

# Algorithm to Determine the Volume and Shape of Constant Orientation Workspace for a 2(3-RRPS) Parallel Robot

M. Garcia-Murillo, D. Núñez-Altamirano, J. Gallardo-Alvarado, and R. Sánchez-Alonso

**Abstract**—This article describes a geometrical method used to analyze the workspace for a 2(3-RRPS) parallel robot. The algorithm, implemented in a CAD software, determines the workspace for a constant orientation. Mechanical restrictions of the robot and its influence in the workspace are considered. Actuator stroke, angular stroke of the joints in the base, angular travel of the ball joints on the platform, closing restriction and chain interference are the restrictions considered. Applications of the method are presented, such as the characterization of the workspace, the graphic obtaining of it for a range of orientations and the analysis of the effect that the joint limits have on it. Determination of the workspace for orientations range, shape parameters, quantification of the effect of a restriction on the volume, synthesis and dimensional optimization of the mechanism are examples presented to show the potentiality of the algorithm.

**Index Terms**—Constant orientation, Parallel robot, Workspace.

## I. INTRODUCCIÓN

PARTE de la rigidez y el desempeño dinámico, el volumen y la forma del espacio de trabajo son parámetros muy importantes en la etapa de diseño de manipuladores paralelos [1], [2], ya que su análisis y configuración representan la base de la síntesis y optimización dimensional de estos mecanismos [3]. Así mismo resulta indispensable conocer sus características para una adecuada planeación de trayectorias [4]. Inclusive, el volumen del espacio de trabajo es considerado por algunos autores como uno de los índices de desempeño más importantes.

Debido a que el espacio de trabajo total de un manipulador es un espacio de seis dimensiones, para el cual no existe una representación gráfica [5], [1], generalmente se determinan diferentes subconjuntos tridimensionales del espacio total con la finalidad de caracterizarlo y cuantificar algunas propiedades de interés. Los más usuales se describen a continuación:

- *Espacio de orientación constante.* También conocido como espacio traslacional [6], [5], es aquel espacio tridimensional formado por todas las posiciones que puede

alcanzar algún punto  $G$  perteneciente a la plataforma móvil cuando la orientación de ésta es constante [7].

- *Espacio de orientaciones.* Es el espacio 3-D formado por todas las posibles orientaciones que pueda tomar la plataforma móvil cuando la posición respecto al marco global del punto  $G$  es fija [7].
- *Espacio de trabajo alcanzable.* Es el volumen formado por todas las posibles posiciones de  $G$  que pueden ser alcanzadas con al menos una orientación, o un rango de ellas, de la plataforma móvil [8].
- *Espacio de trabajo diestro.* Está formado por todas las posibles posiciones de  $G$  para las cuales todas las orientaciones son posibles.

A pesar de que los espacios de trabajo de manipuladores paralelos han sido ampliamente investigados desde las últimas dos décadas [5], no existe un método analítico general para la determinación de las características del espacio de trabajo, como su frontera, forma y volumen. Más aún, este problema se complica cuando se consideran límites articulares e interferencia mecánicas, entre algunas otras limitaciones físicas del robot [4].

En la literatura, existen básicamente dos grupos de métodos para la obtención de algún subespacio del espacio de trabajo total: el de discretización y el geométrico. Los métodos numéricos para determinar el volumen del espacio de trabajo se basan en algoritmos de discretización. Uno de los más conocidos es el presentado por Castelli [9], en el cual el espacio de trabajo alcanzable es dividido uniformemente en rejillas sobre planos también uniformemente separados. De esta manera el espacio de trabajo puede ser representado mediante una matriz tridimensional, que a través de un mapeo binario de cada elemento de la matriz se cuantifica el volumen de dicho espacio y esboza sus fronteras. Esta idea es retomada por Yang en [10] y por Jin et.al. en [11], donde se introduce una representación gráfica para el espacio de trabajo de orientaciones discretizando equívolumétricamente dicho espacio. En [6], Gosselin propone un método para obtener el espacio traslacional de un manipulador del tipo Gough-Stewart, donde las fronteras del espacio de trabajo son determinadas mediante la intersección del espacio alcanzable generado por cada extremidad. Dicho espacio es discretizado en placas delgadas y el volumen es obtenido por integración de éstas. Por otro lado, en [12], se presentan algoritmos geométricos para resolver este problema, pero para manipuladores que ejecutan movimiento plano, incluyendo los espacios diestro, de orientaciones y el

Mario A. Garcia-Murillo, Department of Mechanical Engineering, DICIS, Universidad de Guanajuato, 36885 Salamanca, GTO., Mexico (garcia.mario@ugto.mx).

Diego A. Núñez-Altamirano, Department of Mechanical Engineering, DICIS, Universidad de Guanajuato, 36885 Salamanca, GTO., Mexico (da.nunez@ugto.mx).

Jaime Gallardo-Alvarado, Instituto Tecnológico de Celaya-TNM, Celaya, Guanajuato, México (jaime.gallardo@itcelaya.edu.mx).

Roger E. Sánchez-Alonso, Universidad Nacional de Ingeniería, Managua, Nicaragua (rogersan1984@hotmail.es).

Corresponding author: D. Núñez-Altamirano.

alcanzable. En la referencia [13] se presenta un método similar, pero para cuantificar el espacio de trabajo de un manipulador de seis grados de libertad. Otro ejemplo de estas metodologías es la presentada por Bonev [1], donde introduce un algoritmo geométrico implementado en un software de CAD (Diseño Asistido por Computadora), para obtener el espacio de trabajo traslacional de un manipulador paralelo 6-PRRS, y se analiza el efecto de las dimensiones de los eslabones, la presencia de singularidades y los límites articulares en la forma y el volumen de este espacio.

