

A Brief History of Heuristics: from Bounded Rationality to Intractability

Gustavo Silva Semaan, José André de Moura Brito Igor Machado Coelho,
Edelberto Franco Silva, *Member, IEEE*, Augusto Cesar Fadel, Luiz Satoru Ochi and Nelson Maculan

Abstract—Heuristics denote a powerful concept, covering a wide range of computational, economic, and psychological sciences, as the ability to handle challenging problems with minimal resources. From a computational perspective, heuristics are commonly used in decision making - when vast amounts of information are available in complex environments - or even when dealing with intractable problems. Through “shortcuts” and “tricks”, they can produce acceptable solutions even with few resources compared to exhaustive approaches. Although found on many practical applications, their rich interdisciplinary history is not commonly explored in literature. This paper presents a recent and comprehensive literature review on the topic of heuristics. We present historical data that emphasizing the growth of this concept in several research fields, since the 1950s, and the authors’ perspective on future directions. This history is told with a timeline as background, highlighting from the bounded rationality to computational intractability.

Index Terms—Heuristic, Mental shortcut, Homo heuristics, Algorithms, Intractability.

I. INTRODUÇÃO

A todo momento decisões importantes são demandadas, seja na vida cotidiana, no trabalho ou mesmo para a própria sobrevivência. Nem sempre de fácil resolução, a busca por soluções não ocorre à medida que o problema é apresentado, mas por meio de atalhos mentais (do inglês *mental shortcuts*) denominados heurísticas. O termo “heurística” tem origem na Grécia antiga, verbo *heuriskein*, que significa “buscar por”, “descobrir” [1]. Trata-se de um processo para a resolução de problemas e aprendizado de novos conceitos de modo rápido e eficiente [2], [3].

Problemas são submetidos à resolução no dia-a-dia sem a necessidade de treinamento formal. Por exemplo, ao pensar no caminho a seguir para o trabalho (problema do caminho mais curto, do inglês *shortest path problem* [4]) resolve-se um problema de otimização. Destaca-se, que nesse caso, não existe a preocupação em obter a melhor solução para o problema

Gustavo Silva Semaan, Instituto do Noroeste Fluminense de Educação Superior da Universidade Federal Fluminense, Santo Antônio de Pádua, RJ, Brasil e-mail: gustavosemaan@id.uff.br.

José André de Moura Brito, Escola Nacional de Ciências Estatísticas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Igor Machado Coelho, Instituto de Computação da Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, Brasil.

Edelberto Franco Silva, Departamento de Ciência da Computação da Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, MG, Brasil.

Augusto Cesar Fadel, Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Luiz Satoru Ochi, Instituto de Computação da Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, Brasil.

Nelson Maculan, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Manuscript received March 16, 2020; revised May 30, 2020.

em questão (ou ótimo global). Basta que seja encontrado um caminho considerado satisfatório para que a busca seja finalizada. Portanto, a mente humana resolve esses problemas de maneira heurística, e não de modo exaustivo, por meio da geração e avaliação de todas as soluções possíveis [5].

De maneira geral, existe um traço de heurística quando se decide não empreender todo o esforço necessário para resolver algo de forma prática (ou até simplificada, como veremos na Seção II-B), seja por simples economia ou quando não há recursos disponíveis para tal tarefa. Grande parte dos processos mentais são guiados discretamente por essa lógica. Albert Einstein (1879-1955), por exemplo, incluiu o termo heurístico no título de seu trabalho “*On a Heuristic Viewpoint Concerning the Production and Transformation of Light*” que culminou no prêmio Nobel de Física em 1921 [6], indicando que sua abordagem era incompleta, mas altamente útil [7], [8].

Em áreas relacionadas à mente e ao comportamento, o tema é avaliado em análises de como as pessoas tomam decisões com base em informações do mundo externo e suas experiências [2], [3]. Por outro lado, na Tecnologia da Informação (TI), incluindo áreas como Matemática, Engenharias e a própria Ciência da Computação, o tema é importante em pesquisas na busca por soluções de problemas devido à questão da intratabilidade computacional [1], [5], [9], [10].

Embora existam muitas informações disponíveis, o cérebro é limitado e incapaz de analisar e processar todos os detalhes. Assim, estratégias e atalhos mentais são utilizados para atuar em simplificações, não sendo necessário gastar tanto tempo e esforço para encontrar resultados satisfatórios [2], [3].

Com o advento do computador como metáfora da mente, é possível realizar simulações de comportamento inteligente em máquinas. Devido à necessidade de modelagem matemática e transformação do problema real em um modelo que seja eficientemente computável, as regras heurísticas consideradas na pesquisa de inteligência computacional foram formuladas com precisão, em contraste com os tratamentos geralmente vagos [1].

O conceito de heurística na literatura de TI surgiu no início da década de 1950, mais especificamente, no contexto de Inteligência Artificial, já sendo bem conhecida nos anos 60. Porém, com a ausência de uma definição formal na área até meados dos anos 80, os autores apresentavam suas próprias interpretações com base em suas propostas e experiências [11].

