# Ultra-High-Speed Transmission Line Differential Protection using an Error Index of Bergeron Equation

Juan Carlos Quispe H., John Morales, and Eduardo Orduña, Member, IEEE

Abstract—The Ultra-high-speed and simplicity of protection schemes have been a subject of study in recent years. Therefore this document develop a differential protection method in transmission lines using voltage and current traveling waves signals, where the transmission lines are modeled through distributed parameters and expressed by telegraph's equations which is solved using Bergeron's equations, these equations depend on instantaneous signals and historical components. Using an error index that compares the voltage and current signals from the line ends, the fault is detected. Furthermore, signals with synchronized measurements with the same time stamp are considered. This method uses simple criteria and fast operation time, because it uses algebraic operations and a time window between 1 and 2 ms. A power system is modeled on ATPDraw and many faults cases are simulated; several conditions such as inception angle from voltage signal, fault resistance, fault distance and internal/external faults are considered. In the case of three-phase systems, the use of Clarke's modal decomposition is proposed. Good results in the operation are obtained and comparing with traditional algorithms this method presents low operating times.

*Index Terms*— Bergeron Equation, Differential Protection, Error Index, Synchronized Measurements, Transmission Line.

# I. INTRODUCCION

La continua demanda de cumplir con mayores requerimientos en los sistemas eléctricos de potencia motiva a desarrollar mejores técnicas y métodos en los dispositivos de control y protección. Una de las características más importantes de los equipos de protección es distinguir correctamente las condiciones normales y anormales de operación de los sistemas. Por otro lado, el mayor porcentaje de eventos y/o fallas eléctricas de diversa índole ocurren principalmente en las Líneas de Transmisión (LT) donde un mal funcionamiento de los equipos de protección podría afectar la estabilidad e integridad del sistema, en consecuencia, para evitar estos inconvenientes los relés deben contar con adecuados algoritmos en sus esquemas de protección [1]. La

This work was supported by the Institute of Electrical Energy of the National University of San Juan, Argentina.

Juan C. Quispe H., is researcher in the National University of San Juan, Argentina (e-mail: jcquispeh@iee.unsj.edu.ar).

John Morales, is researcher in the National University of San Juan, Argentina (e-mail: johnmoralesg@yahoo.com).

toma de decisiones de los relés de protección generalmente se realiza a través de un enfoque determinista, el cual compara los valores estimados con umbrales fijos o ajustados [2].

En el caso de la protección diferencial de corriente (PDC) es utilizada por las LT que cuentan con un medio de comunicación y considerara como la protección principal debido a sus características como: simplicidad inherente, excelente selectividad e inmunidad a los cambios de potencia, entre otros [3]. Actualmente la PDC se basa en el uso de señales fasoriales mediante la componente de frecuencia fundamental analizada a través de la transformada discreta de Fourier, este método necesita una ventana de tiempo de un ciclo de la frecuencia fundamental (20 ms para frecuencias de 50 Hz y 16.6 ms para frecuencias de 60 Hz) para determinar el fasor, por lo tanto la ventana de datos es un factor muy importante a considerar al momento de proponer nuevos algoritmos de protección ya que la rápida eliminación de fallas mejora la estabilidad transitoria del sistema de potencia [4], [5].

Basado en lo anteriormente dicho, a diferencia de la PDC, la protección basada en transitorios usa ventana de datos menores o iguales a un ciclo como en [6] utiliza los valores instantáneos de las señales y mediante el método de zona fuzzy discrimina las fallas internas y externas. Además utiliza una ventana de tiempo de medio ciclo aproximadamente. En [7] utiliza un método mediante un proceso de transferencia igualitaria para la determinación de fallas internas y externas este método está enfocado principalmente para compensar el efecto capacitivo de las LT largas y requiere una ventana de tiempo de 1 ciclo.

Por otra parte, existe otro principio de protección basado en ondas viajeras (TW) por sus siglas en inglés, una característica muy importante de esta protección es el uso de valores instantáneos de tensión y corriente correspondientes a los primeros frentes de onda con tiempos de análisis en el orden de 1 a 5 ms. Las propuestas pioneras realizado por Dommel, H.W. en 1978 [8], propone un algoritmo el cual compara los frentes de onda generados en el momento de la falla y utiliza un discriminante para diferenciar las fallas internas y externas. Takagi en 1977 [9], [10] y Akimoto en 1978 [11], [12]. Presentaron un análisis de sensibilidad y resultados de pruebas de un esquema de relés diferenciales basado en la teoría de TW. Definieron un discriminante en función de las tensiones y corrientes instantáneas de los terminales; el discriminante es cero para condiciones normales o fallas externas y finitas para fallas internas. En base a ello, se desarrollaron propuestas mediante el uso de TWs para la protección diferencial en [13] presenta un nuevo relé diferencial de TW basado en la

Eduardo Orduña is professor in National University of San Juan, Argentina (e-mail: eorduna@iee.unsj.edu.ar).