En este trabajo se presenta la aplicación de un algoritmo geométrico para la obtención del espacio de trabajo de orientación constante de manipuladores paralelos, haciendo referencia a la selección de dimensiones de un robot 2-3(RRPS) incluyendo el rango de movimiento de sus articulaciones. El resto de la contribución está organizada como sigue: en la Sección II se describe la topología del manipulador paralelo bajo estudio; la sección III presenta el análisis de posición para el robot, mientras que en la Sección IV se describe el algoritmo para encontrar el espacio de trabajo de tal manipulador con ayuda de un software CAD. Por otro lado, la Secciones V y VI están dedicadas a algunas aplicaciones del método, tales como la caracterización de la forma del espacio de trabajo, el estudio del efecto de las restricciones mecánicas de pares cinemáticos en el volumen del espacio de trabajo, y a la selección de dimensiones del mecanismo que aseguran un volumen máximo. Finalmente, la Sección VII concluye la contribución.

## II. DESCRIPCIÓN DEL ROBOT

El robot a estudiar, mostrado en la Fig. 1, es un manipulador paralelo 2(3-RRPS), conformado dos plataformas fijas y una móvil, unidas por seis cadenas cinemáticas independientes de tipo RRPS (de revoluta, prismática, esférica respectivamente), en las cuales el par prismático juega el rol de par activo. El manipulador fue presentado por Gallardo-Alvarado en [14], [15], tiene el propósito, entre otras aplicaciones, de servir como máquina-herramienta.

Los planos de las plataformas fijas están formados por dos triángulos equiláteros  $\triangle B_1B_2B_3$  y  $\triangle B_4B_5B_6$ , donde los puntos  $B_i$  representan la intersección de los dos primeros pares de revoluta de la  $i$ -ésima cadena cinemática y están localizados por los vectores de posición  $\mathbf{b}_i$ . Ambos triángulos están inscritos en círculos de radio  $P_1$  y  $P_2$  respectivamente y yacen en planos paralelos separados una distancia  $H$ , tal como se muestra en la Fig. 1. A menos que se indique lo contrario, para el resto de la contribución  $i = 1, 2, \dots, 6$ . Por otro lado, la plataforma móvil posee forma de prisma triangular de altura  $h$  y como bases los triángulos equiláteros  $\triangle S_1S_2S_3$  y  $\triangle S_4S_5S_6$  de lados  $e$ , como se ilustra en la Fig. 1. El punto  $S_i$  representa el centro de rotación del par esférico de la cadena  $i$  y se le localiza por el vector  $\mathbf{s}_i$ . La pose de la plataforma móvil se controla mediante la variación de las longitudes  $q_i$ , o sea la distancia entre los puntos  $B_i$  y  $S_i$ , teniendo como límites superior e inferior los valores  $q_{máx}$  y  $q_{mín}$  respectivamente. Evidentemente, la carrera del actuador prismático es  $q_{máx} - q_{mín}$ .

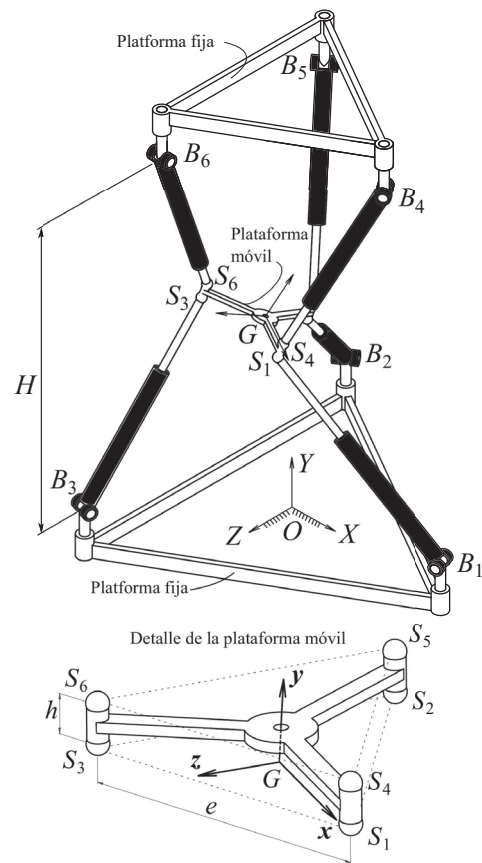


Fig. 1. Manipulador paralelo estudiado.

Naturalmente, variando las dimensiones de los triángulos que definen las plataformas  $\triangle S_1S_2S_3$ ,  $\triangle S_4S_5S_6$ ,  $\triangle B_1B_2B_3$  y  $\triangle B_4B_5B_6$  así como los parámetros  $e$ ,  $h$  y  $H$  es posible obtener diferentes configuraciones del manipulador, cada uno de ellos con diferentes características en sus respectivos espacios de trabajo, índices de desempeño, etc. Algunas de ellas son mostradas en la Fig. 2.

## III. ANÁLISIS DE POSICIÓN

En esta sección son presentados los análisis directo e inverso de posición del manipulador propuesto.