Em TI, problemas são simplificados, modelados e especificados de maneira a possibilitar o uso de ferramentas computacionais para sua resolução. Entretanto, alguns problemas são classificados como intratáveis, implicando que abordagens

exaustivas também se apresentam como proibitivas. Tanto para a mente humana quanto com mecanismos artificiais, o principal desafio é lidar com a complexidade dos problemas em sua integralidade, e concomitantemente, as limitações de tempo, da mente e dos recursos de TI existentes, que tornam proibitivas as abordagens exaustivas.

Conforme Kahneman *et al.* [2], “*Heurística é um procedimento simples que ajuda a encontrar respostas adequadas, ainda que geralmente imperfeitas, para perguntas difíceis*”. Além disso, Simon, H. [12] afirma que “*maximizar significa otimizar, sendo esse o processo de encontrar uma melhor solução para o problema em questão*”. Por outro lado, a satisfação significa encontrar uma solução boa o suficiente para determinar o fim da busca.

Embora o termo heurístico seja encontrado em diversas áreas do conhecimento, sua rica história interdisciplinar não é comumente explorada na literatura. O objetivo principal desse trabalho é apresentar um breve histórico de seu uso tanto em abordagens relacionadas à mente e ao comportamento humano, quanto à resolução de problemas por meio de mecanismos artificiais.

Para isso, foi organizada e relatada uma relevante revisão bibliográfica, recente e abrangente, sobre o tema. Destacase, entretanto, que não houve a intenção de relatar, de forma exaustiva, o *estado-da-arte*.

A referida revisão ressalta desde as abordagens com base na racionalidade limitada, amplamente considerada em pesquisas das áreas da Psicologia e da Economia, às soluções para problemas de otimização, com base na intratabilidade computacional, das áreas das Engenharias, Computação e Pesquisa Operacional em geral.

Pouco além do objetivo principal, seguem algumas contribuições específicas: (i) o estabelecimento da correlação de heurística e de seus conceitos em diferentes áreas do conhecimento, desde a lógica que guia processos mentais à inteligência que pode ser automatizada em mecanismos artificiais; (ii) uma revisão sistemática da literatura sobre o termo heurística em diferentes áreas nos acervos IEEE e ScienceDirect, em que é possível observar o crescimento de seu uso; (iii) por fim, a visão dos autores em relação ao futuro e tendências das heurísticas em relação à abordagens de Intratabilidade Computacional.

Além da presente introdução, o trabalho está dividido da seguinte maneira: a Seção II apresenta uma contextualização do ponto de vista do Comportamento Humano e da TI; a Seção III apresenta um histórico sobre heurísticas e termos associados com trabalhos em destaque publicados desde o início do século XX; Por fim, a Seção IV apresenta as conclusões.

II. CONTEXTUALIZAÇÃO

As heurísticas desempenham papéis importantes para resolução de problemas e na tomada de decisão, seja pela mente humana ou através do uso de TI. Embora o cérebro humano seja equipado com um mecanismo heurístico “*formidável*” para resolver uma grande variedade de problemas desafiadores, o estudo científico das heurísticas é relativamente

recente. Ainda mais recente é o seu uso para a resolução de problemas nas áreas relacionadas à TI [1], [5].

A. Racionalidade Limitada e Comportamento Humano

A tomada de decisão demanda esforço diante de inúmeras alternativas e possibilidades. A Economia Ortodoxa (ou *Mainstream*) tem como base a racionalidade absoluta, que pressupõe o conhecimento de todas as opções disponíveis para a seleção da melhor conforme algum critério. Os defensores dessa vertente consideram a definição do *homo economicus*, conceito em que o homem seria motivado exclusivamente por razões econômicas, cujo o único objetivo está em *maximizar* algum benefício [13].

Ao final da década de 1940, o economista Herbert Simon (1916-2001) desenvolveu um novo modelo de racionalidade limitada que estuda o indivíduo a partir do *homo psicologicus*. O reconhecimento do meio complexo e dos limites cognitivos levaram-no a sustentar o frequente uso de heurísticas pelo homem. Enquanto as pessoas se esforçam para fazer escolhas racionais, o julgamento humano está sujeito a limitações cognitivas. A hipótese era que as pessoas não buscam compreender o mundo como um todo, mas como modelos parciais tratáveis, em que é possível identificar padrões recorrentes. Foi identificada, então, a importância de se incorporar elementos da cognição humana no trato de um ambiente complexo. Devido aos resultados de suas pesquisas e ao pioneirismo na área de processo de decisão nas organizações, consagrou-se com o Prêmio Nobel de Economia em 1978 [14]–[31].

Simon utilizou o contexto do jogo de xadrez para a análise, tanto na maneira como uma máquina seria programada para jogar autonomamente, quanto para entender como os mestres enxadristas tomam suas decisões no jogo. Com base na impossibilidade (humana e de máquinas) de gerar todos os movimentos possíveis das peças do xadrez, é necessário o uso de estratégias para analisar o cenário corrente. De fato, foi observado que a maior qualidade de um mestre enxadrista está relacionada à visualização de jogadas subsequentes [32]. Simon concluiu que o ser humano usa atalhos mentais, chamados por ele de heurísticas, para tomar decisões e lidar com a complexidade da vida real [33].

