

A Hybrid Evolutionary Approach Applied to the Economic Dispatch Problem with Prohibited Operating Zones and Uncertainties

D. Martins, and M. Mendes

Abstract—In order to be able to implement a solution to a real world problem, it must be solved taking into account the uncertainties in the associated model. In fact, there is a possibility that the action of a small uncertainty on a nominal solution obtained for a real world problem may become completely meaningless in practice. This paper presents a hybrid algorithm, HEA-GA-SA, to solve the Economic Dispatch Problem with Prohibited Operating Zones and Uncertainties. HEA-GA-SA considers the worst case of parametric uncertainties. The parameter in which the uncertainties have been considered is the power of generating units. The proposed algorithm proved to be effective to solve this problem. Despite having higher computational and dispatch costs than that of the nominal optimal solutions, the robust solutions found by HEA-GA-SA do not become unfeasible in the presence of uncertainties. Therefore, they can be implemented in the real world. The experiments showed that all nominal optimal solutions analyzed (including two in literature) became infeasible in the presence of uncertainties. They violated some of the constraints imposed on the problem, such as the Prohibited Operation Zones (POZs) or the power intervals in which each generator can operate. It was also observed that the presence of POZs makes the problem more difficult and vulnerable to uncertainty.

Index Terms—Economic Dispatch Problem, evolutionary computation, robust optimization.

I. INTRODUÇÃO

A garantia de suprimento de energia elétrica está diretamente relacionada com a confiabilidade do sistema elétrico. Um sistema de geração composto somente por Usinas Hidroelétricas (UHEs) tem sua operação dependente de aflúências, comprometendo sua confiabilidade. Por outro lado, a presença de Usinas Termoelétricas (UTES), visando complementar a matriz energética, assegura a continuidade de energia e aumenta a confiabilidade do sistema, no que se refere à geração. Entretanto, a utilização de UTES eleva o custo de geração, uma vez que, além de terem os mesmos custos presentes nas UHEs, como os custos de manutenção e operação, há também o custo do combustível, que varia de acordo com o tipo utilizado, como gás, carvão ou óleo, por exemplo. A

escolha da UTE que irá operar, o tipo de combustível a ser utilizado e a geração de cada termoelétrica são fatores que impactam diretamente no custo total do sistema de geração [1].

Além das questões envolvendo a geração de energia elétrica, existem também aquelas envolvendo sua distribuição. Perdas em um sistema descentralizado (ou bilateral) podem infringir contratos de transmissão, fazendo-se necessária a intervenção de um operador. Em sistemas centralizados, os preços que os consumidores pagam pelos serviços são afetados. Em ambos os casos, os custos de distribuição aos consumidores se tornam mais caros, pois outras redes de transmissão devem ser utilizadas para suprir as demandas [2]. Portanto, é necessário considerar a possibilidade de existirem perdas em um sistema de geração de energia elétrica.

O denominado Problema do Despacho Econômico ou *Economic Dispatch Problem* (EDP) consiste na minimização do custo total de geração de energia elétrica em um dado sistema, encontrando a melhor combinação de potências em que cada unidade geradora do sistema deve atuar, respeitando as restrições operacionais envolvidas [3] [4] [5] [6] [7] [8] [9].

O EDP com Zonas de Operação Proibidas ou *Prohibited Operating Zones* (POZs) introduz outras restrições ao modelo. Na prática, o intervalo de operação de uma unidade geradora não está sempre disponível para alocação de carga devido às limitações físicas de operação. As unidades podem ter regiões de operação proibidas devido a falhas nas próprias máquinas ou a auxiliares associados, como caldeiras e bombas de alimentação, por exemplo [3]. As POZs são representadas no modelo por descontinuidades nos intervalos das potências relativos a uma ou mais unidades geradoras do sistema.

Além das POZs, este trabalho levou em consideração a atuação de incertezas no modelo. De acordo com [10], modelos com incerteza podem ser representados matematicamente por $y = f(x, p)$, $p \in \mathcal{P}$, em que $f(x, p)$ é a função de saída, $p = (p_1, p_2, \dots, p_{n_p})$ representa os parâmetros de incertezas, n_p é o número de incertezas presentes no modelo e \mathcal{P} é o domínio da incerteza. Tais modelos definem os chamados problemas de otimização robusta. As resoluções destes visam, por exemplo, encontrar soluções que, apesar de sujeitas à atuação de pequenas perturbações, mantenham-se boas, em termos de desempenho, e factíveis para todo o nível de incerteza especificado [11]. Tais soluções são chamadas de soluções robustas, enquanto que soluções que não consideram as incertezas são chamadas de soluções nominais. Neste trabalho, as incertezas foram modeladas como sendo paramétricas, a técnica de amostragem [5] foi utilizada e o pior caso foi analisado.

Na literatura estão presentes trabalhos que não consideram a

Este trabalho teve apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

D. F. Martins, Universidade Federal de Viçosa – *Campus* Florestal, Florestal, MG 35690-000 Brasil (e-mail: daniel.f.martins@ufv.br).

M. H. S. Mendes, Universidade Federal de Viçosa – *Campus* Florestal, Florestal, MG 35690-000 Brasil (e-mail: marcus.mendes@ufv.br).

atuação de incertezas ao EDP, como em [3], [4], [7] e [8]. Por não considerarem incertezas, tem-se que, em termos práticos, as soluções nominais obtidas nestes trabalhos podem não corresponder à qualidade esperada e/ou se tornarem ineficazes em virtude da atuação de incertezas no EDP.

Em [8], além das POZs, foram considerados os efeitos de pontos de válvula (*valve-point effects*) e o uso de matrizes de perdas de transmissão ao modelo para algumas instâncias do problema. Em [7], o problema é tratado como um problema multiobjetivo e as POZs não são consideradas. Em [3] e [4], a instância do problema envolvendo 15 unidades geradoras é a mesma instância apresentada neste trabalho e os resultados destes trabalhos são usados para fins de comparação e análises dos impactos causados pelas incertezas no modelo.

