

Super-twisting Speed Control of a Brushless Direct Current Motor with Back-EMF Estimation

Alma Y. Alanis, *Senior Member, IEEE*, Gustavo Munoz-Gomez and Jorge Rivera

Abstract—A super-twisting sliding mode controller is developed for speed control of a brushless direct current motor using a nested scheme. The non-sinusoidal nature of the back electromotive forces in this electrical machine presents the need of a modification to Park transformation for accurate field orientation. An extension to Park transformation is used in this work that requires information from the back electromotive forces to compensate position and magnitude variations resulting from the transformation. To obtain the information needed in the modified transformation, a sliding mode observer is designed to estimate the back electromotive forces from the motor. To improve the performance of the controller, a nested sliding mode algorithm is implemented that allows robustness to unmatched perturbations such as load torque variations. Simulations are used to show the performance of the controller under similar real-time conditions with parametric and load torque variations.

Index Terms—Robust control, Disturbance rejection, Parameter-varying systems, Sliding mode control, Nested sliding mode control.

I. INTRODUCCIÓN

Los motores síncronos de imanes permanentes (PMSM, por sus siglas en inglés) son un tipo de máquinas eléctricas que se caracterizan por tener imanes permanentes embebidos o montados en la superficie del rotor y un estator devanado trifásico. El motor de corriente directa sin escobillas (motor BLDC) es un tipo de PMSM que presenta fuerzas contraelectromotrices de forma trapezoidal a diferencia de otros PMSM que tienen variables en forma sinusoidal [1].

La literatura muestra que es posible suponer que la fuerza contraelectromotriz tiene forma sinusoidal para un BLDC, esto causa cierta confusión entre el concepto de PMSM y el de motor BLDC. Esta suposición permite el análisis matemático y el diseño de técnicas de control para los motores BLDC de una forma similar a un PMSM, como se muestra en [2] [3], [4] y [5]. Está claro que al suponer lo anterior, el comportamiento real del motor es minimizado. El control vectorial orientado al campo puede ser desarrollado mediante esta suposición usando la transformación de Park para representar un motor trifásico de corriente alterna como una máquina equivalente bifásica [6]. Sin embargo, la transformación de Park está diseñada para máquinas con fuerzas contraelectromotrices del tipo sinusoidal. Dado lo anterior, es evidente la necesidad de introducir una modificación en la transformación (d,q) que permita su implementación para un motor con variables no sinusoidales,

como es el caso del motor BLDC. En [7] y [8] se describe una modificación a la transformación Park que permite implementar la transformación para máquinas no sinusoidales. Estos trabajos de investigación utilizan controladores PI. Los controladores PI y PID son ampliamente utilizados en el control de motores BLDC (ver [7] [8] y [9]), sin embargo, este tipo de controladores carecen la robustez necesaria en muchas aplicaciones prácticas debido a su pobre desempeño ante variaciones paramétricas y otras perturbaciones externas. Los controladores basados en lógica difusa son otras metodologías que han sido utilizadas [10]–[12]. Muchos de estos sistemas son controladores PID con algoritmos de lógica difusa para el ajuste de ganancias, los cuales presentan un mejor desempeño que los controladores clásicos pero las perturbaciones internas y externas del sistema aun pueden afectar el desempeño. El control por modos deslizantes es otro tipo de algoritmos de control ampliamente utilizado en el control de los motores BLDC [13], [14]. Variaciones en el par de carga, estimación de las fuerzas contraelectromotrices, reducción de rizo y una correcta orientación al campo son problemas que se presentan comúnmente en el control de motores BLDC. La mayoría de estos trabajos atajan estos problemas de forma separada mientras que solo unos cuantos tratan con más de uno de estos problemas a la vez.

La principal contribución de este trabajo reside en el uso de una transformación modificada descrita en investigaciones anteriores ([7] y [8]) que permite caracterizar con mayor fidelidad el comportamiento del motor BLDC comparado con modelados donde se supone BEMF de forma sinusoidal. Se mejora el enfoque de control en estos trabajos mediante el diseño del controlador por modos deslizantes de alto orden [18] a partir de la transformación modificada. Se demuestra mediante simulaciones un mejor desempeño del controlador diseñado a partir de un modelo matemático que considera variables no sinusoidales comparado con aquellos que suponen variables sinusoidales. El rendimiento del controlador se mejora usando un esquema anidado que es robusto ante variaciones paramétricas y que además es capaz de rechazar de perturbaciones no acopladas.

Existen diversas técnicas de estimación de BEMF para motores BLDC, estas incluyen observadores por modos deslizantes [15], por filtro extendido de Kalman [16], observadores adaptativos [17], entre otros. Estos trabajos describen procedimientos de alta complejidad que demandan alto procesamiento computacional. En este trabajo se diseña un observador por modos deslizantes de alto orden simple donde, a través de simple manipulación matemática de las señales equivalentes del observador, se deducen las fuerzas

A.Y. Alanis and G. Munoz-Gomez are with the University Center of Exact Sciences and Engineering (CUCEI), University of Guadalajara, Guadalajara, Mexico. e-mail: almayalanis@gmail.com.

J. Rivera was with the Advanced Studies and Research Center (CONACYT-CINVESTAV), National Polytechnic Institute, Zapopan, Mexico.

contraelectromotrices. Esta información es necesaria para la modificación en la transformación. Se demuestra que el diseño del observador proporciona una estimación precisa de las fuerzas contraelectromotrices. Las simulaciones se realizan en presencia de ruido en los sensores, y retardos en las señales, así como de variaciones paramétricas y perturbaciones de carga, estos fenómenos se presentan regularmente en la operación de motores eléctricos [19].

II. MODELADO MATEMÁTICO DEL MOTOR BLDC

A. Modelo Matemático del Motor BLDC en Variables Naturales

Un modelo matemático puede expresarse en el siguiente conjunto de ecuaciones asumiendo un motor BLDC trifásico simétrico e ignorando la inductancia mutua entre fases y la histéresis magnética [20]:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{T_e}{J} - \frac{T_l}{J} - \frac{B\omega_m}{J} \\ \frac{di_{as}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{as} - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_{as}(\theta_e) + \frac{v_{as}}{L_s} \\ \frac{di_{bs}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{bs} - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_{bs}(\theta_e) + \frac{v_{bs}}{L_s} \\ \frac{di_{cs}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{cs} - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_{cs}(\theta_e) + \frac{v_{cs}}{L_s} \end{aligned} \quad (1)$$

donde v_{as} , v_{bs} , v_{cs} y i_{as} , i_{bs} , i_{cs} , son los voltajes y corrientes de estator respectivamente, R_s es la resistencia de estator y $L_s = L - M$, siendo L la inductancia propia de estator y M la inductancia mutua entre fases, $f_{as}(\theta_e)$, $f_{bs}(\theta_e)$ y $f_{cs}(\theta_e)$ son funciones fundamentales del flujo magnético con forma trapezoidal de magnitud $\lambda_{p,p}$ es el número de polos del motor, J es la inercia de rotor, B es el coeficiente fricción y T_l representa el par de carga. Además, ω_m es la velocidad mecánica de rotor mientras que $\omega_e = \frac{p}{2}\omega_m$ representa la relación que existe entre la velocidad eléctrica y mecánica.