Transformada Wavelet (WT) para línea compensada en serie, la ventana de tiempo utilizada es de 3 ms. En [14] se utiliza un operador de energía Teager para extraer las TW, El tiempo de implementación del algoritmo es de aproximadamente 1 ms pero consideró para una línea corta, mientras que para LT largas el tiempo aumenta. Además muchos autores han propuesto métodos de protección y ubicación de fallas en LT usando novedosas técnicas de procesamiento de señales tales como la WT, Morfología Matemática (MM), Análisis de Componentes Principales, entre otros [15]-[19]. Respecto a las propuestas basadas en la WT y MM depende imperativamente sobre la función madre Wavelet o elemento estructurante usados, definir estas funciones es un trabajo arduo de prueba y error. Además el procesamiento matemático de cada técnica requiere muestras de señales con ventanas de tiempo en el orden de 5 a 10 ms para un adecuado análisis. Basado en lo anteriormente dicho, las diferentes propuestas usan ventanas de datos más largas que la protección basada directamente de los primeros frentes de onda de las TWs.

En [20] se ha presentado una protección diferencial de la corriente segregada por fase basada en la Ecuación de Bergeron (EB) donde propone que el algoritmo de interpolación spline cúbica se utiliza para aproximar las formas de onda de las señales de tensión y corriente, sin embargo, el método realiza la estimación fasorial de dichas señales por lo tanto conlleva 1 ciclo de ventana de tiempo, llevándonos al inicio del problema que es la velocidad. En [21] se usa también la EB como solución de la ecuación del telégrafo mediante el método de características, pero en este caso enfocado en la localización de fallas. En los trabajos que hacen referencia a la protección diferencial ultra-rápida se consideran las TWs como la principal componente, donde un análisis diferente es realizado en cada caso de estudio. A diferencia de las investigaciones anteriores, en este documento, se propone una protección diferencial de ultra-alta velocidad para LT usando dos índices de error (IE) obtenidas a través de las EB descritos en [11] con el objetivo de poder detectar entre condición de "falla" y "no falla", e identificar entre "falla interna" y "falla externa" sobre una LT. El algoritmo de detección se basa en el comportamiento de los IE, desde el momento que la señal de falla impacta en los terminales de la LT observando el comportamiento del error. En condiciones de falla interna estos errores presentan valores altos por un intervalo de tiempo prolongado; por el contrario, si la falla es externa, en algunos casos, los valores de falla son cercanos a cero y en otros casos aumenta por un intervalo de tiempo muy corto. Una característica importante es el uso de la ventana de tiempo cuyo tamaño depende de la longitud de la LT, la velocidad de propagación de las ondas y tiempo de propagación por los medios de comunicación. Con respecto a la extracción de las señales de TW; se considera las nuevas tecnologías como los transformadores de instrumentos ópticos para relés de protección que pueden ofrecer un ancho de banda amplio. El propio elemento sensor óptico puede medir señales en el rango de frecuencia de gigahercios [22]. Los resultados de la investigación muestran una adecuada detección e identificación de fallas internas y externas, de forma sencilla y ultra rápida.

# II. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL MÉTODO

## A. Modelo de Línea de Transmisión

Las LT largas se modelan principalmente mediante los parámetros distribuidos como se muestra en la Fig. 1. ya que describe mejor el comportamiento transitorio; en el circuito se muestran la conformación de los parámetros de resistencia (R), inductancia (L) y capacitancia (C) de la LT por unidad de longitud ( $\Delta x$ ).



Fig. 1. Modelo de una línea de transmisión con parámetros distribuidos

#### B. Ecuación del Telégrafo

Para cada segmento de longitud de línea  $\Delta x$  se presenta la tasa de cambio de la tensión y corriente. Si cuando el cambio en la distancia  $\Delta x$  se aproxima a cero, se obtienen derivadas de tensión y corriente con respecto a la posición "x" como se muestran en las ecuaciones (A1) y (A2) del Apéndice. Estas ecuaciones expresan la tensión y corriente en función de la posición (x) y el tiempo (t). Esta representación se denomina como la ecuación del telégrafo; misma que describe la variación instantánea de la tensión y corriente eléctrica a lo largo de una línea de transmisión. En el Apéndice se muestra las ecuaciones y la solución mediante el método de Bergeron.

#### C. Análisis de la Ecuación de Bergeron

Mediante el desarrollo de Bergeron se muestra la relación de los valores de las tensiones y corrientes instantáneas de los extremos de la LT, esta solución mediante las TW describe la relación de las TWs de tensión y corriente que incide un terminal es igual en magnitud a la relación de las TWs de tensión y corriente que incide en el terminal opuesto de la LT pero desfasada por un tiempo de propagación ( $\tau$ ), bajo las condiciones que no se presenta ninguna falla en la LT.

Cuando una TW viaja de un extremo de línea en el momento "t" llega al extremo remoto en el tiempo  $(t+\tau)$ , en una condición de no falla, en la LT las ecuaciones de Bergeron siempre se cumplen. Sin embargo, en presencia de una falla en la LT las ecuaciones presentan variaciones. Por lo tanto, de las ecuaciones (A7) y (A8) se determina un índice de error  $\varepsilon(t)$  como se muestra en (1) y fue definido en [11].