Trabalhos como [5] e [6] realizam o tratamento de incertezas e não consideram POZs nos modelos. Em ambos os trabalhos, incertezas paramétricas foram utilizadas e o pior caso foi analisado. Em [5] são comparadas três técnicas distintas para o tratamento das incertezas para uma versão mono-objetivo do problema. Em [6], uma abordagem multiobjetivo é adotada, sendo proposto um algoritmo evolucionário capaz de resolver o problema apresentado.

Ainda, vale citar um outro trabalho que apresenta uma formulação matemática do EDP com POZs e limites de taxa de rampa (*ramp-rate limits*) utilizando a matemática *fuzzy* para o tratamento de incertezas [9]. Nele, tanto a função objetivo quanto as restrições de demanda foram modeladas por meio de funções de pertinência.

Os trabalhos [5], [6] e [9] mostram o esforço de se considerar a atuação de incertezas ao se resolver problemas práticos, como o EDP. Entretanto, nota-se que abordagens recentes, como observado em [7] e [8], não levam isso em consideração.

Outros trabalhos na literatura apresentam outras técnicas para tratamento de incertezas. Em [11] a técnica de matemática intervalar foi utilizada. Em [10] são discutidas algumas técnicas baseadas em alguns tipos de incertezas. Uma das técnicas citadas é, por exemplo, a simplificação de modelos complexos por meio de funções *surrogates*.

Como principal contribuição deste trabalho foi proposto um algoritmo híbrido, denominado HEA-GA-SA, a fim de solucionar o EDP com POZs e incertezas paramétricas considerando o pior caso. Adicionalmente, uma contribuição relevante do trabalho é mostrar que há soluções ótimas nominais presentes na literatura para o EDP com POZs, que se tornaram ineficazes na prática devido à possibilidade da atuação do pior caso de incertezas. Assim, neste trabalho, verifica-se a importância de se considerar incertezas no EDP com POZs, uma vez que pequenas incertezas podem tornar a solução ótima nominal obtida completamente sem sentido na prática [12].

O restante deste documento está assim organizado: a seção II descreve matematicamente o problema analisado; a seção III apresenta o algoritmo proposto; a seção IV detalha e discute os resultados obtidos; a seção V apresenta a conclusão e as considerações finais deste trabalho.

II. PROBLEMA DO DESPACHO ECONÔMICO COM ZONAS DE OPERAÇÃO PROIBIDAS E INCERTEZAS

Sejam F_T , P_D , P_L e N_g o custo total obtido, a potência total demandada, a potência perdida devido às perdas de transmissão e a quantidade de unidades geradoras do sistema, respectivamente. O custo de geração de uma unidade geradora é dado por:

$$F_i(P_i) = a_i + b_i P_i + c_i P_i^2 \quad (1)$$

em que P_i é a potência associada ao gerador i , o coeficiente a_i representa o custo relacionado à mão de obra e à manutenção da termelétrica, e os coeficientes b_i e c_i estão diretamente relacionados com a utilização do combustível, tanto no custo do produto quanto no custo do transporte [1].

O problema pode ser definido matematicamente da seguinte forma:

Minimizar F_T , onde

$$F_T = \sum_{i=1}^{N_g} F_i(P_i) \quad (2)$$

Sujeito a:

(I) A soma das potências de cada unidade geradora precisa satisfazer a soma da potência demandada com o valor da potência referente às perdas de transmissão. Considerou-se um relaxamento de 0.1 MW para indicar se uma solução é factível com relação a essa restrição, isto é, soluções que atendam uma demanda dentro do intervalo $[P_D - 0.1, P_D + 0.1]$ respeitam esta restrição.

$$\sum_{i=1}^{N_g} P_i = P_D + P_L \Rightarrow -(P_D + P_L) + \sum_{i=1}^{N_g} P_i = 0 \quad (3)$$

(II) A potência P_i do i -ésimo gerador deve estar em seu intervalo de operação:

$$P_i^{Linf} \leq P_i \leq P_i^{Lsup} \quad (4)$$

onde P_i^{Linf} e P_i^{Lsup} são o menor e o maior valor que P_i pode assumir, respectivamente.

(III) Para unidades geradoras com POZs, a potência P_i do i -ésimo gerador deve estar em algum dos intervalos de operação válidos, isto é:

$$P_i \in \left[P_i^{Linf}, P_i^{Z_1^M} \right] \cup \left[P_i^{Z_2^m}, P_i^{Z_2^M} \right] \cup \dots \cup \left[P_i^{Z_k^m}, P_i^{Lsup} \right] \quad (5)$$

onde k é a quantidade de intervalos de valores possíveis que P_i pode assumir, Z_t^m e Z_t^M , $1 \leq t \leq k$, são as cotas mínimas e máximas do t -ésimo intervalo que descreve uma zona de operação válida, respectivamente. Note que $Linf = Z_1^m$ e $Lsup = Z_k^M$. A Fig. 1 mostra um exemplo gráfico desta

definição. Veja que entre Pz_1^M e Pz_2^m , e entre Pz_2^M e Pz_3^m estão representadas as duas zonas de operação proibidas (POZs).

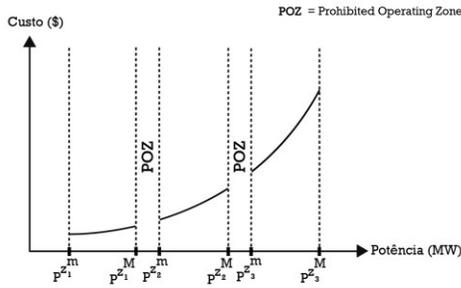


Fig. 1. Relação entre a potência e o custo associado para uma unidade geradora com duas POZs.

(IV) Para encontrar o valor da função objetivo, considerando as incertezas paramétricas, os valores das potências encontradas para cada unidade geradora se tornam:

$$P_i \leftarrow P_i \pm \left(r I_i \frac{P_i^{Lin f} + P_i^{L sup}}{2} \right) \quad (6)$$

onde r é um número aleatório $\in [0, 1]$ e I_i é o percentual de incerteza que a unidade geradora i está sujeita. Geralmente, é razoável adotar $I_i = 1\%$ para toda variável de decisão i [12]. Neste trabalho foram utilizados $I_i = 1\%$ e $I_i = 0.5\%$.

