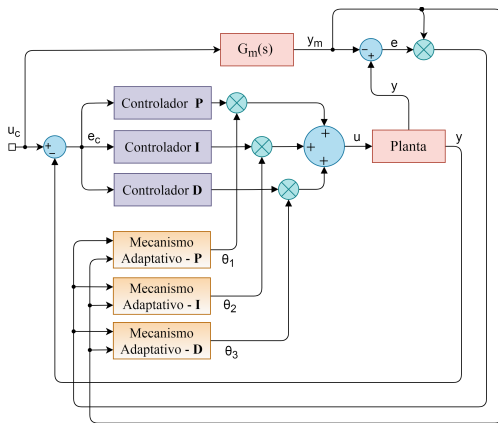


Fig. 4. Diagrama em blocos do A-PID.

IV. SIMULAÇÃO

A. Identificação da Planta

Nesta seção o H-MRAC é implementado no Simulink®. Para realizar a simulação é necessário obter a modelagem matemática da planta. A abordagem escolhida foi a modelagem empírica, e consiste na coleta dos dados de entrada e saída do sistema, a fim de obter um modelo matemático que tenha o comportamento próximo ao da planta real. A modelagem empírica consiste de quatro etapas [27]:

- planejamento e execução experimental;
- seleção da estrutura do modelo;
- estimação dos parâmetros do modelo; e
- validação do modelo.

Para encontrar o modelo matemático da planta, essas quatro etapas são reproduzidas a seguir.

1) *Planejamento e Execução Experimental*: nesta etapa, são coletados os dados de entrada e saída da planta a fim de serem analisados a posteriori. Avaliando o funcionamento da planta, observa-se que ela apresenta comportamento instável, inviabilizando identificá-la em malha aberta. Dessa forma, a alternativa encontrada foi realizar a identificação da planta em malha fechada [27] e [28]. Assim, a planta foi realimentada com sensor e controlador proporcional em ganho unitário e excitada com degrau de 0,2 m, a uma frequência de amostragem de 20 Hz. A entrada e a saída da planta realimentada são exibidas na Fig. 5. Em vermelho é apresentada a saída obtida diretamente da planta e em azul a saída da planta processada com o filtro `filtfilt`. O `filtfilt` foi escolhido, pois realiza a filtragem dos dados sem apresentar distorção de fase e por reduzir significativamente os ruídos provenientes da medição. Os parâmetros de entrada do filtro `filtfilt` são: o sinal de saída da planta y ; e os coeficientes (c_1 e c_2) da função de transferência de um filtro digital *Butterworth* (`butter`) passa-baixa de ordem $n = 2$ e frequência de corte $\omega_c = 0,3\pi$ rad/amostra.

```
[c1, c2] = butter(n, ωc)
saída filtrada = firlfilt(c1, c2, y)
```

2) *Estrutura do Modelo*: observando os dados obtidos na Fig. 5, conclui-se que a planta realimentada apresenta comportamento oscilatório quando excitada por entrada em

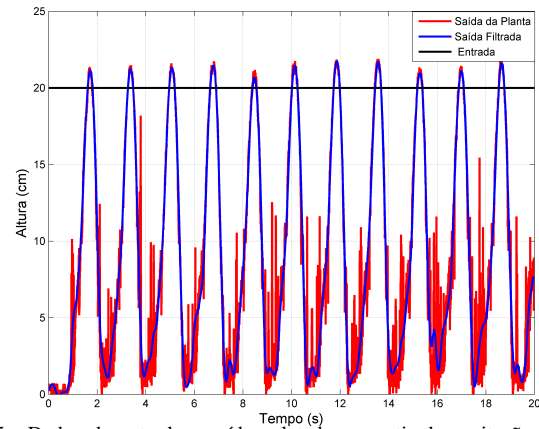


Fig. 5. Dados de entrada e saída coletados a partir da excitação da planta realimentada e controlada com controlador proporcional com ganho unitário. degrau. Assim, foi escolhida uma função de transferência de 2ª ordem “padrão” para descrever o funcionamento da planta em malha fechada:

$$G_{MF}(s) = \frac{K \omega_n^2 e^{-\tau_d s}}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} + \delta = K G_a(s) + \delta. \quad (25)$$

As variáveis presentes em (25) compreendem os parâmetros que interferem na dinâmica do sistema: ζ , coeficiente de amortecimento; ω_n , frequência natural não amortecida; K , ganho de atenuação ou amplificação; τ_d , atraso de transporte ou “tempo morto”; e δ , *offset* para ajustar “verticalmente” a resposta. Sendo $G_a(s)$ uma função de transferência auxiliar.