La magnitud del IE depende de muchos factores tales como: precisión en la medición de la TW, retardo en los medios de comunicación, pérdidas en las líneas, parámetros de la línea dependiente de la frecuencia, entre otros.

$$\varepsilon_{LOCAL}(t) = I_{LOCAL}(t) + I_{REMOTO}(t-\tau) - \frac{1}{Z_C} (V_{LOCAL}(t) - V_{REMOTO}(t-\tau))$$
(1)

Los subíndices "Local" y "Remoto" hacen referencia los terminales de envío y recepción respectivamente. Bajo esta condición se define la condición ideal de falla interna y externa representada como:

#### • $\varepsilon(t) \neq 0$ Si existe una falla interna

En este sentido, en este trabajo se definen dos IE que son evaluados en cada extremo de la LT como se muestra en (2) y (3), considerando el efecto de los factores más influyentes.

$$\varepsilon_{R} = I_{S}(t-\tau) + I_{R}(t) + \frac{1}{Z_{C}} [V_{S}(t-\tau) - V_{R}(t)]$$
(2)

$$\varepsilon_{S} = I_{R}(t-\tau) + I_{S}(t) + \frac{1}{Z_{C}}[V_{R}(t-\tau) - V_{S}(t)]$$
(3)

Entonces, ante la presencia de altos valores en uno de los IE indica una condición de falla independientemente si es externa o interna. Posteriormente, cada IE  $\varepsilon_S(t)$  y  $\varepsilon_R(t)$  se evalúan con el fin de identificar si existe una falla interna o externa de la LT; esto mediante la vista en un plano en función del tiempo del comportamiento de los IE. Ante una condición sin falla o falla externa se tienen ( $\varepsilon_R(t) \rightarrow 0$ ,  $\varepsilon_S(t) \rightarrow 0$ ) en comparación cuando hay presencia de una falla en la LT ( $\varepsilon_R(t) \gg 0$ ,  $\varepsilon_S(t) \gg 0$ ). Ahora, si se observa el comportamiento de los errores de cada extremo de la LT el IE  $\varepsilon_S$  será detectado en el momento  $\tau_S$ , mientras que el IE  $\varepsilon_R$  será detectado en el momento  $\tau_R$ , para este caso  $\tau_R > \tau_S$  como se muestra en la Fig. 2.



Fig. 2. Impacto de las ondas viajeras en los terminales de la LT

En esta condición de falla la LT se divide en dos segmentos cada uno de las cuales con una nueva variante a las ecuaciones (2) y (3) debido a la inclusión de las diferentes corrientes de falla  $i_{F1} y i_{F2}$  y la tensión de falla  $v_F$ ;  $\varepsilon'_R(t)$  se obtiene de la sección (L-d) vista desde el terminal "R" mientras que  $\varepsilon'_S(t)$  se obtiene de la sección (d) vista desde el terminal "S".

$$\varepsilon'_{R}(t) = i_{F2}(t - \tau_{R}) + i_{R}(t) + \frac{1}{z_{c}}(v_{F}(t - \tau_{R}) - v_{R}(t))$$
(4)

$$\varepsilon'_{S}(t) = i_{F1}(t - \tau_{S}) + i_{S}(t) + \frac{1}{Z_{C}}(v_{F}(t - \tau_{S}) - v_{S}(t))$$
(5)

En muchos casos de fallas eléctricas, la tensión de falla tiende a cero  $v_f(t) \rightarrow 0$  principalmente cuando es una falla franca y la corriente de falla mucho mayor que la corriente de carga  $(i_F \gg i_{S,R})$ , por lo tanto las expresiones (4) y (5) se pueden reducir a:

$$\varepsilon'_R(t) = i_{F2}(t - \tau_R) \tag{6}$$

$$\varepsilon'_{S}(t) = i_{F1}(t - \tau_{S}) \tag{7}$$

Se puede observar que el factor más resaltante en el cálculo del IE son las corrientes; luego, se evalúa los errores para cada instante de tiempo:

Para  $t = t_0$ : instante de inicio de la falla; se origina los frentes de onda de tensión y corriente en el punto de falla, por lo que aún no se visualiza el impacto en los terminales de la LT

entonces las condiciones de  $\varepsilon_R(t_o) \to 0$   $\varepsilon_S(t_o) \to 0$ ; por consecuencia en este primer instante no se observa la falla.

Para  $t = t_o + \tau_s$ : instante de incidencia del primer frente de onda de falla en el terminal "S". Entonces en las ecuaciones (7) y (5) como el IE está afectado principalmente por las componentes de la corriente por lo tanto  $\varepsilon_s(t_o + \tau_s) \gg 0$ ; lo que significa que en este instante de tiempo se detecta la falla.

Análogamente se realiza para el  $t = t_o + \tau_R$ : instante de incidencia de la onda de falla en el terminal "R", en este caso los índices  $\varepsilon_S$  y  $\varepsilon_R$  adquieren valores mucho mayores que cero; por lo tanto en este instante de tiempo se identifica la falla (para este caso una falla interna).

Ahora, se analiza en la condición de distancia límite de la LT para la falla interna, cuando  $\tau_S \rightarrow \tau$  implica que  $\tau_R \rightarrow 0$ , entonces  $\varepsilon_R \rightarrow 0$  mucho antes que  $\varepsilon_S$  debido a los instantes de tiempo pero como la variación de las corrientes de falla  $i_{F1} \neq i_{F2}$  para una falla interna, entonces luego de llegar las señales de onda al extremo remoto ambos componentes del IE son mayores que cero, lo que no sucede para una falla externa puesto que las componente de corriente de falla serán similares  $i_{F1} \approx i_{F2}$  y los IE de ambos extremo de la LT volverán a tender a cero.