III. O ALGORITMO PROPOSTO – HEA-GA-SA

O algoritmo proposto, *Hybrid Evolutionary Algorithm – Genetic Algorithm – Simulated Annealing* (HEA-GA-SA), tem como finalidade trabalhar com o *Genetic Algorithm* (GA) e com o *Simulated Annealing* (SA) como algoritmos de busca global e local, respectivamente. A configuração dos parâmetros para cada um dos algoritmos permite que isso seja feito. Dessa maneira, é estabelecido um compromisso entre diversificação e intensificação, ambos ocorrendo simultaneamente durante todo o processamento.

O algoritmo foi projetado para minimização da função objetivo e visa realizar o tratamento das incertezas, encontrando assim soluções robustas. A Fig. 2 mostra o fluxo de execução do HEA-GA-SA.



Fig. 2. Fluxo de execução do algoritmo HEA-GA-SA.

O método utilizado para considerar as incertezas foi a de incertezas por amostras [5]. Neste método, um conjunto de amostras (ou vetor) de incertezas é criado a cada iteração dos algoritmos GA e SA. Para cada solução obtida, considera-se o pior caso das incertezas, isto é, a amostra de perturbações em que a solução tem seu pior valor de *fitness*. O valor de *fitness* é

o valor da função objetivo somado com as penalidades aplicadas pelo tratamento das violações às restrições do problema. Como novas amostras são criadas a cada iteração, todas as soluções são submetidas a um conjunto grande de incertezas. Isso faz com que o algoritmo caminhe em direção à melhor solução que respeite o pior caso das incertezas.

Algoritmo 1 SA ($c_0, L_0, iv, mult_{c_k}, problema, p^{(t)}, qtdIteracoes$)

Entrada: $c_0, L_0, iv, mult_{c_k}, problema, p^{(t)}, qtdIteracoes$

/* c_0 = temperatura inicial; L_0 = quantidade de iterações a serem realizadas com a temperatura inicial; iv = valor booleano que indica se L_k deve alterar de acordo com a temperatura; $mult_{c_k}$ = valor o qual a temperatura irá se reduzindo com o decorrer do tempo; $p^{(t)}$ = solução inicial a ser considerada (corresponde a um dos pais do Algoritmo 3)

Observação: por simplicidade, o método *encontrarSolucao* de SA está representado neste trecho de algoritmo. A chamada ao método utiliza os dois últimos parâmetros de entrada aqui representados.*/

Saída: X_{Best} /*Melhor solução encontrada*/

Início:

1. $X_{Best} \leftarrow p^{(t)}$; $c_k \leftarrow c_0$; $L_k \leftarrow L_0$; $X_{Atual} \leftarrow p^{(t)}$;
2. **se** $c_k \leq 0.01$ **então** $c_k \leftarrow 0.5$; /*valor mínimo para c_0 (opcional)*/
3. **enquanto** $c_k > 0.01$ && $qtdIteracoes-- > 0$ **faça**
4. **para** $l \leftarrow 1$ **até** L_k **faça**
5. $j \leftarrow pertubar(problema, X_{Atual})$; /*Perturbação pequena*/
6. **se** $f(j) \leq f(X_{Atual})$ **então** /*Projetado para minimização*/
7. $X_{Atual} \leftarrow j$;
8. **se** $f(X_{Atual}) < f(X_{Best})$ **então** $X_{Best} \leftarrow X_{Atual}$;
9. **senão** /* Critério de aceitação*/
10. **se** $e^{(f(X_{Atual})-f(j))/c_k} > random()$ **então** /*random() $\in [0, 1]$ */
11. $X_{Atual} \leftarrow j$;
12. **fim se**
13. **fim se**
14. **fim para**
15. calcularTamanho(iv, L_k, c_k); /* Varia proporcionalmente a c_k */
16. calcularControle($c_k, mult_{c_k}$); /* Decréscimo da temperatura */
17. reinicializarVetorIncerteza(); /* Reinicia-o a cada iteração */
18. **fim enquanto**
19. **retorna** X_{Best} ;

Fim

As estruturas do SA e do GA podem ser visualizadas nos Algoritmos 1 e 2, respectivamente. A função para a realização do cruzamento está representada no Algoritmo 3. Caso a condição de cruzamento entre dois indivíduos falhe, os filhos serão gerados através de duas chamadas para o algoritmo SA.

Em resumo, o GA implementado utiliza:

- Codificação real: o genótipo do indivíduo é o próprio vetor de variáveis de decisão;
- Torneio binário para o método de seleção;
- Mutações polinomial: Seja b_k e a_k o maior e o menor valor que a componente k pode assumir, respectivamente, e u_k um número gerado aleatoriamente. Então, cada componente k do vetor de perturbações v é dada por:

$$v_k = \sigma(b_k - a_k)\delta_k \quad (7)$$

$$\delta_k = \begin{cases} (2u_k)^{1/(\eta_m+1)} - 1 & \text{se } u_k \leq 0.5 \\ 1 - [2(1 - u_k)]^{1/(\eta_m+1)} & \text{se } u_k > 0.5 \end{cases} \quad (8)$$

- Cruzamento Simulated Binary Crossover (SBX) [13] [14] se a probabilidade de cruzamento for satisfeita. Caso contrário, os filhos são gerados pelo SA com parâmetros de intensificação.