B. Modelo Matemático del Motor BLDC en Marco de Referencia (α, β)

La transformación (α, β) es una herramienta que se utiliza comúnmente para expresar un sistema trifásico en un sistema equivalente de dos ecuaciones [21]. Las variables trifásicas se representan en un marco de referencia ortogonal de dos ejes simplificando el análisis posterior. La siguiente matriz se utiliza para transformar el modelo matemático del motor BLDC descrito en (1):

$$T_{\alpha,\beta} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Al aplicar la transformación anterior al modelo matemático (1) se puede representar el modelo matemático del motor BLDC en el marco de referencia (α, β) como:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{3p\lambda_p}{4J}[f_{\alpha}(\theta_e)i_{\alpha} + f_{\beta}(\theta_e)i_{\beta}] - \frac{T_l}{J} - \frac{B\omega_m}{J} \\ \frac{di_{\alpha}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{\alpha} - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_{\alpha}(\theta_e) + \frac{u_{\alpha}}{L_s} \\ \frac{di_{\beta}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}i_{\beta} - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_{\beta}(\theta_e) + \frac{u_{\beta}}{L_s}. \end{aligned} \quad (3)$$

C. Modelo Matemático del Motor BLDC en Marco de Referencia (d, q) -modificado

La representación de motores trifásicos orientados al campo es ampliamente utilizada debido a que permite representar las dinámicas de estos motores de una forma similar a la de motores de corriente directa. La transformación de Park, también conocida como transformación (d, q) es implementada para representar un sistema estacionario en un marco de referencia fijado a los flujos magnéticos generados por el motor [21]. Cabe resaltar que la transformación de Park está diseñada para motores que tienen BEMF con forma sinusoidal. Debido a que el motor BLDC tiene las BEMF con forma trapezoidal, como se muestran en la Figura 1, es necesario implementar una transformación modificada descrita en [7] y [8]. La modificación introduce dos nuevas variables para compensar el error de amplitud y posición resultante de la transformación estándar (d, q) . Se introduce una compensación a la posición del rotor, denotada como μ , para fijar el componente d de la función fundamental de las BEMF a lo largo del eje d del marco de referencia. Se utiliza una variable κ para compensar las variaciones de amplitud en el componente q de las funciones fundamentales de las BEMF. La matriz de transformación modificada se define como:

$$M_{d,q} = \frac{1}{\kappa} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e + \mu) & \sin(\theta_e + \mu) \\ -\sin(\theta_e + \mu) & \cos(\theta_e + \mu) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

donde las variables utilizadas en la modificación están descritas por:

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{\sqrt{f_{\alpha}(\theta_e)^2 + f_{\beta}(\theta_e)^2}}{\lambda_p} \\ \mu &= \tan^{-1} \left(\frac{-f_{\alpha}(\theta_e)}{f_{\beta}(\theta_e)} \right) - \theta_e. \end{aligned} \quad (5)$$

Es evidente que la transformación modificada es una generalización de la transformación de Park para motores con BEMF no sinusoidales donde $\mu = 0$ y $\kappa = 1$ para una máquina sinusoidal.

Como resultado de esta transformación modificada las variables no sinusoidales del motor BLDC se representan como cantidades de corriente directa. Debido a lo anterior, es posible diseñar esquemas de control para el motor BLDC de forma similar a otros PMSM que tienen fuerzas contraelectromotrices en forma sinusoidal.

El modelo matemático del motor BLDC en marco de referencia (d, q) -modificado resultante es:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} &= \frac{3p\lambda_p}{4J}i_{mq} - \frac{T_l}{J} - \frac{B\omega_m}{J} \\ \frac{di_{md}}{dt} &= -\frac{R_s i_{md}}{L_s} - \frac{1}{\kappa} \frac{d\kappa}{dt} i_{md} - \frac{p}{2} \omega_m i_{mq} \\ &\quad - \frac{d\mu}{dt} i_{mq} + \frac{u_{md}}{L_s} \\ \frac{di_{mq}}{dt} &= -\frac{R_s i_{mq}}{L_s} - \frac{1}{\kappa} \frac{d\kappa}{dt} i_{mq} + \frac{p}{2} \omega_m i_{md} \\ &\quad + \frac{d\mu}{dt} i_{md} - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2\kappa^2 L_s} + \frac{u_{mq}}{L_s}. \end{aligned} \quad (6)$$

III. DISEÑO DEL OBSERVADOR DE BEMF Y CONTROLADOR POR MODOS DESLIZANTES

A. Diseño del Observador de BEMF por Modos Deslizantes

La transformación modificada descrita en [7] y [8] requiere información de las funciones fundamentales de las BEMF para compensar los errores presentes en la transformación de Park. Las BEMF no son variables medibles mientras el motor está en operación, por lo que se utiliza un observador para estimar estas variables. A partir de (3) se propone un observador por modos deslizantes como:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{i}_\alpha}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}\hat{i}_\alpha + \frac{u_\alpha}{L_s} + v_\alpha \\ \frac{d\hat{i}_\beta}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}\hat{i}_\beta + \frac{u_\beta}{L_s} + v_\beta. \end{aligned} \quad (7)$$

Los errores de estimación de las corrientes se calculan entonces como $\tilde{i}_\alpha = i_\alpha - \hat{i}_\alpha$ y $\tilde{i}_\beta = i_\beta - \hat{i}_\beta$ donde \hat{i}_α and \hat{i}_β . Derivando los errores de estimación y usando (7) y (3) la dinámica de los errores resulta como:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{i}_\alpha}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}\tilde{i}_\alpha - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_\alpha(\theta_e) - v_\alpha \\ \frac{d\tilde{i}_\beta}{dt} &= -\frac{R_s}{L_s}\tilde{i}_\beta - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_\beta(\theta_e) - v_\beta. \end{aligned} \quad (8)$$

