

# Improvement of Linear Algebra Controllers using Sliding Surface Concepts: Applications to Chemical Processes

M. Fabiana Sardella\*, M. Emanuel Serrano, Oscar Camacho, Gustavo J.E. Scaglia

**Abstract**— This work presents a novel control technique that combines concepts of Sliding Surface with a Linear Algebra methodology for controller design. The result is a controller with an improved robustness, while the chattering effect attributed to great uncertainties is avoided. A First Order Plus Dead Time (FOPDT) model of the process is used to develop a controller based on Linear Algebra and the concept of sliding surface is used to improve its performance under uncertainties. An interesting feature of this new controller is its ability to follow variable references without overshoot, a highly desirable characteristic for most process systems, and avoids the chattering problem. Results of the control of chemical processes performed in a continuous stirred-tank reactor (CSTR) and a laboratory batch reactor using this novel technique are presented. Simulated and experimental results demonstrate the outstanding performance of this new control algorithm.

**Index Terms**— FOPDT model, Linear Algebra, Sliding Surface, Uncertainties

## I. INTRODUCTION

En la aplicación de los sistemas de control a la industria es habitual tener discrepancias entre el proceso real y su representación matemática, causadas por incertidumbres, perturbaciones externas, dinámicas no modeladas y parámetros del sistema mal determinados. La presencia de incertidumbre en el modelo de la planta hace que el problema de control sea muy complejo, incluso para sistemas lineales invariantes en el tiempo. Por lo tanto, diseñar algoritmos de control robustos, capaces de superar estas discrepancias no es sencillo.

Submission date: June 8th, 2020.

This work was partially funded by Universidad Nacional de San Juan and Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Argentina (CONICET-National Council for Scientific Research). OC thanks to PIGR-19-17 Project of Escuela Politécnica Nacional, for its support for the realization of this work.

María Fabiana Sardella

Instituto de Ingeniería Química, Universidad Nacional de San Juan. Av. Libertador San Martín Oeste 1109, San Juan J5400ARL, Argentina (Email: mfs@unsj.edu.ar)

Mario Emanuel Serrano

Instituto de Ingeniería Química, CONICET, Universidad Nacional de San Juan. Av. Libertador San Martín Oeste 1109, San Juan J5400ARL, Argentina (Email: serranoemanuel84@gmail.com)

Oscar Camacho

Departamento de Automatización y Control Industrial, Escuela Politécnica Nacional. Ladrón de Guevara, E11-253, Quito, Ecuador. (Email: oscar.camacho@epn.edu.ec)

Gustavo Juan Eduardo Scaglia

Instituto de Ingeniería Química, CONICET, Universidad Nacional de San Juan. Av. Libertador San Martín Oeste 1109, San Juan J5400ARL, Argentina (Email: serranoemanuel84@gmail.com)

Algunas técnicas de control, como el control en modo deslizante (SMC por su sigla en inglés) y los controladores basados en álgebra lineal (LABC), han demostrado ser herramientas efectivas para rechazar la incertidumbre del sistema, útiles debido a su robustez y convergencia en tiempo finito [1][2]. Sin embargo, la implementación directa de estas técnicas robustas de control sin considerar la existencia de tiempos muertos en los procesos puede conducir a oscilaciones e incluso a la inestabilidad del sistema en lazo cerrado [3].

Los procesos industriales son descritos a través de modelos matemáticos, pero ellos son generalmente difíciles de representar debido a su complejidad, conduciendo a modelos de alto orden. Los modelos no lineales conducen a mejores controladores, aunque requieren cálculos más complejos, el acceso al estado completo de la planta o la implementación de observadores de estado, lo que implica una complejidad adicional en la estructura de control, como se puede ver en las siguientes publicaciones [4-9]. Por lo cual, en control de procesos, la linealización del sistema generalmente se considera alrededor de un punto de operación dado, y luego se aplican técnicas de control lineal para alcanzar el objetivo deseado. Esto conduce a que los modelos linealizados sean preferidos en la industria, principalmente para derivar el sistema de control. Las principales ventajas son la simplicidad del modelo, que por ende conduce a controladores más simples, y la definición arbitraria de las variables de estado, que permite una implementación de control basado en una descripción entrada/salida [10]. Entre los modelos predilectos para estos fines, están los modelos de primer orden con retardo (FOPDT), son sencillos y proporcionan un buen desempeño, comparable a los modelos de orden superior [11,12]. Su principal ventaja es su capacidad para capturar la dinámica esencial de diferentes procesos industriales a pesar de ser muy simples [13]. Un inconveniente de estos modelos de orden reducido es que presentan incertidumbres que pueden conducir a la degradación del rendimiento de los controladores convencionales [14,15].

Los retardos se encuentran en muchos procesos industriales. De hecho, la mayoría de los métodos de ajuste para controladores PID utilizados en la industria consideran los tiempos muertos como una parte integral de los modelos de dinámica de procesos [11]. Los tiempos muertos son causados principalmente por demoras en el transporte de masa, energía o información, tiempos de procesamiento o por la acumulación de retrasos en una serie de sistemas dinámicos simples conectados en serie [12]. Los procesos con tiempos muertos significativos son difíciles de controlar debido a la demora existente entre la aparición de perturbaciones y el efecto sobre

las variables medibles. Esto lleva a un retraso en la acción de control, que actúa sobre un error originado algún tiempo antes. El tiempo muerto introduce a su vez una disminución adicional de la fase en el dominio de frecuencia, lo que puede causar inestabilidad [11,16].

Los procesos por lotes son ampliamente utilizados en la industria, particularmente en la fabricación de bienes y productos básicos. El proceso evoluciona de un estado inicial a uno final, difiriendo significativamente de la operación continua, en la que el estado deseado del proceso se mantiene en un punto de operación fijo. Este tipo de procesos poseen mayor flexibilidad, permitiendo el ajuste de las condiciones de operación, pero requieren especial atención con respecto a la coordinación de las diferentes etapas y la determinación de los perfiles de temperatura y alimentación óptima. La aplicación de los resultados obtenidos para el control de procesos continuos no puede transferirse a los procesos por lotes debido a las diferencias significativas que existen entre ellos. Debido a la característica finita de estas operaciones, la estabilidad pierde importancia y la reproducibilidad se vuelve más relevante. En este caso, el problema de la estabilidad está de hecho relacionado con la sensibilidad respecto a las perturbaciones [17]. Por lo tanto, el objetivo principal de los sistemas de control aplicados a procesos por lotes debería ser dar una respuesta rápida sin sobreimpulso ni oscilaciones.

