

# SEIR Subregion Model Analysis: A Case Study of Curitiba

H. C. Spengler, G. V. Loch and C. T. Scarpin

**Abstract**— The novel coronavirus SARS-CoV-2 was identified first in December of 2019, in Wuhan City, China. In a short period, thousands of infectious cases were reported in the world, and the hospital capacity was exceeded or saturated in some countries. For this reason, mathematical models were largely proposed to estimate the progression of Covid-19 pandemic and its impact on decisions to mitigate this progression. This paper proposes a modified “Susceptible Exposed Infectious Recovered” (SEIR) model to describe the behavior of the Covid-19 epidemic, based on characteristics of subregions. It was applied in data of the city of Curitiba, Brazil, and showed the best and worst scenarios to estimate the saturate and exceeded states on the health system.

**Index Terms**— Covid-19, SEIR models, subregion models, hospital capacity, health system, epidemic models.

## I. INTRODUÇÃO

A doença por coronavírus (Covid-19) foi relatada pela primeira vez em 30 de dezembro de 2019 e se tornou uma epidemia de proporções globais, afetando o convívio social em seus diversos setores. Somam-se mundialmente mais de 29 milhões de casos comprovados e mais de 942 mil mortes, e para o Brasil, sendo um dos maiores epicentros da doença, somam-se mais de 4 milhões de infectados e mais de 134 mil mortes [18], até a data de 17 de agosto de 2020. Tal doença é causada pelo vírus SARS-CoV-2 da família de vírus do coronavírus, podendo haver desde pacientes assintomáticos até infecções respiratórias agudas ou graves, podendo levar o paciente a óbito. Segundo o trabalho de F. Zhou et al. [6], é estimado que 15% a 20% dos casos confirmados requerem atendimento médico especializado e que destes aproximadamente 5% necessitam de suporte de Unidades de Tratamento Intensivo (UTIs) e ventiladores mecânicos.

Pelo histórico recente, a população em maioria não possui imunidade contra o vírus, assim podendo acometer indivíduos de diferentes faixas etárias ou localizações geográficas. Segundo o estudo de Walker et al. [19], países que sofreram

se que 5% da população foi infectada. Portanto, enquanto a imunização por meio de vacinação ou tratamentos não seja estabelecida, o risco de novos surtos são reais, dada a proporção da população que ainda é suscetível.

Assim, a previsão de novos surtos e da variação da capacidade de atendimento hospitalar permite que sejam traçadas políticas de ações (prevenção e arrecadação de recursos) a tempo de evitar futuros cenários de sobrecarga e colapso do sistema de saúde.

Diversos modelos descrevem a dinâmica epidêmica, em especial o modelo compartimental SIR (susceptível, infectado e removido) e sua versão posterior SEIR (susceptível, exposto, infectado e removido). Tais modelos tomam como base um sistema de equações diferenciais ordinárias resolvido por integração numérica [20, 21]. Com o atual volume de informações disponíveis, modificações destes modelos foram propostas na literatura para descrever cenários diversos. Como no trabalho de Weissman et al. [7], em que é aplicado o modelo SIR para prever situações de colapso do sistema de saúde de três hospitais da cidade de Philadelphia, nos Estados Unidos da América, durante o surto de Covid-19. Para a cidade de Wuhan, na China, em que ocorreu o primeiro epicentro do surto por Covid-19, alguns trabalhos propuseram aplicações por meio dos dados relatados: no trabalho de Hou et al. [3] o modelo SEIR é modificado para agregar a taxa de contato e no estudo de Yang et al. [21] é utilizada inteligência artificial (IA) conjuntamente com simulações do modelo SEIR para previsão e avaliação de intervenções. Porém, modelos como SIR e SEIR vêm sendo aplicado em diferentes situações, como apresentado por Zhu e Ying [14] em que o modelo SIR auxilia na detecção de informações, ou então, por Valdez et al. [11] em que é projetada simulação para identificação de softwares que invadem a rede.

No presente trabalho é proposto uma modificação do modelo SEIR para considerar sub-regiões que compõe uma região principal. Normalmente a população de estudo reside em regiões de grandes proporções, que são separadas por diversas sub-regiões que representam áreas de convívio mais próximo e possuem características diferentes entre si. O modelo SEIR proposto é aplicado ao caso de estudo da cidade de Curitiba (região) e seus distritos sanitários (sub-regiões). Ao estabelecer o cenário otimista e pessimista estima-se possíveis situações de sobrecarga da infraestrutura hospitalar, em especial para leitos de tratamento, UTIs e ventiladores mecânicos.

A seguir é disposto o trabalho, que além desta seção de introdução, é descrito o modelo SEIR modificado e as hipóteses e coleta de dados na Seção II. Na Seção III, são estimados os parâmetros necessários, estabelecidos os cenários de simulação, prevista as possíveis sobrecargas do sistema e discutidos os

This work was supported by Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior under grants 1708592 and 1554767.

H. C. Spengler, Grupo de Tecnologia Aplicado à Otimização - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil (e-mail: hspengler.mat@gmail.com).

G. V. Loch, Grupo de Tecnologia Aplicado à Otimização - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil (e-mail: gustavo.gvalentim@gmail.com).

C. T. Scarpin, Grupo de Tecnologia Aplicado à Otimização - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil (e-mail: cassiusts@gmail.com).

com altas taxas de contaminação e a sobrecarga do sistema de saúde têm baixa porcentagem de imunização natural, assim como a Itália, onde mesmo após um surto de Covid-19 estima-

resultados. Na Seção IV são apresentadas as conclusões do trabalho.