Algoritmo 2 GA (*pop, qtdGeracoes, qe, pc, pm, η_{SBX}, η_m, t, c₀, L₀, iv, mult_{c_k}, problema, maxFe*)

Entrada: *pop, qtdG, qe, pc, pm, η_{SBX}, η_m, t, c₀, L₀, iv, mult_{c_k}, problema, maxFe*

/ pop = n° indivíduos na população; qe = porcentagem da população que será elite; pc = probabilidade de cruzamento; pm = probabilidade de mutação; η_{SBX} = parâmetro do cruzamento SBX; η_m = parâmetro da mutação polinomial; t = define quantos indivíduos participarão do torneio; c₀, L₀, iv, mult_{c_k} = parâmetros de SA; maxFe = quantidade máxima de avaliações da função fitness (opcional); */*

Saída: *X_{Best} /*Melhor solução encontrada*/*

Início:

1. *populacao* ← gerarPopulacaoAleatoriamente(*pop*);
2. **enquanto** *qtdG* -- > 0 && *fe* < *maxFe* **faça**
3. reinicializarVetorIncertezas(); */* Reinicia-o a cada geração */*
4. avaliarFitness(*populacao, problema*);
5. *P*^(*t*) ← selecaoTorneio(*populacao, t*);
6. *SA* ← **new** SimulatedAnnealing(*c₀, L₀, iv, mult_{c_k}, problema*);
/ new: Nova instância de SA a cada geração. Instâncias anteriores são descartadas. */*
7. *C*^(*t*) ← cruzamento(*P*^(*t*), *η_{SBX}, pc, SA*);
8. mutacao(*C*^(*t*), *pm, η_m*);
9. *Elite* ← estabelecerElite(*populacao, qe*);
10. *populacao* ← *C*^(*t*) ∪ *Elite*;
11. **fim enquanto**
12. *X_{Best}* ← selecionarMelhorIndividuo(*populacao*);
13. **retorna** *X_{Best}*;

Fim

Algoritmo 3 cruzamento (*P*^(*t*), *η, pc, SA*)

Entrada: *P*^(*t*), *η, pc, SA*

/ P*^(*t*) contém os pais para realizarem o cruzamento; *η* é um parâmetro que controla a distribuição das novas soluções; *pc* é a probabilidade de cruzamento; *SA* é uma instância de *Simulated Annealing*.*/

Saída: *C*^(*t*) */*População de indivíduos filhos*/*

Início:

1. *C*^(*t*) ← ∅ */*Lista de filhos vazia, inicialmente*/*
2. **para** *i* ← 1 até *μ/2* **faça** */*μ = tamanho população*/*
3. *i₁, i₂* ← *i, i + μ/2*;
4. **se** random() ≤ *p_c* **então** */*random() ∈ [0, 1]*/*
5. **para** *j* ← 1 até *n* **faça** */*n = n° variáveis decisão*/*
6. *u_j* ← random();
7. **se** *u_j* ≤ 0.5 **então** *β_j* ← (2*u_j*)^{1/(*η*+1)};
8. **senão** *β_j* ← [2(1 - *u_j*)]^{-1/(*η*+1)};
9. *c_{i₁j}*^(*t*) ← 0.5[(1 + *β_j*)*p_{i₁j}*^(*t*) + (1 - *β_j*)*p_{i₂j}*^(*t*)];
10. *c_{i₂j}*^(*t*) ← 0.5[(1 - *β_j*)*p_{i₁j}*^(*t*) + (1 + *β_j*)*p_{i₂j}*^(*t*)];
11. **fim para**
12. **senão** */*Caso contrário, chame o SA*/*
13. *bol* ← *p_{i₁}*^(*t*) é melhor que *p_{i₂}*^(*t*); */*Valor booleano*/*
14. *c_{i₁j}*^(*t*) ← SA.encontrarSolucao(*p_{i₁}*^(*t*), *bol* ? 75 : 25);
15. *c_{i₂j}*^(*t*) ← SA.encontrarSolucao(*p_{i₂}*^(*t*), *bol* ? 25 : 75);
16. **fim se**
17. *C*^(*t*) ← *C*^(*t*) ∪ {*c_{i₁}*^(*t*), *c_{i₂}*^(*t*)};
18. **fim para**
19. **retorna** *C*^(*t*);

Fim

O tratamento das violações às restrições se deu por meio da aplicação de penalidades à função objetivo. Considere $h_r(\vec{x})$ a r -ésima restrição de igualdade e $g_t(\vec{x})$ a t -ésima restrição de desigualdade, e seja $G_t(\vec{x}) = \max\{0, g_t(\vec{x})\}$. Assim, o algoritmo considera o problema de minimização em questão como: Minimizar K_T , onde

$$K_T = F_T + \alpha \left(\sum_{r=1}^p [h_r(\vec{x})]^2 \right) + \beta \left(\sum_{t=1}^q [G_t(\vec{x})]^2 \right) \quad (9)$$

É importante observar que quanto menor for o parâmetro da probabilidade de cruzamento (p_c), mais chamadas ao SA o algoritmo irá realizar e, portanto, mais intensificações ocorrerão. Isso implica diretamente no tempo de execução: em geral, quanto mais intensificações ocorrerem, mais demorada será a execução.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O computador utilizado para os testes foi um notebook modelo Acer Aspire Nitro 5 AN515-51-50U2, com CPU Intel Core I5-7300HQ Quad Core, 2.50 GHz, Sistema Operacional Windows 10 Home – 64 bits e RAM 8GB DDR4 2400MHz. A linguagem de programação utilizada foi a linguagem Java.

A instância do problema, retirada de [3], é baseada em um sistema de energia prático de quinze unidades geradoras, sendo que quatro dessas unidades possuem até três POZs. A potência demandada pelo sistema é de 2650 MW. As características de cada unidade geradora podem ser visualizadas na Tabela I. Observe que as unidades 2, 5 e 6 possuem três zonas de operação proibidas (POZs), enquanto que a unidade 12 possui apenas duas. As restrições relacionadas às POZs resultam em 192 subespaços de decisão para este sistema realista [4].

O HEA-GA-SA possui uma quantidade razoável de parâmetros configuráveis. Determinar uma boa combinação desses parâmetros é uma tarefa essencial para seu desempenho. A Tabela II mostra os parâmetros utilizados para a obtenção dos resultados aqui apresentados. Estes parâmetros foram encontrados empiricamente realizando-se diversas execuções do problema com diferentes conjuntos de parâmetros estabelecidos, mas sem a utilização de *softwares* de *tuning*.