Las señales del observador inyectadas son definidas como:

$$\begin{aligned} v_\alpha &= M_\alpha\sqrt{|\tilde{i}_\alpha|}\text{sign}(\tilde{i}_\alpha) + n_0 \\ \dot{n}_0 &= -N_\alpha\text{sign}(\tilde{i}_\alpha) \\ v_\beta &= M_\beta\sqrt{|\tilde{i}_\beta|}\text{sign}(\tilde{i}_\beta) + n_1 \\ \dot{n}_1 &= -N_\beta\text{sign}(\tilde{i}_\beta) \end{aligned} \quad (9)$$

donde M_α , N_α , M_β y N_β son ganancias de diseño del observador, ajustadas de modo que los errores de estimación en las corrientes tiendan asintóticamente a cero como en [22], y la prueba matemática de la convergencia en tiempo finito de los errores de estimación se puede encontrar en [23]. Las funciones resultantes del modo deslizante en lazo cerrado resultan:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{i}_\alpha}{dt} &= -M_\alpha\sqrt{|\tilde{i}_\alpha|}\text{sign}(\tilde{i}_\alpha) + n_0 \\ &\quad - \frac{R_s}{L_s}\tilde{i}_\alpha - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_\alpha(\theta_e) \\ \frac{d\tilde{i}_\beta}{dt} &= -M_\beta\sqrt{|\tilde{i}_\beta|}\text{sign}(\tilde{i}_\beta) + n_1 - \\ &\quad \frac{R_s}{L_s}\tilde{i}_\beta - \frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_\beta(\theta_e). \end{aligned} \quad (10)$$

Una propiedad importante de este observador es que las señales de control equivalentes del observador tienden a tomar la forma de los términos no medibles del sistema. Cuando se produce el modo de deslizante, los errores de estimación de las corrientes \tilde{i}_α y \tilde{i}_β son iguales a 0. A partir de (8) se determinan las siguientes expresiones equivalentes para las señales inyectadas:

$$\begin{aligned} v_{\alpha,eq} &= -\frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_\alpha(\theta_e) \\ v_{\beta,eq} &= -\frac{p\omega_m\lambda_p}{2L_s}f_\beta(\theta_e) \end{aligned} \quad (11)$$

y por ende, es posible estimar las funciones fundamentales de las BEMF necesarias para las variables de compensación (5) usadas en la transformación modificada como:

$$\begin{aligned} \hat{f}_\alpha(\theta_e) &= -\frac{2L_s}{p\omega_m\lambda_p}v_\alpha \\ \hat{f}_\beta(\theta_e) &= -\frac{2L_s}{p\omega_m\lambda_p}v_\beta. \end{aligned} \quad (12)$$

Es importante hacer notar que la estimación de $\hat{f}_\alpha(\theta_e)$ y $\hat{f}_\beta(\theta_e)$ son funciones continuas en el tiempo que dependen de las señales del observador v_α y v_β , respectivamente. Por lo tanto, sus valores están determinados como resultado de las ecuaciones mostradas en (9), cuya estabilidad se analizará en la siguiente sección de tal manera que se garantice la estimación de las corrientes de tal manera que el error de estimación converja asintóticamente a cero.

B. Diseño de Control por Modos Deslizantes Anidado de Alto Orden

La ley de control para la velocidad del motor BLDC se diseña considerando una señal de referencia para velocidad angular mecánica, ω_{ref} , y definiendo el error de seguimiento de la velocidad del sistema como $z_1 = \omega_m - \omega_{ref}$ [24]. Derivando el error de seguimiento y sustituyendo a partir de (6), la dinámica del error de seguimiento puede ser expresada como:

$$\dot{z}_1 = \frac{3p\lambda_p}{4J}i_{mq} - \frac{T_l}{J} - \frac{B\omega_m}{J} - \dot{\omega}_{ref}. \quad (13)$$

Se presenta una dinámica deseada para z_1 de la siguiente forma:

$$\dot{z}_1 = -k_1\mathcal{S}_\varepsilon z_1 \quad (14)$$

donde $k_1 > 0$. Una función sigmoide \mathcal{S}_ε es usada como una aproximación de la función signo y está definida como:

$$\mathcal{S}_\varepsilon(S) = \frac{2}{\pi} \arctan \frac{S}{\varepsilon}. \quad (15)$$

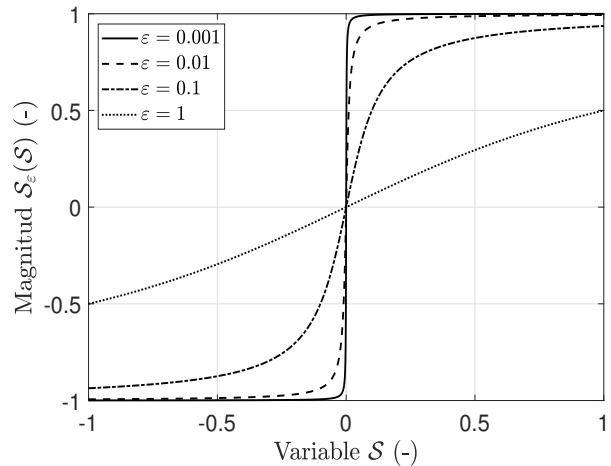


Fig. 1. Función sigmoide \mathcal{S}_ε para diferentes valores de ε .

El algoritmo de control está diseñado en forma de control por bloques usando una variable intermedia como pseudo-controlador. Para inducir la dinámica del modo deslizante, la superficie de deslizamiento descrito en [18] debe ser diferenciable. Por lo tanto, se utiliza una función sigmoide en lugar de una función signo debido a que su continuidad permite implementarla en el diseño de control por bloques. Una función sigmoide se muestra en la Fig. 1 para diferentes valores de ε . Si bien es posible que se pierdan o se atenúen algunas características de robustez mediante esta aproximación, este problema se puede despreciar con valores suficientemente pequeños de ε . Claramente la aproximación de la función signo se obtiene para valores pequeños de ε .