## II. DESCRIÇÃO DO MODELO

### A. Motivação

Uma dificuldade básica observada, diante do cenário de uma pandemia, é a obtenção de dados para possíveis estudos e análises posteriores. Embora haja a divulgação de dados por países, ainda é escassa e desconexa a divulgação por sub-regiões (estados, distritos, municípios). Além do mais, simulações que descrevem a dinâmica epidêmica (SIR, SEIR) se concentram nas características de grandes regiões, sem retratarem as características mais específicas das sub-regiões.

Trabalhos anteriores trazem a formulação de modelos compartimentais com sub-regiões, tais como em Zakary, Rachik e Elmouki [17], que aplica o modelo SIR multi-regiões com a existência de vacinação, e em Chouayakh *et al.* [13] e Abouelkheir [8], que tratam dos modelos SEIS e SIS multi-regiões com o bloqueamento de viagens entre regiões, respectivamente.

Entretanto, tais formulações do modelo exigem informações sobre cada compartimento (S, E, I, R) para cada sub-região, sendo também necessária informações sobre a relação entre sub-regiões.

Neste contexto, é apresentada uma versão do modelo SEIR sub-regiões, em que apenas o compartimento de infectados (I) é dividido em sub-regiões, além de considerar a transmissão em relação a região principal e não pela relação entre as sub-regiões, uma vez que não há a disponibilidade de todas as informações requeridas nos modelos anteriores.

### B. Modelo SEIR Modificado

O modelo SEIR faz simulações para cenários epidemiológicos de doenças que possuem a característica de não reinfeção e a existência de um período de latência (enquanto não há grande produção de patógenos que torne o indivíduo infeccioso) [4]. Desse modo, tem-se uma estimação do comportamento futuro da doença em relação a uma população de estudo.

Logo, seja uma população de tamanho  $N$  classificada em quatro grupos: suscetíveis a infecção pelo vírus por contato com indivíduos infectados (S), expostos em fase de latência (E), infectados e capazes de transmitir a doença (I) e removidos da fase de infectado, podendo ser indivíduos recuperados ou falecidos (R). Cada indivíduo desta população pertence a um destes quatro estados. Assim, tem-se que a população  $N$  é dada por  $N(t) = S(t) + E(t) + I(t) + R(t)$ , em que  $t$  é um índice de instante de tempo observado.

Além disso, presume-se que uma população resida em uma região  $C$  composta por sub-regiões  $c_i$ , sendo  $\cup c_i = C$ . Logo, a modificação proposta considera que o grupo de infectados  $I$  seja discriminado de acordo com a sub-região em que residem. Isto é,  $I_{c_i}$  são os indivíduos infectados que residem na sub-região  $c_i$  da região  $C$ , onde  $I = \sum_{c_i \in C} I_{c_i}$ . A fim de evitar excesso de notação, quando não for relevante,  $c_i$  será denotado por simplesmente  $c$ .

A taxa de contaminação  $\beta_c$  representa a probabilidade de um indivíduo suscetível da região  $c$  ser infectado pela doença ( $1/\beta_c$

é o tempo até dobrar o número de infectados da região). A taxa de remoção  $\gamma$  é dada por  $1/d$ , em que  $d$  é a média de duração em dias da doença em um indivíduo. A taxa de incubação  $\alpha$  da doença é representado pelo inverso da duração média de incubação ( $1/\alpha$ ).

Assim, a dinâmica do modelo SEIR considerando sub-regiões é representado no fluxograma (Fig. 1). As Equações 1-5 que regem o sistema são:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{S(t)}{N} \sum_c \beta_c I_c(t) \quad (1)$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{S(t)}{N} \sum_c \beta_c I_c(t) - \alpha E(t) \quad (2)$$

$$\frac{dI_1(t)}{dt} = N_1 \alpha E(t) - \gamma I_1(t) \quad (3)$$

$$\vdots$$

$$\frac{dI_c(t)}{dt} = N_c \alpha E(t) - \gamma I_c(t) \quad (4)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma \sum_c I_c(t) \quad (5)$$

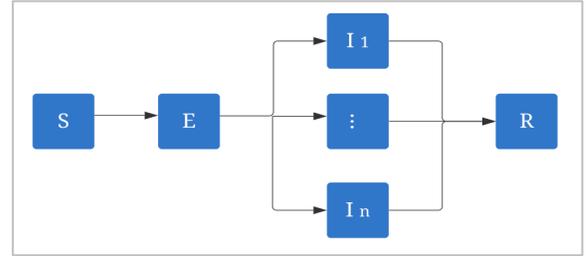


Fig. 1. Fluxograma da dinâmica do modelo SEIR considerando as sub-regiões.

### C. Estimativa dos Parâmetros do Modelo

Dentre os parâmetros do modelo SEIR, há dados reportados na literatura que são adotados na pesquisa, tais como a taxa de remoção  $\gamma$  e a taxa de latência  $\alpha$ . Entretanto, a taxa de contaminação  $\beta_c$  é estimada em relação ao problema trabalhado.