### A. Análisis Directo de Posición

El análisis directo de posición es una etapa crucial en el proceso de diseño de manipuladores paralelos, ya que son una parte fundamental de su síntesis dimensional. En general, este análisis consiste en, dadas las longitudes de los pares prismáticos,  $q_i$ , determinar la posición, definida por el vector de posición  $\mathbf{s}_i$ , de los pares esféricos y con esto, determinar las posibles poses de la plataforma móvil o efector final.

En primer lugar es necesario establecer sistemas de referencia útiles para describir la posición de la plataforma móvil. El marco de referencia  $O_{XYZ}$  está fijo a la base del manipulador y está localizado en el centro del triángulo equilátero formado por los tres pares de revoluta inferiores fijos a la base. Por otro lado, el marco  $G_{xyz}$  es solidario a la plataforma móvil (Fig. 1).

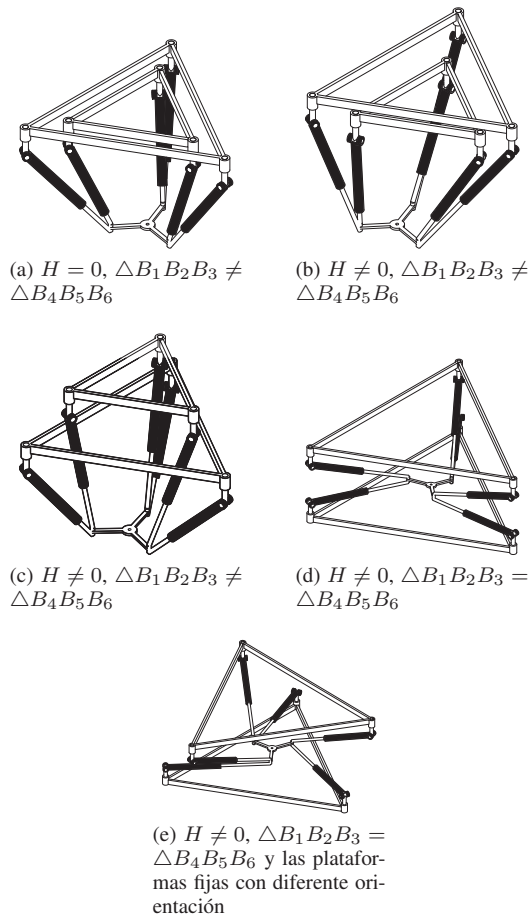


Fig. 2. Diferentes configuraciones geométricas del manipulador.

Debido a la configuración de prisma triangular de la plataforma móvil, los vectores  $s_4, s_5$  y  $s_6$  pueden ser expresados en términos de  $s_1, s_2, s_3$  y  $\hat{v}$ , un vector unitario normal al triángulo  $S_1 S_2 S_3$ , como sigue:

$$s_{i+3} = s_i + h\hat{u}_y, \quad (1)$$

donde

$$\hat{u}_y = \frac{2}{\sqrt{3}e^2} (s_1 - s_3) \times (s_2 - s_3). \quad (2)$$

De la Fig. 1, las longitudes de los pares prismáticos,  $q_i$ , quedan definidas como

$$(s_i - b_i) \cdot (s_i - b_i) = q_i^2 \quad i = 1, 2, \dots, 6. \quad (3)$$

Por otro lado, las longitudes de los lados del triángulo  $\Delta S_1 S_2 S_3$ ,  $e_i$ , pueden expresarse como

$$(s_i - s_j) \cdot (s_i - s_j) = e_i^2 \quad i, j = \{1, 2, 3\} \pmod{3}. \quad (4)$$

Las expresiones (3) y (4) forman un sistema de nueve ecuaciones con nueve incógnitas ( $X_i, Y_i, Z_i, i = 1 \dots 3$ ) que al resolverlo permiten obtener la posición y orientación de la plataforma móvil respecto a la fija. De esta manera, el centro de dicha plataforma puede ser localizado por el vector

$$g = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 s_i \quad (5)$$

Finalmente, la pose de la plataforma respecto a la base puede ser resumida en la matriz de transformación  $T$ :

$$T = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{g} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

donde  $\mathbf{R}$  es la matriz de rotación del marco móvil respecto al fijo definida como

$$\mathbf{R} = [\hat{u}_x \hat{u}_y \hat{u}_z], \quad (7)$$

donde  $\hat{u}_x, \hat{u}_y, \hat{u}_z$  son vectores unitarios dados por:

$$\hat{u}_x = \frac{\mathbf{g} - s_1}{\|\mathbf{g} - s_1\|}; \quad (8)$$

$$\hat{u}_z = \frac{s_2 - s_3}{\|s_2 - s_3\|}; \quad (9)$$

### B. Análisis Inverso de Posición

Por otro lado, el análisis inverso consiste en, dada la pose de la plataforma móvil, determinar las longitudes de las juntas prismáticas  $q_i$ . En primer lugar, los centros de las juntas esféricas se determinan como:

$$s_i = \mathbf{R}s'_i + \mathbf{g} \quad (10)$$

donde  $s'_i$  representa el vector de posición de  $S_i$  en términos del sistema de referencia de la plataforma móvil. Por otro lado, la orientación de la plataforma móvil se puede describir por la convención *roll - pitch - yaw*, la cual consiste en tres rotaciones sucesivas respecto a los ejes fijos en la base: primero sobre el eje  $X$  un ángulo  $\phi$  (*roll*), después sobre  $Y$  un ángulo  $\theta$  (*pitch*) y sobre  $Z$  un ángulo  $\psi$  (*yaw*). Así,  $\mathbf{R}$  queda definida como:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - c\phi s\psi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ c\theta s\psi & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & c\phi s\psi s\theta - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix}, \quad (11)$$

donde  $c$  representa la función coseno y  $s$  seno. Ahora, a partir de (3), las longitudes  $q_i$  pueden calcularse directamente.