3) *Estimação dos Parâmetros*: uma vez definida a estrutura matemática do modelo, os seus parâmetros podem ser estimados por meio da saída da planta (Fig. 5). Os parâmetros ω_n , ζ , e τ_d são extraídos visualmente a partir da observação da resposta da planta, e são usados para construir a função de transferência auxiliar $G_a(s)$. Com base na resposta de $G_a(s)$ ajusta-se os parâmetros K e δ para que $G_{MF}(s)$ apresente resposta similar à saída filtrada da planta realimentada.

Na Fig. 5, observa-se que o sistema tem amortecimento desprezível implicando em $\zeta = 0$, e que o atraso de transporte é aproximadamente $\tau_d = 0,8$ s. A duração de cada ciclo da saída é de aproximadamente $\tau = 1,71$ s. Dessa forma, a frequência natural não amortecida é calculada por $\omega_n = \frac{2\pi}{\tau} = 3,67$ rad/s.

O termo $e^{-\tau_d s}$ foi calculado usando uma aproximação de Padé de 3ª ordem:

$$e^{-\tau_d s} = \frac{-s^3 + 15s^2 - 93,75s + 234,4}{s^3 + 15s^2 + 93,75s + 234,4}. \quad (26)$$

Assim, $G_a(s)$ foi construída e os demais parâmetros foram encontrados: $K = 0,53$ e $\delta = 0,05$. Com posse desses parâmetros, a função de transferência em malha fechada $G_{MF}(s)$ foi estimada por:

$$G_{MF}(s) = \frac{0,05s^5 + 0,7s^4 - 1,9s^3 + 128s^2 - 607s + 1828}{s^5 + 15s^4 + 107s^3 + 436s^2 + 1263s + 3157}. \quad (27)$$

4) *Validação do Modelo*: para validar o modelo encontrado em (27), foi aplicado um degrau com amplitude de 0,2 m em $G_{MF}(s)$ e o resultado é comparado com um novo conjunto de dados de saída da planta real (filtrados), conforme mostra a Fig. 6. Por meio de inspeção visual, nota-se que o comportamento das saídas apresenta elevada correlação.

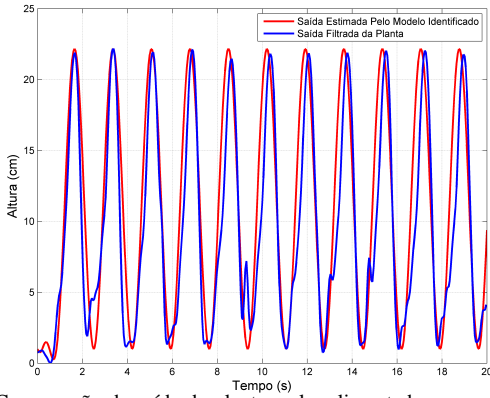


Fig. 6. Comparação da saída da planta real realimentada com a saída obtida pelo modelo identificado $G_{MF}(s)$.

Para avaliar quantitativamente o modelo identificado foi calculado o coeficiente de correlação de Pearson “ R ” em (28), sendo $R \in [-1, 1]$. Se $R = 1$ há uma correlação perfeita, se $R = -1$ há uma correlação perfeita negativa e se $R = 0$ não existe dependência linear entre os dados [29].

$$R = \frac{\text{cov}(Y_1, Y_2)}{\sqrt{\text{var}(Y_1) \text{var}(Y_2)}}, \quad (28)$$

em que, Y_1 representa a saída da planta real realimentada e Y_2 a saída estimada pelo modelo $G_{MF}(s)$.

