# Optimization of a Passive Parallelogram Suspension System for a Planetary Rover using Differential Evolution

J. Alejandro Aguirre-Anaya, Octavio Gutiérrez-Frías, and Humberto Sossa-Azuela

Abstract—This work presents the optimization process of a passive suspension system for a rover mobile robot. It is based on the development of a quasi-static analysis, where the value of the normal forces and torques of the wheels that allow the system to be in equilibrium in different positions is calculated using a bidimensional static model and the friction required metric. To minimize the metric, the differential evolution algorithm is used to find kinematic parameters of the mechanism. The optimized parameters are tested in three different terrains using multibody simulation. Results confirmed that modifying the kinematic parameters to alter the normal force distribution reduce the friction available at the wheel–terrain interfaces required to overcome the obstacles, thus improving rover mobility.

Index Terms—Optimization method, Planetary rover, quasistatic analysis, evolutionary algorithm.

# I. Introducción

In las últimas décadas, se ha incrementado el interés por el desarrollo de robots móviles capaces de desplazarse sobre terrenos poco estructurados, los cuales tienen la característica de realizar tareas tales como: la exploración dentro y fuera del planeta [1], operaciones de inspección, búsqueda y rescate así como limpieza de sitios peligrosos, aplicaciones militares, entre otras [2]–[4]. La realización de dichas tareas implica un riesgo potencial para el robot móvil ya que puede volcarse, quedarse atascado o sin energía por lo que requieren de sistemas de suspensión eficientes y confiables que le permitan superar cierto tipo de terreno y obstáculos.

De acuerdo al tipo de sistema de suspensión que se utiliza, un robot móvil se puede clasificar de la siguiente manera: Los que se desplazan por medio de patas [5], los que realizan su movimiento por medio de ruedas [6], los que usan orugas [7], y los denominados ruedas caminantes [8], [9]. En particular, los robots móviles que utilizan una suspensión de tipo ruedas caminantes combinan los beneficios de los robots móviles con patas y los que funcionan con ruedas [10] y pueden emplear suspensiones de tipo activa ó pasiva [11]. La suspensión activa,

J. Alejandro Aguirre-Anaya está en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México, alejandroaguirre1809@gmail.com. Corresponding author.

Octavio Gutiérrez-Frías está en la Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México, ogutierrezf@ipn.mx.

H. Sossa-Azuela está en el Centro de Investigación en Computación, Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México, México, hsossa@cic.ipn.mx. Manuscript received April 19, 2005; revised August 26, 2015.

proporciona alta maniobrabilidad y capacidad de reconfiguración, ya que tienen actuadores que permiten el cambio de configuración de sus mecanismos [12]–[14]. Por otra parte, los sistemas de suspensión pasiva poseen una alta capacidad de movimiento y un control no tan complejo, además de que no requieren de actuadores para modificar la configuración de la suspensión [15]. Algunos ejemplos de robots móviles donde se ha implementado este tipo de suspensión son los robots tipo MER tales como el Sojourner, el Rocky 7 y el Oportunity [16]–[18].

Uno de los aspectos importantes en el desarrollo de un robot móvil es la tarea específica que se desea cumplir, para lograr dicho objetivo se requiere de un sistema de suspensión adecuado, cuyo diseño parte de obtener un modelo matemático que permita observar el comportamiento del sistema, de tal manera que puede ser evaluado por medio de métricas específicas y obtener el diseño óptimo [19]. El diseño puede llevarse a cabo mediante métodos de programación lineal y no lineal basados en gradientelos como los mostrados por Arora et al. [20] y por Nesterov et al. [21], [22] ó mediante métodos basados en técnicas de computo evolutivo como los algoritmos genéticos inspiradas en procesos naturales ó sociales [23]—[25].

Algunas de las ventajas de los métodos de cómputo evolutivo con respecto a los métodos basados en gradiente son las siguientes: Se basan en una población generada de forma aleatoria la cual cambia al mismo tiempo en cada iteración en lugar de comenzar en un solo punto por otro lado, no dependen de las condiciones iniciales del problema siendo capaces de encontrar un óptimo global en funciones que presentan óptimos locales además, no requieren que la función a optimizar sea continua o diferenciable. Por ello, son utilizados en funciones complejas que presentan múltiples mínimos locales o en funciones que son discretas o no diferenciables. En [26]–[28] se presentan algunos trabajos interesantes donde se han implementado estos métodos de cómputo evolutivo.

En lo que refiere al diseño de sistemas de suspensión en robots tipo rover por medio de técnicas de optimización, existen en la literatura algunos trabajos que abordan el tema. Iagnemma et al. [29] proponen un algoritmo que permite optimizar el par torsional de cada rueda del robot móvil con la finalidad de minimizar el consumo de energía. Grand et al. [30], presentan un algoritmo para controlar la postura del robot basado en un modelo de velocidad mediante el cual optimizan el equilibrio de las fuerzas de tracción así como la estabilidad de la volcadura. Otro trabajo interesante, es la propuesta de

Ullrich et al. [31], en la cual solucionan el problema de optimización por medio de un algoritmo genético para el sistema Rocker-Bogie utilizando métricas tales como el consumo de energía, las fuerzas de contacto terreno-rueda, la tracción y el deslizamiento. En [32], se propone un método para optimizar el par torsional de cada rueda cuando se realiza la tarea de superar un obtstaculo a partir de modificar la configuración del rover. Nayar et al. [33], presentan la optimización de un robot rover para aplicaciones acuáticas usando métricas relacionadas con el tipo de terreno por donde se va a desplazar el vehículo. Existen otros trabajo, en los cuales se han propuesto soluciones al problema usando diversas técnicas de optimización, las cuales son mostradas por Hong et al. [34], [35] y por Kim et al. [36]. Podemos mencionar, que en la literatura todavía no se ha reportado una solución general al problema de optimización de los diferentes sistemas suspensión.