Os psicólogos Amos Tversky (1937-1996) e Daniel Kahneman (1934-), décadas após as primeiras publicações de Simon, já nos anos 1970, buscaram compreender as decisões humanas em uma abordagem denominada “*heurísticas e vieses*” [2]. De maneira alternativa à teoria da decisão tradicional, as anomalias são compreendidas como vieses, que podem ser explicados com uso de uma base teórica e abordagem heurística. O foco da pesquisa estava nos princípios heurísticos que criam atalhos para julgamentos de probabilidade. Assim, as pessoas involuntariamente se baseiam em um conjunto limitado de princípios que tornam seus julgamentos mais simples. Devido à forte contribuição na introdução de pesquisa psicológica à ciência econômica, Daniel Kahneman foi agraciado pelo Prêmio Nobel de Economia em 2002 [34]. Amos Tversky faleceu em 1996, o que o tornou inelegível ao prêmio [35]–[55].

De fato, a busca por elementos que possam ajudar a compreender as decisões humanas ganhou visibilidade e importância

na pesquisa econômica. Em suas pesquisas foram identificados processos mentais específicos que possuem três características principais para simplificar a tomada de decisões, sejam elas: heurísticas de representatividade, de ancoragem e ajuste, e de disponibilidade.

- **Representatividade:** permite que as pessoas julguem a probabilidade de um objeto pertencer a uma categoria com base em sua semelhança em relação aos demais objetos dessa categoria. Algo como decidir se alguém é confiável com base nos exemplos mentais.
- **Ancoragem e ajuste:** influência causada pela informação conhecida ou mesmo pela ordem em que os dados são apresentados ao decisor [56]. Os valores podem ser considerados para ajustar as informações posteriores.
- **Disponibilidade:** permite que as pessoas especulem a frequência/probabilidade de um evento tendo como base a facilidade com que esse evento pode ser lembrado. As decisões são mais influenciadas pelas informações que estão mais disponíveis (mais fáceis de se lembrar).

Embora muito úteis, as heurísticas talvez direcionem a erros de pensamento que podem ser previsíveis ou imprevisíveis. Por exemplo, quando fazer câmbio de moedas para uma viagem (antes ou próximo a data de partida) trata-se de uma especulação mesmo com toda a experiência anterior que a pessoa possa ter.

Questiona-se a influência das contribuições de Simon nas pesquisas de Tversky e Kahneman. Não há menção a Simon em seus trabalhos da década de 1970 ou indícios que o conceito de racionalidade limitada tenha sido um pilar em seus estudos. Ambas as pesquisas trataram de decisões nas quais a apreensão da realidade é um processo ativo de edição, e no qual o ser humano se utiliza de heurísticas para facilitar o processo decisório. As diferenças entre suas abordagens revelam contribuições complementares e de grande interesse na construção de uma teoria da decisão do agente econômico [14].

O psicólogo Gerd Gigerenzer (1947-) também destaca-se com um vasto acervo sobre análise comportamental. Grande crítico das pesquisas de Tversky e de Kahneman, Gigerenzer e sua equipe buscam entender as etapas do processo de escolha que são diferentes ou que variam conforme o problema, contexto e ambiente. Com base na racionalidade limitada, a incapacidade de *computar* alternativas pode direcionar ao uso da intuição.

Em Streck, D. [57], a intuição é definida como *conhecimento sentido* (do inglês *felt knowledge*), que pode ser acessado, mas não é possível explicá-lo. Conforme Gigerenzer, não se sabe se todas as intuições são oriundas de heurísticas, e se uma dada heurística pode ser acionada deliberadamente ou por meio de uma intuição. Mais especificamente, a intuição possui como características: (i) surgir repentinamente na mente consciente; (ii) as razões fundamentais não estão plenamente acessíveis; e (iii) ser capaz de motivar uma ação. Portanto, grande parte das decisões se enquadram nessa definição.

Conforme Gigerenzer, G. em [7], heurísticas são processos cognitivos eficientes que ignoram informações de um problema, mas, a despeito de uma primeira impressão, podem trazer mais precisão, embora consumam menos esforço e

tempo. Em Gigerenzer, G. [7] também é destacado o *homo heuristicus* [58] e uma relação com dez heurísticas bem conhecidas, eficientes, e que possuem evidências de que elas fazem parte da *caixa de ferramentas adaptáveis* dos seres humanos [59]–[63].

- 1) **Reconhecimento:** Se uma das duas alternativas for reconhecida, trate-a como mais importante [64], [65].
- 2) **Fluência:** Se ambas as alternativas forem reconhecidas, mas uma for reconhecida mais rapidamente, deduza que ela tem mais importância [65], [66].
- 3) **Selecione a melhor** (do inglês *take-the-best*): Para inferir qual das duas alternativas tem o maior valor, siga os passos: (i) faça uma pesquisa, (ii) pare ao encontrar um item que se destaque (iii) escolha o item mais favorável [67]–[69].
- 4) **Ponderação unitária:** Para estimar um critério, não estime pesos, mas simplesmente conte o número de pistas positivas [68], [70]–[72].
- 5) **Satisfação:** Pesquise por alternativas e escolha a primeira que excede o seu nível de aspiração [73], [74].
- 6) **Igualdade:** Aloque recursos igualmente para cada alternativa [75].
- 7) **Padrão:** Se houver um padrão, siga-o [76], [77].
- 8) **Na mesma moeda** (do inglês *tit-for-tat*): Cooperar primeiro para tirar proveito e reproduzir o último comportamento do seu parceiro [78].
- 9) **Imite a maioria:** Considere a maioria das pessoas e imite seu comportamento [79].
- 10) **Imite o sucesso:** Considere a pessoa mais *bem-sucedida* e imite seu comportamento [79].