Para as curvas da Fig. 6 foi encontrado $R = 0,93$. Segundo [30], os valores de R acima de 0,9 indicam que há uma correlação muito forte entre os conjuntos de dados. Assim, (27) foi escolhida para representar a planta realimentada. Entretanto, deseja-se obter o modelo apenas da planta $G_p(s)$ (sem realimentação). A função de transferência $G_{MF}(s)$ pode ser dada em função de $G_p(s)$ (considerando sensor de realimentação unitário e controlador com ganho proporcional unitário), no qual, $N(s)$ e $D(s)$ são o numerador e o denominador de $G_{MF}(s)$, respectivamente:

$$G_{MF}(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)}. \quad (29)$$

Manipulando algebricamente os termos de (29), obtém-se:

$$G_p(s) = \frac{N(s)}{D(s) - N(s)}. \quad (30)$$

Logo, o modelo matemático para o SLA é:

$$G_p(s) = \frac{0,05s^5 + 0,7s^4 - 1,9s^3 + 128s^2 - 607s + 1828}{0,9s^5 + 14,3s^4 + 109s^3 + 308s^2 + 1870s + 1329}. \quad (31)$$

B. Resultados de Simulação

A Fig. 7 apresenta as simulações para o SLA por intermédio do modelo identificado. Na Fig. 7a pode ser analisado que o H-MRAC responde com menor erro à entrada em degrau de 0,20 m. Após 15 s um degrau de -0,05 m é aplicado e ambos os controladores respondem de forma oscilatória e seguindo o modelo de referência preestabelecido. Resposta similar é obtida em 30 s quando um degrau de 0,05 m é aplicado. No tempo de 45 s ambos os controladores são capazes de rejeitar uma perturbação aplicada. A perturbação aplicada consiste em inserir um erro de leitura do sensor ultrassônico durante dois ciclos de amostragem, nesse período foi considerado que a posição da bola era de 0,30 m. Na Fig. 7b resultados análogos aos obtidos na Fig. 7a foram

verificados. Nas Fig.'s 7d e 7f foram aplicados sinais senoidais ao sistema com equação $u_c(t) = 0,01\text{sen}(0,3t) + 0,20$ m e $u_c(t) = 0,01\text{sen}(3t) + 0,20$ m, respectivamente. Assim como observado nas figuras anteriores, o tempo de convergência é menor para o H-MRAC e ambos os controladores são capazes de rejeitar a perturbação, independentemente da frequência de operação. Na Fig.7c e na Fig.7e pode ser analisado que nas mudanças de referência e durante a rejeição de distúrbios a ação de controle tem maior amplitude e os parâmetros de ajuste se adaptam às novas condições operacionais.

Os ganhos utilizados para o A-PID e H-MRAC são apresentados na Tabela I. Os ganhos dos controladores PID foram sintonizados utilizando o segundo método de Ziegler & Nichols [19] e os ganhos de adaptação foram ajustados por tentativa e erro, conforme sugere [24].

TABELA I

SINTONIA DOS GANHOS PARA O A-PID E H-MRAC.

Método	K_P	K_I	K_D	γ_1	γ_2	γ_3
A-PID	13,84	22,46	18,6	0,5	1	2
H-MRAC	13,84	22,46	1,86	0,05	0,05	0,05

Para avaliar quantitativamente as respostas obtidas foram calculados índices de desempenho baseados na diferença entre a resposta fornecida pelo modelo de referência e a saída da planta, tanto para as simulações quanto para os experimentos. Os índices escolhidos foram: MAE (*Mean Absolute Error*), MSE (*Mean Square Error*) e RMSE (*Root Mean Square Error*) [31]. Esses índices são usados para efeito de comparação.

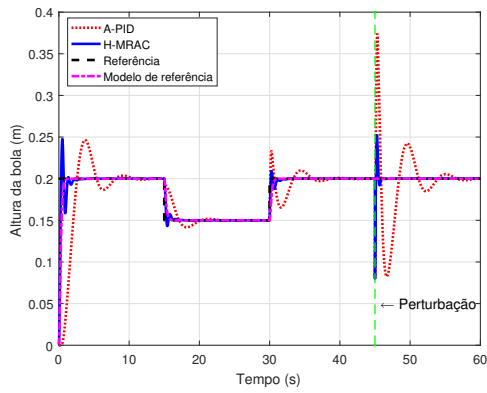
A Tabela II apresenta um estudo comparativo dos erros. Pela tabela, pode ser analisado que os índices MAE, MSE e RMSE, foram em média 51,25%, 51,65% e 31,40%, respectivamente, menores para o H-MRAC quando comparado ao A-PID, evidenciando a superioridade do H-MRAC.

TABELA II

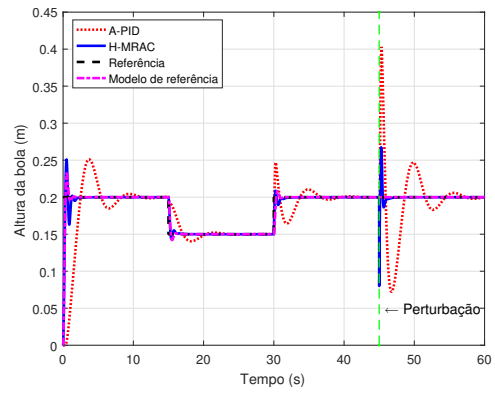
COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO PARA OS DADOS DAS SIMULAÇÕES.