En este trabajo, se presenta el proceso de optimización para llevar a cabo la síntesis del mecanismo de suspensión de un robot móvil del tipo ruedas caminantes pasivo en forma de paralegramo mediante cómputo evolutivo utilizando el algoritmo conocido como Evolución Diferencial (ED), aplicando la métrica requerimiento de fricción, la cual consiste en minimizar el deslizamiento de las ruedas mientras el robot se desplaza sobre el terreno. A partir de un análisis cuasiestático, el robot se coloca en diferentes posiciones en las cuales se calculan las fuerzas normales y el par torsional de cada rueda de tal manera que el sistema permanece en equilibrio por medio de un modelo estático en dos dimensiones, permitiendo obtener los parámetros cinemáticos del mecanismo de suspensión. Con esto se evita realizar pruebas de campo en diferentes condiciones que hacen que el proceso de diseño sea costoso y complejo. Por otro lado, el proceso puede aplicarse a otros sistemas de suspensión.

El trabajo se divide de la siguiente manera: La sección II describe el sistema de suspensión del robot móvil tipo rover. La sección III presenta el modelado del sistema de suspensión y el desarrollo de la métrica de evaluación empleada. En las secciones IV y V se presentan el algoritmo evolutivo utilizado y los pasos para realizar el proceso de optimización, respectivamente. La sección VI muestra algunas simulaciones numéricas. Finalmente, la sección VII está dedicada a las conclusiones.

#### II. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN

El robot móvil tipo rover empleado se conforma de seis ruedas de tracción actuadas conectadas al chasis mediante dos sistemas de suspensión pasivo; el sistema de suspensión se coloca en los laterales del chasis, además cuenta con dos motores de dirección en la parte frontal tal como se muestra en la Fig. 1.

Por otra parte, cada sistema de suspensión está formado por dos mecanismos en forma de paralelogramo idénticos los cuales se unen en la parte inferior al eje de la rueda central y en la parte superior mediante dos eslabones unidos por una articulación rotacional en el centro. Un mecanismo diferencial se encarga de promediar el movimiento de la suspensión izquierda y derecha para nivelar el ángulo de inclinación del chasis.

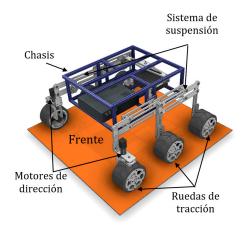


Fig. 1. Robot móvil tipo rover propuesto

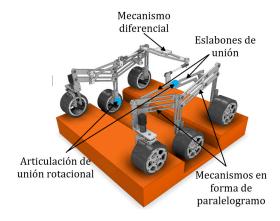


Fig. 2. Principales componentes de la suspensión pasiva

La cantidad de eslabones en una suspensión en forma de paralelogramo se pueden simplificar mediante la unión de las ruedas con un enlace rígido, ya que la distancia entre las ruedas permanece constante y el sistema gira alrededor de un pivote virtual evitando que choque con un obstéulo [37]. En la Fig. 3 se muestra la forma de la suspensión y como se simplifica, así como la ubicación del pivote ó eje de giro.

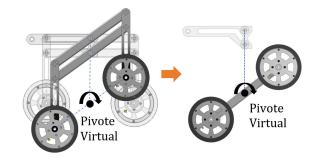


Fig. 3. Simplificación del Sistema de Suspensión

#### III. ANÁLISIS DEL SISTEMA DE SUSPENSIÓN

En esta sección, se establecen los aspectos para obtener el modelo de la suspensión mediante un análisis de fuerzas, el objetivo es encontrar las fuerzas normales  $F_{N_1}, F_{N_2}, F_{N_3}$  y

los pares torsionales  $F_{T_1}$ ,  $F_{T_2}$ ,  $F_{T_3}$ , las cuales mantienen en equilibrio al sistema en cada una de las posiciones donde el robot móvil sea colocado.

A continuación se presentan una serie de consideraciones que son tomadas en cuenta para realizar el análisis

- El análisis de fuerzas se realiza en dos dimensiones con la finalidad de simplificar los cálculos.
- Para anular los efectos de compactación, se propone que la rueda y el suelo sean cuerpos rígidos, simplificando la superficie de contacto entre la rueda y el suelo a un punto.
- Las ruedas tienen contacto en todo momento con el terreno para aumentar la tracción del robot móvil.
- El sistema de suspensión en forma de paralelogramo se simplifica a partir de un enlace rígido entre las ruedas, a la misma altura del eje de la rueda.
- La forma del terreno de prueba es del tipo escalón.

Por otra parte, los siguientes términos serán usados para obtener las ecuaciones estáticas del modelo.

- $F_{N_i}$ . Fuerza normal de las ruedas, con i = 1, ..., 3
- $F_{T_i}$ . Fuerza de tracción de las ruedas.
- $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  Peso de las ruedas.
- $w_s$  Peso de la suspensión.
- w<sub>r</sub> Peso del robot móvil
- $x_1, ..., x_4$  Distancia donde actúa la fuerza  $w_r$
- d Distancia donde actúa la fuerza  $w_s$ .
- $\theta_1$ ,  $\theta_2$ . Ángulos del sistema de suspensión con respecto al terreno cuando se escala un obstáculo.
- $\phi$  Ángulo generado entre el terreno y los eslabones verticales de la suspensión cuando se escala un obstáculo.
- h. Altura del obstáculo a superar.

# A. Análisis fuerzas de la Rueda Frontal

En la Fig. 4 se muestran las fuerzas que actúan en el sistema de suspensión cuando la rueda delantera sube un obstáculo de tipo escalón.

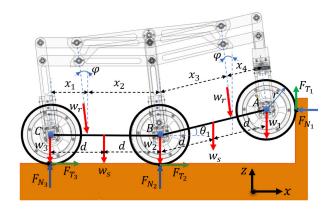


Fig. 4. Fuerzas que actúan en la suspensión cuando la rueda frontal escala un obstáculo del tipo escalón.