Deste modo, observa-se que  $\beta_c$  pode ser expresso pelo produto entre o número de pessoas expostas por dia e pelo número de pessoas infectadas ( $k_c$ ), e pela probabilidade de transmissão ( $b$ ), sendo reescrita como  $\beta_c = k_c b$  [21]. Logo, quando  $N \cong S$  e  $I_c(t=0) \cong 1$ , sobre as equações 2 e 4, tem-se que:

$$\frac{dI_c}{dt} \cong \beta_c \frac{I_c S}{N} - \gamma I_c. \quad (6)$$

E de forma simplificada:

$$I(t) \cong e^{(k_c b - \gamma)t} \quad (7)$$

$$\beta_c \cong \gamma + \frac{\ln(I(t))}{I_c} \quad (8)$$

### D. Hipóteses do Modelo

Para simplificação do modelo, são assumidas hipóteses sobre o tamanho da população, desconsiderando nascimentos e mortes não decorrentes da doença Covid-19 durante o período simulado. Quanto aos dados de novos infectados e mortes, considera-se diretamente pela data de notificação das autoridades competentes.

### E. Coleta de Dados

Os dados de casos confirmados e da disponibilidade de leitos hospitalares para cidade de Curitiba foram obtidos do estudo do Jornal Gazeta do Povo, no site sobre informações do Covid-19 [12], para as datas entre 15 de maio e 04 de setembro de 2020. Enquanto os dados sobre distribuição demográfica da população foram obtidos dos bancos de consulta do Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba (IPPUC) [10] e do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) [9]. Informações sobre insumos disponíveis foram coletados da plataforma de dados do sistema de saúde brasileiro DATASUS [5]. A taxa de remoção e latência,  $\gamma$  e  $\alpha$ , são discutidas nos trabalhos de Zhou et al. [6] e de Ferguson et al. [16]. Também, as proporções que estimam o número de leitos necessários são detalhadas no trabalho de Weissman et al. [7] e Hou et al. [3]. Os dados citados, que se aplicam a simulação, estão dispostos nas Tabelas I, II e III.

TABELA I  
PARÂMETROS ESTIMADOS PARA CIDADE DE CURITIBA

Símbolo	Valor	Unidade	Referência
$N$	1894000	peessoas	[10]
$S$	1887472	peessoas	-
$E$	$I/\alpha = 5180$	peessoas	-
$R$	608	peessoas	[15]
$\alpha$	1/7	dias <sup>-1</sup>	[6] e [16]
$\gamma$	1/21	dias <sup>-1</sup>	[6] e [16]

(-) Não se aplica a referência

TABELA II  
PARÂMETROS ESTIMADOS PARA OS DISTRITO SANITÁRIO DE CURITIBA

Bairro	$N_c$	$I_c(0)$
Bairro Novo	163651	36
Boa Vista	268556	92
Boqueirão	205248	70
Cajuru	232563	56
CIC	200271	45
Matriz	208674	197
Pinheirinho	151202	29
Portão	184437	94
Santa Felicidade	166525	110
Tatuquara	112873	11

Dados referentes a população  $N_c$  vindos do IPPUC- População estimada 2016 [10]. Dados referentes aos infectados por distrito sanitário  $I_c(0)$  vindos da Gazeta do Povo [12], para a data de 15 de maio.

A Tabela III apresenta as quantidades de leitos de enfermaria e leitos de Unidades de Tratamento Intensivo (UTIs) em Curitiba, sem fazer distinção entre os diferentes tipos de leitos: neonatal, infantil, adulto, etc. Entretanto, considera-se a distinção entre leitos ofertados pela rede do Sistema Único de Saúde Brasileiro (SUS) e da rede particular (Não-SUS), uma vez que os leitos da rede SUS são ofertados indiscriminadamente a qualquer pessoa do território. Ressalta-se que novos leitos emergenciais foram construídos prevendo o surto do Covid-19, porém considera-se que não estão disponíveis de imediato.

TABELA III  
LEITOS E UTIS DISPONÍVEIS PARA A CIDADE DE CURITIBA

Tipo de Leito	SUS	Não-SUS	Emergenciais
Leitos enfermaria	2742	3111	1053
UTIs	462	647	235

Os leitos emergenciais são exclusivos para o surto de Covid-19.

## III. RESULTADOS COMPUTACIONAIS

### A. Cenários de Transmissão

O delineamento de diferentes cenários por meio de relatos da literatura permite estimar a variação da dinâmica do surto por situações presenciadas. Dentre os surtos de Covid-19 relatados, identifica-se como otimista o cenário observado na Coreia do Sul, tendo apresentado um tempo até dobrar os casos de contaminados ( $1/\beta_c$ ) de 10 dias. Enquanto um cenário pessimista seria semelhante ao observado na Itália, com  $1/\beta_c = 2$  dias [2].

Não obstante, reduções na taxa de contaminação  $\beta_c$  podem ser relacionadas diretamente com a redução no número de contato entre pessoas expostas e infectadas ( $k_c$ ). Portanto, é estabelecido um coeficiente  $\lambda \in (0,1)$  para reduzir a taxa de contaminação  $\beta_c$ , de modo que  $\lambda\beta_c$  é a taxa de contaminação do cenário associado à  $\lambda$ . Tais cenários representam diferentes proporções de pessoas expostas, considerando que haja a redução por algum fator, tal como políticas de isolamento.

### B. Simulações de Sobrecarga do Sistema de Saúde

Entende-se por sobrecarga ou colapso do sistema hospitalar, quando o número de pacientes que necessitam de internação é próximo ou maior que a capacidade de leitos, equipamentos ou insumos do hospital, respectivamente [7]. Também, entende-se por pico o número máximo de indivíduos doentes na curva de evolução de infectados no tempo tratado. Se este pico for reduzido, diz-se que houve o achatamento da curva [1].