Parâmetro	Método	MAE (m)	RMSE (m)	MSE (m ²)
Fig. 7a	A-PID	0,048658	0,076117	0,005779
Fig. 7a	H-MRAC	0,019177	0,057657	0,003324
Fig. 7b	A-PID	0,054626	0,085295	0,007275
Fig. 7b	H-MRAC	0,020048	0,041686	0,00174
Fig. 7d	A-PID	0,103790	0,129664	0,016813
Fig. 7d	H-MRAC	0,062656	0,097958	0,009596
Fig. 7f	A-PID	0,056389	0,095076	0,009039
Fig. 7f	H-MRAC	0,032999	0,070563	0,004979

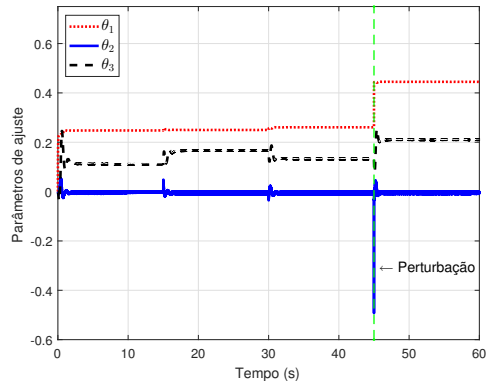
A Fig. 7g apresenta a comparação do H-MRAC e do MRAC (“puro”) para simulação da Fig. 7a. Pela figura, pode ser analisado que durante a mudança dos valores de referência (15 e 30 s) e na presença de distúrbios (45 s), a resposta do MRAC necessita de maior tempo para convergência, tempo de subida de aproximadamente 10 s, devido à convergência dos parâmetros de ajuste. No H-MRAC, o controlador PID atua durante o período transitório, tornando essa convergência mais rápida, com tempo de subida de aproximadamente 200 ms. Os índices MAE, MSE e RMSE, foram 74,79%, 63,88% e 39,90%, respectivamente, menores para o H-MRAC quando comparado ao MRAC. A Fig. 7h exibe a convergência da função de Lyapunov, proposta em (6), para o H-MRAC simulado na Fig. 7a. Pode ser observado que $V \rightarrow c \approx 0,15$, ou seja, um valor baixo, caracterizando a convergência dos parâmetros de ajuste para uma região próxima aos pontos de equilíbrio do sistema.



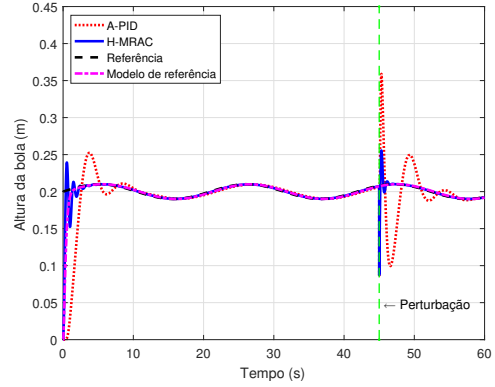
(a) MR da expressão (2) com: $\omega_n = 7$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$.



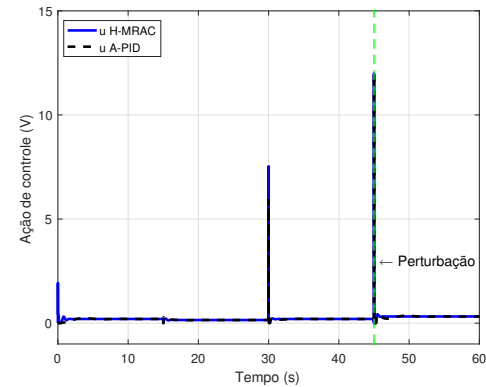
(b) MR da expressão (2) com: $\omega_n = 7$ rad/s, $\zeta = 0,5$ e $K = 1$.