Para a heurística do afeto, não presente na lista de Gigerenzer, as escolhas são fortemente influenciadas pelas emoções do indivíduo no momento da decisão [2], [3].

B. Tecnologia da Informação e Intratabilidade

Apesar de todo o sofisticado ferramental de TI disponível, seja nas redes de computadores, nos computadores de alto desempenho, nos algoritmos aprimorados, nas técnicas de paralelismo, ainda deve ser considerada e analisada a questão abordada em [80]: “*Por que alguns problemas são difíceis de resolver?*”. Entre os aspectos relacionados, destacam-se o espaço de busca do problema, cuidados no processo de modelagem, as restrições que devem ser atendidas e a instabilidade do mundo real.

Na temática da intratabilidade e no contexto de problemas de otimização, a análise do espaço de busca - que é avaliado com base no crescimento da quantidade de soluções possíveis em relação ao tamanho da instância de entrada - tem destaque. Mesmo em instâncias pequenas o espaço de busca pode ser grande o suficiente para tornar proibitivo o uso de busca exaustiva pela melhor resposta.

O processo de modelagem é necessário para que seja possível submeter o problema para o ferramental de TI. Conforme [81], “*Todos os modelos estão errados, porém alguns modelos são úteis*”. Nesse sentido ocorrem abstrações e simplificações, mas deve-se ter cautela, pois a distância entre a solução obtida com o uso do modelo e a sua implementação

no mundo real pode ser incompatível ou ineficaz. Assim, novamente segundo [81], "o máximo que pode-se esperar de um modelo é que ele forneça uma aproximação útil da realidade".

A instabilidade do mundo real e a característica especializada das heurísticas, sobretudo em TI em que atuam especificamente para a resolução de um dado problema são, de fato, conflitantes. Entre a análise do problema, a criação de um modelo e a obtenção de soluções, o problema original já pode ter sido alterado. Neste caso, o impacto pode ser desde ajustes pontuais, a reinício da análise e confecção de um novo modelo.

Por fim, problemas do mundo real geralmente têm restrições que exigem cuidados especiais para a produção de soluções viáveis. As restrições fortes, quando não atendidas, tornam a solução inválida (inviável ou infactível). Já as restrições fracas, se violadas, apenas tornam a solução de pior qualidade. Como exemplo, um professor não pode lecionar em duas turmas ao mesmo tempo (restrição forte), mas pode lecionar por várias horas, em horários consecutivos (restrição fraca), o que pode aumentar o desgaste e reduzir a qualidade da aula, sobretudo nos últimos horários.

Em muitas configurações da vida real são necessárias soluções de alta qualidade para problemas difíceis de otimização, como agendamento de voos ou balanceamento de carga em redes de telecomunicações, em um curto período de tempo. Devido à importância prática dos problemas de otimização para a indústria e a ciência, muitos algoritmos para resolvê-los foram desenvolvidos nas últimas décadas.

Por exemplo, no contexto da otimização combinatória (OC), os algoritmos podem ser classificados como completos ou aproximados. É garantido que algoritmos completos encontram a solução ótima global, porém, para os problemas mais desafiadores da OC, não existe um algoritmo que resolva o problema em sua integralidade em tempo polinomial, assumindo que $P \neq NP$ [82], [83].

Métodos de enumeração completa podem demandar tempo de computação exponencial conforme o problema submetido, ou seja, inaceitável para fins práticos. Por outro lado, os métodos aproximados abrem mão de encontrar soluções ótimas globais em detrimento a obter soluções aceitáveis, de boa qualidade, em um período de tempo reduzido. Nesse contexto, o uso de meta-heurísticas tem tido destaque nos últimos 50 anos [9], [82], [83].

De maneira formal, um problema de otimização P pode ser descrito como uma tripla (S, Ω, f) , em que S é o espaço de busca definido sobre um conjunto finito de variáveis de decisão $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, Ω é um conjunto de restrições e f é uma função objetivo que permite mensurar a qualidade de cada solução do conjunto S . Fornecidas as definições, o objetivo é encontrar uma solução $s \in S$ tal que $f(s) \geq f(s')$, $\forall s' \in S$ (para problemas de maximização).

O impacto da TI nas diversas áreas é cada vez maior e mais profundo. São inúmeras as áreas de aplicação das heurísticas e das meta-heurísticas que têm sido consideradas com excelentes resultados. Dentre as quais, é possível destacar: Diagnósticos e Tratamentos Médicos, Políticas de Imigração, Bioinformática, Engenharia Genética, Roteamento de Veículos, Engenharia de

Software, Escalonamento de Tarefas, Cadeia de Suprimentos, Robótica, Sistemas Elétricos de Potência, Finanças, Esportes, entre inúmeras outras [9].