El control por modo deslizante (SMC) es una técnica bien conocida, basada en una ley de control diseñada para asegurar que las trayectorias de estado alcancen una superficie previamente elegida. Esta última, denominada superficie deslizante, se selecciona de acuerdo con el comportamiento dinámico deseado del sistema en lazo cerrado. La ley de control está dividida en dos partes: la ley de control del modo de alcance y la del modo deslizante. La primera se diseña para alcanzar de forma rápida la superficie deseada desde cualquier punto en el espacio de estados, mientras la segunda es responsable de mantener la dinámica del sistema controlado sobre la superficie deslizante (comportamiento en lazo cerrado). Las principales ventajas de este método son la robustez frente a perturbaciones y a incertidumbres en el modelo y la cantidad reducida de información necesaria, en comparación con otras técnicas de control clásicas [12,18]. La función signo, frecuentemente utilizada en la ley de control para garantizar el paso de la fase de aproximación al modo deslizante, produce el fenómeno de *chattering*, que consiste en una variación rápida de la señal de control, excitando dinámicas no modeladas del sistema. Esto lleva a una menor precisión en el control y produce deterioro en las partes móviles de los actuadores.

Los Controladores Basados en Álgebra Lineal (LABC) calculan la acción de control a partir de un sistema de ecuaciones lineales, conociendo los valores de las variables deseadas y analizando las condiciones que hacen que el sistema tenga una solución exacta. Muchos trabajos muestran las ventajas de esta técnica, como versatilidad, simplicidad y precisión, incluso bajo perturbaciones e incertidumbres [4-9,19,20]. Una gran ventaja de esta técnica es que, como las acciones de control se obtienen mediante cálculos simples, los controladores pueden implementarse utilizando un microprocesador.

Este artículo presenta una estrategia de control basada en la combinación del algoritmo LABC con el enfoque SMC. La principal contribución de este trabajo resulta en una nueva técnica de control que mejora el desempeño de los controladores basados en álgebra lineal al incorporar algunos conceptos de superficie deslizante, sin aumentar la complejidad del procedimiento de diseño. Se obtiene un nuevo controlador que mejora la robustez del controlador LABC, diseñado a partir de un modelo FOPDT del proceso, debido a la inclusión de los conceptos de superficie deslizante y se reduce el efecto de *chattering*, característico del SMC.

Este controlador es sencillo para su aplicación, requiriendo del ajuste de sólo tres parámetros, y permite seguir perfiles variables con muy poco error y sin sobreimpulso, una característica altamente deseable para la mayoría de los procesos. Es importante mencionar que este nuevo controlador, que ha demostrado un excelente desempeño, representa un aporte absolutamente novedoso dado que es la primera vez que los conceptos de diseño de controladores LABC y SMC son utilizados en conjunto para generar una nueva estrategia de control. No se han encontrado trabajos similares reportados en la literatura.

En este trabajo se presentan los resultados del control aplicados a un reactor de tanque mezcla completa con camisa de enfriamiento, conocido como CSTR por sus siglas en inglés, y un reactor por lotes escala laboratorio utilizando esta técnica novedosa. Los resultados obtenidos de simulaciones y experimentales, para el seguimiento de perfiles variables de temperatura, mostraron un excelente desempeño del nuevo algoritmo de control. Se incluye en este artículo la demostración de la convergencia a cero de los errores.

El documento está organizado de la siguiente manera. La Sección II presenta los modelos de primer orden con retardo (FOPDT) y su tratamiento matemático. La sección III muestra la metodología de diseño del controlador en condiciones nominales y bajo incertidumbre. La metodología aplicada para obtener resultados simulados y experimentales se muestra en la sección IV. En la sección V se muestran los resultados obtenidos con el nuevo controlador y comparados con los de otros controladores basados en álgebra lineal reportado por Sardella y colaboradores [8]. Las principales conclusiones y comentarios se resumen en la sección VI.

## II. MODELOS DE PRIMER ORDEN CON RETARDO (FOPDT)

Los modelos lineales son comúnmente utilizados para representar procesos industriales. Un modelo lineal puede representar adecuadamente el proceso real cuando funciona cerca de un punto operativo. La mayoría de estos modelos incluyen un tiempo muerto como parte de la representación del proceso [11].

El modelo de primer orden con retardo, más conocido por su sigla en inglés FOPDT, es una representación matemática ampliamente utilizada que describe adecuadamente la dinámica de muchos procesos químicos. El tiempo requerido para el transporte y la medición, los tiempos de análisis, cálculo y comunicación introducen retardos en los bucles de control. Los retardos se utilizan también para compensar la reducción del orden del modelo de sistemas de mayor orden representados por modelos de bajo orden con retrasos. El amplio uso de este

modelo se debe a su simplicidad y su capacidad para capturar la dinámica esencial de varios procesos industriales. Mediante una elección adecuada de  $\tau$ , constante del tiempo, y  $t_0$ , tiempo de retardo, este modelo puede representar la dinámica de muchos procesos industriales [14].

$$G(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-t_0 s} \quad (1)$$

Es conveniente representar la función de transferencia como la relación de dos polinomios. Existen varias opciones para aproximar el tiempo muerto, en [14,21] se discuten las diferentes opciones y se justifica porque es más adecuado que este sea aproximado por una serie de Taylor de primer orden como se muestra a continuación:

$$e^{-t_0 s} \approx \frac{1}{t_0 s + 1} \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1):

$$G_1(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0 s + 1)} \quad (3)$$

Observe que el modelo utilizado para diseñar el controlador (modelo FOPDT aproximado de la serie Taylor) es una aproximación útil y simple de un proceso complejo, que aún contiene la información de estado estacionario y de la dinámica del proceso que se requiere. El principal inconveniente es que conduce a una alta incertidumbre que debe ser asumida por el controlador para que tenga un buen desempeño.