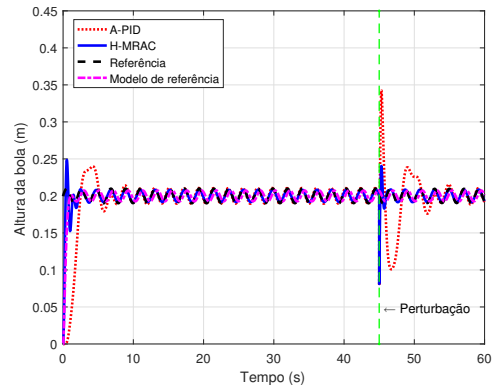
(c) Variação dos parâmetros θ 's para o MR da expressão (2) com: $\omega_n = 7$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$.



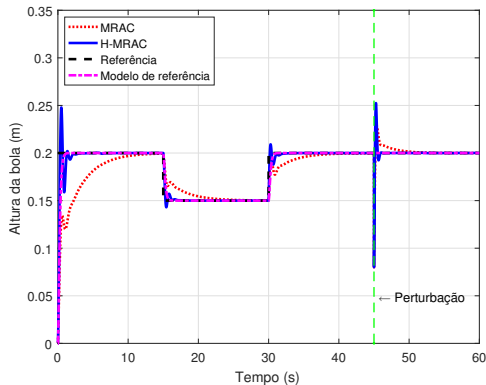
(d) MR da expressão (2) com: $\omega_n = 5$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$. Sinal de entrada: $u_c(t) = 0,01sen(0,3t) + 0,20$ m.



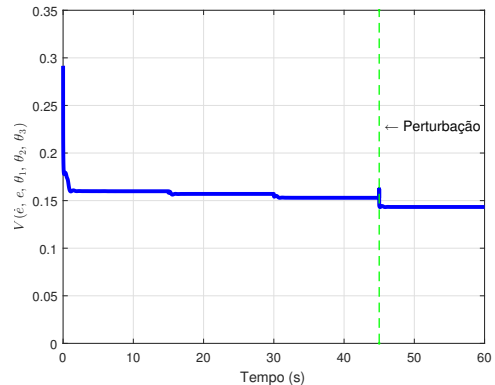
(e) Ação de controle para o MR da expressão (2) com: $\omega_n = 7$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$.



(f) MR da expressão (2) com: $\omega_n = 5$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$. Entrada: $u_c(t) = 0,01sen(3t) + 0,20$ m.



(g) Comparação do H-MRAC e MRAC para simulação da Fig. 7a.



(h) Convergência da função de Lyapunov $V(\dot{e}, e, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$ para o H-MRAC da simulação da Fig. 7a.

Fig. 7. Resultados obtidos nas simulações.

V. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A Fig. 8 apresenta os resultados experimentais realizados no SLA. Nas Fig.'s 8a e 8b pode ser analisado que o H-MRAC, diferentemente da simulação, responde com maior oscilação à entrada em degrau de 0, 20 m. Após 15 s um degrau de $-0,05$ m é aplicado e ambos os controladores respondem de forma satisfatória, seguindo o MR preestabelecido sem apresentar elevadas oscilações. Resposta similar é obtida em 30 s, quando um degrau de 0,05 m é aplicado. No tempo de 45 s, ambos controladores são capazes de rejeitar uma perturbação aplicada. Nas Fig.'s 8c e 8d foram aplicados os sinais senoidais ao sistema $u_c(t) = 0,01sen(0,3t) + 0,20$ m e $u_c(t) = 0,01sen(3t) + 0,20$ m, respectivamente. Assim como nas figuras anteriores, o H-MRAC apresentou resposta mais oscilatória devido ao elevado valor dos ganhos de adaptação. A estabilidade da resposta poderia ser melhorada com a redução dos ganhos de adaptação, o que reduziria as oscilações. Como consequência, os parâmetros de ajuste teriam um maior tempo de convergência, tornando o erro de rastreamento elevado.

A Tabela III apresenta um estudo comparativo dos erros experimentais. Por ela, pode ser analisado que os índices MAE, MSE e RMSE, foram em média 19,72 %, 42,92 % e 18,58 %, respectivamente, menores para o H-MRAC quando comparado ao A-PID. Portanto, conclui-se que o H-MRAC apresentou melhor desempenho.