Al realizar sumatoria de fuerzas y momentos se obtiene el conjunto de ecuaciones mostrados en (1).

$$\sum F_z = F_{N_2} + F_{N_3} + F_{T_1} - w_1 - w_2$$

$$- w_3 - 2w_s - 2w_r \cos \varphi = 0$$

$$\sum F_x = F_{T_2} + F_{T_3} - F_{N_1} + 2w_r \sin(\varphi) = 0$$

$$\sum M_B = F_{T_1}(2d\cos\theta_1 + r) + F_{N_1}(2d\sin(\theta_1)) \qquad (1)$$

$$- w_1(2d\cos\theta_1) - (w_r\cos\varphi)(x_3\cos\theta_1)$$

$$- w_s(d\cos\theta_1) = 0$$

$$\sum M_C = F_{T_2}r + F_{N_2}(2d) - (w_r\cos\varphi)x_1 - w_2(2d)$$

$$- w_s d - 2d(w_s + w_r\cos\varphi + w_1 - F_{T_1}) = 0$$

## B. Análisis de Fuerzas de la Rueda Media

En la Fig. 5 se muestran las fuerzas que actúan sobre la suspensión cuando la rueda media escala el obstáculo propuesto, con la cual se obtienen las expresiones presentadas en la ecuación (2).

$$\sum F_z = F_{N_1} + F_{N_3} + F_{T_2} - w_1 - w_2 - w_3 - 2w_s - 2w_r \cos \varphi = 0$$

$$\sum F_x = F_{T_1} + F_{T_3} - F_{N_2} + 2w_r \sin \varphi = 0$$

$$\sum M_A = (w_r \cos \varphi)(\cos \theta_1) x_4 + w_s d(\cos \theta_1) + w_2(2d)(\cos \theta_1) + F_{T_2}(2d \cos(\theta_1) - r) + 2d(\cos \theta_2)(w_s + w_r \cos(\varphi) + w_3 - F_{N_3}) - F_{N_2}(2\sin \theta_1) = 0$$

$$\sum M_C = F_{T_2}(2d \cos(\theta_2) + r) + F_{N_2}(2d \sin(\theta_2)) - (w_r \cos(\varphi))(\cos \theta_2) x_1 - w_s d(\cos \theta_2) - w_2(2d)(\cos \theta_2) - 2d(\cos \theta_2)(w_s + w_r \cos \varphi + w_1 - F_{N_1}) = 0$$

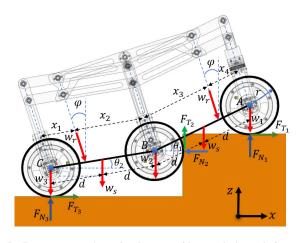


Fig. 5. Fuerzas que actúan sobre la suspensión cuando la rueda intermedia escala un obstáculo del tipo escalón

#### C. Análisis de Fuerzas de la Rueda Posterior

En la Fig. 6 se muestran las fuerzas que actúan sobre la suspensión cuando la rueda posterior sube por un obstáculo.

Las ecuaciones estáticas de la rueda posterior se presentan en (3)

$$\sum F_z = F_{N_1} + F_{N_2} + F_{T_3} - w_1 - w_2$$

$$- w_3 - 2w_s - 2w_r \cos(\varphi) = 0$$

$$\sum F_x = F_{T_1} + F_{T_2} - F_{N_3} + 2w_r \sin(\varphi) = 0$$

$$\sum M_A = F_{N_2}(2d) - w_2(2d) - w_r \cos(\varphi)(x_4)$$

$$- w_s d - 2d(w_s + w_r \cos(\varphi) + w_1 - F_{T_3}) = 0$$

$$\sum M_B = F_{N_1}(2d) - w_1(2d) - w_r \cos(\varphi)(x_3) - w_s d = 0$$

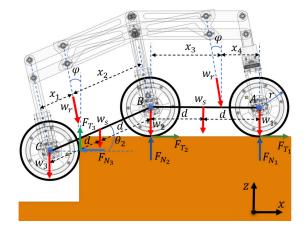


Fig. 6. Fuerzas que actúan en la suspensión cuando la rueda media escala un obstáculo de tipo escalón

#### D. Requerimiento de Fricción

Con la finalidad de aumentar la capacidad de desplazamiento sobre el terreno, cada rueda del robot móvil está actuada, esto provoca que el sistema sea sobreactuado lo cual trae como consecuencia que existan una infinidad de soluciones para mantener al veículo en equilibrio por lo que es necesario agregar un criterio para determinar la solución del sistema [37]. Algunos criterios mencionados en la literatura se basan en métricas relacionadas con el consumo de energía, cambio en la posición del centro de gravedad, margen de estabilidad estática y dinámica y requerimiento del coeficiente de fricción entre la rueda y el terreno [38].

En el presente trabajo se utiliza la métrica del requerimiento de fricción la cual se basa en la ley de fricción de Coulomb mostrada en la ecuación (4).

$$F_T < \mu_s F_N \tag{4}$$

donde  $F_T$  es la fuerza de tracción,  $F_N$  es la fuerza normal y  $\mu_s$  es el coeficiente de fricción estático correspondiente a la interacción de la rueda con el terreno. Cabe mencionar que algunos trabajos donde se ha utilizado dicha métrica se presentan en [39]–[41], en ellos se destaca la necesidad de controlar el deslizamiento de las ruedas para mejorar la capacidad de movimiento del robot móvil.

De acuerdo con Thueer at al. [37], la fuerza máxima de tracción soportada por la rueda con el terreno ocurre cuando  $F_T = \mu_s F_N$ , en el caso de que se presente la condición  $F_T > \mu_s F_N$  ocurre un deslizamiento en la rueda lo que afecta el desempeño del sistema, por lo que es importante mantener los pares torsionales de las ruedas dentro del límite de  $F_T \le \mu_s F_N$ .

Es importante mencionar que conocer el valor de  $\mu_s$  correspondiente a la interacción de la rueda con el terreno es complicado ya que que cambia dinámicamente al depender de propiedades fisicas y mecánicas del terreno tales como hundimiento, resistencia al movimiento, resistencia al cizallamiento del suelo entre otras [42]–[45]. Un manera de evitar esta dificultad es asumir que no hay deslizamiento y posteriormente estimar los valores de  $F_T$  y  $F_N$  en varios puntos del terreno utilizando una fricción virtual definida como sigue:

$$\mu^* = \frac{F_T}{F_N} = \frac{\frac{M}{r}}{F_N} \tag{5}$$

donde M es el par torsional proporcionado por el motor y r es el radio de la rueda.