TABLA I	
RESUMEN DEL COMPORTAMIENTO DE LOS	ÍNDICES DE ERROF

Tipo de falla	IE	to	$t_o + \tau_S$	$t_o + \tau_R$
Falla interna (muy cerca a	εs	$\varepsilon_s \rightarrow 0$	$\varepsilon_{\rm s} \gg 0$	$\varepsilon_{\rm s} \gg 0$
S)	$\mathcal{E}_R$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \gg 0$
$ au_{s}  ightarrow 0$				
$ au_R^{"}  ightarrow  au$				
Falla interna (cerca a S que	εs	$\varepsilon_s \to 0$	$\varepsilon_{\rm s} \gg 0$	$\varepsilon_{\rm s} \gg 0$
R)	$\mathcal{E}_{R}$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \gg 0$
$ au_R >  au_S$	n	n	R	n
Ealla interna (muy acrea a	~	a . 0		
Pana interna (inuy cerca a	εs	$\varepsilon_S \rightarrow 0$	$\varepsilon_S \rightarrow 0$	$\varepsilon_S \gg 0$
K)	$\varepsilon_R$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \gg 0$	$\varepsilon_R \gg 0$
$ au_R  ightarrow 0$				
$ au_S  ightarrow  au$				
Falla externa (muy cerca a	$\varepsilon_S$	$\varepsilon_S \rightarrow 0$	$\varepsilon_s \gg 0$	$\varepsilon_S \rightarrow 0$
S)	$\mathcal{E}_R$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$
$ au_S  ightarrow 0$				
$ au_R  ightarrow  au$				
Falla externa (muy cerca a	$\varepsilon_{S}$	$\varepsilon_S \rightarrow 0$	$\varepsilon_s \rightarrow 0$	$\varepsilon_S \rightarrow 0$
R)	$\mathcal{E}_{R}$	$\varepsilon_{R} \rightarrow 0$	$\varepsilon_R \gg 0$	$\varepsilon_R \rightarrow 0$
$ au_R  ightarrow 0$				
$ au_{s}  ightarrow  au$				
5				
Verificación de condición		No	Falla	E-II- internet
vermeación de condición		falla	1 4114	r alla interna
				o externa

En la Tabla I se muestra el resumen del comportamiento de los IE para condición de falla. Se observa que la condición de "no falla" se presenta cuando ambos IE no presentan grandes variaciones ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ), la condición de "falla" se presenta cuando uno de los IE presenta una gran variación ( $\varepsilon \gg 0$ ), la condición de "falla interna" cuando ambos IE son muy grandes y la condición de "falla externa" cuando ambos IE vuelven a ser pequeños; este análisis temporal promueve además evaluar los tiempos de los índices en cada zona mediante un tiempo de retraso que será analizado más adelante.

# III. SISTEMA ELÉCTRICO DE POTENCIA Y EQUIPAMIENTO

## A. Configuración del Sistema Eléctrico de Potencia

En la Fig. 3. se muestra un sistema en 500kV con cuatro terminales, tres LT monofásicas denotas como M-S, S-R y R-N de 100km, 200km y 100km respectivamente que interconectan dos subsistemas. Este sistema fue modelado en el software Alternative Transients Program (ATP) especializado en transitorios electromagnéticos lo que es muy importante para identificar las señales de onda viajeras. Las fuentes de generación están representada por sus equivalentes thevenin en cada extremo.



Fig. 3. Configuración del sistema eléctrico

Los parámetros de la línea son: resistencia (R), inductancia (L) y capacitancia (C) cuyos valores fueron obtenidos mediante la subrutina o subproceso del ATP y se muestran en la Fig. 3. Además, es importante mencionar que la adquisición de las señales se considera con una frecuencia de muestreo de 100 kHz, se utilizan altas frecuencias para poder identificar el efecto de las señales de ondas viajeras.

#### B. Sincronización Satelital vía GPS

El equipo de sincronización de datos con una buena precisión en la estampa de tiempo se logra mediante los GPSs los cuales permiten una adecuada sincronización con un tiempo de precisión de hasta 1 microsegundo, esto es importante puesto que no genera mayores errores al momento de determinar los IE ya que los tiempo de viaje de las ondas están en el orden de los milisegundos.

## C. Medio de Comunicación por Fibra Optica

El medio de comunicación por fibra óptica es el más desarrollado hasta la actualidad con una buena precisión, velocidad, ancho de banda, etc. Lo que conlleva que en la actualidad la mayoría de los elementos del sistema eléctrico posean fibra óptica como medio de comunicación. La velocidad de propagación de información mediante la fibra óptica no llega a superar la velocidad de la luz, aunque continuamente se vienen mejorando en tecnología y con una muy amplia banda de frecuencia se ha visto que las ondas luminosas viajan en el orden de 0.7 veces la velocidad de la luz. Esta velocidad en la aplicación de equipos de protección tradicionales no afecta en mayor medida puesto que la escala de tiempo es mayor.

Por consiguiente, encontramos un desafío en el presente trabajo puesto que las señales de onda viajera de tensión y corriente también viajan con velocidades cercanas a la de la luz, ya que se vio que el tiempo de propagación ( $\tau$ ) depende de la relación entre la distancia de la línea y la velocidad de propagación que a la vez este último depende de los parámetros de la LT. Ante esta situación se puede rescatar que tanto la propagación de las ondas y la propagación de la información por la fibra óptica no presentan valores lejanos lo que permite no acrecentar en gran medida los cálculos de los IE.