Adicionalmente, a partir de (13) y (14) se desarrolla una corriente de referencia que actúa como una señal de pseudo-control que introduce la dinámica deseada del error de seguimiento de la velocidad y mejora la respuesta del sistema hacia perturbaciones no acopladas presentes en el par de carga T_l , véase [18]. La corriente de referencia se describe como:

$$i_{mqref} = \frac{4J}{3p\lambda_p} \left(-k_1 \mathcal{S}_\varepsilon(z_1) + \frac{B\omega_m}{J} + \dot{\omega}_{ref} \right). \quad (16)$$

En el control orientado al campo, la corriente de referencia i_{mdref} se fija en cero para maximizar el torque [21]. Las variables de seguimiento de la corriente se definen entonces como $z_{21} = i_{md} - i_{mdref}$ y $z_{22} = i_{mq} - i_{mqref}$ donde:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{21} &= -\frac{R_s i_{md}}{L_s} - \frac{1}{\kappa} \frac{dk}{dt} i_{md} - \frac{p}{2} \omega_m i_{mq} - \frac{d\mu}{dt} i_{mq} \\ &\quad + \frac{u_{md}}{L_s} - \frac{di_{mdref}}{dt} \\ \dot{z}_{22} &= -\frac{R_s i_{mq}}{L_s} - \frac{1}{\kappa} \frac{dk}{dt} i_{mq} + \frac{p}{2} \omega_m i_{md} + \frac{d\mu}{dt} i_{md} \\ &\quad - \frac{p\omega_m \lambda_p}{2\kappa^2 L_s} + \frac{u_{mq}}{L_s} - \frac{di_{mqref}}{dt}. \end{aligned} \quad (17)$$

Para forzar que los errores de seguimiento de las corrientes convergen asintóticamente a cero, se propone un esquema por modos deslizantes de alto orden como:

$$\begin{aligned} u_{md} &= -k_d L_s \sqrt{|z_{21}|} \text{sign}(z_{21}) + u_{d1} \\ \dot{u}_{d1} &= -k_{d1} \text{sign}(z_{21}) \\ u_{mq} &= -k_q L_s \sqrt{|z_{22}|} \text{sign}(z_{22}) + u_{q1} \\ \dot{u}_{q1} &= -k_{q1} \text{sign}(z_{22}) \end{aligned} \quad (18)$$

con k_d , k_{d1} , k_q y k_{q1} como parámetros de control positivos diseñados para que z_{21} y z_{22} tienden a cero en tiempo finito. El sistema de lazo cerrado se obtiene sustituyendo las señales de control u_{md} y u_{mq} en (17) y considerando (13):

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{3p\lambda_p}{4J} z_{22} - k_1 \mathcal{S}_\varepsilon(z_1) - \frac{T_l}{J} \\ \dot{z}_{21} &= -k_d \sqrt{|z_{21}|} \text{sign}(z_{21}) + u_{d1} + \varphi_d \\ \dot{u}_{d1} &= -k_{d1} L_s \text{sign}(z_{21}) \\ \dot{z}_{22} &= -k_q \sqrt{|z_{22}|} \text{sign}(z_{22}) + u_{q1} + \varphi_q \\ \dot{u}_{q1} &= -k_{q1} L_s \text{sign}(z_{22}) \end{aligned} \quad (19)$$

con:

$$\begin{aligned} \varphi_d &= -\frac{R_s i_{md}}{L_s} - \frac{1}{\kappa} \frac{dk}{dt} i_{md} - \frac{p}{2} \omega_m i_{mq} \\ &\quad - \frac{d\mu}{dt} i_{mq} - \frac{di_{mdref}}{dt} \\ \varphi_q &= -\frac{R_s i_{mq}}{L_s} - \frac{1}{\kappa} \frac{dk}{dt} i_{mq} + \frac{p}{2} \omega_m i_{md} \\ &\quad + \frac{d\mu}{dt} i_{md} - \frac{p\omega_m \lambda_p}{2\kappa^2 L_s} - \frac{di_{mqref}}{dt}. \end{aligned} \quad (20)$$

Nótese que φ_d y φ_q son funciones acotadas, es decir, $|\varphi_d| \leq \delta_1 > 0$, y $|\varphi_q| \leq \delta_2 > 0$. Esto es posible ya que el controlador garantiza que los errores de seguimiento de las corrientes converjan a cero, esto implica que las corrientes convergen a valores de referencia de diseño acotados dentro del rango de operación del motor. Las ganancias de control pueden diseñarse como en [24], y la prueba matemática de la convergencia de los errores de seguimiento de la corriente en tiempo finito también se muestra en la referencia anterior.

Cuando ocurre el modo deslizante, $z_{21} = z_{22} = 0$, la dinámica del modo deslizante se reduce a la dinámica del error de seguimiento de la velocidad como:

$$\dot{z}_1 = -k_1 \mathcal{S}_\varepsilon(z_1) - \frac{T_l}{J}. \quad (21)$$

donde la ganancia k_1 es diseñada de tal forma que se garantice que el error de seguimiento de la velocidad tienda asintóticamente a cero [18].

La propiedad de convergencia en tiempo finito de los observadores por modos deslizantes es a menudo deseada en el marco de referencia de observación y particularmente para el propósito de los diseños de controladores basados en observadores para sistemas no lineales. Dado lo anterior, para este caso, el observador puede ser diseñado por separado del controlador y el principio de separación no requiere ser probado [26]. La prueba matemática de la convergencia en tiempo finito se muestra en [25].

IV. SIMULACIONES

Se llevan a cabo simulaciones para verificar el rendimiento del observador y el controlador. Para emular la experimentación en tiempo real se introduce ruido en las señales de corriente y velocidad, además se aplican retardos tanto en la entrada como en la salida del controlador junto con variaciones de carga y de resistencia de la bobina. Se utiliza un motor KL34BLS-125 cuyos parámetros son detallados en la Tabla I.

TABLA I
PARÁMETROS DEL MOTOR BLDC

Parámetro	Símbolo	Valor
Resistencia de Estator	R_s	80 mΩ
Inductancia de Estator	L_s	0.15 mH
Número de Polos	p	8
Voltaje nominal	V_{DC}	48 V
Inercia de Rotor	J	0.00024 Kg·m ²
Constante BEMF	λ_p	0.1098 Vs/rad

Es posible suponer que los motores BLDC tienen BEMF con forma sinusoidal, como se describe en [2] [3], [4] y [5].