Desta forma, para a elaboração de diferentes cenários com a redução da taxa de contaminação  $\beta_c$ , foram tomados os valores de redução de 20%, 40%, 60% e 80% para  $\lambda$ .

Embora os 10 distritos sanitários se diferenciem entre si, os resultados indicam que os picos do surto se comportaram de modo semelhante, como observado nas Figuras 2, 3, 4 e 5.

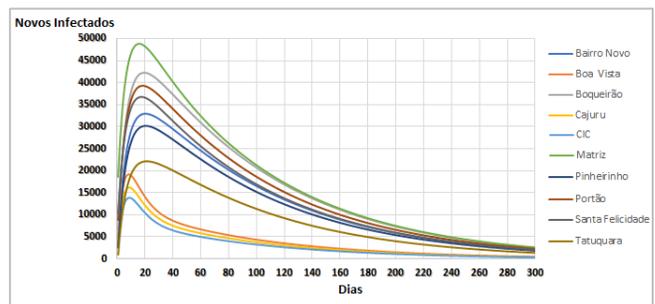


Fig. 2. Cenário de  $\lambda = 0,2$ : Estimativa do total de infectados.

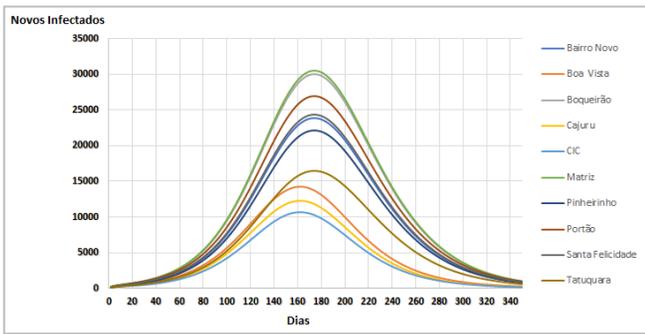


Fig. 3. Cenário de  $\lambda = 0,4$ : Estimativa do total de infectados.

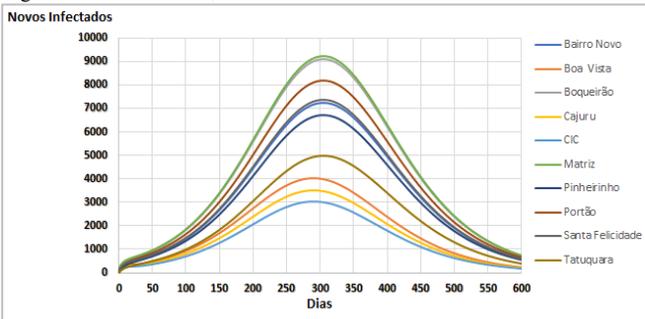


Fig. 4. Cenário de  $\lambda = 0,6$ : Estimativa do total de infectados.

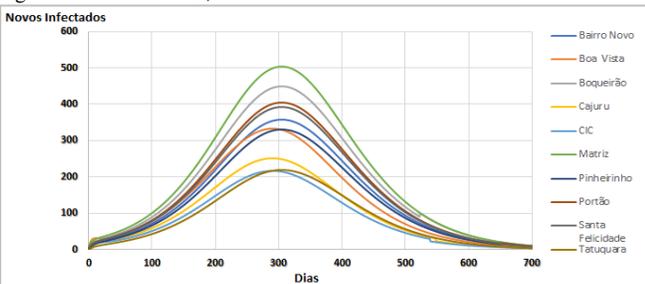


Fig. 5. Cenário de  $\lambda = 0,8$ : Estimativa do total de infectados.

Para o cenário pessimista ( $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ ), observado nas Figuras 2 e 3, o tempo em média foi de 16 e 170 dias para haver o pico de casos de contaminação. Para o cenário otimista observado nas Figuras 4 e 5, em que  $\lambda = 0,6$  e  $\lambda = 0,8$ , o tempo em média foi de 302 e 300 dias para haver o pico de casos de contaminação.

A Tabela IV apresenta os valores simulados de pico de casos de contaminação para o cenário otimista e pessimista apresentados nas Figuras 2-5.

TABELA IV  
SIMULAÇÃO INTERVALO DE TEMPO ATÉ O PICO DE CASOS DE CONTAMINAÇÃO PARA O CENÁRIO PESSIMISTA E OTIMISTA

	$\lambda = 0,2$	$\lambda = 0,4$	$\lambda = 0,6$	$\lambda = 0,8$
Bairro Novo	21	174	310	307
Boa Vista	10	162	282	279
Boqueirão	20	172	307	302
Cajuru	10	165	297	296
CIC	9	163	293	287
Matriz	18	172	307	303
Pinheirinho	20	172	308	304
Portão	19	176	312	309
Santa Felicidade	18	174	310	309
Tatuquara	21	175	300	304

A Tabela V apresenta os resultados dos números máximos de internações esperados em leitos de enfermaria e UTIs, para os cenários de taxa de redução de  $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ .

Para o pior cenário, com  $\lambda = 0,2$ , houveram os maiores números de internações em todos os distritos. Ao todo, 333518 internações e destas 16673 necessitando de UTIs e/ou ventiladores. Dentre os distritos sanitários, destaca-se o distrito Matriz com 47545 internações e destas 2377 necessitando do auxílio de UTIs e/ou ventiladores, sendo aproximadamente 25% do total da população deste distrito sanitário. A alta proporção de infectados neste caso está associada a um cenário com o mínimo de isolamento social ( $\lambda = 0,2$ ). O distrito CIC teve os menores números, sendo 17644 internações e destas 882 em UTIs.