Existem diversos problemas que, sem os computadores, seriam impraticáveis na obtenção de suas soluções. Tais problemas, que admitem uma implementação nas máquinas atuais, são ditos computáveis. Porém, inerente ao assunto, há o estudo de complexidades, que avalia tempo e espaço (memória) necessários para a resolução de uma dada instância de um problema por um algoritmo. Pouco além, muitos problemas são classificados como difíceis, e, mesmo com um supercomputador, seriam necessários séculos para obter uma solução ótima (local ou global). Portanto, novas estratégias e tecnologias têm sido desenvolvidos para lidar com tais problemas.

Destaca-se a importância em diferenciar a complexidade de um problema e a dos algoritmos para resolvê-lo. Para isto, basta pensar que, para um dado problema, uma maneira de resolvê-lo (um algoritmo) pode não ser a melhor (mais eficaz ou mais eficiente), que resulta na melhor resposta e que demanda menos recursos (tempo e memória). O trato de Problemas Computacionais tem comumente foco na Teoria da Computação e esses podem ser classificados em três grupos: Problemas Tratáveis, Intratáveis e os Insolucionáveis (ou Indecidíveis).

Um problema computacional é considerado tratável (ou fácil) se existe uma maneira de resolvê-lo com custo aceitável de tempo e de espaço. Formalmente, diz respeito à existência de um algoritmo polinomial capaz de resolvê-lo. Em relação a problemas insolucionáveis (ou indecidíveis), deve-se citar o clássico Problema de Parada da Máquina de Turing, no qual é comprovado que podem existir programas que nunca terminam sua execução [10].

Os problemas intratáveis, foco do presente trabalho, têm como característica o aumento exponencial do espaço de busca em relação ao crescimento da instância submetida (entrada) e não possuem (ou são desconhecidos) algoritmos polinomiais para resolvê-los de maneira ótima.

O Problema da Mochila Binária (do inglês *binary knapsack problem* - BK) é muito utilizado para caracterizar problemas de otimização, tendo em vista sua simplicidade, facilidade de entendimento e, ao mesmo tempo, por sua difícil resolução. Esse problema consiste escolher itens que devem ser adicionados em uma mochila, em que cada um possui um peso e um valor, e a mochila possui uma capacidade máxima [84]. O objetivo é obter a maior soma de valores dos itens adicionados respeitando a capacidade da mochila.

Um modelo matemático que traduz a definição descrita do BK é apresentado, em que é possível relacionar a tripla (S, Ω, f) do problema de otimização BK. No modelo, antes da função objetivo, indica-se *Max*. Busca-se, assim, uma solução s no espaço de soluções S que possua o maior valor ($f(s) \geq f(s')$) e que respeite as restrições do problema.

Os parâmetros p_j, w_j referem-se, respectivamente, ao valor (*profit*) e ao peso (*weight*) referentes ao item j . Os parâmetros n e c possuem a quantidade de itens da instância e a capacidade máxima da mochila, respectivamente.

		Itens								
		celular	camisa	carteira	livro	caneca	cameta	mouse		
Peso		31	10	20	19	4	3	6		
Valor		70	20	39	37	7	5	10		
Solução 1		1	0	0	1	0	0	0	107	50
Solução 2		0	0	0	0	1	1	0	12	7
Solução 3		1	1	1	0	0	0	0	129	61

Capacidade $c = 50$ Solução 3 inválida

Fig. 1. Exemplo de solução para o BK.

$$\text{Max } f = \sum_{j=1}^n p_j x_j \quad (1)$$

Com base na função objetivo, n corresponde à quantidade de itens, p_j é o valor do item de índice j e x_j é a variável binária de decisão que possui valor 1 quando o item j está na mochila (e 0 caso contrário). Ao expandir o somatório dessa função e considerar a solução 1 da instância exemplo da Fig. 1 obtém-se:

$$lf = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + p_4x_4 + p_5x_5 + p_6x_6 + p_7x_7 \quad (2)$$

$$f = 70 \cdot 1 + 20 \cdot 0 + 39 \cdot 0 + 37 \cdot 1 + 7 \cdot 0 + 5 \cdot 0 + 10 \cdot 0 = 107 \quad (3)$$

O conjunto de restrições Ω é capaz de determinar se uma dada solução é válida. No BK cada item pode ser adicionado apenas integralmente na mochila. A variável de decisão binária x_j novamente é usada, agora em conjunto com a variável w_j que indica o peso do item j . Com base na Fig. 1, a solução 1 possui peso 50, e a constante c possui o valor da capacidade máxima (nesse caso 50). Portanto, a solução 1 é válida e possui valor 107.

$$\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c \quad (4)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \forall j \in \{1 \dots n\} \quad (5)$$

Por fim, em relação ao espaço de busca S , cada item pode assumir dois estados. Portanto, para n itens existem 2^n soluções possíveis, incluindo as soluções inválidas. Ao aumentar em uma unidade (um item) o tamanho da instância, dobra-se o espaço de busca ($2^{n+1} = 2^1 \cdot 2^n$). Seguindo o mesmo raciocínio, ao adicionar apenas cinco itens à uma instância, o espaço de busca é 32 vezes maior ($2^{n+5} = 2^5 \cdot 2^n = 32 \cdot 2^n$).