## IV. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO GEOMÉTRICO

En esta sección se describe el algoritmo geométrico, implementado en un software CAD, para la obtención del espacio de trabajo de orientación constante para el manipulador bajo estudio.

El método se basa en el concepto llamado espacio de vértice [16]. Éste es definido como el volumen que puede ser alcanzado por el vértice  $S_i$ , correspondiente a la  $i$ -ésima cadena del manipulador, considerando solamente las limitaciones propias de la extremidad y finalmente considerar su interacción con las restantes. Las restricciones que afectan cada cadena se definen a continuación.

### A. Carrera del Actuator

La longitud de la junta prismática está restringida entre sus límites máximo y mínimo,  $q_{\min}$  y  $q_{\max}$ , respectivamente. El conjunto de puntos que pueden ser alcanzados por el vértice  $S_i$  forman una esfera hueca con radio exterior  $q_{\max}$ , radio interior  $q_{\min}$  y centro en  $B_i$ , Fig 3.

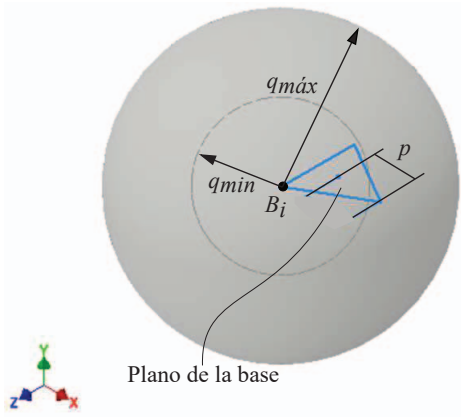


Fig. 3. Región alcanzable por la restricción de la carrera del actuador.

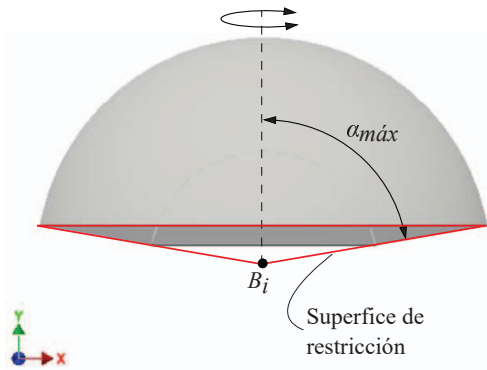


Fig. 4. Región alcanzable por la restricción de las juntas en la base.

**B. Carrera Angular de las Juntas en la Base**

La restricción que afecta en las juntas de revolución está dada por el ángulo de desalineamiento,  $\alpha_{m\acute{a}x}$ , Fig. 4. Generalmente  $\alpha \leq 90^\circ$ . El efecto de la restricción puede ser modelada como una superficie cónica con vértice localizado en la intersección de los ejes de las juntas  $B_i$ , con un ángulo de vértice de  $2\alpha_{m\acute{a}x}$ . La región alcanzable por el punto  $S_i$  será entonces la esfera hueca con centro en  $B_i$  cortada por tal cono.

**C. Carrera Angular de las Juntas Esféricas en la Plataforma**

El modelado de esta restricción es similar a la anterior, siendo  $\beta_{m\acute{a}x}$  el ángulo máximo que puede lograr la junta esférica y  $-\hat{u}_y$  un vector unitario normal a la plataforma móvil, que pasa por el punto  $S_i$ . Así, el efecto de la restricción podrá ser modelado, con respecto al marco de la plataforma móvil, como un cono con centro en  $S_i$ , eje de simetría paralelo a  $-\hat{u}_y$ , ángulo de vértice  $2\beta_{m\acute{a}x}$ . Es necesario trasladar esta región que modela la restricción al marco de la plataforma fija, para esto se traslada el vértice del cono  $B_i$  y se rota de tal manera que la línea de simetría esté definido por  $\hat{u}_y$  tal como se muestra en la Fig. 5. La región alcanzable será ahora la intersección de este cono con el sólido generado en el paso anterior.

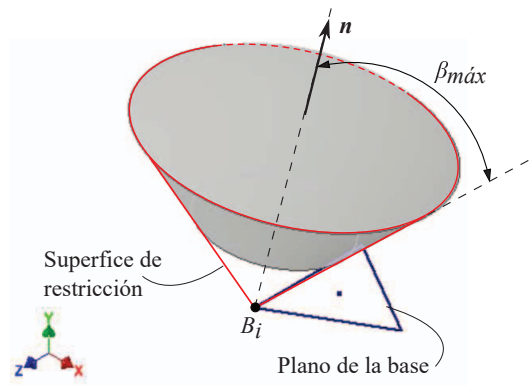


Fig. 5. Restricción de la junta esférica con respecto al marco móvil.

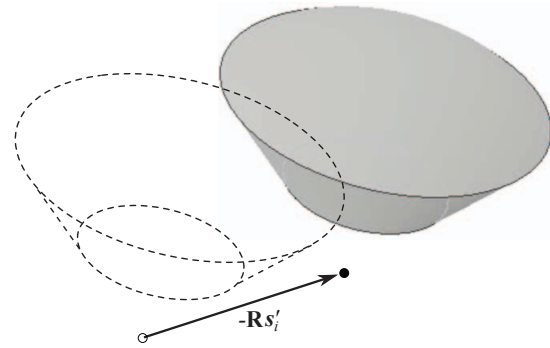


Fig. 6. Restricción de cierre.