TABELA I
CARACTERÍSTICAS DOS GERADORES

Unidade	a (\$/H)	b [\$/(MWH)]	c [\$/((MW) ² H)]	p^{Linf}	p^{Lsup}
1	671.03	10.07	0.000299	150	455
2	574.54	10.22	0.000183	150	455
3	374.59	8.80	0.001126	20	130
4	374.59	8.80	0.001126	20	130
5	461.37	10.40	0.000205	105	470
6	630.14	10.10	0.000301	135	460
7	548.20	9.87	0.000364	135	465
8	227.09	11.21	0.000338	60	300
9	173.72	11.21	0.000807	25	162
10	175.95	10.72	0.001203	20	160
11	186.86	10.21	0.003586	20	80
12	230.27	9.90	0.005513	20	80
13	225.28	13.12	0.000371	25	85
14	309.03	12.12	0.001929	15	55
15	323.79	12.41	0.004447	15	55

Prohibited Operating Zones (POZs)

Unidade 2: [185, 225], [305, 335], [240, 450]

Unidade 5: [180, 200], [260, 335], [390, 420]

Unidade 6: [230, 255], [365, 395], [430, 455]

Unidade 12: [30, 55], [65, 75]

Potência demandada: 2650MW

O valor referente às perdas de transmissão P_L foi desconsiderado para as soluções nominais, isto, é $P_L = 0$ MW. Para as soluções robustas, assumiu-se que os casos de incertezas estão considerando-o.

Para encontrar as soluções nominais (i.e., sem considerar a atuação das incertezas), duas abordagens foram utilizadas. A primeira, denominada S1, considerou como condição de parada o número máximo de avaliações *fitness*, enquanto que a segunda, S2, considerou como condição de parada o número máximo de gerações. Pela Tabela III, verifica-se que a melhor solução obtida pelo HEA-GA-SA, S2, está bem próxima da solução encontrada por [3] e é melhor do que aquela encontrada por [4]. Note, entretanto, que na solução obtida por [3], as unidades geradoras 5 e 12 estão com potências atribuídas nos limites de algumas de suas POZs.

TABELA II
PARÂMETROS UTILIZADOS

Parâmetro	Soluções nominais		Soluções robustas
	S1	S2	
<i>pop</i>	500	500	500
<i>qtdG</i>	---	2000	2000
<i>maxFe</i>	10 ⁶	---	---
<i>q_e</i>	10%	10%	10%
<i>p_c</i>	99%	99%	98%
<i>p_m</i>	1%	1%	1%
<i>η_{SBX}</i>	0.5	0.5	0.5
<i>η_m</i>	20.0	20.0	20.0
<i>t</i>	2	2	2
<i>c₀</i>	1.0	1.0	1.0
<i>L₀</i>	15	50	5
<i>iv</i>	<i>false</i>	<i>true</i>	<i>false</i>
<i>mult_{ck}</i>	0.75	0.999	0.999
<i>qtdIteracoes</i>	25 ou 75	25 ou 75	25 ou 75
<i>α</i>	8.0	8.0	30.0
<i>β</i>	2.0	2.0	30.0

Duas análises foram feitas para se estabelecer as soluções robustas para este problema. As soluções robustas possuem o nome CK_X_Y, onde CK quer dizer “Caso K”, X é o número de amostras e Y é o grau de incerteza, em porcentagem, considerados. O valor de Y corresponde ao valor de I_i da expressão 6. Quanto maior o valor de X e/ou quanto maior o valor de Y, mais pessimista o algoritmo será e mais confiável em termos de aplicação será a solução. Os casos são descritos a seguir:

1º caso: De acordo com Kirschen et. al. [2], perdas de transmissão são muito frequentes nesse tipo de problema. Como as perdas não foram modeladas, incertezas paramétricas negativas, apenas, foram utilizadas de modo a simulá-las. Para isso, considera-se apenas a operação de subtração em (6). Essa abordagem prioriza as incertezas sobre as perdas com relação às incertezas relacionadas aos parâmetros do problema. Assim, para cenários práticos em que as perdas possuem um impacto muito grande, as soluções robustas encontradas para este caso são preferíveis. É importante destacar ainda que, apesar de existirem formulações matemáticas para representar as perdas como, por exemplo, através de matrizes de coeficientes B [8], tais modelos também estão sujeitos a incertezas, justamente por utilizarem parâmetros sujeitos à incertezas.

2º caso: De acordo com Sabioni [10], as incertezas paramétricas referem-se aos desvios não controlados de

parâmetros “fixos” do modelo ou das próprias variáveis de decisão. Para isso, considera-se (6) sem modificações. Esse tratamento visa garantir que as soluções, quando implantadas, sejam viáveis e consigam atender às demandas propostas. Assim, para cenários em que a imprecisão das ferramentas é o fator mais impactante, as soluções robustas encontradas para este caso são preferíveis.

TABELA III
SOLUÇÕES NOMINAIS

---	HEA-GA-SA (S1)	HEA-GA-SA (S2)	Dynam. Program. [3]	IGAMU [4]
<i>ne^a</i>	30	10	-	100
Mínimo	32507.50	32506.22	32506.14	32506.34
Máximo	32728.51	32550.64	-	32640.50
Média aritmética	32568.19	32520.46	-	32530.56
Desvio padrão	55.24	19.62	-	-
Variância	3051.91	385.06	-	-
Tempo médio (s)	11.70	285.12	-	7.69
<i>fe^{b/ne}</i>	1E6	≈ 32E6	1E6	-
DESCRIÇÃO DAS MELHORES SOLUÇÕES NOMINAIS				
Unid. 1	454.7513	455	455	454.9794
Unid. 2	454.82535	455	455	454.9638
Unid. 3	129.995	130	130	129.9848
Unid. 4	129.94965	130	130	129.9919
Unid. 5	259.7255	259.99	260	259.9884
Unid. 6	459.3095	459.99	460	459.9892
Unid. 7	464.77075	465	465	464.9731
Unid. 8	60.1005	60.01	60	60.0355
Unid. 9	25.3232	25.01	25	25.0137
Unid. 10	21.41905	20.275	20	20.0383
Unid. 11	70.0253	69.76	60	70.0417
Unid. 12	64.63675	64.965	75	64.9759
Unid. 13	25.0399	25	25	25.0105
Unid. 14	15.02405	15	15	15.0077
Unid. 15	15.10475	15	15	15.0061
Despacho total (MW)	2650.0006	2650.0	2650.0	2650.0
Custo (\$/H)	32507.5004	32506.2183	32506.1394	32506.339

^a*ne*: nº de execuções;

^b*fe*: nº de avaliações da função *fitness*.