Por otra parte, los mejores resultados se obtienen cuando los coeficientes de fricción  $\mu_i^*$  son iguales en todas las ruedas [41], [46], para lograr esto, se propone la siguiente función objetivo.

$$J = \sum_{i=1}^{n} (\mu_i^* - \bar{\mu})^2 \tag{6}$$

donde  $\bar{\mu}$  es el promedio de los coeficientes de fricción de las ruedas.

#### IV. ALGORITMO DE EVOLUCIÓN DIFERENCIAL

Uno de los objetivos de este trabajo es minimizar el coeficiente de fricción  $\mu^*$  expresado en la ecuación (5), el cual incide en el rendimiento de la suspensión y afecta el diseño de los parámetros cinemáticos. Para solucionar el problema de optimización planteado, se propone el uso de un algoritmo genético conocido como Evolución Diferencial (ED), que es un método de búsqueda directa y es uno de los métodos más utilizados para resolver problemas de optimización complejos [47].

De manera general, el algoritmo de ED, inicia con una población ó puntos individuales aleatorios que representan una solución al problema, dicha población evoluciona en un proceso iterativo conocido como generación, el cual se repite hasta que se cumpla un criterio de paro, durante el proceso la población muta, se recombina y pasa por un proceso de selección competitivo cuya finalidad es eliminar las soluciones menos aptas. En este trabajo, se emplea el algoritmo denominado ED/RAND/1/BIN propuesto en [48], en el cual los parámetros G, M, CR, NP y d son el número de iteraciones, el factor de mutación, el factor de cruce, el número de individuos de la población y la dimensión del problema, respectivamente. Los individuos en la generación actual se representan como  $\overrightarrow{x}_{i,G}$ , los cuales

son el vector de variables de diseño, por otra parte,  $J(\overrightarrow{x}_{i,G})$  es la función objetivo a optimizar y finalmente  $u_{i,G}$  son los nuevos individuos de la población. Además, el término ED corresponde al término DE Differential Evolution , RAND corresponde a que la selección del individuo base es aleatoria, el número 1 se refiere a la manera en la que muta el individuo padre a partir de un par de individuos,  $r_i$  aleatorios, es decir  $\overrightarrow{u}_{i,G} = \overrightarrow{x}_{r_0,G} + F(\overrightarrow{x}_{r_1,G} - \overrightarrow{x}_{r_2,G})$  y el término BIN indica que se realiza una cruza binomial.

En el Algoritmo 1 se presenta el pseudocódigo del algoritmo ED/RAND/1/BIN utilizado.

# Algoritmo 1 Pseudo-codigo algoritmo ED/RAND/1/BIN

```
1: Begin:
 2: G \leftarrow 0
 3: Inicializar variables M, CR, NP, d
 4: Crear población aleatoria \overrightarrow{x}_{i,G}, \forall_i = 1, 2, ..., NP
 5: Evaluar función objetivo J(\overrightarrow{x}_{i,G})
    while G < Criterio de paro do
 6:
         for i \leftarrow 1 to NP do
 7:
              Seleccionar aleatoriamente r_0 \neq r_1 \neq r_2 \in \overrightarrow{x}_{i,G}
 8:
              J_{rand} \leftarrow randint(1, d)
 9:
              for j \leftarrow 1 to d do
10:
                   Proceso de mutación y cruza
11:
12:
              end for
              Evaluar nueva población J(\overrightarrow{u}_{i,G+1})
13:
              14:
15:
16:
                   \overrightarrow{x}_{i,G} \leftarrow \overrightarrow{u}_{i,G}
17:
              end if
18:
         end for
19:
         G \leftarrow G + 1
20:
21: end while
22: end
```

## V. PROCESO DE OPTIMIZACIÓN

El problema propuesto consiste en minimizar el coeficiente de fricción  $\mu^*$  en cada una de las ruedas del robot móvil el cual permite optimizar el sistema de suspensión. Dicho problema se puede expresar como se muestra en (7),

$$\begin{array}{ll} Minimizar & J = (f(\overrightarrow{x})) \\ s.a. & F_{N_i} > 0 \\ & \frac{F_{T_i}}{F_{N_i}} \le 1 \\ & \frac{F_{T_i}}{F_{N_i}} > 0 \end{array} \tag{7}$$

donde  $f(\overrightarrow{x})$  es la función objetivo mostrada en la ecuación 6 y  $\overrightarrow{x}_{i,G} = [x_1, x_2, x_3, x_4]$  es el vector de variables de diseño, siendo  $x_1, x_2, x_3, x_4$  las distancias donde se aplica la fuerza  $w_r$  (ver Fig. 4, Fig. 5 y Fig.6).

En este caso, dichas variables de diseño fueron seleccionadas, debido a que provocan un cambio en las fuerzas normales de las ruedas cuando varian.

Una vez definido el problema, se lleva a cabo el proceso de optimización el cual se realiza en dos etapas

En la primer etapa se determinan los pares torsionales que permiten que el robot móvil permanezca en equilibrio estático en cada una de las posiciones propuestas mediante un análisis cuasi-estático [40] el cual consiste en colocar al vehículo sobre una superficie plana donde avanzará en pasos discretos hacia el obstáculo propuesto pasando por siete fases principales hasta llegar a la parte superior del mismo tal como se muestra en la Fig. 7.

Cabe mencionar que, durante cada uno de los pasos discretos, se determina el estado del robot móvil, es decir, la posición y orientación de la suspensión; y el modelo estático utiliza la información para generar los pares torsionales necesarios para mantener al sistema en equilibrio en cada estado además, las fuerzas normales y pares son evaluadas mediante la métrica coeficiente de fricción  $\mu^*$ . Una vez que se obtienen los pares torsionales que permiten que el sistema se mantenga en equilibrio, se realiza la segunda etapa que consiste en encontrar el vector de variables de diseño  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]$ , debido al tipo de suspensión propuesto descrito en la sección II se tiene que  $x_1 = x_4$  y  $x_2 = x_3$ .

Cada una de las etapas, se realiza tomando como referencia la función objetivo presentada en la ecuación (7) mediante el algoritmo de Evolución Diferencial mostrado en el algoritmo 1. El proceso se repite hasta que se cumple el criterio de paro el cual se basa en el número de generaciones. En la figura 8 se resume el proceso.