O segundo pior cenário, para  $\lambda = 0,4$ , apresentou valores próximos do cenário com  $\lambda = 0,2$ . Estimou-se ao todo 211283 internações e destas 10563 em UTIs. Novamente, os distritos sanitários de Matriz e CIC obtiveram o maior e menor número de internações, respectivamente. No distrito Matriz foram estimadas 30464 internações e 1523 em UTIs, e no distrito CIC foram estimadas 10615 internações e destas 530 em UTIs.

TABELA V  
RESULTADO DO NÚMERO MÁXIMO DE INTERNAÇÕES PARA O CENÁRIO PESSIMISTA

Bairro	$\lambda = 0,2$		$\lambda = 0,4$	
	Internações	UTIs	Internações	UTIs
Bairro Novo	37286	1864	23891	1194
Boa Vista	23660	1183	14234	712
Boqueirão	46764	2338	29964	1498
Cajuru	20489	1024	12326	616
CIC	17644	882	10615	530
Matriz	47545	2377	30464	1523
Pinheirinho	34450	1722	22074	1104
Portão	42022	2101	26926	1346
Santa Felicidade	37941	1897	24311	1216
Tatuquara	25717	1285	16478	824
TOTAL	333518	16673	211283	10563

A Tabela VI apresenta os resultados de internações para o cenário otimista, com  $\lambda = 0,6$  e  $\lambda = 0,8$ . Em comparação com o cenário pessimista, de  $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ , observou-se o decréscimo expressivo do número de internações. Para o cenário de  $\lambda = 0,6$ , estimou-se um total de 63388 internações e destas 3169 em UTIs. Os distritos de Matriz e CIC se mantiveram com os maiores e menores números de internações dentre todos os distritos, respectivamente. O distrito CIC alcançou 3018 internações e destas 454 em UTIs, enquanto o distrito Matriz alcançou 9242 internações e 462 em UTIs.

O cenário com  $\lambda = 0,8$  possui a maior taxa de redução de contaminação e por consequência representa um estado de isolamento da grande parte da população. E de modo concordante, os resultados apresentam os menores valores se comparados aos outros cenários. Foi estimado um total de 3.545 internações em leitos de enfermaria e destas apenas 173 em UTIs.

Os valores do cenário de  $\lambda = 0,8$ , mesmo que tomados simultaneamente, podem ser comportados pelo sistema de saúde da cidade de Curitiba. Observa-se que, considerando os leitos emergenciais relatados na Tabela III, seria possível atender a demanda no cenário para  $\lambda = 0,8$ .

TABELA VI  
RESULTADO DO NÚMERO MÁXIMO DE INTERNAÇÕES PARA O CENÁRIO OTIMISTA

Bairro	$\lambda = 0,6$		$\lambda = 0,8$	
	Leitos	UTIs	Leitos	UTIs
Bairro Novo	7248	362	348	17
Boa Vista	4047	202	343	17
Boqueirão	9090	454	447	22
Cajuru	3505	175	289	14
CIC	3018	150	248	12
Matriz	9242	462	507	25
Pinheirinho	6696	334	320	16
Portão	8168	408	414	20
Santa Felicidade	7375	368	385	19
Tatuquara	4999	249	234	11
TOTAL	63388	3169	3535	173

Ressalta-se que o cenário otimista, em que há maior isolamento da população, obteve intervalos de tempo maiores que 6 meses até o pico do surto. Este intervalo de tempo associado aos menores números de internações representa o achatamento da curva de infectados, o que é de extrema importância para a não saturação do sistema de saúde. Também é fator essencial para que se ganhe tempo no desenvolvimento de intervenções farmacêuticas (remédios e/ou vacinas), sem que o surto alcance maior parte da população.

A Figura 6 exibe o número esperado de internações em UTIs, para  $\lambda = 0,8$  e  $\lambda = 0,6$ , durante o intervalo de tempo simulado de 500 dias. Outra vez, identifica-se que apenas para o cenário com  $\lambda = 0,8$  o sistema de saúde não entrou em colapso. Entretanto, foi necessário o uso total de UTIs disponíveis para suprir a demanda, incluindo UTIs particulares e de emergência.

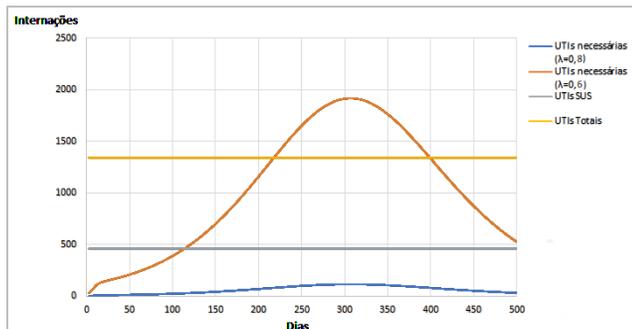


Fig. 6. Estimativa do total de internações necessárias em UTIs no cenário de  $\lambda = 0,8$  e  $\lambda = 0,6$ .

Para o cenário com  $\lambda = 0,6$ , constata-se a situação de colapso do sistema de saúde. Obteve-se um pico de 1878 internações em UTIs, superando a capacidade máxima de 1344 UTIs e 534 internações.