TABELA IV
SOLUÇÕES ROBUSTAS – VISÃO GERAL

---	C1_10_1	C1_30_0.5	C2_10_1	C2_30_0.5
<i>ne^a</i>	10	10	10	10
Mínimo	32519.63	32511.31	32567.17	32537.26
Máximo	32649.31	32603.02	32726.87	32627.51
Média aritmética	32581.08	32553.57	32629.60	32581.93
Desvio padrão	32.71	32.52	57.38	30.63
Variância	1070.13	1057.62	3292.74	938.41
Tempo médio (s)	75.45	145.92	75.07	153.52
<i>fe^{b/ne}</i>	≈ 60E6	≈ 180E6	≈ 60E6	≈ 180E6

^a*ne*: nº de execuções;

^b*fe*: nº de avaliações da função *fitness*.

A Tabela IV mostra as informações estatísticas para as soluções robustas encontradas em ambos os casos. As Tabelas V e VI descrevem as melhores soluções robustas encontradas para o 1º e 2º casos, respectivamente. Além disso, essas tabelas

mostram o que acontece quando o vetor de perturbações do pior caso das incertezas atua sobre a solução robusta implantada mostrando, à direita da igualdade, os valores que seriam observados na prática. Os valores referentes à solução robusta estão representados pela cor azul; os valores referentes ao vetor de perturbações do pior caso das incertezas estão representados pela cor vermelha; os valores referentes à solução observada na prática estão representados pela cor preta.

TABELA V
MELHORES SOLUÇÕES ROBUSTAS – 1º CASO

Unidade	C1_10_1	C1_30_0.5
1	454.53 - 0.22 = 454.31	452.81 - 0.26 = 452.55
2	453.95 - 2.45 = 451.50	454.50 - 0.29 = 454.21
3	129.95 - 0.64 = 129.31	129.90 - 0.13 = 129.77
4	129.96 - 0.04 = 129.92	129.98 - 0.25 = 129.73
5	349.95 - 1.57 = 348.38	250.74 - 0.13 = 250.61
6	418.61 - 1.12 = 417.49	459.78 - 0.45 = 459.33
7	459.65 - 2.24 = 457.41	464.45 - 0.43 = 464.02
8	62.19 - 0.13 = 62.06	60.95 - 0.86 = 60.09
9	26.51 - 0.05 = 26.46	25.50 - 0.38 = 25.12
10	21.04 - 0.41 = 20.63	21.71 - 0.43 = 21.28
11	39.81 - 0.03 = 39.78	73.00 - 0.00 = 73.00
12	57.25 - 0.41 = 56.84	75.19 - 0.14 = 75.05
13	25.22 - 0.09 = 25.13	25.31 - 0.13 = 25.18
14	16.01 - 0.33 = 15.68	15.06 - 0.04 = 15.02
15	15.32 - 0.15 = 15.17	15.12 - 0.07 = 15.05
Despacho total (MW)	2659.95 - 9.88 = 2650.07	2654.00 - 3.99 = 2650.01
Custo (\$/H)	32622.6959 ↪ 32519.6331	32554.0445 ↪ 32511.3063

Representação dos valores desta tabela:

$$[\text{Solução robusta}] + [\text{Vetor do pior caso}] = [\text{Solução observada}]$$

TABELA VI
MELHORES SOLUÇÕES ROBUSTAS – 2º CASO

Unidade	C2_10_1	C2_30_0.5
1	450.86 + 2.42 = 453.28	452.11 + 0.87 = 452.98
2	236.07 - 0.18 = 235.89	452.13 + 0.16 = 452.29
3	129.38 - 0.48 = 128.90	129.79 - 0.22 = 129.57
4	129.23 + 0.04 = 129.27	129.30 + 0.26 = 129.56
5	464.91 + 2.08 = 466.99	257.92 + 1.09 = 259.01
6	457.37 + 1.53 = 458.90	427.59 - 0.88 = 426.71
7	458.89 + 1.15 = 460.04	462.45 + 1.36 = 463.81
8	61.02 + 0.20 = 61.22	60.61 + 0.8 = 61.41
9	26.23 - 0.87 = 25.36	25.83 + 0.33 = 26.16
10	46.43 - 0.00 = 46.43	36.08 - 0.02 = 36.06
11	63.51 - 0.21 = 63.30	77.82 + 0.17 = 77.99
12	63.06 + 0.23 = 63.29	77.76 - 0.13 = 77.63
13	25.32 + 0.22 = 25.54	27.24 - 0.21 = 27.03
14	15.50 + 0.13 = 15.63	15.20 + 0.01 = 15.21
15	15.71 + 0.30 = 16.01	15.11 + 0.17 = 15.28
Despacho total (MW)	2643.49 + 6.56 = 2650.05	2646.94 + 3.76 = 2650.70
Custo (\$/H)	32497.4605 ↪ 32567.1668	32497.5987 ↪ 32537.2646

Representação dos valores desta tabela:

$$[\text{Solução robusta}] + [\text{Vetor do pior caso}] = [\text{Solução observada}]$$

As soluções C1_10_1 e C1_30_0.5 sugerem despachos equivalentes a 2659.95 MW e 2654.00 MW, respectivamente. Entretanto, a Tabela V mostra que na prática, considerando-se o pior caso das incertezas, as soluções implantadas continuariam a suprir a demanda necessária de 2650 MW.

De acordo com Sabioni [10], a imprecisão no cálculo dos parâmetros fixos do modelo, a dependência das constantes do

modelo com agentes externos (ambientais) não modelados e a imprecisão na implementação prática das variáveis de decisão, podem ser algumas das causas de desvios paramétricos. As soluções da Tabela VI levam isso em consideração.

As Tabelas VII e VIII mostram o que poderia acontecer se as soluções nominais da Tabela III fossem implantadas no mundo real. Com relação ao primeiro caso analisado (Tabela VII), observa-se que todas as soluções deixariam de atender à demanda de 2650 MW. Com relação a ambos os casos, nota-se que algumas das unidades geradoras iriam atuar em potências não permitidas, tornando assim as soluções inviáveis de serem aplicadas na prática.