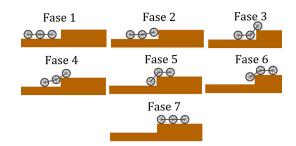


Fig. 7. Fases del movimiento del robot móvil

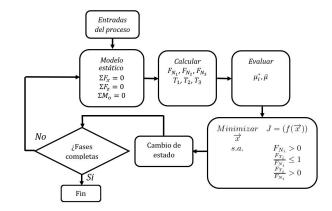


Fig. 8. Proceso de optimización

#### VI. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El proceso de optimización se llevó a cabo en el software MATLAB $^{\odot}$ , empleando un paso de integración de  $0.005\ s$ 

con los parámetros de entrada iniciales mostrados en las tablas I y II, respectivamente. Por otra parte, la simulación del comportamiento de la suspensión se llevó a cabo con el software ADAMS®.

TABLA I Entradas del proceso de optimización

Elemento	valor
Masa del chasis	5.35Kg
Masa componentes a bordo	24Kg
Masa de las ruedas	3.6Kg
Masa de la suspensión	3Kg
$T_1,T_2$	10Nm
$w_1, w_2, w_3$	35.3N
$x_1, x_3$	0.21m
d	0.21m
h	0.24m
$\underline{}$	0.1m

TABLA II Parámetros del algoritmo ED

Parámetro	Símbolo	valor
Número de generaciones	G	100
Número de individuos	NP	50
Factor de mutación	M	0.2
Factori de cruce	CR	0.1
Dimensión del problema	dim	2

El comportamiento de las fuerzas normales de cada rueda con los parámetros de entrada iniciales de la tabla I es mostrado en la Fig 9, en ella se observan las fases por las que atraviesa el robot móvil. En las fases 2, 4 y 6 se presentan los mayores valores de fuerza normal correspondientes al momento en que las ruedas están escalando el obstáculo. Por otro lado, el valor de la fuerza normal de la rueda intermedia en las fases 1 y 7 es mayor con respecto a los valores de las fuerzas normales en la rueda posterior y delantera lo que indica que las cargas no están distribuidas equitativamente cuando inicia el experimento.

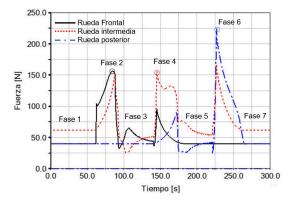


Fig. 9. Fuerzas normales parámetros sin optimizar

El valor de los pares torsionales que mantienen al sistema en equilibrio en cada instante, se obtienen de acuerdo a la propuesta hecha por Lamon et al. [49] quienes determinan que los pares torsionales óptimos se presentan cuando los coeficientes de fricción son iguales en todas las ruedas. En la Fig. 10 se muestra el comportamiento de los coeficientes de fricción en función de los pares torsionales  $T_1$  y  $T_2$  y el punto de intersección de los tres coeficientes de fricción.

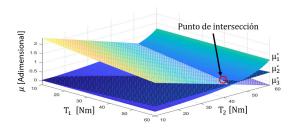


Fig. 10. Coeficientes de fricción  $\mu_i^*$  de cada rueda

Una vez que se han encontrado los valores de las fuerzas normales y de los pares torsionales se determinan los parámetros de diseño  $x_1$  y  $x_3$ . En la Fig. 11 se muestra la función objetivo a minimizar.

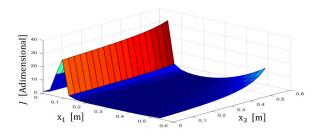


Fig. 11. Función objetivo a optimizar

Con el propósito de mostrar el comportamiento del algoritmo ED sobre la función objetivo, en la Fig. 12 se muestra la población inicial y la población final transcurridas 100 generaciones la cual converge a los valores  $x_1=0.14m$  y  $x_3=0.28m$ .

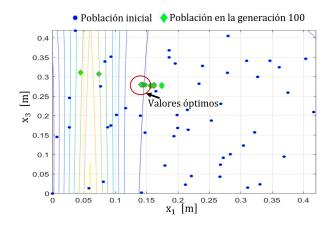


Fig. 12. Evolución del algoritmo ED

Los valores obtenidos coinciden con los encontrados por Thueer et al. [37], mediante una métrica diferente conocida como VCV Velocity Constraint Violation, que consiste en

asignar a cada rueda diferentes velocidades en función del estado del robot, además requiere de sensores o de la implementación de algoritmos que permitan estimar la velocidad en cada rueda con lo cual aumenta el procesamiento de la tarjeta de control. En la Fig. 13 se muestran los parámetros encontrados por la métrica del requerimiento de fricción y por la métrica VCV.

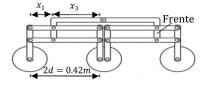


Fig. 13. Parámetros cinemáticos encontrados

Una vez encontrados los parámetros  $x_1$  y  $x_3$  se realiza la simulación del sistema de suspensión para verificar los efectos que provocan sobre las fuerzas normales. En la Fig. 14 se muestra el comportamiento de las fuerzas normales con los parámetros optimizados, en ella se observa que las fuerzas normales de la rueda frontal, intermedia y posterior son iguales en la fase 1 y 7 lo que significa que las cargas están distribuidas equitativamente con los nuevos parámetros encontrados.

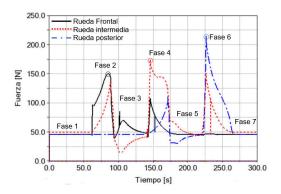


Fig. 14. Fuerzas normales con los parámetros  $x_1$  y  $x_3$  obtenidos

En la tabla III se resumen los valores mínimos y máximos de las fuerzas normales mostradas en las Figs. 9 y 14 así como los valores de desvición estándar, cabe destacar que los valores de desviación estándar de las fuerzas normales con los parámetros optimizados son menores con respecto a los obtenidos con los parámetros sin optimizar.