### III. DISEÑO DEL CONTROLADOR BASADO EN ALGEBRA LINEAL Y SUPERFICIE DESLIZANTE

El desarrollo del controlador de álgebra lineal propuesto, basado en un modelo FOPDT, requiere en primer lugar definir las variables de estado. Partiendo de la ecuación (3):

$$G_1(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K K_B}{s^2 + K_A s + K_B} \quad (4)$$

Donde:

$$K_A = \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} \quad K_B = \frac{1}{t_0 \tau}$$

De (4) se obtiene:

$$\ddot{y} + K_A \dot{y} + K_B y = K K_B u \quad (5)$$

Las variables de estado son  $y_1$  e  $y_2$ , definidas como:

$$y_1 = y \quad (6)$$

$$y_2 = \dot{y} \quad (7)$$

$$\dot{y}_2 = \ddot{y} = K K_B u - K_A \dot{y} - K_B y \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_B & -K_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K K_B \end{bmatrix} u \quad (9)$$

Como se puede observar, de las ecuaciones (6) a (9) se obtiene la forma canónica controlable [22].

A continuación, se discretiza el modelo propuesto para el proceso (ecuación (9)) utilizando el método de Euler y considerando un tiempo de muestreo  $T$ . Para encontrar los valores de la variable manipulada ( $u$ ) que hace que el proceso siga un perfil preestablecido con un error mínimo, se deben encontrar las condiciones bajo las cuales el sistema de ecuaciones lineales tiene una solución exacta.

Los valores de  $y_1(t)$ ,  $y_2(t)$  y  $u(t)$  en el tiempo  $t = nT$ , con  $n = \{0, 1, 2, \dots\}$ , se denotarán como  $y_{1,n}$ ,  $y_{2,n}$ ,  $u_n$ , respectivamente.

El período de muestreo  $T$  se seleccionó de la siguiente manera:  $T = \min(\tau, t_0)/10$ .

La forma discretizada de la ecuación (9) toma la forma:

$$\begin{bmatrix} y_{1,n+1} \\ y_{2,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1,n} \\ y_{2,n} \end{bmatrix} + T \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_B & -K_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,n} \\ y_{2,n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K K_B \end{bmatrix} u_n \right\} \quad (10)$$

La ley de control se puede encontrar por resolución del siguiente sistema de ecuaciones:

$$A u_n = b$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ K K_B \end{bmatrix} u_n = \begin{bmatrix} y_{1,n+1} - y_{1,n} - T y_{2,n} \\ \frac{y_{2,n+1} - y_{2,n}}{T} + K_A y_{2,n} + K_B y_{1,n} \end{bmatrix} \quad (11)$$

También es deseable que la diferencia entre el perfil deseado y el real de la variable de respuesta tienda a cero. Esta condición se puede escribir de la siguiente manera:

$$e_{1,n+1} = k_1 \cdot e_{1,n}, \quad 0 < k_1 < 1$$

$$\underbrace{y_{1ref,n+1} - y_{1,n+1}}_{e_{1,n+1}} = k_1 \underbrace{(y_{1ref,n} - y_{1,n})}_{e_{1,n}} \Rightarrow y_{1,n+1} = y_{1ref,n+1} - k_1 e_{1,n} \quad (12)$$

Para asegurar que el Sistema tenga solución exacta se debe cumplir la siguiente condición [23]:

$$\text{rank}(A) = \text{rank} \left( \begin{bmatrix} A & b \end{bmatrix} \right)$$

Lo que implica:

$$y_{1ref,n+1} - k_1 e_{1,n} - y_{1,n} - T y_{2,n} = 0 \Rightarrow y_{2,n} = \frac{y_{1ref,n+1} - k_1 e_{1,n} - y_{1,n}}{T} \quad (13)$$

El valor que satisface la condición anterior se denomina  $y_{2ez,n}$

y es el valor que debe tomar  $y_2$  para que el error tienda a cero.

Resolviendo el sistema (11) se obtiene la ley de control:

$$u_n = \frac{1}{K K_B} \left[ \frac{y_{2ez,n+1} - k_2 e_{2,n} - y_{2,n}}{T} + K_A y_{2,n} + K_B y_{1,n} \right] \quad (14)$$

Donde:

$$y_{2,n+1} = y_{2ez,n+1} - k_2 \underbrace{(y_{2ez,n} - y_{2,n})}_{e_{2,n}} \quad (15)$$

Reemplazando (14) en (10)

$$\begin{bmatrix} y_{1,n+1} \\ y_{2,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1,n} + T y_{2,n} \\ y_{2ez,n+1} - k_2 (y_{2ez,n} - y_{2e,n}) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Reemplazando (12) y (13) en (16):

$$\begin{bmatrix} e_{1,n+1} \\ e_{2,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & T \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1,n} \\ e_{2,n} \end{bmatrix} \quad (17)$$

En el caso de la aparición de incertidumbres, entendiendo como tales a los errores de modelado o perturbaciones persistentes en el sistema, las mismas afectan en forma directa a los errores  $e_1$  y  $e_2$ . Considerando una incertidumbre constante

$$E_n = const, \text{ que implica } \delta E_n = E_{n+1} - E_n = 0$$

$$\begin{bmatrix} y_{1,n+1} \\ y_{2,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1,n} \\ y_{2,n} \end{bmatrix} + T \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_B & -K_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{1,n} \\ y_{2,n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ KK_B \end{bmatrix} u_n \right\} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} E_n \quad (18)$$

Que en forma análoga al procedimiento anterior lleva a:

$$\begin{bmatrix} e_{1,n+1} \\ e_{2,n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & T \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1,n} \\ e_{2,n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} E_n \quad (19)$$

Por tanto, si las incertidumbres no desaparecen del Sistema siempre habrá errores en el seguimiento de los perfiles de las variables controladas. Por ello se agregó una nueva variable:

$$S_{n+1} = e_{2,n+1} - k_2 e_{2,n} = -E_n \quad (20)$$

Esta nueva variable se define de manera análoga a la superficie utilizada en SMC y cuyo objetivo del control es  $S_n = 0$ . Este objetivo impuesto es un punto de equilibrio asintóticamente estable, lo que significa que cualquier perturbación admisible devolverá el sistema a la superficie, haciendo que los errores tiendan a cero. Para incorporar esta nueva variable, la ley de control (14) se modifica agregando un término que hace que se cumpla esta condición.

$$u_n = \frac{1}{KK_B} \left( \frac{y_{2e,n+1} - k_2(y_{2e,n} - y_{2,n}) - y_{2,n}}{T} + K_B y_{1,n} + K_A y_{2,n} \right) + \frac{1}{KK_B} \frac{k_I I_{n+1}}{T} \quad (21)$$

$$\text{Donde } I_{n+1} = I_n + T \cdot S_n ; I(0) = 0 \quad (22)$$

A este nuevo controlador se le llamó AL-SD haciendo referencia a su desarrollo a partir de controladores basados en Algebra Lineal y Superficie Deslizante. En la ecuación (21) el primer término del segundo miembro representa la parte de la acción de control que asegura el movimiento del sistema por la superficie y el segundo término es el encargado de alcanzar la superficie  $S_n = 0$ .