Algumas heurísticas clássicas para a construção de soluções para o BK são apresentadas em Hinterding, R. [85]. A mochila deve estar inicialmente vazia e diferentes estratégias são usadas para seu preenchimento, quais sejam:

- **Next Fit:** deve-se formar uma lista auxiliar com todos os itens, ordenados de acordo com um critério (valor, por exemplo). Respeitando a ordem existente, cada item é removido da lista e tenta-se adicioná-lo à mochila. Trata-se da heurística mais simples e o resultado depende do critério de ordenação adotado.

TABELA I
TEMPO DE PROCESSAMENTO POR TAMANHO DA INSTÂNCIA (n ITENS).

n	Soluções	Tempo _a	Tempo _b
9	512	8,5 minutos	menos de 1s
10	1.024	17,1 minutos	menos de 1s
15	32.768	9,1 horas	33 segundos
20	1.048.576	12,1 dias	17,5 minutos
25	$3,36 \cdot 10^7$	1,1 ano	9,3 horas
30	$1,07 \cdot 10^9$	34 anos	12,4 dias
40	$1,10 \cdot 10^{12}$	34,8 mil anos	34,9 anos
50	$1,13 \cdot 10^{15}$	35 milhões de anos	35 mil anos

- **First Fit:** o primeiro item encontrado na lista auxiliar que não viola a capacidade máxima da mochila é adicionado. Esse item é removido da lista auxiliar, e o procedimento é repetido enquanto for possível adicionar algum item. Embora também seja simples, semelhante à heurística *next fit*, produz-se resultados melhores quanto à função objetivo. A solução obtida depende do critério de ordenação considerado na lista auxiliar.
- **Best Fit:** a heurística busca o item com maior peso que pode ser adicionado à mochila sem violar sua capacidade máxima. O procedimento termina quando não existir mais candidatos à inserção.
- **First Fit (Descending):** semelhante a *first fit*, com itens da lista ordenados de maneira decrescente conforme o lucro ($\frac{\text{valor}}{\text{peso}}$).

Para ilustrar o crescimento exponencial da quantidade de soluções possíveis em função do tamanho de entrada, a Tabela I apresenta os tempos de processamento por quantidade de itens para duas máquinas (A e B). Para facilitar a visualização, definiu-se que a Máquina A consome 1 segundo para gerar e avaliar cada solução, independente do tamanho da instância (coluna *Tempo_a*). Já a coluna *Tempo_b* refere-se ao tempo necessário para uma Máquina B, mil vezes mais rápida que a Máquina A. É possível observar que o tempo necessário para obter todas as soluções por método de força bruta (enumeração exaustiva) é inviável mesmo para instâncias com poucos itens.

Pouco além da visualização fornecida com o uso das Máquinas A e B como denominadores da razão *Espaco/Processamento*, o crescimento do poder computacional (nas mais diversas áreas da TI) não acompanha o crescimento do espaço de busca. Por maior que seja o investimento realizado na estrutura disponível, persistem os limites referentes à quantidade de memória e/ou tempo de processamento demandados. Assim, o uso de estratégias sofisticadas e inteligentes são necessárias mesmo com todos os avanços tecnológicos recentes.

Ao tratar a questão Espaço de Busca, deve-se ter muita atenção. Embora uma análise desse espaço em relação ao tamanho de entrada seja capaz de fornecer informações importantes, ela pode não ser suficiente para determinar o caminho a ser percorrido para resolução do problema submetido.

O Problema da Mochila Fracionária (FK, do inglês *Fractional Knapsack Problem*) é semelhante ao BK, entretanto, nele é possível adicionar partes (frações) de itens. Por exemplo,

seleção de grãos/pós em um varejo à granel, considerando que seja possível depois separá-los. Assim, cada item pode assumir diversos estados, de 0% a 100%, e o espaço de busca do FK é maior que o do BK. Porém, isso não se reflete em sua complexidade, e ele é classificado como tratável. Para solucioná-lo, basta ordenar os itens de maneira decrescente com base em seus lucros ($\frac{\text{valor}}{\text{peso}}$) e utilizar a heurística *First Fit* para a obtenção de uma solução ótima global.

III. UM BREVE HISTÓRICO

Citados os problemas de Racionalidade Limitada da mente humana e a Intratabilidade Computacional, é possível perceber a importância de atender tanto a demanda por soluções de boa qualidade (aceitáveis) a um dado problema quanto as restrições de recursos disponíveis.

Conforme Hertwig *et al.* [1], os métodos heurísticos foram desenvolvidos pela primeira vez em filosofia e matemática como uma solução algorítmica para problemas complexos. O dispositivo mecânico proposto pelo filósofo Raimundus Lullus (1232–1315) ilustrada na Fig. 2 é capaz de gerar combinações de atributos religiosos e filosóficos que seriam usados em debates. Já a Tabela II apresenta importantes estudiosos de abordagens heurísticas em relação à mente humana e comportamental.



Fig. 2. Primeiro mecanismo mecânico heurístico [1].