Esta suposición se hace por simplificación o por error y puede tener un efecto negativo en el rendimiento del sistema. En la Fig. 2 se hace una comparación que muestra el desempeño de un controlador por modos deslizantes diseñado asumiendo BEMF de forma sinusoidal para un motor BLDC aplicado tanto a un motor BLDC sinusoidal como uno no sinusoidal. La Fig. 2(a) muestra el desempeño de un controlador por modos deslizantes diseñado suponiendo un motor BLDC con BEMF de forma sinusoidal aplicado a un motor BLDC sinusoidal y Fig. 2(c) muestra la respuesta del mismo controlador cuando se aplica a una máquina no sinusoidal. Un acercamiento al rendimiento de ambos casos se muestra en la Fig. 2(b) y en la Fig. 2(d), respectivamente. La Tabla II muestra el error de precisión y el porcentaje de oscilación en la salida del sistema cuando se asume un motor BLDC variable sinusoidal y trapezoidal. Para el caso donde se emplea el controlador diseñado asumiendo dinámicas sinusoidales presenta un error de precisión de 0.1% al ser aplicado a un motor con variables no sinusoidales, comparado con el caso donde la dinámica trapezoidal de las BEMF es tomada en cuenta dentro del diseño de control, este presenta un error de precisión menor de 0.5%. Así mismo la oscilación en la salida del sistema se aproxima a cero para el caso donde se consideran las dinámicas no sinusoidales mientras que para el caso donde estas dinámicas son consideradas sinusoidales la oscilación a la salida muestra una oscilación de 0.3%.

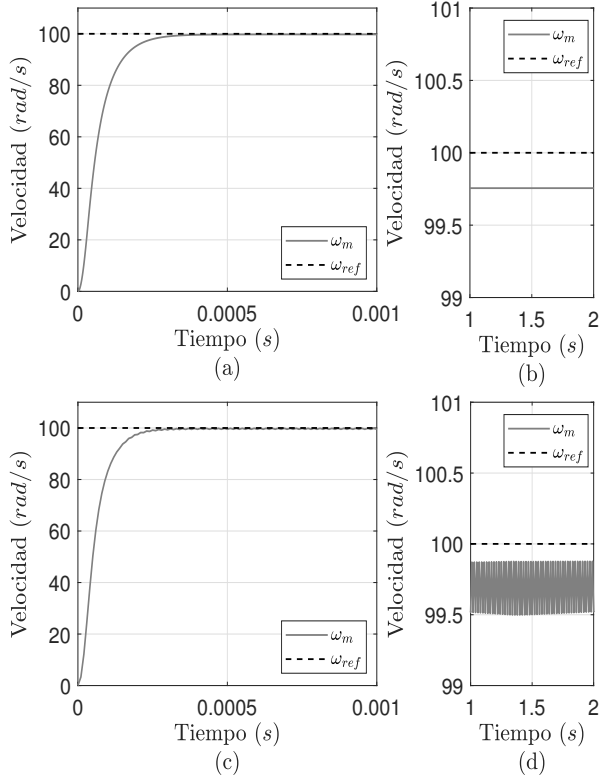


Fig. 2. (a) Desempeño del controlador aplicado a un motor sinusoidal. (c) Desempeño del controlador aplicado a un motor no sinusoidal. (b) y (d) Acercamiento de las figuras a la izquierda.

Está claro que ambos sistemas siguen la señal de refer-

TABLA II
ERROR DE PRECISIÓN Y EFECTO DE CHATTERING PARA UN MOTOR CON BEMF SINUSOIDAL Y TRAPEZOIDAL.

Tipo de BEMF	Error de Precisión	Oscilación
Sinusoidal	0.1%	0.03%
Trapezoidal	0.05%	≈ 0%

encia, pero el controlador diseñado suponiendo un modelo matemático con BEMF sinusoidal exhibe oscilaciones alrededor de la señal de referencia. Estas variaciones son el resultado de diseñar la ley de control cuando se supone un modelo matemático con variables sinusoidales y se aplica a un modelo del motor más preciso con fuerzas contraelectromotrices no sinusoidales. De lo anterior, queda claro la importancia de considerar la naturaleza no sinusoidal del motor BLDC.

Para un análisis adecuado, se ha utilizado una transformación modificada para obtener un modelo más preciso del motor BLDC y el subsiguiente diseño del controlador. Las ganancias de diseño del sistema se presentan en la Tabla III.

TABLA III
GANANCIAS DE DISEÑO.

Parametro	Símbolo	Valor
Ganancia de Observador	M_α	6000
Ganancia de Observador	N_α	2000
Ganancia de Observador	M_β	6000
Ganancia de Observador	N_β	2000
Ganancia de Controlador	k_1	2000
Ganancia de Controlador	k_d	2500
Ganancia de Controlador	k_{d1}	35000
Ganancia de Controlador	k_q	2500
Ganancia de Controlador	k_{q1}	35000

Además, para probar la respuesta del sistema a diferentes velocidades de rotor, se especifica una señal de referencia de velocidad angular como:

$$\omega_{ref} = \begin{cases} 80 \text{ rad/s}; & 0s \leq t < 5s \\ 10 \text{ rad/s}; & 5s \leq t < 8s \\ -60 \text{ rad/s}; & 8s \leq t < 10s. \end{cases} \quad (22)$$

Para analizar la robustez del controlador ante perturbaciones no acopladas, se introduce una variación al par de carga del motor. Adicionalmente, se introduce un aumento gradual del 50 % de la resistencia del estator para simular el efecto del aumento de la temperatura en el embobinado del motor. Estas variaciones tienen la siguiente forma:

$$t_l = \begin{cases} 1 \text{ Nm}; & t \leq 1s \\ 0.1333t + 0.8666 \text{ Nm}; & 1s \leq t \leq 2.5s \\ 1.2 \text{ Nm}; & t > 2.5s \end{cases} \quad (23)$$

y

$$R_s = \begin{cases} 0.08 \Omega; & t \leq 3.5s \\ 0.02t + 0.01 \Omega; & 3.5s \leq t \leq 5.5s \\ 0.12 \Omega; & t > 5.5s. \end{cases} \quad (24)$$

Se hace notar que ambas señales de perturbación (23) y (24) son señales que para el diseño del controlador se asumen desconocidas pero acotadas.

Además, se introduce un 5% de ruido en las señales de corriente y velocidad simulando el ruido presente en lecturas en tiempo real de sensores, así como retrasos de señal tanto en los sensores como en las señales de control. La salida del sistema se muestra en la Figura 3. Queda claro que el motor es capaz de seguir la señal de referencia deseada a velocidades positivas y negativas con cruce por cero y también muestra un buen rendimiento a velocidad baja donde los controladores basados en observadores suelen mostrar degradación en el rendimiento.