VI. CONSIDERAÇÕES FINAIS

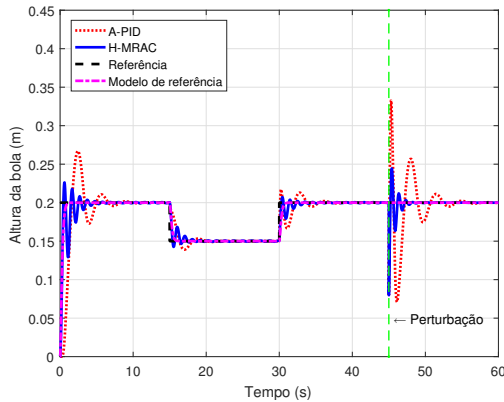
A pesquisa atingiu o seu objetivo de desenvolver o H-MRAC. Quando comparado ao controlador A-PID proposto

TABELA III
COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO PARA OS DADOS DOS EXPERIMENTOS.

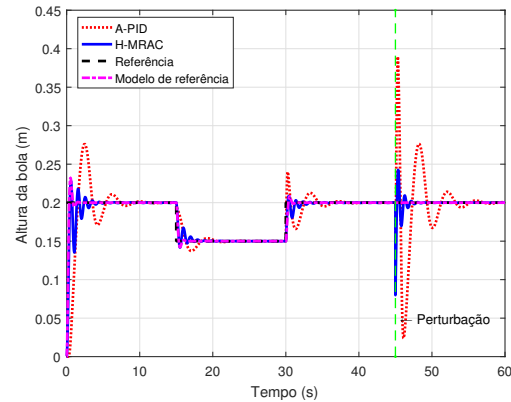
Parâmetro	Método	MAE (m)	RMSE (m)	MSE (m ²)
Fig. 8a	A-PID	0,050748	0,074657	0,005987
Fig. 8a	H-MRAC	0,046826	0,057807	0,003429
Fig. 8b	A-PID	0,055046	0,080986	0,005719
Fig. 8b	H-MRAC	0,036395	0,057849	0,005719
Fig. 8c	A-PID	0,090089	0,122302	0,030466
Fig. 8c	H-MRAC	0,073038	0,108831	0,009891
Fig. 8d	A-PID	0,063698	0,100408	0,008466
Fig. 8d	H-MRAC	0,052017	0,088190	0,006650

em [5], o H-MRAC apresentou, em média, melhores resultados: menor MAE, MSE e RMSE, tanto para as simulações como para os experimentos. Tal desempenho deve-se ao fato do A-PID necessitar de um tempo para a convergência dos parâmetros de ajuste, o que acaba deteriorando a eficiência do sistema de controle nos instantes iniciais da aplicação dos degraus. Comparando as simulações com os experimentos, o experimento apresentou oscilações com menores amplitudes durante a aplicação dos degraus, caracterizando a presença de forças de atrito no experimento superiores às identificadas. Assim, o H-MRAC apresentou-se robusto, apesar de dinâmicas não modeladas e a presença de perturbações. De forma sumária, as principais etapas do trabalho foram:

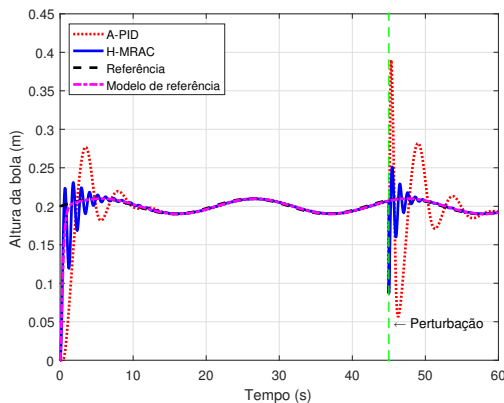
- 1) desenvolvimento de um *hardware* de baixo custo para a validação do controlador H-MRAC proposto;
- 2) desenvolvimento de uma nova abordagem para a junção do controlador PID clássico com o MRAC; e
- 3) comparação do sistema de controle proposto com a topologia do controlador PID adaptativo proposta em [5].



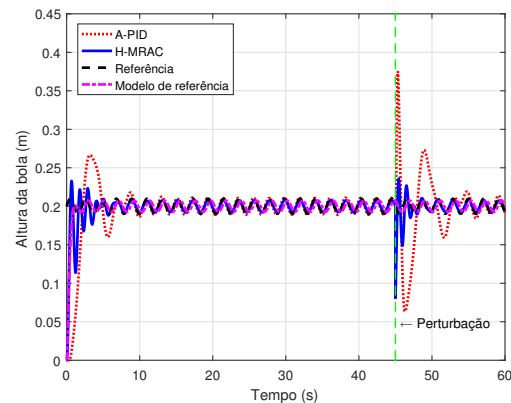
(a) MR com: $\omega_n = 7$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$.