A Figura 7 apresenta o número esperado de internações em UTIs, durante o intervalo de tempo simulado de 500 dias, para o cenário pessimista. Em ambos os cenários, com  $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ , o sistema de saúde entrou em colapso. Entretanto, os valores do pico de internações excederam demasiadamente o número de UTIs totais disponíveis. Os picos de internações foram estimados em 3997 e 10003, para  $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ , respectivamente. Além do mais, nos dois cenários foi constatado um curto período até a ocorrência do pico de internações.

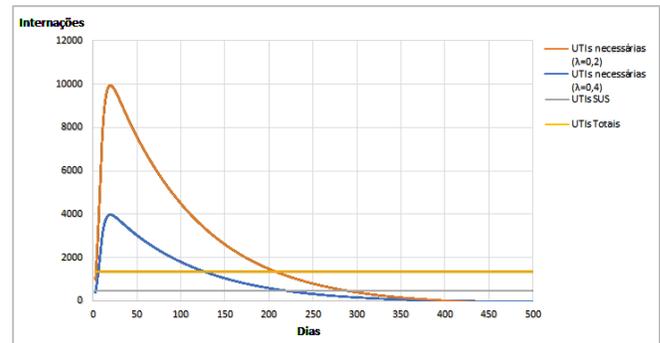


Fig. 7. Estimativa do total de internações necessárias em UTIs no cenário de  $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ .

### C. Comparação com Dados Reais

A simulação da dinâmica epidêmica é comparada com os dados divulgados sobre a quantidade de infectados por distrito sanitário da cidade de Curitiba. As Tabelas VII, VIII e IX trazem os dados divulgados do número de infectados por distrito sanitário até a data de 04 de setembro de 2020. Os dados reais também são comparados com os dados da simulação para o cenário otimista de  $\lambda = 0,6$ , cenário que apresentou maior aproximação.

TABELA VII  
DADOS DIVULGADOS DO NÚMERO DE INFECTADOS POR DISTRITO SANITÁRIO: PARTE I

Dia	Matriz		Pinheirinho		Portão	
	R	S	R	S	R	S
13/05	189	170	29	23	87	65
15/05	197	186	29	28	94	78
22/05	234	228	53	50	119	86
29/05	234	231	53	67	119	95
05/06	292	285	74	79	120	112
16/06	345	312	97	110	164	149
26/06	765	754	246	269	397	377
03/07	944	929	443	724	584	561
24/07	1819	1748	1295	1477	1489	1593
07/08	2381	3115	1917	2315	2097	2618
14/08	2419	4988	2068	3764	2268	3994
04/09	3817	9227	2544	5576	2591	6869

R: Reais, S: Simulados.

TABELA VIII  
DADOS DIVULGADOS DO NÚMERO DE INFECTADOS POR DISTRITO SANITÁRIO: PARTE II

Dia	CIC		Boa Vista		Boqueirão	
	R	S	R	S	R	S
13/05	45	38	85	66	67	55
15/05	45	42	92	79	70	62
22/05	54	49	111	98	77	70
29/05	63	57	137	124	88	82
05/06	83	81	150	141	108	99
16/06	139	136	205	193	149	135
26/06	335	314	458	437	304	297
03/07	550	525	672	650	502	486
24/07	1588	1584	1841	1887	1502	1493
07/08	2212	2488	2557	2783	2181	2166
14/08	3073	3643	3422	4115	3016	5493
04/09	3482	5872	3965	5348	3461	6187

R: Reais, S: Simulados.

TABELA VIII  
DADOS DIVULGADOS DO NÚMERO DE INFECTADOS POR  
DISTRITO SANITÁRIO: PARTE IX

Dia	Tatuquara		Santa Felicidade		Bairro Novo		Cajuru	
	R	S	R	S	R	S	R	S
13/05	9	6	100	82	29	19	54	46
15/05	11	10	110	94	36	25	56	52
22/05	24	22	125	106	45	39	63	58
29/05	24	25	125	115	56	51	76	65
05/06	32	29	130	124	84	80	85	79
16/06	52	46	176	157	150	157	152	143
26/06	197	178	461	420	338	348	307	289
03/07	268	264	576	562	567	592	480	473
24/07	875	867	1384	1377	1306	1475	1451	1472
07/08	1125	1109	1811	1943	1792	2064	2023	2164
14/08	1199	1881	1847	2261	2486	2982	2725	3051
04/09	1875	3570	2158	3865	2830	3884	3085	4073

R: Reais, S: Simulados.

A Figura 8 apresenta a comparação entre os dados reais de infectados do distrito Matriz e a simulação para o cenário de  $\lambda = 0,6$ . O distrito Matriz apresentou o maior crescimento do número de infectados tanto nos cenários simulados, quanto para o caso real. Observa-se que o cenário simulado que mais se aproximou foi o cenário otimista com  $\lambda = 0,6$ . Entretanto para além do intervalo de 130 dias nota-se uma disparidade entre os valores simulados e os dados reais, tendo uma superestimação do modelo em relação ao pico de casos.

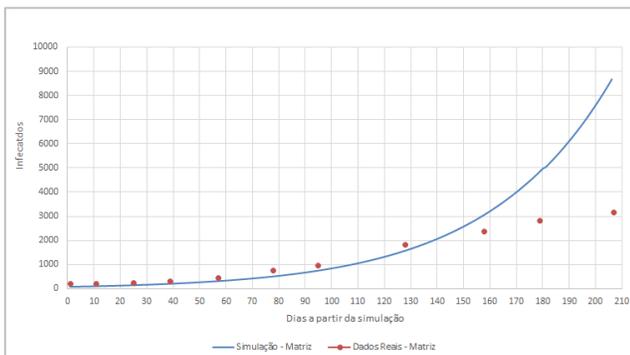


Fig. 8. Simulação do cenário de  $\lambda = 0,6$  para o número de infectados do distrito sanitário Matriz em comparação com os dados reais divulgados.