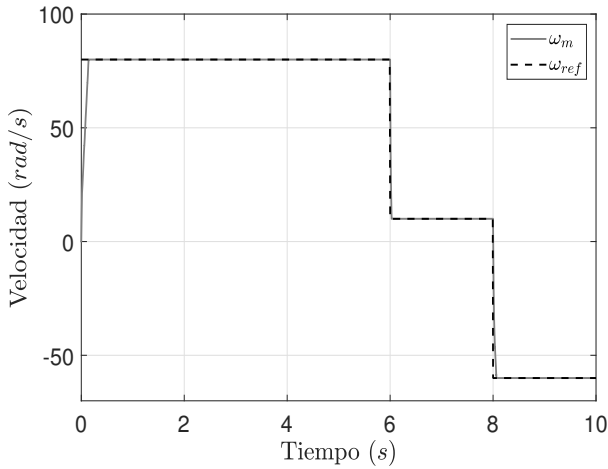


Fig. 3. Señal de referencia para la velocidad de rotor y velocidad angular del motor.

Las variaciones introducidas se muestran en la Fig. 4(a) y en la Fig. 4(c), a su vez, un acercamiento de la salida del sistema en el momento en que se introducen estas perturbaciones se muestra en la Fig. 4(b) y en la Fig. 4(d). De estas figuras se puede apreciar claramente que el controlador diseñado es capaz de rechazar las perturbaciones no acopladas como las variaciones presentes en el par de carga y muestra robustez a variaciones paramétricas y además muestra que estas propiedades de robustez se mantienen aun con la presencia de ruido y retardos en las señales. Las señales de control u_{md} y u_{mq} se describen en la Fig. 6.

Para mostrar el desempeño del esquema anidado, se introduce un incremento en la carga de $0.5Nm$ en el instante de tiempo de $2.5s$ y se muestra una comparación entre un controlador por modos deslizantes convencional y el esquema anidado diseñado en este trabajo. La Fig. 5(a) muestra el desempeño del controlador propuesto comparado con el desempeño de un controlador por modos deslizantes super-twisting convencional mostrado en la Fig. 5(b). Es fácil de apreciar como perturbaciones fuera del sub-espacio de control del controlador, como es el caso de variaciones en el par de carga, afectan negativamente el desempeño del sistema. La Fig. 5(a) muestra que el controlador propuesto presenta un error de seguimiento en la salida muy cercano a cero.

La transformación usada en este trabajo requiere información del as BEMF, las cuales no son accesibles mientras el motor se encuentra en operación. Existen diversos observadores usados para estimar las BEMF que pueden

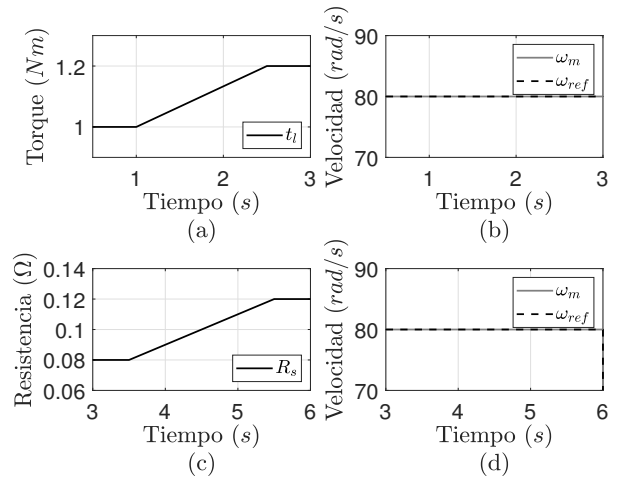


Fig. 4. Variaciones introducidas en el par de carga y en el parámetro de resistencia.

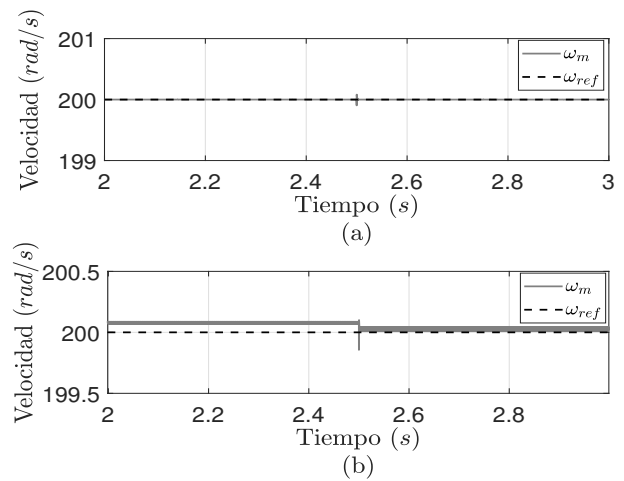


Fig. 5. Comparación entre controlador por modos deslizantes y controlador por modos deslizantes anidados.

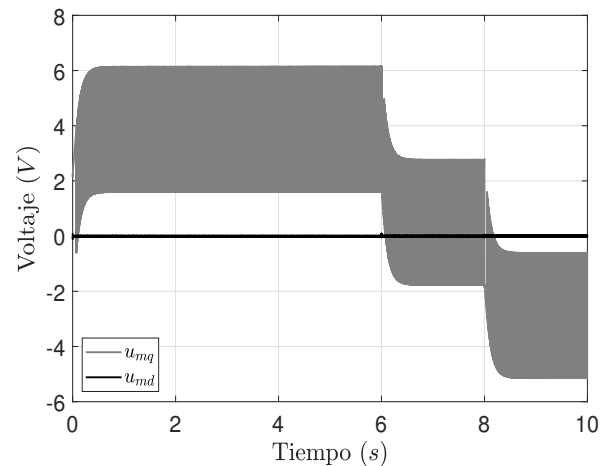


Fig. 6. Voltajes de control.

demandar gran costo computacional. Observadores Luenberger

son comúnmente utilizados ya que son relativamente sencillos y no requieren de procesamiento computacional elevado. Esta investigación presenta un observador basado en modos deslizantes de alto orden debido a su correcta estimación y sencillez de diseño. Las Figuras 7 y 8 muestran el desempeño de del observador propuesto y un observador Luenberger respectivamente. La Fig. 9 muestra una comparación de ambos observadores donde se aprecia que el observador propuesto presenta un error de estimación de 0.02 unidades para la estimación de la función f_α y de 0.3 unidades para la estimación de la función f_β , estos errores son menores comparados con el observador de Luenberger, el cual presenta errores de estimación de 0.06 unidades para ambas funciones f_α y f_β .