TABELA VII

EFEITO DA PRESENÇA DE INCERTEZAS NAS SOLUÇÕES NOMINAIS DA TABELA III CONSIDERANDO O VETOR DE PERTURBAÇÕES DE C1_10_1 (TABELA V)

Solução nominal perturbada	Vetor solução	Custo (\$/H)
S1#	{454.5313, 452.37535, 129.355, 129.90965, 258.1555, 458.1895, 462.53075, 59.97050, 25.2732, 21.00905, 69.9953, 64.22675, 24.9499, 14.69405, 14.95475}	32404.42
S2#	{454.78, 452.55, 129.36, 129.96, 258.42, 458.88, 462.76, 59.88, 24.96, 19.865, 69.73, 64.555, 24.91, 14.67, 14.85}	32403.14
Dynamic Programming#	{454.78, 452.55, 129.36, 129.96, 258.43, 458.88, 462.76, 59.87, 24.95, 19.59, 59.97, 74.59*, 24.91, 14.67, 14.85}	32403.02
IGAMU#	{454.7594, 452.5138, 129.3448, 129.9519, 258.4184, 458.8692, 462.7331, 59.9055, 24.9637, 19.6283, 70.0117, 64.5659, 24.9205, 14.6777, 14.8561}	32403.26

Despacho total de todas soluções nominais perturbadas (MW): **2640.12**

#: Solução nominal perturbada;

<valor>: Unidade geradora em potência não permitida;

*: Unidade geradora atuando em alguma de suas POZs.

TABELA VIII

EFEITO DA PRESENÇA DE INCERTEZAS NAS SOLUÇÕES NOMINAIS DA TABELA III CONSIDERANDO O VETOR DE PERTURBAÇÕES DE C2_10_1 (TABELA VI)

Solução nominal perturbada	Vetor solução	Custo (\$/H)
S1#	{457.1713, 454.64535, 129.515, 129.98965, 261.8055*, 460.8395, 465.92075, 60.3005, 24.4532, 21.41905, 69.8153, 64.86675, 25.2599, 15.15405, 15.40475}	32577.02
S2#	{457.42, 454.82, 129.52, 130.04, 262.07*, 461.52, 466.15, 60.21, 24.14, 20.275, 69.55, 65.195*, 25.22, 15.13, 15.30}	32575.74
Dynamic Programming#	{457.42, 454.82, 129.52, 130.04, 262.08*, 461.53, 466.15, 60.20, 24.13, 20.00, 59.79, 75.23, 25.22, 15.13, 15.30}	32575.70
IGAMU#	{457.3994, 454.7838, 129.5048, 130.0319, 262.0684*, 461.5192, 466.1231, 60.2355, 24.1437, 20.0383, 69.8317, 65.2059*, 25.2305, 15.1377, 15.3061}	32575.86

Despacho total de todas soluções nominais perturbadas (MW): **2656.56**

#: Solução nominal perturbada;

<valor>: Unidade geradora em potência não permitida;

*: Unidade geradora atuando em alguma de suas POZs.

Observa-se pela Tabela VIII que as soluções nominais perturbadas possuem a unidade 5 em uma de suas POZs. De fato, como as restrições relacionadas às POZs resultam em 192 subespaços de decisão para o sistema [4], as soluções se tornam mais suscetíveis às incertezas. É possível verificar isso ao se refletir sobre as características do problema, como é feito a seguir: uma unidade geradora sem POZs possui um único intervalo de potência válido, logo apenas duas bordas (uma inferior e outra superior) separam valores factíveis de valores infactíveis. Quando há n POZs na unidade geradora tem-se $(n + 1)$ intervalos de potência válidos, resultando em $2(n + 1)$ bordas. Por exemplo, a Fig. 1 representa uma unidade geradora com duas POZs, portanto possui três intervalos de potência válidos e seis bordas que separam valores factíveis de valores infactíveis. Com isso e considerando-se (6), observa-se que quanto mais POZs, maior é a quantidade de bordas, logo mais vulnerável às incertezas é o problema. A instância do problema abordado neste trabalho possui ao todo 52 bordas possíveis de serem violadas. Se as POZs não fossem consideradas, apenas 30 bordas estariam sujeitas às incertezas. Com isso, verifica-se que a presença de POZs no EDP torna as soluções mais vulneráveis às incertezas. Consequentemente, o processo de se encontrar soluções robustas torna-se mais complexo, exigindo que um algoritmo adequado para o tratamento de incertezas seja utilizado.

As soluções nominais para este problema mostraram-se inviáveis de serem implantadas na prática devido à possibilidade da ocorrência de incertezas. Para ambos os casos analisados, duas soluções robustas foram apresentadas. Para que seja estabelecida uma tomada de decisão sobre qual deve ser implantada, isto é, indicar qual é a melhor solução encontrada, deve-se levar em conta se as incertezas estão relacionadas ao 1º ou 2º caso das análises. Portanto, conclui-se que considerar a presença de incertezas em problemas práticos como o analisado é indispensável.

V. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um algoritmo capaz de resolver o EDP com POZs e incertezas, bem como as soluções robustas encontradas por ele considerando-se dois casos distintos.

Foram consideradas incertezas paramétricas para ambos os casos analisados. O primeiro caso priorizou o tratamento de perdas de transmissão e o segundo caso priorizou os desvios não controlados de parâmetros “fixos” do modelo ou das próprias variáveis de decisão. Para ambos os casos, as soluções robustas, apesar de apresentarem custos computacionais e de despacho mais elevados, podem ser aplicadas no mundo real. Afinal, fornecem maior garantia que o sistema conseguirá atender às demandas, mesmo na presença de incertezas, mantendo-se factíveis.

O algoritmo proposto, HEA-GA-SA, se mostrou capaz de atender à proposta deste trabalho. Uma das vantagens observadas é o bom compromisso estabelecido entre diversificação e intensificação, podendo se aproximar das soluções ótimas globais sem que fique preso em ótimos locais. Como desvantagens tem-se um considerável número de parâmetros a serem configurados e o tempo de execução elevado para se obter soluções muito próximas do ótimo.