Para obtener  $\beta_i$ , dada cierta pose de la plataforma móvil, se tiene:

$$\beta_i = \arccos \left[ \frac{1}{q_i} (s_i - b_i) \cdot \hat{n} \right], \quad (12)$$

en donde  $\hat{n}$  viene dado por:

$$\hat{n} = -\hat{u}_y, \forall i = 1, 2, 3; \quad (13)$$

$$\hat{n} = \hat{u}_y, \forall i = 4, 5, 6. \quad (14)$$

**D. Restricción de Cierre**

Ya definidos los espacios de vértice correspondientes a cada extremidad, se toma en cuenta que los puntos  $S_i$  están fijos rígidamente a la plataforma móvil. El espacio de trabajo de interés es el formado todos los puntos alcanzables por  $G$ . Por lo tanto es necesario trasladar cada  $i$ -ésimo espacio de vértice a través del vector  $-\mathbf{R}s'_i$  como se muestra en al Fig. 6. Note que esta restricción está directamente relacionada con las dimensiones de la plataforma móvil. Finalmente, la intersección de cada uno de éstos (Fig. 7) definen el espacio de trabajo para la orientación dada, el cual es mostrado en la Fig. 8. Evidentemente, para una misma arquitectura, es posible obtener diferentes formas y volúmenes del espacio de trabajo; un ejemplo de ello es mostrado en la Fig.9 que muestra diferentes espacios de trabajo para diferentes parámetros geométricos.



Fig. 7. Espacios de vértice de todas las extremidades.

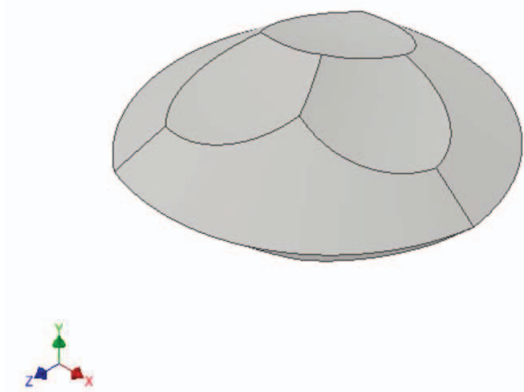


Fig. 8. Espacio de trabajo de orientación constante.

V. APLICACIONES

A continuación se presentan algunas de las aplicaciones posibles para el algoritmo, entre las cuales se enlistan: la determinación del espacio de trabajo para un rango de orientaciones, la obtención de parámetros de forma, la cuantificación del efecto de una restricción sobre el volumen y principalmente, la síntesis y optimización dimensional del mecanismo.

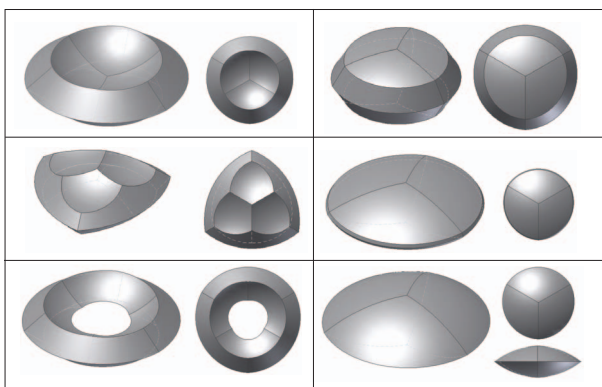


Fig. 9. Espacios de trabajo generados con diferentes valores de los parámetros.

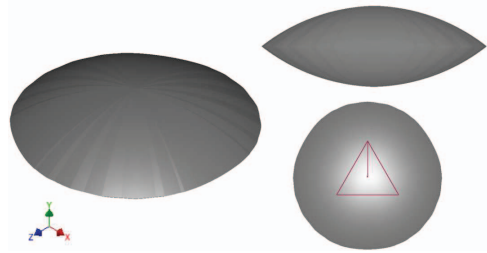


Fig. 10. Espacio de trabajo alcanzable para un rango de orientaciones,  $\theta \in [-15, 25]$  y  $\phi = \psi = 0$ . Vista isométrica (izquierda, vista lateral y superior (derecha).

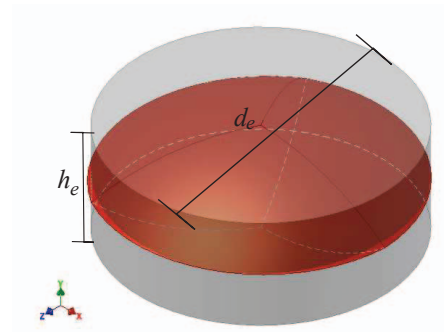


Fig. 11. Obtención del cilindro para caracterizar al espacio de trabajo.

A. Rango de Orientaciones

Se ejemplificará esta aplicación considerando, a modo de ejemplo, los parámetros geométricos del manipulador  $H = 1200, P_1 = P_2 = 200, h = 100, e = 300$ , todos en milímetros, y la orientación descrita por  $\mathbf{R}$  sustituyendo  $\phi = \psi = 0, \theta \in [-15^\circ, 25^\circ]$  en (11). Es posible aplicar la metodología para una serie de orientaciones y unir los volúmenes generados; el espacio de trabajo se muestra en la Fig. 10.