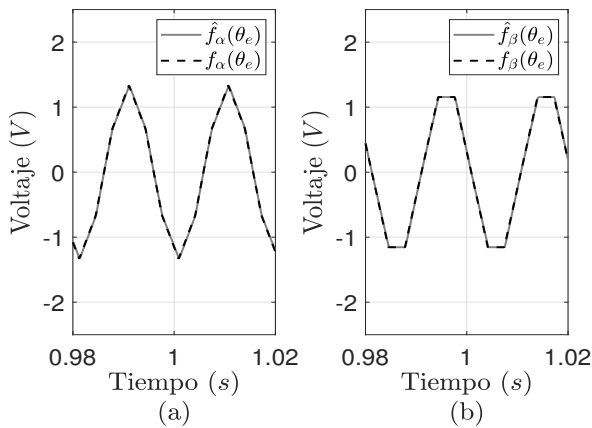


Fig. 7. Estimación de las funciones BEMF mediante un observador basado en modos deslizantes.

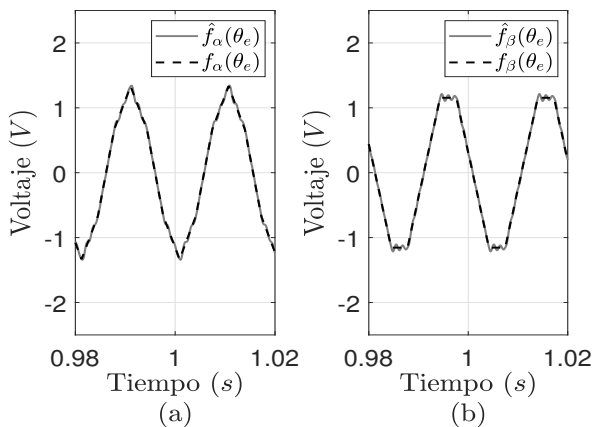


Fig. 8. Estimación de las funciones BEMF mediante un observador de Luenberger.

Otra característica que es importante señalar es la suavidad del torque eléctrico como resultado de la transformación modificada- (d, q) . La Fig. 10(a) muestra el par eléctrico del motor en un funcionamiento ideal donde la Fig. 10(b) muestra el torque suavizado durante el estado estable del motor como resultado de la transformación modificada- (d, q) .

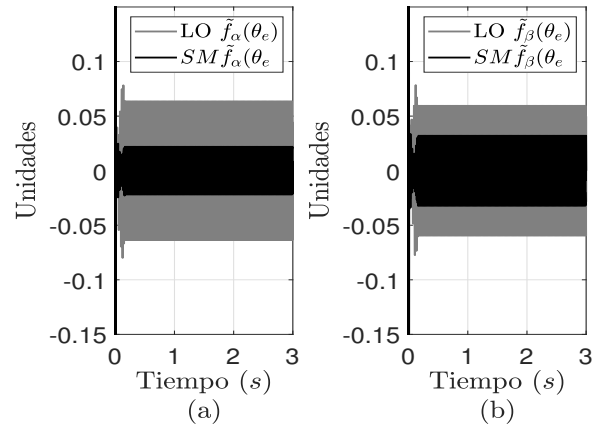


Fig. 9. Estimación de las funciones BEMF mediante un observador de Luenberger.

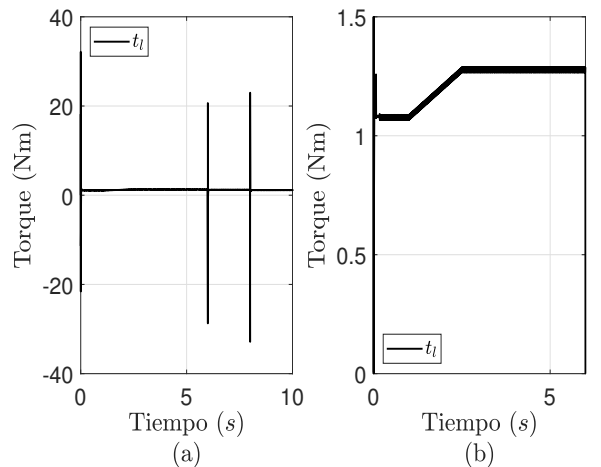


Fig. 10. Par electromagnético.

V. CONCLUSIONES

Se ha implementado una modificación de la transformación de Park que permite modelar adecuadamente al motor y posteriormente permite un diseño de control más preciso además de exhibir una reducción de rizo. Se ha mostrado la degradación del desempeño cuando se asumen variables sinusoidales y a su vez, al comparar con el algoritmo aquí propuesto, se muestra la importancia de considerar una dinámica que se asemeje con mayor fidelidad a las características reales del motor BLDC. Así mismo, el esquema anidado se compara con algoritmos por modos deslizantes convencionales validando la mejora a la robustez del sistema ante perturbaciones no acopladas en forma de variaciones del par de carga. Adicionalmente, se ha implementado un observador basado en modos deslizantes para estimar las funciones fundamentales de las BEMF. Se propuso el problema de diseñar un observador de bajo coste computacional que presentara una correcta estimación de las BEMF del motor BLDC. Al comparar con un observador Luenberger, el cual es comúnmente utilizado para la estimación de las BEMF, se aprecia que el observador propuesto presenta un mejor desempeño general comparado con el observador de

Luenberger. Las simulaciones se han realizado ante presencia de ruido y retardos de señales que muestran un desempeño correcto del sistema propuesto ante condiciones similares a las de experimentación en tiempo real. Actualmente los autores están trabajando en diferentes mejoras al esquema de control presentado, las cuales incluyen el desarrollo de un controlador directamente en las coordenadas (α, β) , así como el desarrollo de un controlador en tiempo discreto y la implementación en tiempo real del controlador propuesto.