Teniendo en cuenta (18), (21) y (22) puede escribirse:

$$y_{2n+1} = y_{2e,n+1} - k_2 e_{2,n} - k_I I_{n+1} + E_n \quad (23)$$

$$\underbrace{y_{2e,n+1} - y_{2,n+1}}_{e_{2,n+1}} - k_2 e_{2,n} + k_I I_{n+1} = -E_n \quad (24)$$

$$S_{n+1} - k_I (I_n + T \cdot S_n) = -E_n \quad (25)$$

$$S_{n+2} - k_I (I_{n+1} + T \cdot S_{n+1}) = -E_{n+1} \quad (26)$$

Luego de algunas operaciones matemáticas se obtiene:

$$S_{n+2} - (k_I T - 1) S_{n+1} = \underbrace{E_{n+1} - E_n}_{\delta E_n} = 0 \quad (27)$$

$$\text{Donde } |k_I T - 1| < 1$$

Entonces  $S_n \rightarrow 0$  cuando  $n \rightarrow \infty$ . Esto implica:

$$S_n = e_{2,n+1} - k_2 e_{2,n} \rightarrow 0 \text{ cuando } n \rightarrow \infty$$

Nótese que el valor del parámetro  $k_I$  determina la velocidad con la que la superficie ( $S_n$ ) tiende a cero y, por consiguiente, la

velocidad de convergencia a cero del error de seguimiento. Se ve claramente cómo actúa el término adicionado a (14) para dar la ley de control del AL-SD, ecuación (21), haciendo que se cumpla  $S_n \rightarrow 0$ , bajo la hipótesis de incertidumbre invariante.

#### IV. APLICACIONES

El controlador diseñado (AL-SD) fue probado mediante simulación en un CSRT y experimentalmente en un proceso por lotes a escala laboratorio. Se probó para el seguimiento de perfiles variables y fue comparado con un controlador PID y con un controlador basado en algebra lineal reportado por Sardella y col. [8]. Se realizaron pruebas bajo incertidumbre paramétrica y perturbaciones persistentes.

##### A. Simulaciones: CSTR

Un esquema del CSTR se muestra en figura 1 [24]. El proceso implica una reacción exotérmica, por lo que el reactor está provisto de una camisa de enfriamiento para eliminar el calor de reacción. Se hicieron los siguientes supuestos:

- Aislamiento perfecto
- Calor de reacción y propiedades físicas constantes.
- El nivel de líquido en el reactor es constante, lo que significa que los flujos de entrada y salida son iguales.
- El reactor y la camisa están perfectamente mezclados.

Las variables de estado son: la concentración de reactivo ( $C_A$ ), la temperatura dentro del reactor ( $T$ ) y la temperatura de la camisa ( $T_j$ ). Además,  $F$  es el caudal de alimentación ( $m^3/s$ ),  $F_j$  es el caudal de entrada a la camisa ( $m^3/s$ ),  $T_i$  es la temperatura de la alimentación ( $^{\circ}C$ ),  $T_j$  es la temperatura de entrada a la camisa ( $^{\circ}C$ ),  $V$  y  $V_j$  son el volumen del reactor y de la camisa ( $m^3$ ),  $\Delta H$  el calor de reacción ( $J/kgmol$ ),  $\rho$  densidad del contenido del reactor ( $kgmol/m^3$ ),  $\rho_j$  densidad del agua de refrigeración ( $kg/m^3$ ),  $C_p$  capacidad calorífica de reactivos y productos ( $J/kgmol^{\circ}C$ ),  $C_{p_j}$  calor específico del agua de refrigeración ( $J/kg^{\circ}C$ ),  $U$  coeficiente global de transferencia de calor ( $J/s.m^2^{\circ}C$ ),  $A$  área de transferencia de calor ( $m^2$ ),  $E_a$  energía de activación de la reacción ( $J/kgmol$ ),  $k$  coeficiente de velocidad de reacción ( $m^3/kgmol.s$ ),  $k_0$  parámetro de frecuencia de Arrhenius ( $m^3/s.kgmol$ ).

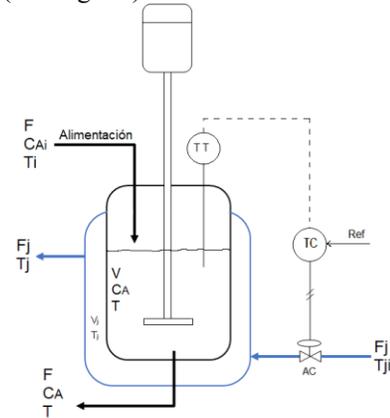


Fig. 1. Esquema del CSTR

El objetivo es hacer que la temperatura del interior del reactor (variable controlada) siga perfiles de temperatura variables prefijados variando el caudal del agua de enfriamiento (variable manipulada) que ingresa a la camisa.

El modelo FOPDT obtenido para este proceso fue:

$$G_{CSR}(s) = \frac{-37.07}{15.87s+1} e^{-3.59s}$$

El punto de operación para el que se obtuvo el modelo fue  $u_0=0.45 \text{ m}^3/\text{min}$ ,  $y_0 = 88^\circ\text{C}$  aplicando un  $\Delta u = 0.3 \text{ m}^3/\text{s}$ .

### B. Experimental: Reactor Discontinuo de Transesterificación

Se realizaron pruebas experimentales aplicando el controlador diseñado a un reactor tanque agitado discontinuo, siguiendo el procedimiento citado en [8].