B. Caracterización

Para una correcta síntesis dimensional del mecanismo, es necesario conocer las dimensiones y la forma del espacio de trabajo. El algoritmo aquí propuesto permite cuantificar el volumen del espacio de trabajo y aporta información necesaria para obtener parámetros de forma para describirlo. Como ejemplo, se describe a continuación una propuesta para determinar la cilindricidad de éste para una orientación o un rango de ellas.

Para esto se tiene la altura máxima del espacio,  $h_e$  y el diámetro de la sección transversal ecuatorial  $d_e$ , obtenida mediante un corte en el área transversal media y midiendo el radio del círculo circunscrito. Con esto se obtiene el volumen del cilindro que contiene estas características, Fig. 11. El volumen del espacio de trabajo,  $V_e$ , se divide entre el volumen del cilindro,  $V_c$ . El valor obtenido dará el porcentaje de aproximación al cilindro propuesto,  $k$ , donde 1 es el 100%. Como ejemplo se tienen las configuraciones, con  $a = 1200, p = 200, h = 100, e = 300$ , en milímetros,  $\phi, \psi, \theta = 0^\circ$  fijas y como variable  $\beta$ , en la Tabla I se muestran los resultados.

TABLA I  
VALORES DE CILINDRICIDAD PARA CADA CONFIGURACIÓN DE PARÁMETROS PROPUESTA

$\beta$ (grados)	$V_e$ ( $mm^3$ )	$V_s$ ( $mm^3$ )	$k$ %
45	$788 \times 10^5$	$1550 \times 10^5$	0.508
30	$537 \times 10^5$	$793 \times 10^5$	0.67
20	$204 \times 10^5$	$282 \times 10^5$	0.72
10	$346 \times 10^4$	$466 \times 10^4$	0.74

TABLA II  
PARÁMETROS GEOMÉTRICOS CONSTANTES

Parámetro	Valor mm
$q_{min}$	560
$q_{max}$	860
$h$	65
$P_1 (\triangle B_4 B_5 B_6)$	173
$e$	266
$\alpha_{max}$	$90^\circ$
$\beta_{max}$	$90^\circ$

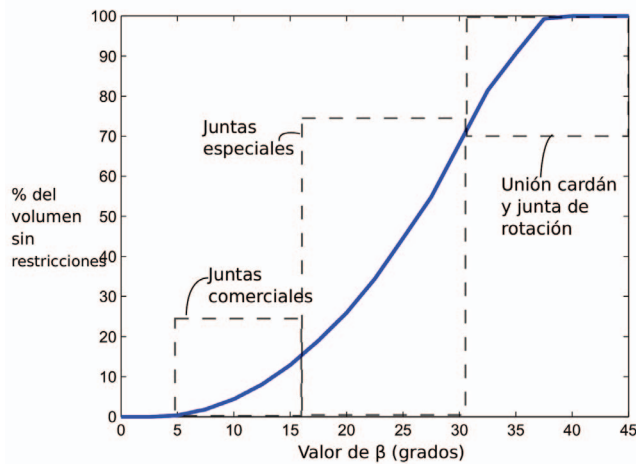


Fig. 12. Gráfica del efecto de  $\beta$  en el volumen del espacio de trabajo.

C. Efecto de  $\beta$  en el Espacio de Trabajo

La mayoría de los manipuladores paralelos espaciales emplean juntas esféricas en sus cadenas cinemáticas, por lo tanto es de interés el estudio del efecto que éstas tienen en el espacio de trabajo. Comercialmente con ángulos de desalineamiento entre  $8^\circ$  y  $20^\circ$ , también existen juntas esféricas especiales que pueden llegar a tener hasta  $35^\circ$ , [17]. Las uniones cardán acopladas a una junta de rotación pueden ser usadas para lograr este tipo de funcionamiento y alcanzar hasta un ángulo de  $45^\circ$ . Debido a esto se analiza el efecto que este ángulo  $\beta$  tiene en el espacio de trabajo del manipulador propuesto. La configuración a estudiar tiene los parámetros  $H = 1200$ ,  $p = 200$ ,  $h = 100$ ,  $e = 300$ , mm. Con la orientación en  $\theta = \phi = \psi = 0$

En la Fig. 12 se muestra la gráfica del efecto de  $\beta$  en el volumen del espacio de trabajo. Se tiene que el volumen máximo que se puede alcanzar sin tener restricción en  $\beta$  es  $7.89 \times 10^7 mm^3$ , este representa el 100% en la gráfica.

Por los valores que da la gráfica se pueden ver los porcentajes que cada tipo de junta puede lograr. Así la elección de la unión se puede hacer basándose en los requerimientos para el manipulador.

VI. OPTIMIZACIÓN DEL ESPACIO DE TRABAJO

Con el algoritmo descrito en la sección anterior es posible dimensionar el manipulador. Para ello es necesario en primer lugar determinar las dimensiones que no serán variables en la

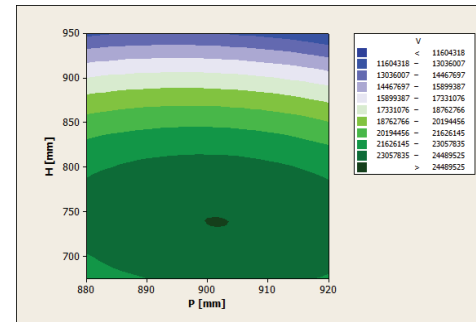


Fig. 13. Superficie de respuesta para  $H$  y  $P_1$ .

selección de la mejor configuración. Éstas son mostradas en la tabla II.