TABLA III Valores de las fuerzas normales para distintas generaciones

G = 0	$F_{N_{min}}$	$F_{N_{max}}$
Rueda frontal	39.561N	156.302N
Rueda media	61.812N	167.316N
Rueda posterior	39.910N	224.337N
Desviación estándar	12.74	36.51
G = 100		
Rueda frontal	45.958N	150.342N
Rueda media	49.371N	174.520N
Rueda posterior	45.963N	214.759N
Desviación estándar	1.9691	32.54

Con la finalidad de observar el efecto de los los parámetros  $x_1$  y  $x_3$  sobre el coeficiente de fricción, se proponen tres tipos de terreno, uno tipo escalón, un terreno con la forma de un cuarto de circunferencia y un terreno tipo rampa los cuales se muestran en las Fig 15, 16 y 17, El coeficiente de fricción se obtuvo de las ruedas intermedias en cada experimento ya que es la rueda donde las fuerzas normales tienen su mayor cambio al principio del experimento.

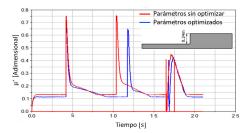


Fig. 15. Coeficientes de fricción en un obstáculo tipo escalón con altura de 0.24 m

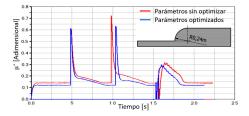


Fig. 16. Coeficientes de fricción en un obstáculo tipo arco de radi0=0.24 m

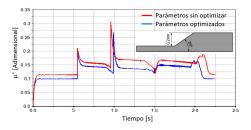


Fig. 17. Coeficientes de fricción en un obstáculo tipo rampa con altura de 0.24 m,  $\alpha=35$ 

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla IV. El valor del coeficiente de fricción en el obstáculo tipo escalón es de 0.6651 dicho resultado concuerda con lo presentado por Thueer et al. [37] quien encuentra un valor de 0.7 para un robot con suspensión en forma de paralegramo llamado CRAB. Por otra parte, se observa que el coeficiente de friccón presente en el obstáculo tipo escalón es mayor con respecto al tipo arco de circunferencia y rampa.

Una alternativa al método de evolución diferencial utilizado en el trabajo es el uso de la función fmincon presente en las herramientas de optimización del software MATLAB® la cual utiliza el gradiente para minimizar una función objetivo, con el propósito de hacer una comparación del desempeno de ambos métodos se presenta la Fig. 18.

Al realizar 50 simulaciones se observa lo siguiente: Ambos métodos son capaces de optimizar la función objetivo, el

TABLA IV Valores de las fuerzas normales para distintas generaciones

Terreno	$\mu^*$ sin optimizar	$\mu^*$ optimizado	Mejora %
Escalón	0.7597	0.6651	12.45
Arco	0.7376	0.6398	13.25
Rampa	0.3123	0.2530	18.25

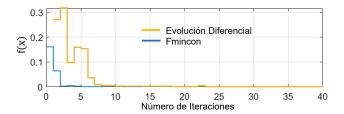


Fig. 18. Evolución de la función objetivo utilizando algoritmo ED y función fmincon

algoritmo de evolución diferencial inicia en puntos aleatorios sobre los limites propuestos  $0 \le x_1 \le 0.42, \ 0 \le x_3 \le 0.42$  por lo que en cada simulación se presentan valores diferentes de la función J mientras que en la función fmincon comienza en el punto inicial propuesto  $x_1 = 0.21, \ x_2 = 0.21$ . La diferencia radica en el tiempo en el que se realiza la simulación el cual fue calculado mediante las funciones tic() y toc del software MATLAB®. En el algoritmo ED, es de t = 0.05715 s mientras que el obtenido con fmincon es de t = 1.03085 s. El experimento fue realizado en una computadora portatil bajo el sistema operativo Windows® con un procesador Intel® Core<sup>TM</sup> I7 8750-H con 16 Gb de memoria RAM.

# VII. CONCLUSIONES

A partir de un análisis cuasi-estático, donde se calcularon los valores de las fuerzas normales y pares torsionales por medio de un módelo estático, se logró encontrar que la distribución de fuerzas sobre la suspensión en forma de paralelogramo propuesta en el trabajo incide en el valor del coeficiente de fricción de cada rueda.

A su vez se encontró que las distancias donde se aplican las fuerzas cumplen con la relación  $x_1=2x_2$  lo cual concuerda con otros investigadores que han utilizado una métrica de evaluación diferente como la VCV sobre una suspensión en forma de paralelogramo.

Por otra parte, se evidenció que el costo computacional del algoritmo de Evolución Diferencial es menor con respecto al uso de un algoritmo basado en gradiente como el utilizado por la función fmincon de Matlab aunque ésta última obtenga el valor mínimo de la función objetivo con menos iteraciones consume tiempo al calcular el gradiente de la función en cada iteración además de que está sujeta a la condición inicial propuesta con lo que puede quedarse en un óptimo global.

Finalmente se logra obtener el coeficiente de fricción mínimo que debe existir en la interacción de las ruedas con el terreno para que no se deslicen el cual es de  $\mu_s = 0.6651$ .

Los trabajos a futuro van orientados a analizar el sistema de suspensión sobre terrenos prolongados con múltiples irregularides del tamaño de la rueda con la finalidad de determinar el consumo energético del robot móvil.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es financiado por la SIP-IPN, con números de registro 20201829, 20201675, 20201830, 20201768, 20180730, 20190007 y 20200630. Alejandro Aguirre-Anaya es becario CONACYT y agradece el apoyo otorgado en la convocatoria de proyectos de desarrollo tecnológico o innovación para alumnos del IPN 2019.