O matemático George Pólya (1887-1985) propôs um framework para o *tratamento definitivo de heurísticas e descobertas matemáticas* [86], [87], que possui um conjunto de regras simples para resolução de problemas, como: (i) dividir o processo em etapas; (ii) buscar analogia entre um problema desconhecido e um problema já tratado; (iii) buscar um problema mais especializado; (iv) decompor e recombinar o problema [1], [11], [86]. Seu objetivo era apoiar os alunos de matemática em seus estudos para adquirir o tipo de análise necessária para fazer uma *boa matemática*. É importante destacar que não são definidos algoritmos nas propostas de Pólya, mas metaestratégias, úteis para influenciar a maneira como um *designer heurístico* pensa em relação à resolução de um problema.

Ainda em relação ao trabalho de Pólya, o estudo apresentado em [86] trouxe as heurísticas de volta no mapa das preocupações intelectuais. Trata-se da referência mais antiga ao termo heurístico na literatura de Inteligência Artificial, com influência profunda na área em relação a *como pensar* [11], [88].

Em áreas relacionadas à TI, heurísticas foram implementadas como ferramentas baseadas em computador para planejar

TABELA II
ESTUDIOSOS DE ABORDAGENS HEURÍSTICAS.

Estudioso	Área(s) de atuação
Raimundus Lullus (1232-1315) ¹	Filósofo
René Descartes (1596-1650)	Polímata
Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)	Filósofo
Bernard Bolzano (1781-1848)	Filósofo e Matemático
Max Wertheimer (1880-1943)	Psicólogo
George Pólya (1887-1985)	Matemático
Karl Duncker (1903-1940)	Psicólogo
Herbert Simon (1916-2001) ²	Economista
Daniel Kahneman nasceu em 1934 ³	Psicólogo
Amos Tversky (1937-1996)	Psicólogo
Gerd Gigerenzer nasceu em 1947	Psicólogo

¹ Proposta do primeiro mecanismo heurístico conhecido

² Premio Turing ACM (*Association for Computing Machinery*)

³ Nobel de Economia [21], [34]

e auxiliar na tomada de decisões na indústria [1]. A busca por descobrir novas e melhores formas de tratar um problema específico está relacionada às restrições de tempo e espaço do cenário tecnológico atual. Em geral, elas são consideradas com base na insatisfação com algoritmos/métodos completos, ineficazes ou ineficientes [11].

Em frase atribuída ao holandês Edsger Dijkstra (1930-2002), consagrado cientista da computação, “*A ciência da computação tem tanto a ver com o computador como a Astronomia com o telescópio ou a Química com os tubos de ensaio. A Ciência não estuda ferramentas, mas seu uso e a descobertas apoiadas por elas*”. Especificamente em relação ao tema heurísticas, alguns conceitos e palavras-chave usadas na psicologia serão associadas a problemas computacionais e, em especial, a problemas intratáveis. Entretanto, para isso, o problema deve ser simplificado e traduzido de maneira a ser possível submetê-lo a métodos e processos da TI.

Conforme Sörensen, K. [5], em relação ao tema na TI, existem cinco períodos em que a história das heurísticas pode ser dividida:

- 1) **Período pré-teórico** (até 1940): heurísticas e até meta-heurísticas são utilizadas, mas não formalmente estudadas.
- 2) **Período inicial** (1940 - 1980): os primeiros estudos formais sobre heurística aparecem.
- 3) **Período com foco no método** (1980 - 2000): diversas meta-heurísticas e métodos são propostos.
- 4) **Período com foco na estrutura** (2000 - hoje): cresce a percepção de que as meta-heurísticas são mais úteis descritas como estruturas e não como métodos.
- 5) **O período científico** (futuro): o design das meta-heurísticas se torna uma ciência e não uma arte.

Com base na cronologia de Sörensen, K. [5], os dois primeiros períodos são de maior interesse no contexto do presente trabalho, ao relacionar os estudos sobre heurísticas na TI e no comportamento humano. Embora seja sabido que os problemas de otimização estejam presentes no dia-a-dia, no período pré-teórico ainda não existiam formalizações sobre a diferença entre propostas exatas, soluções aproximadas, dificuldade entre problemas de otimização fáceis e difíceis,

diferentes modelagens e algoritmos *rápidos* (polinomiais) e *lentos* (exponenciais).

No período inicial surgem os primeiros estudos formais sobre heurística. Conforme Polya, G. [86], os problemas podem ser resolvidos por um conjunto limitado estratégias geralmente aplicáveis. Em destaque estão as estratégias: busca por analogia, indução e divisão. Uma estratégia comum para chegar a uma boa heurística é buscar por soluções de problemas similares (analogia) e adaptá-las para resolver o novo problema submetido. Na estratégia indução deve-se resolver alguns exemplos simples e, com base no conhecimento adquirido, formular uma solução inteligente. Por fim, na estratégia de divisão, deve-se decompor um problema em subproblemas menores, resolvê-los e agrupá-los para a formação de uma solução unificada.