REFERENCES

- [1] A. Hughes and B. Drury, *Electric Motors and Drives Fundamentals, Types and Applications*, 3rd ed. Newnes, 2013, pp. 357-360.
- [2] P. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudho and S. Pekarek, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, Vol. 75, John Wiley & Sons, 2013.
- [3] E. Quintero-Manríquez and R. A. Félix, *Second-order sliding mode speed controller with anti-windup for bldc motors*, 2014 World Automation Congress (WAC), 2014, pp. 610-615.
- [4] M. N. Gujjar and P. Kumar, *Comparative analysis of field oriented control of bldc motor using spwm and svpwm techniques*, 2017 2nd IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information Communication Technology (RTEICT), 2017, pp. 924-929.
- [5] P. K. Sharma and A. S. Sindekar, *Performance analysis and comparison of bldc motor drive using pi and foc*, 2016 International Conference on Global Trends in Signal Processing, Information Computing and Communication (ICGTSPICC), 2016, pp. 485-492.
- [6] A. Yousef and S. Abdelmaksoud, *Review on field oriented control of induction motor*, International Journal for Research in Emerging Science and Technology (IJREST) 2.
- [7] P. Kshirsagar and R. Krishnan, *Efficiency improvement evaluation of non-sinusoidal back-emf pmsm machines using field oriented current harmonic injection strategy*, 2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, 2010, pp. 471-478.
- [8] M. Lazor and M. Stulrajter, *Modified field oriented control for smooth torque operation of a bldc motor*, Journal of Electrical Systems and Information Technology, 2014, pp. 180-185.
- [9] Devendra, P.; Alice, M.K.; Saibabu, C. Design and implementation methodology for rapid control prototyping of closed loop speed control for BLDC motor. *J. Electr. Syst. Inf. Technol.* **2018**, *5*, pp. 99–111.
- [10] Suganthi, P.; Nagapavithra, S.; Umamaheswari, S. Umamaheswari. Modeling and simulation of closed loop speed control for BLDC motor. In Proceedings of the 2017 Conference on Emerging Devices and Smart Systems (ICEDSS), Tiruchengode, India, 3–4 March 2017; pp. 229–233.
- [11] Wang, H.; Li, P.; Shu, Y.; Kang, D. Double closed loop control for BLDC based on whole fuzzy controllers. In Proceedings of the 2017 2nd IEEE International Conference on Computational Intelligence and Applications (ICCIA), Beijing, China, 8–11 September 2017; pp. 487–491.
- [12] Walekar, V.R.; Murkute, S.V. Speed Control of BLDC Motor using PI and Fuzzy Approach: A Comparative Study. In Proceedings of the 2018 International Conference on Information, Communication, Engineering and Technology (ICICET), Pune, India, 29–31 August 2018; pp. 1–4.
- [13] Shao, Y.; Yang, R.; Guo, J.; Fu, Y. Sliding mode speed control for brushless DC motor based on sliding mode torque observer. In Proceedings of the 2015 IEEE International Conference on Information and Automation, Lijiang, China, 8–10 August 2015; pp. 2466–2470.
- [14] Delpoux, R.; Lin-Shi, X.; Brun, X. Torque ripple reductions for non-sinusoidal BEMF Motor: An observation based control approach. *IFAC-PapersOnLine* **2017**, *50*, 15766–15772.
- [15] Shao, Y.; Wang, B.; Yu, Y.; Dong, Q.; Tian, M.; Xu, D. An Integral Sliding Mode Back-EMF Observer for Position-Sensorless Permanent Magnet Synchronous Motor Drives. In Proceedings of the 2019 22nd International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), Harbin, China, 11–14 August 2019; pp. 1–5.
- [16] Liu, D.; Zhang, Y.; Pan, L. Back-EMF Estimation Based on Extended Kalman Filtering in Application of BLCD Motor. In: Wang X., Wang F., Zhong S. (eds) *Electrical, Information Engineering and Mechatronics 2011. Lecture Notes in Electrical Engineering*, vol 138. Springer, London; pp. 1955–1967.
- [17] Wang, T. An EMF Observer for PMSM Sensorless Drives Adaptive to Stator Resistance and Rotor Flux Linkage. *IEEE J. Emerg. Sel. Top. Power Electron.* **2019**, *7*, 1899–1913.
- [18] B. Castillo, S. D. Gennaro, A. Loukianov and J. Rivera, *Robust nested sliding mode regulation with application to induction motors*, 2007 American Control Conference, 2007, pp. 5242-5247.
- [19] F. Khorrani, P. Krishnamurthy and M. Hemant, *Modeling and Adaptive Nonlinear Control of Electric Motors*, Vol. 1, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2003.
- [20] R. Krishnan, *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*, CRC Press, 2010.
- [21] V. I. Utkin, J. Guldner and J. Shi, *Sliding Mode Control Control in Electromechanical Systems*, Taylor & Francis Ltd, 1999.
- [22] J. A. Moreno and M. Osorio, *A lyapunov approach to second-order sliding mode controllers and observers*, 2008 47th IEEE Conference on Decision and Control, 2008, pp. 2856-2861.
- [23] S. Di Gennaro, J. Rivera and B. Castillo-Toledo, *Super-twisting sensorless control of permanent magnet synchronous motors*, 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 2010, pp. 4018-4023.
- [24] S. D. Gennaro, J. R. Domínguez and M. A. Meza, *Sensorless high order sliding 405 mode control of induction motors with core loss*, IEEE Transactions on Industrial Electronics 61, 2014, pp. 2678-2689.
- [25] J. R. Domínguez, A. Navarrete, M. A. Meza, A. G. Loukianov and J. Cañedo, *Digital sliding-mode sensorless control for surface-mounted pmsm*, IEEE 410 Transactions on Industrial Informatics 10, 2014, pp. 137-151.
- [26] T. Floquet and J. Barbot, *Super twisting algorithm-based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs*, International Journal of Systems Science. 38, 2007.



Alma Y. Alanis Alma Y. Alanis, received the M.Sc. and the Ph.D. degrees in electrical engineering from the Advanced Studies and Research Center of the National Polytechnic Institute (CINVESTAV-IPN), Guadalajara Campus, Mexico, in 2004 and 2007, respectively. Since 2008 she has been with University of Guadalajara, where she is currently a Chair Professor in the Department of Computer Science and since 2016 is dean of PhD Program of Electronic and Computer Sciences. She is also member of the Mexican National Research System (SNI-2) and

member of the Mexican Academy of Sciences. Her research interests center on neural control, backstepping control, block control, and their applications to electrical machines, power systems and robotics.



Gustavo Munoz-Gomez Gustavo Munoz-Gomez received the B.Sc. degree from the Autonomous University of Zacatecas, Zacatecas Mexico in 2012, and the M.Sc. degree in Computation and Electronic Engineering from the University of Guadalajara, Guadalajara, Mexico in 2017. He is currently a Ph. D. student at the University of Guadalajara. His research interests focus on control systems, sliding mode control, discrete-time systems, electrical machines and their applications.



Jorge Rivera Jorge Rivera received the B.Sc. degree from the Technological Institute of the Sea, Mazatlán, México, in 1999 and the M.Sc. and Ph.D. degrees in electrical engineering from the Advanced Studies and Research Center (CINVESTAV), National Polytechnic Institute (IPN), Guadalajara, México, in 2001 and 2005, respectively. He is currently commissioned as a CONACyT Professor to the CINVESTAV, IPN, Guadalajara Campus. He has published more than 50 technical papers and has served as a reviewer for different international

journals and conferences. His research interests focus on regulator theory, sliding-mode control, discrete-time nonlinear control systems, their applications to electrical machines, and their implementations in reconfigurable digital devices.