Por lo tanto la información que se envié de un terminal a otro estará desfasado por el tiempo que conlleva el medio de comunicación que incluye el tiempo de propagación, la modulación y demodulación en los extremos de la LT, como se muestra en la ecuación (8) con el  $\tau_c$  tiempo de comunicación.

$$\varepsilon(t) = i_{S}(t) + i_{R}(t - \tau_{C}) - \frac{1}{Z_{C}}(v_{S}(t) - v_{R}(t - \tau_{C}))$$
(8)

#### IV. DESARROLLO DEL MÉTODO DE PROTECCIÓN

Para comprender mejor el método de protección se describe en base una falla el sistema de la Fig.3, en primer lugar se adquieren las señales en valores instantáneos de tensión y corriente tanto de envío (S) y recepción (R) de la LT ante un evento en este caso una falla eléctrica interna en el sistema monofásico a 50 Km del terminal "S", luego se envían a un detector de TW; estas señales deben estar previamente sincronizadas con la misma estampa de tiempo; el comportamiento de las señales de tensión y corriente en el terminal "S" y del terminal "R" se muestra en la Fig. 4, en segundo lugar estas señales se procesan para determinar los IE.



Fig. 4. Comportamiento ante una falla interna (a) Señal de corriente (b) Señal de tensión

Para determinar el valor del tiempo de propagación ( $\tau$ ) que demora en viajar la onda desde un extremo a otro, depende de

la longitud total y la velocidad de propagación de la onda mediante la ecuación (9). Según las ecuaciones (A3) y (A4) se determina la velocidad de la onda y la impedancia característica, obteniendo: v = 2.9080e+05 y Zc = 258.752.

$$\tau = \frac{Long}{v} \tag{9}$$

El valor de  $\tau = 0.6878$  ms. Un factor importante a considerar en este ejemplo es el instante de inicio de la falla en  $t_0=10$  ms. Luego adquirimos los valores de la tensión y corriente instantánea en t =  $(t_0 - \tau)$  ms. En este análisis se utiliza la ventana de tiempo " $\tau$ " para determinar los errores. En la Fig. 4. se muestran las señales instantáneas de tensión y corriente antes y después de la falla, se observa que en el instante de la falla (t= $t_0$ ) aún no se presenta el efecto en las señales leídas en los terminales de LT debido que las TWs tardan  $\tau_S$  y  $\tau_R$  en llegar a los terminales.

En este análisis hay dos instantes de tiempo muy importantes, el primero es el instante cuando el primer frente de onda viajera impacta en el terminal de línea más cercana (terminal S), el segundo ínstate es cuando el otro frente onda impacta en la terminal de línea más lejana (terminal R).

En el caso ideal el análisis se realiza para valores en 6 instantes de tiempo  $(t_0-\tau)$ ,  $(t_0+\tau_s-\tau)$ ,  $(t_0+\tau_R-\tau)$ ,  $(t_0)$ ,  $(t_0+\tau_R)$ ,  $(t_0+\tau_R)$ . En la Tabla II se muestran dichos instantes.

TABLA II Valores de Tensión y Corriente Instantánea

		Envío (S)		Recept	Recepción (R)	
Tiempo	o (ms)	Tensión (kV)	Corriente (A)	Tensión (kV)	Corriente (A)	
t <sub>0</sub> -τ	9.312	-538.02	-148.81	-544.07	-70.675	
	:	:	:	:	:	
$t_0 + \tau_S - \tau$	9.502	-552.95	-128.75	-559.14	-63.881	
	:	:	:	:	:	
$t_0 + \tau_R - \tau$	9.842	-574.72	-91.76	-581.11	-51.172	
	:	:	:	:	:	
$t_0$	10.000	-582.71	-73.96	-589.16	-44.980	
	:	:	:	:	:	
$t_0 + \tau_S$	10.190	113.93	-1812.9	-597.14	-37.082	
	:	:	:	:	:	
$t_0 + \tau_R$	10.530	-20.29	-1458.8	6.199	-2061.6	

Luego se determinan los errores  $\varepsilon_S$  y  $\varepsilon_R$  para cada intervalo de tiempo obteniendo los resultados en la Tabla III.

TABLA III Calculo del IE para Cada Ventana de Tiempo				
Intervalo de tiempo	t (ms)	t– $ au$ (ms)	$ \varepsilon_S $	$ \varepsilon_R $
1	10	9.312	4.69	3.85
2	10.19	9.502	4478.0	4.94
3	10.53	9.842	3677.4	4398.4

Se observa el gran crecimiento de los errores absolutos cuando una onda viajera incide en un terminal. Estos errores crecen más de 9000% lo cual es muy considerable y a la vez informativo para poder detectar una falla en la línea. En la Fig. 5. se muestra el plano de error en función del tiempo donde podemos observar su comportamiento para cada instante de tiempo.

Ahora considerando un análisis que toma en cuenta el tiempo por el retardo del medio de comunicación como se muestra en la Fig. 6. Entonces se realizan diferentes fallas para diferentes tramos de línea, 2 casos para fallas internas (d=10 km y d=190 km) y 2 casos para fallas externas (d=-5 km y d=205 km) como se muestra en la Fig. 7 para el terminal "S" y Fig. 8 para el terminal R. Además se considera un tiempo de retardo del medio de comunicación de 1 ms.



Fig. 5. Comportamiento de los valores de los IE



Fig. 6. Señal retardada por el medio de comunicación

En cada comportamiento se observa claramente la diferencia en magnitud y duración de los errores por ello se define un umbral de error y tiempo de retraso aludiendo a la ventana de muestreo como se muestra en la Fig. 7 y 8. Donde se presentan dos zonas, la zona superior indicando una falla interna y la zona inferior indicando un falla externa o una condición de no falla, además estas condiciones deben estar monitoreadas por un tiempo de retraso, en este caso  $2\tau_c$  para dar holgura a los IE rápidos ocasionados por fallas externas cercanas a la LT que no deben ser considerados.