## REFERENCIAS

- M. E. Minitti, "A rover's geologic field campaign: Exploration of the kimberley by curiosity," *Journal of Geophysical Research: Planets*, vol. 122, no. 3, pp. 680–684, 2017.
- [2] J. M. G. Caicedo, A. B. Rodríguez, and A. A. V. Mora, "Suspension effect in tip-over stability and steerability of robots moving on sloping terrains," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 18, no. 08, pp. 1381– 1389, 2020.
- [3] C. Bai, J. Guo, L. Guo, and J. Song, "Deep multi-layer perception based terrain classification for planetary exploration rovers," *Sensors*, vol. 19, no. 14, p. 3102, 2019.
- [4] A. Srisuphab, P. Silapachote, W. Tantratorn, P. Krakornkul, and P. Darote, "Insect detection on an unmanned ground rover," in TENCON 2018-2018 IEEE Region 10 Conference. IEEE, 2018, pp. 0954–0959.
- [5] H. Kolvenbach, C. Bärtschi, L. Wellhausen, R. Grandia, and M. Hutter, "Haptic inspection of planetary soils with legged robots," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 4, no. 2, pp. 1626–1632, 2019.
- [6] R. S. Ortigoza, J. R. G. Sanchez, V. M. H. Guzman, C. M. Sanchez, and M. M. Aranda, "Trajectory tracking control for a differential drive wheeled mobile robot considering the dynamics related to the actuators and power stage," *IEEE latin America transactions*, vol. 14, no. 2, pp. 657–664, 2016.
- [7] L. Wang, C. Shu, J. Jin, and J. Zhang, "A novel traveling wave piezoelectric actuated tracked mobile robot utilizing friction effect," *Smart Materials and Structures*, vol. 26, no. 3, p. 035003, 2017.
- [8] R. Silva Ortigoza, M. Marcelino-Aranda, G. Silva Ortigoza, V. M. Hernandez Guzman, M. A. Molina-Vilchis, G. Saldana-Gonzalez, J. C. Herrera-Lozada, and M. Olguin-Carbajal, "Wheeled mobile robots: a review," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 6, pp. 2209–2217, 2012.
- [9] F. Cordes, F. Kirchner, and A. Babu, "Design and field testing of a rover with an actively articulated suspension system in a mars analog terrain," *Journal of Field Robotics*, vol. 35, no. 7, pp. 1149–1181, 2018.
- Journal of Field Robotics, vol. 35, no. 7, pp. 1149–1181, 2018.
  [10] M. Geilinger, S. Winberg, and S. Coros, "A computational framework for designing skilled legged-wheeled robots," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, no. 2, pp. 3674–3681, 2020.
- [11] H. Jiang, G. Xu, W. Zeng, and F. Gao, "Design and kinematic modeling of a passively-actively transformable mobile robot," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 142, p. 103591, 2019.
- [12] M. Malenkov and V. Volov, "Wheel-walking propulsion unit of a planetary rover with active suspension," *Russian Engineering Research*, vol. 37, no. 12, pp. 1033–1040, 2017.
- [13] J. Zheng, H. Gao, B. Yuan, Z. Liu, H. Yu, L. Ding, and Z. Deng, "Design and terramechanics analysis of a mars rover utilising active suspension," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 128, pp. 125–149, 2018.
- [14] M. Krid, F. Benamar, and Z. Zamzami, "Design of an active device for controlling lateral stability of fast mobile robot," *Robotica*, vol. 34, no. 11, p. 2629, 2016.
- [15] W. Shang, C. Yang, Y. Liu, and J. Wang, "Design on a composite mobile system for exploration robot," *Shock and Vibration*, vol. 2016, 2016.
- [16] N. Patel, R. Slade, and J. Clemmet, "The exomars rover locomotion subsystem," *Journal of Terramechanics*, vol. 47, no. 4, pp. 227–242, 2010.
- [17] R. Volpe, J. Balaram, T. Ohm, and R. Ivlev, "Rocky 7: A next generation mars rover prototype," *Advanced Robotics*, vol. 11, no. 4, pp. 341–358, 1996.
- [18] R. Li, R. E. Arvidson, K. Di, M. Golombek, J. Guinn, A. Johnson, M. Maimone, L. H. Matthies, M. Malin, T. Parker et al., "Opportunity rover localization and topographic mapping at the landing site of meridiani planum, mars," *Journal of Geophysical Research: Planets*, vol. 112, no. E2, 2007.