Ao considerar os demais distritos sanitários, apresentados nas Tabelas VII, VIII e IX, observa-se um intervalo médio de 124 dias em que o modelo pode prever a dinâmica epidemiológica. Para além do intervalo citado o modelo apresenta a limitação de superestimação do pico de infectados.

#### D. Discussões

Dos resultados obtidos das simulações com o modelo SEIR foi possível simular a dinâmica da epidemia de Covid-19 para os diferentes cenários, sendo considerados dois tipos de cenários: otimista ( $\lambda = 0,6$  e  $\lambda = 0,8$ ) e pessimista ( $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ ). As características observadas são resumidas a seguir:

- Em todos os cenários analisados, o comportamento da disseminação da epidemia se deu de forma semelhante entre os distritos, guardada suas proporções.
- Apenas para o cenário otimista com  $\lambda = 0,8$  não se observou o colapso do sistema de saúde.

- Para o cenário otimista, em que a maior parte da população se mantém em isolamento, ocorre a distribuição dos casos de infectados em um intervalo de tempo maior. Por consequência, o pico de infectados é drasticamente reduzido.
- Para o cenário pessimista, em que a maior parte da população não se mantém em isolamento, há a disseminação indiscriminada da doença. O intervalo de tempo até alcançar o pico de infectados é substancialmente menor se comparado com o cenário otimista.
- Há colapso do sistema de saúde para o cenário pessimista ( $\lambda = 0,2$  e  $\lambda = 0,4$ ) e o cenário otimista com  $\lambda = 0,6$ . Entretanto, a diferença entre leitos faltantes no cenário otimista é em menor número.
- A simulação comparada com os dados reais pode prever a dinâmica epidemiológica por intervalos de dias menores que 150 dias.
- Para intervalos de tempo maiores que 150 dias há superestimação do pico de infectados.
- Os dados reais se aproximam do cenário otimista com  $\lambda = 0,6$ . E embora haja constatado colapso do sistema de saúde para este cenário, considera-se que o modelo superestimou pico de infectados.

Considerando as características supracitadas, salienta-se a importância de políticas de isolamento durante o período em que não há um tratamento ou vacina contra a doença por Covid-19. Apenas o cenário otimista, com 80% de redução da exposição, pode manter o sistema hospitalar sem colapso.

Além do mais, somente no cenário otimista, com alta taxa de isolamento, haveria tempo hábil de elaborar e aplicar medidas preventivas, com a proporção de meses. No cenário pessimistas, constata-se um pequeno intervalo de tempo (16 e 170 dias) até atingir o colapso. Também, ressalta-se que o número máximo de internações em UTIs para o cenário pessimista se distanciaram em muito da quantidade de UTIs disponíveis, sendo estimado 2653 (para  $\lambda = 0,2$ ) e 8659 (para  $\lambda = 0,4$ ) casos que careceriam de UTIs e não teriam amparo. Desse modo, a grande proporção de casos sem amparo conjuntamente com o curto intervalo de tempo, invalida as possíveis políticas de ações de arrecadação de insumos e preparação de leitos emergenciais.

Para o cenário com 60% de redução da exposição houve o colapso, porém apresentando um achatamento do pico da curso de infectados e redução para 534 casos sem amparo de UTIs. Estas características permitem que medidas sejam elaboradas em tempo hábil, tal como a implementação de novos leitos.

#### IV. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi proposta uma modificação do modelo SEIR, para considerar sub-regiões de uma região principal. Esta modificação foi aplicada ao estudo de caso da cidade de Curitiba (Brasil) e seus distritos sanitários, com base na epidemia de Covid-19 e a sobrecarga ou colapso do sistema hospitalar.

Por meio do levantamento de dados, foi possível simular a taxa de contaminação e estabelecer quatro cenários referentes a

redução desta taxa. Além disso, a simulação foi comparada com os dados reais disponíveis.

O modelo SEIR aplicado aos distritos sanitários, apresentou um comportamento aproximado dentre os distritos. Segundo a comparação com dados reais, o modelo demonstrou superestimação do pico de contaminados. Contudo, a simulação foi capaz de prever o comportamento epidemiológico para intervalos de tempo menores que 150 dias.

Além do mais, observou-se que os dados reais se aproximam do cenário otimista com  $\lambda = 0,6$ . Tal cenário apresentou achatamento da curva e colapso do sistema hospitalar, porém tal colapso se desconsidera ao observar a superestimação do modelo para o do pico de infectados.

Contudo, a simulação da dinâmica de comportamento da epidemia para os quatro cenários evidenciou a importância de medidas de isolamento, enquanto não houver intervenção farmacêutica (vacinas e/ou remédios). Os cenários foram classificados em pessimista e otimista. Dentre os cenários, apenas um não estimou o colapso do sistema de saúde, em que houve 80% na redução da taxa de contágio (otimista). Para a situação com 60% de isolamento foi discutida as características que permitiriam a aplicação de políticas para controle e isolamento.