(b) MR com: $\omega_n = 7$ rad/s, $\zeta = 0,5$ e $K = 1$.



(c) MR da expressão (2) com: $\omega_n = 5$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$. Entrada: $u_c(t) = 0,01sen(0,3t) + 0,20$ m.



(d) MR da expressão (2) com: $\omega_n = 5$ rad/s, $\zeta = 1$ e $K = 1$. Entrada: $u_c(t) = 0,01sen(3t) + 0,20$ m.

Fig. 8. Resultados obtidos nos experimentos.

Como direções para pesquisas futuras os autores sugerem a avaliação de outras técnicas de controle avançado, como o SMC e PID Neural, para o rastreamento da posição da esfera. Para uma melhor compreensão do SLA, foram disponibilizados três vídeos. O primeiro tem a finalidade de apresentar a planta e está disponível em <https://youtu.be/2WuKIZOhzQ4>. O segundo e terceiro vídeo mostram a atuação do H-MRAC e A-PID e estão disponíveis em <https://youtu.be/GIHFZAg4GXQ> e <https://youtu.be/UjlnKaCsYlke>, respectivamente.

REFERÊNCIAS

- [1] M. A. Andrade, F. Buiochi, and J. C. Adamowski, "Finite element analysis and optimization of a single-axis acoustic levitator," *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 57, no. 2, pp. 469–479, 2010.
- [2] D. Ilsar, I. Bucher, and H. Flashner, "Modeling and closed loop control of near-field acoustically levitated objects," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 85, pp. 367–381, 2017.
- [3] M. A. Andrade, N. Perez, F. Buiochi, and J. C. Adamowski, "Matrix method for acoustic levitation simulation," *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, vol. 58, no. 8, pp. 1674–1683, 2011.
- [4] P. A. Q. Assis and R. K. H. Galvao, "Sliding mode predictive control of a magnetic levitation system employing multi-parametric programming," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 2, pp. 239–248, 2017.
- [5] B. Singh and V. Kumar, "A real time application of model reference adaptive pid controller for magnetic levitation system," in *IEEE Power, Communication and Information Technology Conference (PCITC)*. IEEE, 2015, pp. 583–588.
- [6] L. H. Torres, L. Schnitman, C. Junior, and J. F. de Souza, "Feedback linearization and model reference adaptive control of a magnetic levitation system," *Studies in Informatics and Control*, vol. 21, no. 1, pp. 67–74, 2012.
- [7] L. E. Venghi, G. N. Gonzalez, and F. M. Serra, "Implementation and control of a magnetic levitation system," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 6, pp. 2651–2656, 2016.
- [8] J. Zhang, X. Wang, and X. Shao, "Design and real-time implementation of takagi-sugeno fuzzy controller for magnetic levitation ball system," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 38 221–38 228, 2020.
- [9] C. Caro and N. Quijano, "Low cost experiment for control systems," in *IX Latin American Robotics Symposium and IEEE Colombian Conference on Automatic Control*. IEEE, 2011, pp. 1–6.
- [10] J. Chacón, H. Vargas, S. Dormido, and J. Sánchez, "Experimental study of nonlinear pid controllers in an air levitation system," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 51, no. 4, pp. 304–309, 2018.
- [11] D. Chaos, J. Chacon, E. Aranda-Escolástico, and S. Dormido, "Robust switched control of an air levitation system with minimum sensing," *ISA transactions*, vol. 96, pp. 327–336, 2020.
- [12] E. Choleńdowicz and P. Orłowski, "Low-cost air levitation laboratory stand using matlab/simulink and arduino," *Pomiary Automatyka Robotyka*, vol. 21, 2017.
- [13] L. dos Santos Coelho and M. W. Pessôa, "Nonlinear model identification of an experimental ball-and-tube system using a genetic programming approach," *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 23, no. 5, pp. 1434–1446, 2009.
- [14] L. Herrmann and M. Broecker, "Flatness based control of a ball in tube system," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 1, pp. 790–795, 2015.
- [15] G. Liaučius, V. Kaminskas, and R. Liutkevičius, "Digital self-tuning pid control of pressure plant with closed-loop optimization. information technology and control," *Information Technology and Control*, vol. 40, no. 3, pp. 202–209, 2011.
- [16] G. Liaučius, V. Kaminskas, T. Krilavičius, A. L. Telksnys, J. Augutis, G. Dzemyda, H. Pranevičius, E. K. Zavadskas, G. Raškinis, and R. Šeinauskas, "Digital self-tuning control of pressure plant," Tese de doutorado, Vytauto Didžiojo universitetas, 2014.
- [17] R. Masoudi, S. Yousefizadeh, P. Hajiani, and J. Zarei, "Position control of two balls in two interconnected vertical tubes using controlled dc fans and sliding mode control," in *International Conference on Mechatronics and Control (ICMC)*. IEEE, 2014, pp. 1629–1633.
- [18] O. Ziwei, S. Michael, and W. Kexin, "The experiment "ball-in-tube" with fuzzy-pid controller based on dspace," in *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. IEEE, 2007, pp. 877–881.
- [19] R. C. Dorf and R. H. Bishop, *Modern control systems*. Pearson, 2011.
- [20] N. J. Nilsson, *Principles of artificial intelligence*. Morgan Kaufmann, 2014.
- [21] G. Liaučius and V. Kaminskas, "The independent fuzzy control with correction of two dimensional process," in *Electrical and control technologies: proceedings of the 4th international conference on electrical and control technologies, Kaunas, Lithuania. Kaunas: Technologija*, 4, 2009.
- [22] D. Zhang and B. Wei, "Design, analysis and modelling of a hybrid controller for serial robotic manipulators," *Robotica*, vol. 35, no. 9, pp. 1888–1905, 2017.
- [23] L. E. G. Castanon, A. V. Martinez, and R. C. Reynoso, "Mrac-based fault tolerant control of a siso real process application," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 13, no. 8, pp. 2545–2550, 2015.
- [24] K. J. Åström and B. Wittenmark, "Adaptive control. mineola," 2008.
- [25] H. K. Khalil and J. W. Grizzle, *Nonlinear systems*. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002, vol. 3.
- [26] M. Vidyasagar, *Nonlinear systems analysis*. SIAM, 2002.
- [27] L. A. Aguirre, *Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais*. Editora da UFMG, 3ª edição, 2007.
- [28] V. H. Haendel, A. B. Fontes, J. S. Lima, and M. O. Sobrinho, "Técnicas de identificação em malha fechada usando o algoritmo variável instrumental: Um estudo de caso," in *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI*, 2013.
- [29] S. Kay, *Intuitive probability and random processes using MATLAB®*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [30] M. M. Mukaka, "A guide to appropriate use of correlation coefficient in medical research," *Malawi medical journal*, vol. 24, no. 3, pp. 69–71, 2012.
- [31] R. Pal, *Predictive modeling of drug sensitivity*. Academic Press, 2016.