Metanol, KOH grado reactivo y aceite de soja fueron utilizados para llevar adelante la reacción de transesterificación a presión atmosférica. El controlador fue programado utilizando un microcontrolador Arduino® basado en tarjeta Mega® 2560, con enlace con la computadora a través de una interfaz UART nativa. La respuesta del sistema fue representada por un modelo FOPDT, cuyos parámetros se obtuvieron de la curva de reacción del sistema usando el procedimiento como esta descrito en Smith y Corripio [24].

$$G_{\text{exp}}(s) = \frac{2.29}{75.75s+1} e^{-7.75s}$$

Para la selección de los parámetros óptimos del controlador ( $k_I$ ,  $k_2$  y  $k_I$ ) se aplicó el método de Monte Carlo [25], que proporciona una solución aproximada basada en una gran cantidad de ensayos. Para un nivel de significación de 1% y una precisión de 0.007, fueron necesarias 1000 simulaciones, lo que significa que se simularon 1000 valores de cada parámetro. Los parámetros óptimos fueron determinados por un proceso de optimización para el mínimo valor del ITAE (Integral del error absoluto ponderado en el tiempo).

## V. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### A. CSTR

Para evaluar el comportamiento del controlador en este sistema se realizaron varias pruebas:

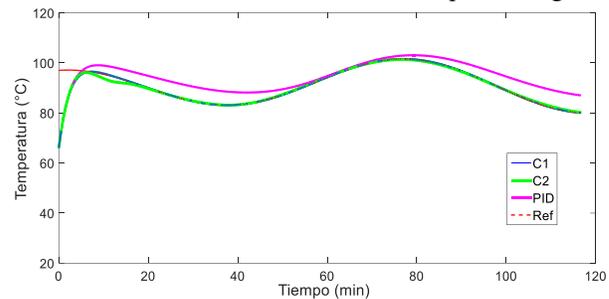
- Simulación en condiciones nominales.
- Simulación bajo perturbaciones permanentes.
- Simulación considerando incertidumbre en los parámetros.

### B. Operación en Condiciones Nominales

La Figura 2 muestra los resultados obtenidos para un perfil de temperatura variable utilizando el controlador propuesto en este trabajo nombrado como C1, el controlador de Sardella y col. [15] nombrado como C2 y un PID sintonizado utilizando la fórmula de Dahlin [24].

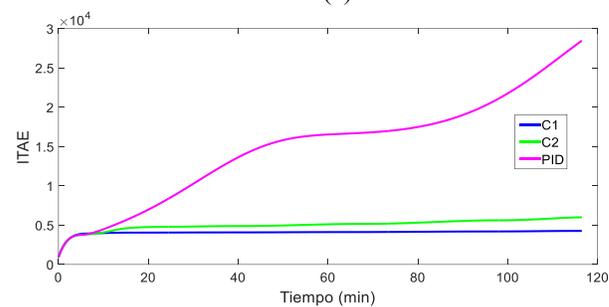
Se observa que sólo los controladores basados en álgebra lineal siguen el perfil de temperatura variable de manera aceptable, mientras que el controlador PID lo hace con muy poca precisión. Ambos controladores muestran un buen desempeño, pero C1 presenta algunas ventajas, como una acción de control más suave y un error de seguimiento más bajo, evidenciado por un error acumulado notablemente más bajo (ver figura 2.b). La figura 2.c muestra la evolución del término integral de la ley de control de los tres controladores. Se observa que, cuando no se introduce una perturbación permanente en el sistema, el término integral del AL-SD alcanza rápidamente el cero y permanece en ese valor. Esto significa que la integral de

la superficie deslizante solo aparecerá cuando se introduzcan incertidumbres en el sistema, tal como se demostró anteriormente (ecuación 27). No sucede lo mismo con los otros controladores donde ese término tiene un valor distinto de cero aún en ausencia de incertidumbre debido a que la integración se

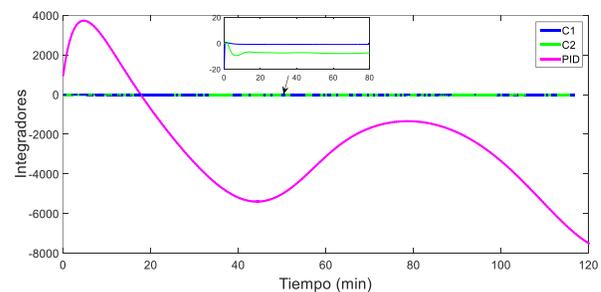


realiza sobre una variable asociada al error de seguimiento.

(a)



(b)



(c)

Fig. 2. Comportamiento de los controladores C1, C2 y PID para un perfil de temperatura variable en un CSTR. (a) Respuesta, (b) ITAE, (c) Valor del término integral. Parámetros de C1:  $k_I=0.45$ ;  $k_2=0.72$ ;  $K_I=0.008$ ;  $T=0.5 \text{ min}$ .

### C. Operación Bajo Incertidumbre

La Fig.3(a) muestra en forma comparativa la respuesta de los tres controladores ante un aumento del 10% en la temperatura de la corriente de alimentación al reactor. En la Fig.3(b) se observa el error acumulado para cada caso.

Los controladores basados en álgebra lineal muestran menor error acumulado, y C1 el más bajo de todos. Esto significa una mejora de este controlador respecto del anteriormente reportado [8].

Veamos ahora cómo responden los sistemas ante errores en el modelo. Es común que existan discrepancias entre el modelo y el proceso real y esto es mucho más probable en modelos simplificados como el FOPDT. Consideraremos dos casos, 10% y 100% de error de modelado, introducidos en cada parámetro del modelo ( $k$ ,  $\tau$ ,  $t_0$ ). Aunque tener un error de modelado del

100% es una situación extrema y muy improbable, se ha hecho esta prueba a fin de evaluar el comportamiento del controlador.