Con esos valores, se inicia un procedimiento iterativo para determinar los valores de las dimensiones de la plataforma fija,  $P_2 (\triangle B_4 B_5 B_6)$  y la distancia entre plataformas,  $H$ , tal que el volumen del espacio de trabajo sea el máximo posible. Para ello se usa la orientación  $(0, 0, 0)$ , ya que según [1], es la mejor para abordar este tipo de problemas.

Usando optimización por superficie de respuesta y regresión polinomial cúbica, se obtienen los valores  $H = 730mm$  y  $P_2 = 900mm$ , ver Fig.13. Con este modelo de regresión se estima un volumen aproximado de  $24,489,525 mm^3$  con un ajuste de  $R^2 = 94.07\%$ .

Finalmente se obtiene el volumen del espacio de trabajo con el método presentado arriba (figuras 14 y 15) y se valida empleando el algoritmo de Castelli y colaboradores [9] con elementos cúbicos de 5 mm de lado y tomando como base las ecuaciones desarrolladas en la sección III. Los valores del volumen son mostrados en la Tabla III y el espacio obtenido en la Fig. 16.

TABLA III  
VOLUMEN DEL ESPACIO DE TRABAJO PARA LA CONFIGURACIÓN ÓPTIMA

Método	Volumen $mm^3$
Geométrico	23,684,060
Númérico	23,105,000
Error	0.3604%

VII. CONCLUSIONES

En este documento se describe un algoritmo geométrico para la determinación del volumen y forma del espacio de trabajo de orientación constante de un robot paralelo 2(3-RRPS).

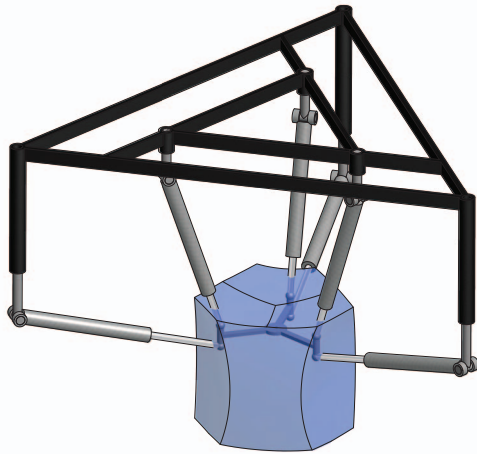


Fig. 14. Espacio de trabajo para la orientación  $(0, 0, 0)$  del manipulador propuesto.

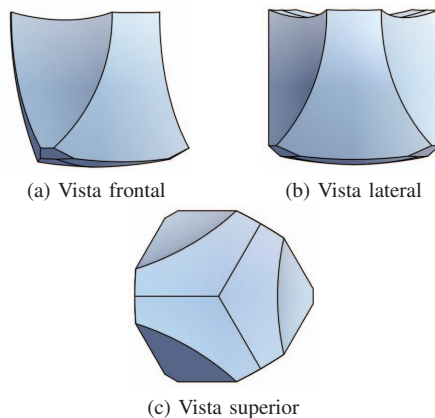


Fig. 15. Vistas del espacio de trabajo traslacional óptimo.

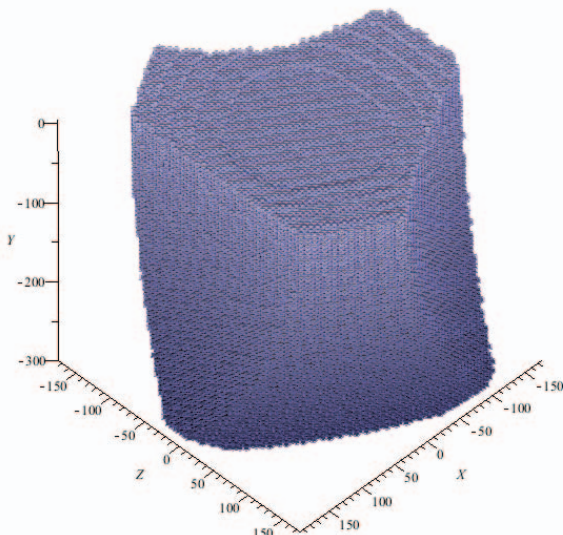


Fig. 16. Espacio de trabajo determinado mediante barrido de coordenadas y orientación  $(0, 0, 0)$ .

El método es útil para obtener valores críticos y de interés para el diseño del manipulador. El algoritmo toma en cuenta las restricciones mecánicas de los elementos del manipulador, facilitando así la elección de componentes mecánicos.

Las potencialidades que presenta son la optimización del espacio de trabajo, la caracterización de éste, como también aportar de una manera gráfica un rango de orientaciones.

Ya que el algoritmo está desarrollado en software CAD tiene una visualización sencilla y gráfica del espacio de trabajo. Ya que se pueden obtener valores de volumen y forma de dicho espacio, es de gran ayuda para el dimensionamiento del manipulador.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores de este trabajo desean externar su agradecimiento al Sistema Nacional de Investigadores y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México.