Fig. 7. Clasificación de las zonas de falla y tiempo de retardo y comportamiento de los IE en función del tiempo para el terminal "S".

Otra forma de visualizar es mediante un plano de ambos IE como es muestra en la Fig. 9. Donde la zona 1 indica que no hay falla, las zonas 2 y 3 indica fallas externas y la zona 4 indica una falla interna.



Fig. 8. Clasificación de las zonas de falla y tiempo de retardo y comportamiento de los IE en función del tiempo para el terminal "R"



Fig. 9. Comportamiento de los errores ( $\varepsilon_S$  vs  $\varepsilon_R$ )

Entonces, mediante los análisis anteriores se puede acotar las zonas de protección, definiendo los umbrales para las zonas cuando se presenta una falla interna como se muestra en la Fig. 10. Cabe resaltar que con este método es de simple análisis y lo único que realiza es la comparación de las relaciones de tensión y corriente instantáneas en los terminales de la línea obteniendo los tiempos de incidencia de las mismas TW.



Fig. 10. Zonas de protección (a) terminal S, (b) terminal R y (c) ambos term.

En el sistema trifásico el comportamiento de las señales se pueden transformar a 3 sistemas independientes monofásicos mediante la transformación modal.

$$v(t)^{a,b,c} = [T] \times v(t)^{0,1,2}$$
(10)

$$i(t)^{a,b,c} = [T] \times i(t)^{0,1,2} \tag{11}$$

Donde [T] es la transformación de Clarke, entonces para cada modo se puede realizar el método de protección monofásico antes explicado, cabe indicar que los modos 1 y 2 presentan valores similares a diferencia del modo 0 que presenta parámetros de LT diferentes, esto ocasiona que se genera una valor diferente en el tiempo de desfase o retardo. Además mediante diferentes lazos de falla generados por los modos se puede diferenciar el tipo de falla que se produjo en la LT.

#### V. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

Con respecto a las simulaciones, diferentes casos de estudios de fallas internas y externas son simuladas con las siguientes características. Para falla internas, tres distancias medidas desde el extremo "S", tres valores de resistencia de falla y tres instantes que representan el ángulo de incidencia de falla en la línea S-R. Para falla externas, dos distancias, con valores similares de resistencias y ángulos de falla. Donde un total de 45 fallas fueron simulados y evaluadas.

## A. Variación del Angulo de Incidencia de Falla

Es muy importante evaluar para diferentes ángulos de incidencia puesto que la magnitud las ondas viajeras depende de este factor, se verifican para 3 puntos en el ángulo de incidencia, en el primero la falla ocurre en el momento de máximo valor de tensión instantánea, el segundo cuando la falla ocurre en el momento muy cercano al cruce por cero de la tensión y el tercero cuando es el máximo valor negativo de la tensión como se muestra en la Fig. 11.



Fig. 11. Instante de incidencia de la falla

# B. Variación de la Resistencia de Falla

La resistencia de falla modifica la intensidad de la corriente de falla por ello en la evaluación de los esquemas de protecciones tradicionales se considera diferentes valores; en este caso se consideran las resistencia de fallas de 0.01, 25 y 60 ohms.

# C. Variación de la Ubicación de la Falla (Interna y Externa)

La ubicación de la falla es el principal factor a evaluar por ello se toman en cuenta 2 fallas internas (FI) y dos fallas externas (FE) (una falla adelante y la otra falla atrás de la línea) como se muestra en la Fig. 12.



A continuación se muestran las gráficas del comportamiento de los errores para cada caso y escenario descrito anteriormente, se toma en cuenta el inicio de los eventos en el momento del impacto de la primera señal al terminal más cercano.

Los altos IE calculados tienen un comportamiento como se muestra en las Fig. 14, y Fig. 15 son típicos de una falla interna ya que impactan corrientes de fallas diferentes a ambas terminales de LT. Con respecto a las figuras Fig. 13 y Fig. 16. si bien el comportamiento de los errores crece por un instante por el primer impacto de onda, luego vuelven a ser bajos con el impacto de la onda en el otro terminal, ya que al tratarse de la misma señal de corriente de falla vuelvan a coincidir generando bajos IE, este es un comportamiento típico de una falla externa.



Fig. 14. Comportamiento de los IE para d=1km, (a)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{S}$  y (b)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{R}$ 

El hecho de que se presenten frentes de onda de baja magnitud no impide que el método pueda definir el tipo de falla, lo importante es seleccionar adecuadamente el umbral de protección y el tiempo de retraso. Por ejemplo en este caso puede ser un tiempo de retraso de 1 ms y un umbral de 500 sin presentar problemas en la operación, ya que ningún error para fallas externas sobrepasa el tiempo de 1 ms con IE por encima de 500; con respecto a las fallas internas inclusive cuando la falla sucede muy cerca del cruce por cero de la tensión presenta errores por encima del umbral y mayor a 1 ms, como se mostró en la Fig. 14 y Fig. 15, a partir de 2 ms de iniciado la falla se cumple la condición.