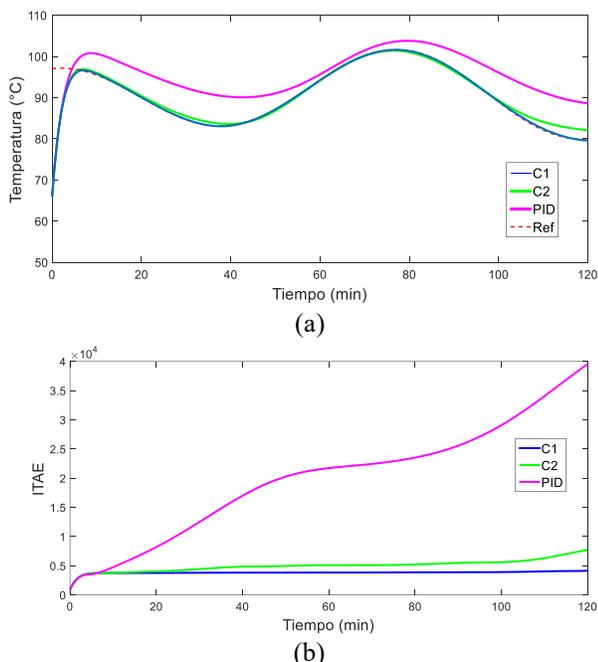


Fig. 3. Respuesta del sistema (a) y error acumulado (b) ante la aparición de una perturbación permanente en el sistema. Parámetros de C1:  $k_f=0.45$ ;  $k_2=0.72$ ;  $K_f=0.008$ ;  $T=0.5$  min.

La Fig.4 muestra que casi no hay diferencia en la respuesta del proceso, incluso cuando se introdujo un error del 100% en cada parámetro del modelo. El sistema sigue el perfil variable deseado con un error de seguimiento muy bajo en ambos casos. Es importante resaltar que incluso con un error extremadamente grande en el modelo, el control sigue siendo estable.

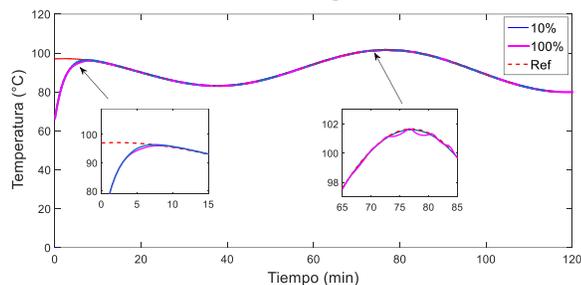


Fig. 4. Respuesta del sistema ante un error de modelado de +10% y +100%. Parámetros de C1:  $k_f=0.45$ ;  $k_2=0.72$ ;  $K_f=0.008$ ;  $T=0.5$  min.

Para tener una comparación entre los dos controladores utilizados en este trabajo, ambos basados en álgebra lineal, los valores de ITAE obtenidos para los ensayos simulados en el CSTR se representaron en un gráfico de barras (Fig.5). Se puede observar que el controlador diseñado en este trabajo (ALSD) mejora notablemente el rendimiento respecto del LABC reportado en [8], logrando una reducción del 97% del ITAE en condiciones nominales, 68% y 57% cuando se trabaja con un 10% y 100 % de error en el modelo y 82% cuando la temperatura de entrada se incrementó en un 10%.

D. Reactor Discontinuo de Transesterificación

Se ha demostrado que los perfiles de temperatura variable

mejoran el rendimiento de los procesos por lotes [26,27]. Benavides y col. [27] aplicaron este concepto al proceso de transesterificación y encontraron el perfil de temperatura variable que maximiza la producción de biodiesel. Por esta razón, en el trabajo experimental se analizó un perfil de temperatura variable para evaluar el rendimiento del AL-SD, que se comparó con el controlador basado en álgebra lineal de Sardella y col. [15] y un controlador PID (Fig. 6).

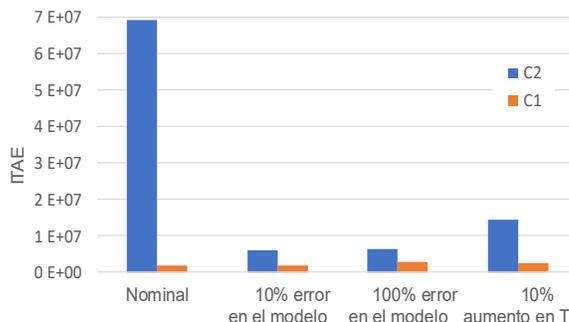


Fig. 5. Valores de ITAE obtenidos para los dos controladores basados en álgebra lineal

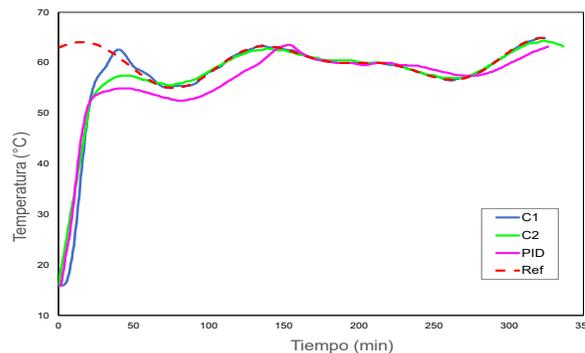


Fig. 6. Resultados experimentales usando los controladores C1, C2 y PID en un reactor discontinuo de transesterificación. Parámetros de C1:  $k_f=0.9$ ;  $k_2=0.9$ ;  $K_f=0.02$ ;  $T=0.6$  min.

Los resultados experimentales mostraron un mejor comportamiento del controlador AL-SD, evidenciado por los valores ITAE (Fig. 7). Debido a que los valores obtenidos para el controlador PID son tres órdenes de magnitud más altos que los obtenidos para los otros dos controladores, se agregó un eje secundario al gráfico. Como lo indican las flechas, los valores de ITAE para C1 y C2 se pueden leer en el eje izquierdo y para PID en el eje derecho.

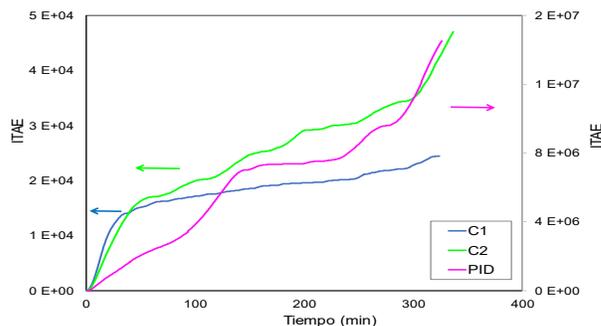


Fig. 7. Valores ITAE para ensayos experimentales utilizando los controladores C1, C2 y PID

Es importante mencionar que la sintonización del controlador que se presenta en este trabajo (AL-SD) tiene un

nivel de dificultad similar al del PID, el más utilizado en la industria, con la ventaja de que éste permite un seguimiento más ajustado de los perfiles variables con errores de seguimiento sensiblemente menores.