Neste trabalho, observou-se que as descontinuidades criadas pelas POZs, no espaço de busca, deixaram as soluções nominais mais vulneráveis às perturbações. Inclusive, duas soluções ótimas nominais presentes na literatura tornaram-se infactíveis quando na presença do pior caso das incertezas. Desta forma, nota-se a importância da obtenção de soluções robustas ao resolver problemas práticos, como o analisado.

Futuramente, pretende-se empregar novas considerações ao modelo, como limites de taxa de rampa (*ramp-rate limits*), capacidades extras de geração (*spinning reserves*), efeitos de ponto de válvula (*valve-point effects*) e matrizes de perdas de transmissão, de modo a aproximar o modelo ainda mais do mundo real.

AGRADECIMENTO

Os autores agradecem a Universidade Federal de Viçosa e o apoio financeiro fornecido pelo CNPq através do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica da Universidade Federal de Viçosa – PIBIC/CNPq.

REFERÊNCIAS

- [1] E. S. Oliveira, “Metaheurísticas aplicadas ao problema do despacho econômico de energia elétrica,” Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, Brasil, 2015. [Online]. Available: <http://repositorio.ufjf.br:8080/jspui/handle/ufjf/246>. Accessed on: Aug. 30, 2020.
- [2] D. S. Kirschen and G. Strbac, *Fundamentals of power system economics*. John Wiley & Sons, Inc. 2004.
- [3] S. O. Otero and M. R. Irving, “Economic dispatch of generators with prohibited operating zones: a genetic algorithm approach,” *IEEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, vol. 143, no. 6, pp. 529-534, Nov. 1996.
- [4] C.-L. Chiang, “Genetic-based algorithm for power economic load dispatch,” *IET generation, transmission & distribution*, vol. 1, no. 2, pp. 261-269, Mar. 2007.
- [5] R. N. Martins and M. H. S. Mendes, “Algoritmo genético para o problema do despacho econômico de energia elétrica com incertezas,” *Anais do XLVIII SBPO* (pp. 810-817), *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Sep. 2016. [Online]. Available: <http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2016/pdf/155992.pdf>. Accessed on: May. 15, 2020.
- [6] J. N. R. Assis, T. M. Machado-Coelho, G. L. Soares and M. H. S. Mendes, “Robust evolutionary optimization algorithm for multi-objective environmental/economic dispatch problem with uncertainties,” *IEEE Congress on Evolutionary Computation, IEEE World Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI)*, Jul. 2018. [Online]. Available: <http://www.novoscursos.ufv.br/graduacao/caf/ccp/www/wp-content/uploads/2018/03/JoseNunes.pdf>. Accessed on: May. 15, 2020.
- [7] M. R. B. D. Santos, A. R. Balbo, E. Gonçalves, E. M. Soler, R. B. N. M. Pinheiro, L. Nepomuceno and E. C. Baptista, “A proposed methodology involving progressive bounded constraints and interior-exterior methods in smoothed economic/environmental dispatch problems,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 8, pp. 1422-1431, Jan. 2017. [Online]. Available: <http://hdl.handle.net/11449/180467>. Accessed on: May. 15, 2020.
- [8] S. Pan, J. Jian, H. Chen and L. Yang, “A full mixed-integer linear programming formulation for economic dispatch with valve-point effects, transmission loss and prohibited operating zones,” *Electric Power Systems Research*, vol. 180, p. 106061, Mar. 2020. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/337881980_A_full_mixed-integer_linear_programming_formulation_for_economic_dispatch_with_valve-point_effects_transmission_loss_and_prohibited_operating_zones. Accessed on: May. 15, 2020.
- [9] A. Dergal and N. Golea, “Genetic algorithm for solving large practical fuzzy economic load dispatch with prohibited operating zones,” *IEEE International Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC)*, pp.

- 469-474, Ouarzazate, Oct. 2014. [Online]. Available: <http://www.univ-oeb.dz/bibliotheque/wp-content/uploads/2016/11/Genetic-Algorithm.pdf>. Accessed on: May. 15, 2020.
- [10] C. L. Sabioni, "Desenvolvimento de Métodos para Solução de Problemas de Otimização Multiobjetivo com Incertezas," Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, Brasil, 2017. [Online]. Available: <https://www.ppgee.ufmg.br/defesas/1077D.PDF>. Accessed on: May. 15, 2020.
- [11] M. H. S. Mendes, "Algoritmos evolucionários intervalares para otimização robusta multiobjetivo," Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, Brasil, 2013. [Online]. Available: <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/BUBD-9P8GFZ>. Accessed on: May. 15, 2020.
- [12] A. Ben-tal, L. E. Ghaoui and A. Nemirovski, *Robust Optimization*. Princeton University Press, 2009. [Online]. Available: <https://www2.isye.gatech.edu/~nemirovs/FullBookDec11.pdf>. Accessed on: May. 15, 2020.
- [13] K. Deb and R. B. Agrawal, "Simulated Binary Crossover for Continuous Search Space," *Complex Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 115-148, 1995. [Online]. Available: <https://pdfs.semanticscholar.org/b8ee/6b68520ae0291075cb1408046a7dff9dd9ad.pdf>. Accessed on: Sep. 01, 2020.
- [14] K. Deb and A. Kumar, "Real-coded Genetic Algorithms with Simulated Binary Crossover: Studies on Multimodal and Multiobjective Problems," *Complex Systems*, vol. 9, pp. 431-454, 1995. [Online]. Available: <https://pdfs.semanticscholar.org/e1ea/72f285688e55d6cd38e8701c50f8e28f0262.pdf>. Accessed on: Sep. 01, 2020.



Daniel Freitas Martins é graduando em Ciência da Computação pela Universidade Federal de Viçosa – *Campus* Florestal. Tem interesse nos temas relacionados à Otimização, Regressão Simbólica, Inteligência Artificial, Biomatemática e Matemática Aplicada.



Marcus Henrique Soares Mendes possui doutorado em Engenharia Elétrica pela UFMG (2013). É professor Titular da UFV – *Campus* Florestal e tem interesse nos temas: Computação Evolutiva, Otimização Robusta, Análise Intervalar, Meta-heurísticas, Programação Genética, Regressão Simbólica e *Surrogate Models*.