Fig. 15. Comportamiento de los IE para d=150km, (a)  $\varepsilon_s$  y (b)  $\varepsilon_R$ 



Fig. 16. Comportamiento de los IE para d=208km, (a)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{s}$  y (b)  $\boldsymbol{\varepsilon}_{R}$ 

#### VI. CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un criterio de protección diferencial basado en ondas viajeras de las señales transitorias generadas por una falla; este método se basa en las ecuaciones de Bergeron con modificaciones simples mediante operaciones algebraicas, generando así una zona de protección para fallas internas y externas; y sin elevados requerimientos de memoria para su procesamiento en el algoritmo ya que se considera un método determinista, además siendo un método ultra-rápido por el uso de una ventana de tiempo muy pequeña de 1 a 2 ms comparadas con la PDC tradicional utiliza entre 16.6 a 20 ms lo que hace de este un método atractivo para su aplicación.

Un factor importante que influye en este método es el retardo ocasionado por el medio de comunicación que depende de la velocidad de comunicación por fibra óptica, siendo esto superado con el ajuste adecuado del tiempo de retardo. Además se simularon diferentes fallas en diferentes ubicaciones tanto para fallas internas y externas, con diferentes resistencias de falla y ángulos de incidencia característicos en los estudios de protección con el objetivo de obtener las ondas viajeras y determinar los índices de error obteniendo resultados esperados por el equipo de protección.

Mediante el avance tecnológico de los equipos principalmente de los transformadores de tensión y corriente que surgen en los mercados es posible la adquisición de datos con altas frecuencias de muestreo, en especial las ondas viajeras, y además la presencia de equipos de sincronización con alta precisión a costos accesibles, lo cual hace factible la inclusión de estos nuevos algoritmos que aprovechen dichas tecnologías.

#### APENDICE

#### 1. Desarrollo de la Ecuación de Bergeron.

La representación de la ecuación del telégrafo para una LT mostrada en Fig. 1 es:

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = -L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}$$
(A1)

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t}$$
(A2)

Mediante las ecuaciones de onda según d'Alembert [23] y la solución general de esta, tiene una representación como la superposición de dos ondas viajeras:

$$v(x,t) = V_{forw}(x-ut) + V_{back}(x+ut)$$
(A3)

$$i(x,t) = \frac{1}{Z_{c}} [V_{forw}(x-ut) - V_{back}(x+ut)]$$
(A4)

 $V_{forw}$  y  $V_{back}$  son funciones arbitrarias de las variables (x - ut)y (x + ut) donde  $V_{forw}(x - ut)$  representa una onda viajera en la dirección hacia adelante y  $V_{back}(x + ut)$  una onda viajera en la dirección hacia atrás, ambas viajando a la velocidad  $u = 1/\sqrt{LC}$ . Además,  $Z_C = \sqrt{L/C}$  es la impedancia característica de la LT.

Ahora, multiplicando (A4) con  $Z_C$  y luego sumando y restando (A4) y (A3) se obtiene:

$$v(x,t) + Zc \times i(x,t) = 2V_{forw}(x-ut)$$
(A5)

$$v(x,t) - Zc \times i(x,t) = 2V_{back}(x+ut)$$
(A6)

Las funciones  $V_{forw}$  y  $V_{back}$  son determinadas por las condiciones de frontera, para x=0 (extremo "S") y x=Long (extremo "R"). Considerando  $\tau$  el valor de la ecuación (9). Lo que significa que la expresión ( $v + Zc \times i$ ) cuando abandona el nodo "S" en el tiempo ( $t - \tau$ ) debe seguir siendo la misma cuando llega al nodo "R" en el tiempo t.

$$V_{S}(t+\tau) - Zc \times I_{S}(t+\tau) = V_{R}(t) + Zc \times I_{R}(t)$$
(A7)

$$V_S(t-\tau) + Zc \times I_S(t-\tau) = V_R(t) - Zc \times I_R(t)$$
(A8)

#### REFERENCIAS

- S. S. K. Johns AT, "Digital protection for power system," P. P. Ltd., Ed. IEEE power series 15, 1995.
- [2] W. Rebizant., "Digital signal processing in power system protection and control, signals and communication technology.," Springer-Verlag, Ed. 2011.
- [3] H. A. Darwish, A. M. I. Taalab, and E. S. Ahmed, "Investigation of power differential concept for line protection," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 20, no. 2 I, pp. 617–624, Apr. 2005, doi: 10.1109/TPWRD.2004.838516.
- [4] E. O. Schweitzer, B. Kasztenny, A. Guzmán, V. Skendzic, and M. V Mynam, "Speed of line protection - can we break free of phasor limitations?," in 2015 68th Annual Conference for Protective Relay Engineers, 2015, pp. 448–461, doi: 10.1109/CPRE.2015.7102184.
- [5] W. E. Vargas and H. C. Juan Quispe, "Economic Benefit and Improve of Stability in the Power System through the Ultra-High Speed Fault Clearing in Transmission Lines," 2018, doi: 10.1109/INTERCON.2018.8526425.
- [6] Y. Hu, D. Chen, X. Yin, Z. Zhang, and Y. Chen, "The theory and application of differential protection based on instantaneous values," in *IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exhibition*, 2002, vol. 1, pp. 130–135 vol.1, doi: 10.1109/TDC.2002.1178272.