Para probar el rendimiento del AL-SD trabajando bajo errores del modelado, se cambió el reactor utilizado para los ensayos, sin cambiar los parámetros del controlador. El FOPDT obtenido para este nuevo sistema fue:

$$G_{\text{exp}_u}(s) = \frac{1.11}{55.6s + 1} e^{-8.9s}$$

La Fig.8 muestra la respuesta del sistema para un perfil de temperatura variable, cuando el proceso está en condiciones nominales de operación y bajo incertidumbres.

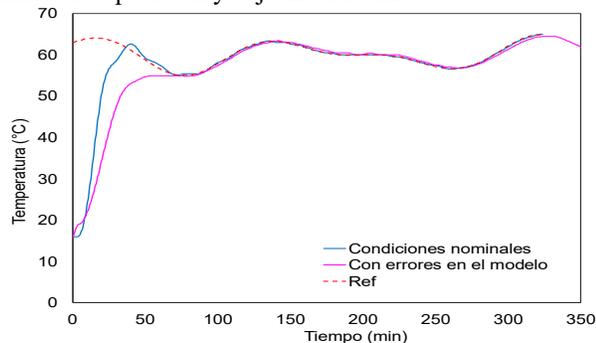


Fig. 8. Resultados experimentales usando el controlador AL-SD. Parámetros de C1:  $k_1=0.9$ ;  $k_2=0.9$ ;  $K_f=0.02$ ;  $T=0.6$  min.

El error de seguimiento fue muy bajo en ambos casos, incluso con una variación de -51% en  $k$ , -26.6% en  $\tau$  y +14.8% en  $t_0$ . Esta es una gran ventaja de este controlador que asegura su buen rendimiento incluso cuando los parámetros del proceso sufren modificaciones, una situación muy habitual en muchos procesos industriales.

## VI. CONCLUSIONES

Se presentó una nueva metodología para diseñar algoritmos de control obtenida a partir de la combinación de conceptos de controladores basados en álgebra lineal (LABC) y control en modo deslizante (SMC). El controlador fue desarrollado a partir de modelos FOPDT de diferentes procesos y probado mediante simulaciones y experimentalmente. Los resultados fueron contrastados con los de otro controlador basado en álgebra lineal reportado en la bibliografía y un controlador PID.

Las simulaciones en un CSTR con camisa de enfriamiento para el seguimiento de perfiles variables de temperatura mostraron que el controlador presentado (AL-SD) posee un comportamiento destacable, superior al de los otros controladores probados. Su funcionamiento fue testeado en condiciones nominales y bajo incertidumbre. De la comparación se observó que, en todos los casos, las reducciones de ITAE superaron el 50%, lo que confirma el rendimiento mejorado de AL-SD.

Los resultados experimentales se obtuvieron utilizando un reactor discontinuo de transesterificación escala laboratorio. Se siguió un perfil de temperatura variable utilizando AL-SD, LABC [15] y un PID, con mejores resultados para el primero.

Una característica notable de este nuevo controlador es que el término integral de su ley de control es diferente de cero solo cuando aparecen errores de modelado o perturbaciones externas

( $S_{n+1} = -E_n$ ). Otros controladores utilizan la integral del error de seguimiento, agregando este término a la ley de control incluso cuando no hay incertidumbres en el sistema.

Entre las muchas ventajas de este nuevo controlador, debe destacarse su capacidad para seguir perfiles variables sin sobreimpulso y su rápida respuesta sin chattering. Además, se sintoniza utilizando solo tres parámetros, lo que hace que su proceso de ajuste sea similar al de un PID. Para su diseño sólo se requiere la curva de reacción del sistema para obtener los parámetros del modelo FOPDT. Debido a su simplicidad, puede ser implementado usando microprocesadores. Esto facilita su implementación en cualquier tipo de proceso industrial.

## REFERENCES

- [1] Corradini M., V. Fossi, A. Giantomassi, G. Ippoliti, S. Longhi, G. Orlando. "Discrete time sliding mode control of robotic manipulators: Development and experimental validation". *Control Engineering Practice*, vol. 20, pp. 816–822, 2012. DOI: 10.1016/j.conengprac.2012.04.005
- [2] Kern R., Y. Shastri, "Advanced control with parameter estimation of batch transesterification reactor", *J. Process Control*, Vol. 33, pp 127–139, 2015. DOI:10.1016/j.jprocont.2015.06.006.
- [3] Caballero-Barragán H., L. Osuna-Ibarra, A. Loukianov, F. Plestan. "Sliding mode predictive control of linear uncertain systems with delays". *Automatica*, vol. 94, pp 409–415, 2018. DOI: 10.1016/j.automatica.2018.04.040
- [4] Quintero Montoya O., Amicarelli A., Scaglia G., Di Sciascio F. Control based on numerical methods and recursive Bayesian estimation in a continuous alcoholic fermentation process. *BioResources*, vol. 4, no.4, pp 1372-1395, 2009.
- [5] Scaglia G., E. Serrano, A. Rosales, P. Albertos, "Linear interpolation-based controller design for trajectory tracking under uncertainties: application to mobile robots", *Control Engineering Practice*, vol.45, pp.123-132, 2015. DOI: 10.1016/j.conengprac.2015.09.010
- [6] Pantano M.N., M.E. Serrano, M.C. Fernández, F. G. Rossomando, O.A. Ortiz, G.J. E. Scaglia. "Multivariable Control for Tracking Optimal Profiles in a Nonlinear Fed-Batch Bioprocess Integrated with State Estimation". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol.56, pp.6043–6056, 2017. DOI: 10.1021/acs.iecr.7b00831
- [7] Pantano M.N., M.C. Fernández, M.E. Serrano, O.A. Ortiz, G.J. E. Scaglia. "Tracking control of optimal profiles in a nonlinear fed-batch bioprocess under parametric uncertainty and process disturbances", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 57, pp. 11130-11140, 2018. DOI: 10.1021/acs.iecr.8b01791
- [8] Sardella M.F., E. Serrano, O. Camacho, G. Scaglia. "Design and Application of a Linear Algebra Based Controller from a Reduced-Order Model for Regulation and Tracking of Chemical Processes under Uncertainties". *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 58, pp.15222–15231, 2019. DOI: 10.1021/acs.iecr.9b01257
- [9] Rómoli, S., Scaglia G., Serrano M.E., Godoy S., Ortiz O., Vega J. "Control of a fed-batch fermenter based on a linear algebra strategy", *IEEE Latin American Transactions*, vol. 12, no 7, pp 1206-1213, 2014.
- [10] Scaglia G., Serrano M., Albertos P. *Linear Algebra Based Controller - Design and Applications*, Springer International Publishing, 2020. DOI 10.1007/978-3-030-42818-1.
- [11] Normey Rico J., E Camacho. *Control of Dead Time Processes*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer Verlag, London, 2007.
- [12] Herrera M., O. Camacho, H. Leiva, C. Smith. "An approach of dynamic sliding mode control for chemical processes". *Journal of Process Control*, vol. 85, pp 112–120, 2020. DOI: 10.1016/j.jprocont.2019.11.008
- [13] Seborg D.E., T.F. Edgar, D.A. Mellichamp, F.J. Doyle III, *Process Dynamics and Control*, Third Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2011, USA.
- [14] Camacho O., C. Smith, "Sliding mode control: an approach to regulate nonlinear chemical processes", *ISA Transactions*, vol. 39, pp 205-218, 2000. DOI:10.1016/S0019-0578(99)00043-9.
- [15] Desai R., Patre B.M., Pawar S. "Active disturbance rejection control with adaptive rate limitation for process control application", *IEEE Latin*