Marcelo Henrique Souza Bomfim Possui graduação em Engenharia Mecânica (2009) e mestrado em Engenharia Mecânica (2013) pela Universidade Federal de Minas Gerais. Atualmente é aluno de doutorado da mesma instituição e professor do Instituto Federal de Minas Gerais/Campus Congonhas. Possui experiência no desenvolvimento de sistemas de controle adaptativos para dispositivos mecatrônicos.



Eduardo José Lima II Possui graduação em Engenharia Mecânica com ênfase em Mecatrônica (2000) pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal da Bahia (2002) e doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Minas Gerais (2006). Atualmente é professor da Universidade Federal de Minas Gerais. Tem experiência na área de automação da soldagem, atuando principalmente nos seguintes temas: retrofitting de robôs, desenvolvimento de sistemas mecatrônicos, visão computacional e redes neurais artificiais aplicadas à soldagem e controle de sistemas a eventos discretos através de redes de Petri.



Neemias Silva Monteiro Possui graduação em Engenharia de Controle e Automação pela Universidade Federal de Itajubá (2015) e mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Minas Gerais (2020). Atualmente é aluno de doutorado em Engenharia Elétrica na mesma instituição. Tem experiência na área de localização e planejamento de movimento de robôs, e com processos de decisão markovianos.



André Lage Almeida Dias Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Ouro Preto com ênfase em Sistemas Elétricos de Potência (2019). Atualmente é aluno de mestrado em Engenharia Elétrica na Universidade Federal de Minas Gerais na linha de pesquisa Eletrônica de Potência e atua como Instrutor de Formação Profissional na Federação das Indústrias do Estado de Minas Gerais, no segmento Eletroeletrônica e Automação Industrial. Possui experiência com eletrônica de potência e microcontroladores.