- [7] M. Wen, D. Chen, and X. Yin, "Instantaneous Value and Equal Transfer Processes-Based Current Differential Protection for Long Transmission Lines," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 27, no. 1, pp. 289–299, 2012, doi: 10.1109/TPWRD.2011.2170438.
- [8] H. w. Dommel and J. M. Michels, "HIGH SPEED RELAYING USING TRAVELING WAVE TRANSIENT ANALYSIS.," *IEEE PES (Power Eng Soc) Winter Meet, Prepr*, 1978, [Online]. Available: https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84954451629&partnerID=40&md5=acf5556a82c75a8b0c9df960d16ef de9.
- [9] J. B. T.Takagi U. Katsuhiko and T. Sakaguchi, "Fault Protection Based on Travelling Wave Theory - Part I Theory," *IEEE PES Summer Meeting*.
- [10] J. B. T.Takagi U. Katsuhiko and T. Sakaguchi, "Fault Protection Based on Travelling Wave Theory - Part II Sensitivity Analysis and Laboratory Test," *IEEE PES Summer Meeting*.
- [11] T. Y. Yoshiakira Akimoto Hiroshi Hosakawa, Toshiaki Sakaguchi, Takashi Yoshida And Syozo Nishida, "Fault Protection Based on Travelling Wave Theory (Part I-Theory)," *Electr. Eng. Japan*, vol. Vol. 98, N, 1978.
- [12] H. H. T. Y. Yoshiakira Akimoto Toshiaki Sakaguchi, Takashi Yoshida, and A. S. Nishida, "Fault Protection Based on Travelling Wave Theory (Part II-Feasibility Study)."
- [13] B. Su, X. Dong, and Y. Sun, "A new traveling wave differential relay for series compensated EHV transmission line," in 2004 Eighth IEE International Conference on Developments in Power System Protection, 2004, vol. 2, pp. 420-423 Vol.2, doi: 10.1049/cp:20040151.
- [14] S. Hasheminejad, S. G. Seifossadat, M. Razaz, and M. Joorabian, "Ultrahigh-speed protection of transmission lines using traveling wave theory," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 132, pp. 94–103, 2016, doi: https://doi.org/10.1016/j.epsr.2015.11.014.
- [15] H. HengXu, Y. Yang, Y. RuiPeng, Z. Q. Bo, and C. Bo, "Novel scheme of travelling wave based differential protection for bipolar HVDC transmission lines," in 2010 International Conference on Power System Technology, 2010, pp. 1–6, doi: 10.1109/POWERCON.2010.5666376.
- [16] L. Tang, X. Dong, S. Luo, S. Shi, and B. Wang, "A New Differential Protection of Transmission Line Based on Equivalent Travelling Wave," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 32, no. 3, pp. 1359–1369, 2017, doi: 10.1109/TPWRD.2016.2568206.
- [17] W. Chi-Kong, L. Chi-Wai, L. Kuok-Cheong, L. Chu-San, and H. Ying-Duo, "Novel wavelet approach to current differential pilot relay protection," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 18, no. 1, pp. 20–25, 2003, doi: 10.1109/TPWRD.2002.803733.
- [18] P. Jafarian and M. Sanaye-Pasand, "A Traveling-Wave-Based Protection Technique Using Wavelet/PCA Analysis," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 25, no. 2, pp. 588–599, 2010, doi: 10.1109/TPWRD.2009.2037819.
- [19] Q. H. Wu, J. F. Zhang, and D. J. Zhang, "Ultra-high-speed directional protection of transmission lines using mathematical morphology," *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 18, no. 4, pp. 1127–1133, Oct. 2003, doi: 10.1109/TPWRD.2003.817513.
- [20] B. Li, W. Chang, J. He, and Z. Bo, "Special Problems in Current Differential Protection Based on Bergeron Model," in 2009 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference, 2009, pp. 1–4, doi: 10.1109/APPEEC.2009.4918778.
- [21] J. C. H. Quispe and E. Orduna, "A New Method to Fault Localization in Long Transmission Lines Considering Synchronized Sampling," 2018, doi: 10.1109/INTERCON.2018.8526447.
- [22] "C37.241-2017 C37.241-2017 IEEE Guide for Application of Optical Instrument Transformers for Protective Relaying - IEEE Standard." https://ieeexplore.ieee.org/document/8307291 (accessed Oct. 19, 2020).
- [23] U. of Pennsylvania, "D'alembert's solution of the wave equation (spring 2016)." 2016, [Online]. Available: https://www.math.upenn.edu/~deturck/m425/m425-dalembert.pdf.



Juan Carlos Quispe H was born in Peru, in July 1990. He received the B.E. degree in electrical engineering from the Universidad Nacional de Ingeniería (UNI), Lima, Peru, in 2012 and the MSc. degree from Universidad Nacional de San Juan (UNSJ), Argentina, in 2018. He is currently PhD. Student from Institute of Energy Electric - UNSJ – CONICET. His major interests are power system protection and electromagnetic transients.



John Morales was born in Cuenca, Equador, in January 05, 1985. He received the B.E. degree in electrical engineering from the Universidad Politécnica Salesiana (UPS), Cuenca, Equator, in 2007, and the Ph.D. degree from Universidad Nacional de San Juan (UNSJ), Argentina, in 2014. He is a Researcher with IEE – UNSJ –

CONICET. His major interests include power system protection and signal processing.



**Eduardo Orduña** was born in San Juan, Argentina, in 1958. He received the degree in electrical engineering and the Ph.D. degree from the Universidad Nacional de San Juan (UNSJ), Argentina, in 1986 and 1996, respectively. From 1986 to 1990, he was a Researcher of CONICET with the Institute of Energy Electric (IEE) of the

UNSJ. From 1990 to 1993, he has performed research at the Lehrstuhl Fuer El. Energieversorgung (LS-EV) of the Dortmund University, Germany. He is currently a Professor with the IEE-UNSJ.