- American Transactions*, 2018 Indian Control Conference (ICC), Kanpur, 2018, pp. 131-136, doi: 10.1109/INDIANCC.2018.8307966.
- [16] Camacho O., Leiva H. "Impulsive semilinear heat equation with delay in control and in state", *Asian Journal of Control*, vol. 22, pp. 1075-1089, 2020.
- [17] Bonvin D., G. Francois. *Control and Optimization of Batch Chemical Processes*. Coulson and Richardson's Chemical Engineering, Volume 3 (Chemical & Biochemical Reactors, and Process Control), 3rd Edition, by J.F. Richardson and D.G. Peacock (Eds)., 2008.
- [18] O. Camacho O., R. Rojas. "A General Sliding Mode Controller for Nonlinear Chemical Processes". *Journal of Dynamics Systems Measurement and Control*, vol. 122, pp. 1-2, 2000. DOI: 10.1115/1.1318351
- [19] Scaglia G., O.L. Quintero, V. Mut, F. di Sciascio, Numerical Methods Based Controller Design for Mobile Robots, *Robotica*, vol. 27, pp 269-279, 2009.
- [20] Capito L., Proaño P., Camacho O., Rosales A., Scaglia G., "Experimental comparison of control strategies for trajectory tracking for mobile robots", *International Journal of Automation and Control*, vol. 10, pp.308-327, 2016.
- [21] Ogunnaike B., Ray H. *Process dynamics modeling and control*. Oxford University Press, 1994.
- [22] Brogan, W. (1991). *Modern Control Theory*. Third Edition. Prentice Hall.
- [23] Strang, G. *Introduction to Linear Algebra*, 4th ed.; Wellesley- Cambridge Press, 2009.
- [24] Smith C.A., Corripio A.B. *Principles and Practice of Automatic Process Control*, John Wiley & Sons, Inc., 1997, New York.
- [25] Tempo, R.; Ishii, H. "Monte Carlo and Las Vegas. Randomized Algorithms for Systems and Control", *European Journal of Control*, vol. 13, pp.189-203, 2007. DOI: 10.3166/ejc.13.189-203
- [26] García-Sandoval J.P., V. González-Álvarez, B. Castillo-Toledo, C. Pelayo-Ortiz, "Robust discrete control of nonlinear processes: Application to chemical reactors", *Computers and Chemical Engineering*, vol. 32, pp. 3246-3253, 2008. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2008.05.013
- [27] Benavides P., U. Diwekar, "Optimal control of biodiesel production in a batch reactor. Part I: Deterministic control", *Fuel*, vol. 94, pp. 211-217, 2012. DOI: 10.1016/j.fuel.2011.08.033



**María Fabiana Sardella** received a bachelor in Chemical Engineering from Universidad Nacional de San Juan in 1996. She graduated as Msc in Environmental Technologies in 2004 and she is now finishing doctoral studies at Universidad Nacional de San Juan. She is professor at Universidad Nacional de San Juan since 2003. Her main research interests are in the field of Agroindustrial Residues Valorisation, Porous Solids and Process Control.



**Mario Emanuel Serrano** received the Ing. degree in Electronic Engineering with orientation in Control Systems from the National University of San Juan, Argentina and the Ph.D in Control Systems from the Institute of Automatic Control at the Instituto de Automática, Argentina. He is a scientific researcher at CONICET and works at Instituto de Ingeniería Química from Universidad Nacional de San Juan. His main research interests are Robotic Systems, Process Control, Linear Algebra based Methods and Nonlinear and Adaptive Control Theory.

**Oscar Camacho** received a bachelor in Electrical Engineer from Universidad de Los Andes (ULA), Mérida, Venezuela, in 1984. He received the MSc. Control Engineering in 1992 (ULA). In 1994 he got a ME in Chemical Engineering and, in 1996, a Ph.D., both at the University of South Florida (USF). Postdoctoral development activities at USF in 2001. He has held teaching and research in the ULA and PDVSA (Venezuela), USF



(USA), and actually at Escuela Politécnica Nacional (Ecuador). He was Director of the School of Electrical Engineering, Coordinator of the Master Program in Automation and Instrumentation, Dean of the Engineering Faculty at ULA, from 2005 until 2014. He is an Associate Editor of the Journal ISA Transactions. His current research interests include sliding mode control, process control systems with long delay, chemical process control.



**Gustavo Scaglia** received the Ing. degree in Electronic Engineering with orientation in Control Systems from the National University of San Juan, Argentina, in 1999, and the Ph.D in Control Systems from the Institute of Automatic Control at the Instituto de Automática, Argentina in 2006, his work was about a new tracking trajectories algorithms. He is a Research Fellow of the Council for Scientific and Technological Research, Argentina, since 2011. He leads different technological projects and his current scientific research at the Engineering Chemical Institute from National University of San Juan. His main interests are algorithms for tracking trajectories, nonlinear and adaptive control theory, and mechanical and chemical process.