#### REFERENCIAS

- [1] I. R. J. Bonev, "Geometrical method for computing the constant-orientation workspace of 6-PRRS parallel manipulators," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 36, no. 1, pp. 1–13, 2001.
- [2] J. Fu and F. Gao, "Designing a novel three-degree-of-freedom parallel robot based on workspace," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 13, 2016.
- [3] M. Badescu and C. Mavroidis, "Workspace optimization of 3-legged up and ups parallel platforms with joint constraints," *Journal of Mechanical Design*, vol. 126, no. 2, pp. 291–300, 2004.
- [4] Y. Jin, I.-M. Chen, and G. Yang, "Workspace evaluation of manipulators through finite-partition of  $SE(3)$ ," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 27, no. 4, pp. 850–859, 2011.
- [5] T. Lee and M. Perng, "Analysis of simplified position and 5-DOF total orientation workspaces of a hexapod mechanism," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 42, pp. 1577–1600, 2007.
- [6] C. Gosselin, "Determination of the workspace of 6-DOF parallel manipulators," *Journal of mechanisms, transmissions, and automation in design*, vol. 112, no. 3, pp. 331–336, 1990.
- [7] J.-P. Merlet, "Determination of 6D Workspaces of Gough-Type Parallel Manipulator and Comparison between Different Geometries." *I. J. Robotic Res.*, vol. 18, no. 9, pp. 902–916, 1999.
- [8] L.-W. Tsai, *Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators*, 3rd ed. John Wiley and Sons, 1999.
- [9] G. Castelli, E. Ottaviano, and M. Ceccarelli, "A fairly general algorithm to evaluate workspace characteristics of serial and parallel manipulators," *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, vol. 36, no. 1, pp. 14–33, 2008.
- [10] G. Yang and I.-M. Chen, "Equivolumetric partition of solid spheres with applications to orientation workspace analysis of robot manipulators," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 22, no. 5, pp. 869–879, 2006.
- [11] Y. Jin, I.-M. Chen, and G. Yang, "Workspace evaluation of manipulators through finite-partition of  $se(3)$ ," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 27, no. 4, pp. 850–859, 2011.
- [12] J. P. Merlet, C. M. Gosselin, and M. N., "Workspaces of planar parallel manipulators." *Mechanism and Machine Theory*, vol. 33, no. 1/2, pp. 7–20, 1998.
- [13] D. J. Kim, W. K. Chung, and Y. Youm, "Geometrical approach for the workspace of 6-dof parallel manipulators," in *Robotics and Automation, 1997. Proceedings., 1997 IEEE International Conference on*, vol. 4, Apr 1997, pp. 2986–2991 vol.4.
- [14] J. Gallardo-Alvarado, M. A. García-Murillo, and E. Castillo-Castaneda, "A 2 (3-rrps) parallel manipulator inspired by gough-stewart platform," *Robotica*, vol. 31, no. 03, pp. 381–388, 2013.
- [15] M. García-Murillo, E. Castillo-Castaneda, and J. Gallardo-Alvarado, "Dynamics of a 2 (3-rrps) parallel manipulator," in *Robot Motion and Control (RoMoCo), 2013 9th Workshop on*. IEEE, 2013, pp. 270–275.
- [16] Z. Ji, "Workspace analysis of stewart platforms via vertex space," *Journal of Robotic Systems*, vol. 11, no. 7, pp. 631–639, 1994.
- [17] Hephaist, *Spherical Rolling Joint SRJ series*, 2012 (acceso Agosto 14, 2012). [Online]. Available: <http://www.hephaist.co.jp/e/pro/ball.html>



**Mario A. Garcia-Murillo** received the degree in Mechanical Engineering from Universidad Autónoma Chapingo in 2008. In 2010, he obtained the M.Sc. degree in Mechanical Engineering from Instituto Tecnológico de Celaya, México. He gained his Ph.D from IPN CICATA Querétaro in 2014. Dr. García is a current full time professor in the Department of Mechanical Engineering of the Universidad de Guanajuato and member of the National Network of Researchers (SNI) of México. His current research interests include kinematics and dynamics

of robot manipulators.



**Diego A. Núñez-Altamirano** born in Morelia, Michoacán, México in 1985, he received the B.Sc. and M.Sc. degrees in mechanical engineering and metallurgy sciences respectively from Instituto Tecnológico de Morelia and the Ph.D degree in mechanical engineering from Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Mexico, is currently a profesor in Mechanical Engineering Department at Universidad de Guanajuato and in member of the National Network of Researchers (SNI) of México. His research interests include walking machine systems and robotics.

tems and robotics.



**Jaime Gallardo-Alvarado** received the B.Sc. and M.Sc. degrees in mechanical engineering from Instituto Tecnológico de Celaya, México, in 1985 and 1988 respectively; and the Ph.D. in electrical engineering from Instituto Tecnológico de La Laguna, México, in 1999. He is author of the book “Kinematic Analysis of Parallel Manipulators by Algebraic Screw Theory”. He had authored more than 50 journal papers and his interests cover spatial kinematics and dynamics of robot manipulators using screw theory. Dr. Gallardo is a current full

time professor in the Department of Mechanical Engineering of the Instituto Tecnológico de Celaya and He is member of the National Network of Researchers (SNI) of México.



**Roger E. Sánchez-Alonso** obtained a B.Sc. degree in Industrial Engineering from Universidad Nacional de Ingeniería, Nicaragua, and a M.Sc. and Ph.D degrees from IPN CICATA Querétaro, Mexico. His research interest includes design and analysis of industrial robots, parallel mechanisms and virtual reality.