No cenário pessimista, observou-se um súbito aumento na proporção de infectados, colapsando o sistema hospitalar e dificultando a elaboração e aplicação de políticas públicas.

#### REFERÊNCIAS

- [1] A. Derbali, and S. Hallara, "Measuring systemic risk of Greek banks: New approach by using the epidemic model "SEIR", *Cogent Business & Management*, vol. 3, no. 1, 2016.
- [2] A. Atkeson., "What Will be the Economic Impact of COVID-19 in the US? Rough Estimates of Disease Scenarios," NBER, Cambridge, Massachusetts, USA, Tech. Rep. TR-26867, Mar., 2020.
- [3] C. Hou, "The effectiveness of quarantine of Wuhan city against the Corona Virus Disease 2019 (COVID-19): A well-mixed SEIR model analysis," *J. Med. Virol.*, pp. 1-8, 2020.
- [4] C. R. L. Francês, "COVID-19: Um novo modelo SEIR para países em desenvolvimento – estudo de caso para a Região Metropolitana de Belém," Univ. Fed. do Pará., Belém, PA, BR, Tech. Rep., Abr. 2020.
- [5] Dados do Sistema Único de Saúde, Tabnet. Disponível em <tabnet.datasus.gov.br >, acessado em 15 de maio de 2020.
- [6] F. Zhou, "Clinical course and risk factors for mortality of adult inpatients with COVID-19 in Wuhan, China: a retrospective cohort study," *Lancet*, vol. 395, no. 1, pp. 1054-1062, 2020.
- [7] G. E. Weissman *et al.*, "Locally Informed Simulation to Predict Hospital Capacity Needs During the COVID-19 Pandemic," *Annals of Internal Medicine*, vol. 20, no. 1, 2020.
- [8] I. Abouelkheir., "A multi-regions SIS discrete influenza pandemic model with a travel-blocking vicinity optimal control approach on cells", *Am. J. Comput. Appl. Math.*, vol. 7, no. 2, pp. 37-45, 2017.
- [9] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua - PNAD Contínua. Disponível em:<https://www.ibge.gov.br/estatisticas/sociais/educacao/17270-pnadcontinua.html?edicao=24437&t=o-que-e>, Acesso em 08 de maio de 2020.
- [10] Instituto de Pesquisa e Planejamento Urbano de Curitiba - IPPUC, Nosso Bairro. Disponível em <https://ippuc.org.br/nossobairro/ >, acessado em 15 de maio de 2020.
- [11] J. S. Valdez, "Numerical Approaching of SIR Epidemic Model for Propagation of Computer Worms," *IEEE Latin America Transactions*, vol.13, no.10, 2015.
- [12] Jornal Gazeta do Povo, Infográfico Covid-19: Curitiba Disponível em <https://especiais.gazetadopovo.com.br/coronavirus/curitiba/?utm\_source=gazeta-do-

povo&utm\_medium=especiais&utm\_campaign=coronavirus>, acessado em 04 de setembro de 2020.

- [13] K. Chouayakh, "A multi-regions SEIS discrete epidemic model with a travel-blocking vicinity optimal control approach on cells", *J. Math. Comput. Sci.*, vol. 7, no. 3, pp. 468-484, 2017.
- [14] K. Zhu and L. Ying, "Information Source Detection in the SIR Model: A Sample-Path-Based Approach," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 24, no.1, 2016.
- [15] Ministério da Saúde, Painel Coronavírus. Disponível em <https://covid.saude.gov.br/>, acessado em 15 de maio de 2020.
- [16] N. M. Ferguson, "Impact of nonpharmaceutical interventions (NPIs) to reduce COVID-19 mortality and healthcare demand," Imperial College of London, London, UK, Tech. Rep. TR-009, Mar. 16, 2020.
- [17] O. Zakary, M. Rachik, and I. Elmouki, "On the analysis of a multi-regions discrete SIR epidemic model: an optimal control approach", *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 5, no. 3, pp. 917-930, 2017.
- [18] Organização Mundial de Saúde, Novel Coronavirus 2019. Disponível em <https://www.who.int/es/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019>, acessado em 15 de maio de 2020.
- [19] P.G.T Walker, "The global impact of covid-19 and strategies for mitigation and suppression," Imperial College of London, London, UK, Tech. Rep. TR-012, Mar. 26, 2020.
- [20] W. O. Kermack and A. G. McKendrick, "A contribution to the mathematical theory of epidemics", *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 115, no. 772, pp. 700-721, 1927.
- [21] Z. Yang, "Modified SEIR and AI prediction of the epidemics trend of COVID-19 in China under public health interventions," *J. Thorac. Dis.*, vol. 12, no. 3, pp. 165-174, 2020.



**Hellen Cristina Spengler** é Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia (2017) e atualmente Doutoranda em Métodos Numéricos em Engenharia pela UFPR. Suas principais áreas de pesquisas são: Pesquisa Operacional e métodos heurísticos.



**Gustavo Valentim Loch** é Doutor (2014) e Mestre (2010) em Pesquisa Operacional pela UFPR. Possui graduação em Matemática Industrial (2007) pela UFPR. Atua nos seguintes temas: Otimização combinatória, Problema de Transporte e Engenharia da Qualidade.



**Cassius Tadeu Scarpin** é Doutor (2012) e Mestre (2007) em Pesquisa Operacional pela UFPR. É graduado em Licenciatura em Matemática (2002) e em Engenharia de Produção (2010). Possui experiência na área de Engenharia de Produção, com interesse em Pesquisa Operacional e Logística.