- [19] M. Tarokh, H. Ho, and A. Bouloubasis, "Systematic kinematics analysis and balance control of high mobility rovers over rough terrain," *Robotics* and Autonomous Systems, vol. 61, no. 1, pp. 13–24, 2013.
- [20] R. Arora, Optimization: algorithms and applications. CRC Press, 2015.
- [21] Y. Nesterov, "Universal gradient methods for convex optimization problems," *Mathematical Programming*, vol. 152, no. 1-2, pp. 381–404, 2015.
- [22] —, "Gradient methods for minimizing composite functions," *Mathematical Programming*, vol. 140, no. 1, pp. 125–161, 2013.
- [23] J. S. de Souza, Y. P. Molina, C. S. de Araujo, W. P. de Farias, and I. S. de Araujo, "Modified particle swarm optimization algorithm for sizing photovoltaic system," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 2, pp. 283–289, 2017.
- [24] M. G. Villarreal-Cervantes and J. Alvarez-Gallegos, "Off-line pid control tuning for a planar parallel robot using de variants," *Expert Systems with Applications*, vol. 64, pp. 444–454, 2016.
- [25] M. P. Cervellini, N. I. Echeverria, P. D. Antoszczuk, R. G. Retegui, M. A. Funes, and S. A. Gonzalez, "Optimized parameter extraction method for photovoltaic devices model," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 4, pp. 1959–1965, 2016.
- [26] J. Pantoja-García, M. Villarreal-Cervantes, J. González-Robles, and G. Sepúlveda-Cervantes, "Síntesis óptima de un mecanismo para la marcha bípeda utilizando evolución diferencial," Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, vol. 33, no. 1-2, pp. 138–153, 2017.
- [27] O. R. Llerena-Pizarro, "A pso-bpso technique for hybrid power generation system sizing," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 18, no. 8, pp. 1362–1370, 2020.
- [28] S. Salcedo-Sanz, J. Del Ser, I. Landa-Torres, S. Gil-López, and J. Portilla-Figueras, "The coral reefs optimization algorithm: a novel metaheuristic for efficiently solving optimization problems," *The Scientific World Journal*, vol. 2014, 2014.
- [29] K. Iagnemma and S. Dubowsky, "Traction control of wheeled robotic vehicles in rough terrain with application to planetary rovers," *The* international Journal of robotics research, vol. 23, no. 10-11, pp. 1029– 1040, 2004.
- [30] C. Grand, F. Benamar, F. Plumet, and P. Bidaud, "Stability and traction optimization of a reconfigurable wheel-legged robot," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 23, no. 10-11, pp. 1041–1058, 2004.
- [31] F. Ullrich, A. Goktogan, and S. Sukkarieh, "Design optimization of a mars rover's rocker-bogie mechanism using genetic algorithms," in Proceedings from 10th Australian space science conference, 2011, pp. 199–210
- [32] T. Ling, L. Tao, W. Shimin, and L. Yafang, "The study of wheel driving torque optimization of mars rover with active suspension in obstacle crossing," in *International Conference on Intelligent Robotics* and Applications. Springer, 2019, pp. 283–293.
- [33] H. Nayar, J. Kim, B. Chamberlain-Simon, K. Carpenter, M. Hans, A. Boettcher, G. Meirion-Griffith, B. Wilcox, and B. Bittner, "Design optimization of a lightweight rocker-bogie rover for ocean worlds applications," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 16, no. 6, pp. 1–20, 2019.
- [34] H. Hong, D. Kim, H. S. Kim, S. Lee, and J. Kim, "Contact angle estimation and composite locomotive strategy of a stair-climbing mobile platform," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 29, no. 5, pp. 367–381, 2013.
- [35] X. Wang, X. Xiangrong, Z. Feng, and H. Wu, "Structural optimization design and performance simulation of a novel six-wheel-legged mobile robot," in 2018 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO). IEEE, 2018, pp. 206–1352.
- [36] D. Kim, H. Hong, H. S. Kim, and J. Kim, "Optimal design and kinetic analysis of a stair-climbing mobile robot with rocker-bogie mechanism," *Mechanism and machine theory*, vol. 50, pp. 90–108, 2012.
- [37] T. Thueer and R. Siegwart, "Mobility evaluation of wheeled all-terrain robots," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 58, no. 5, pp. 508–519, 2010
- [38] S. Noble and K. K. Issac, "An improved formulation for optimizing rocker-bogie suspension rover for climbing steps," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 233, no. 18, pp. 6538–6558, 2019.
- [39] B. Ghotbi, F. González, J. Kövecses, and J. Angeles, "Mobility evaluation of wheeled robots on soft terrain: Effect of internal force distribution," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 100, pp. 259–282, 2016.
- [40] D. Choi, Y. Kim, S. Jung, H. S. Kim, and J. Kim, "Improvement of step-climbing capability of a new mobile robot rhymo via kineto-static analysis," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 114, pp. 20–37, 2017.

- [41] T. Thueer, A. Krebs, R. Siegwart, and P. Lamon, "Performance comparison of rough-terrain robots—simulation and hardware," *Journal of Field Robotics*, vol. 24, no. 3, pp. 251–271, 2007.
- [42] M. G. Bekker, "Mechanics of locomotion and lunar surface vehicle concepts," Sae Transactions, pp. 549–569, 1964.
- [43] L. Ding, Z. Deng, H. Gao, J. Tao, K. D. Iagnemma, and G. Liu, "Interaction mechanics model for rigid driving wheels of planetary rovers moving on sandy terrain with consideration of multiple physical effects," *Journal of Field Robotics*, vol. 32, no. 6, pp. 827–859, 2015.
- [44] G. Reina, L. Ojeda, A. Milella, and J. Borenstein, "Wheel slippage and sinkage detection for planetary rovers," *IEEE/Asme Transactions* on Mechatronics, vol. 11, no. 2, pp. 185–195, 2006.
- [45] J. Guo, T. Guo, M. Zhong, H. Gao, B. Huang, L. Ding, W. Li, and Z. Deng, "In-situ evaluation of terrain mechanical parameters and wheelterrain interactions using wheel-terrain contact mechanics for wheeled planetary rovers," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 145, p. 103696, 2020
- [46] A. Krebs, T. Thueer, S. Michaud, and R. Siegwart, "Performance optimization of all-terrain robots: a 2d quasi-static tool," in 2006 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems. IEEE, 2006, pp. 4266–4271.
- [47] M. G. Villarreal-Cervantes, A. Rodríguez-Molina, C. García-Mendoza, O. Peñaloza-Mejía, and G. Sepúlveda-Cervantes, "Multi-objective online optimization approach for the dc motor controller tuning using differential evolution," *IEEE Access*, vol. 5, pp. 20393–20407, 2017.
- [48] R. Storn and K. Price, "Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces," *Journal of global optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341–359, 1997.
- [49] P. Lamon, A. Krebs, M. Lauria, R. Siegwart, and S. Shooter, "Wheel torque control for a rough terrain rover," in *IEEE International Confer*ence on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004, vol. 5. IEEE, 2004, pp. 4682–4687.



J. Alejandro Aguirre-Anaya received his B.S. degree in mechatronics engineering from the Instituto Politécnico Nacional (IPN) in 2007. His postgraduate studies were obtained at the Professional School of Engineering and Advanced Technologies of the National Polytechnic Institute of Mexico (UPIITA-IPN) in 2017. His research interests are automatic control, design control systems, control of nonlinear systems, mobile robotic and underactuated system.



Octavio Gutiérrez Frías received his B.S. degree in mechatronics engineering from the Instituto Politécnico Nacional (IPN) in 2003, and M.Sc. degree in computing engineering and Ph.D. degree in computer sciences from the Computing Research Center (CIC-IPN), Mexico, in 2006 and 2009, respectively. Since 2012, he has been with the Graduate Section at UPIITA-IPN. His research focuses on control of nonlinear systems, underactuated systems, robotics, and automation.



Humberto Sossa-Azuela received his BS degree in Communications and Electronics from the University of Guadalajara in 1980. He obtained his Master degree in Electrical Engineering from CINVESTAV-IPN in 1987 and his PhD in Informatics form the INPG, France in 1992. He is currently a full-time professor at the Robotics and Mechatronics Laboratory of the Center for Computing Research of the National Polytechnic Institute from Mexico since 1996. He has more than 450 journal and conference publications. He is a Senior Member of the IEEE.