Conforme citado na Seção I, até meados dos anos 80, as definições sobre heurísticas eram superficiais e os autores usavam suas próprias interpretações. A Tabela III apresenta, de maneira objetiva, diferentes interpretações de heurística apresentadas essencialmente nos períodos pré-teórico e inicial.

TABELA III
DEFINIÇÕES E CITAÇÕES DE HEURÍSTICAS EM TI.

Ano	Ref.	Definição ou citação ao termo
57	[89]	Heurística conforme dicionário: <i>servindo para descobrir</i> . Conflito entre definição de Algoritmo e Heurística. Algoritmo capaz de gerar uma solução (mesmo a expensas de muitos recursos). Em heurísticas essa garantia não existe.
59	[87]	Filtro entre o gerador e o avaliador da solução, usado em grandes espaços de soluções.
60	[90]	Enfatiza a eficiência e a redução de esforços para obter uma solução <i>satisfatória</i> . Programa heurístico como sua automatização em um computador.
61	[91]	Uso de heurística para <i>pesquisa</i> em um grande <i>espaço problemático</i> . Análise incompleta (não exaustiva) para tornar pesquisa mais eficiente.
63	[92]	Recursos que melhoram a eficiência e/ou a eficácia na solução de problemas. Truques <i>ad hoc</i> para tipos específicos de problemas ou princípios muito gerais de gestão eficiente de recursos.
71	[93]	Regra prática, estratégia, método ou truque usado para melhorar a eficiência de um sistema para obter soluções de problemas complexos.
74	[94]	Regras práticas que reduzem o trabalho necessário para obter uma solução.
77	[95]	Método que direciona o pensamento pelos caminhos com maior probabilidade de sucesso, ignorando caminhos menos promissores.
79	[96]	Conjuntos de regras ou estratégias empíricas que funcionam como truques. Já os Algoritmos garantem uma solução para um dado problema
81	[97]	Termo <i>Busca heurística</i> usado por considerar espaço de busca e percurso em uma árvore de possibilidades.
83	[98]	São regras práticas e conhecimento úteis para fazer várias seleções e avaliações. Não garantem a obtenção de solução válida.
84	[99]	As heurísticas são critérios, métodos ou princípios para decidir qual dentre várias alternativas tende a ser mais eficaz para atingir o objetivo.
94	[100]	Livro utilizado por muito anos em graduações e pós-graduações de importantes Universidades do Brasil [101].

Após as diversas definições superficiais e também citações da temática de heurística na Inteligência Artificial, Romanycia, M. *et al.* [11] unifica e sintetiza heurística como

“qualquer dispositivo (*programa, regra, conhecimento*) que, embora não garanta a obtenção de uma solução, forneça indícios que possam ser úteis para a resolução de um problema e, em média, melhore o desempenho”.

A. Levantamento Bibliográfico

A presente seção traz um levantamento das menções a heurísticas em bases científicas, com o objetivo de verificar seu crescimento em publicações acadêmicas. Uma primeira busca considerou a base IEEE e o termo “heuristic”, uma vez que a base possui metadados em inglês e que essa palavra abrange variações, conforme foi verificado. Com base na Figura 3(a) é possível observar o crescimento exponencial das menções. De maneira adicional, com o intuito de visualizar melhor crescimento e evitar distorções, a Figura 3(b) apresenta um gráfico em que o eixo vertical encontra-se em escala logarítmica, além de uma linha de indicação de tendência. Especificamente em relação ao acervo da IEEE Latin America Transactions (Figura 3(c)), embora mais recente e em menor volume, confirma-se um consistente crescimento também nesse cenário.

Para uma análise interdisciplinar foi considerada a base de *ScienceDirect* com busca pelos termos ‘‘heuristic’’ OU ‘‘heuristics’’ no período entre 1996 e 2019. Foram localizado 24.386 publicações, aqui classificadas da seguinte maneira: (i) Administração 2,3%, (ii) Automação 8,3%, (iii) Computação 29,1%, (iv) Economia 3,7%, (v) Engenharia 10,1%, (vi) Matemática 5,1%, (vii) Neurociência 1,5%, (viii) Pesquisa Operacional 18,3% e (ix) Psicologia 1,7%.

A escolha das áreas buscou cobrir a referida base em pelo menos 80%. Assim, em alguns casos, termos específicos foram incluídos na busca para atingir revistas conhecidas com alto índice de publicações na área. Este levantamento mostra grande presença da temática nas áreas de Computação, Matemática e nas Engenharias (com 44,3%), além de Pesquisa Operacional e Administração (com 20,6%).

B. Das heurísticas para meta-heurísticas

A Seção II apresentou algumas heurísticas clássicas para a construção de soluções para o BK. As soluções especialistas desenvolvidas para problemas específicos de otimização geram heurísticas clássicas para os problemas mais conhecidos. Nesse sentido, é possível destacar heurísticas para o VRP (Problema de Roteamento de Veículos, do inglês *Vehicle Routing Problem*), como: (i) *Savings algorithms*, (ii) *Sequential improvement methods*, (iii) *The sweep algorithm*, (iv) *Petal algorithms*, (v) *Cluster-first, route-second algorithms*, (vi) *Improvement heuristics* [102]–[104]. Mais especificamente, Cordeau *et al.* [104] é um guia para desenvolvimento de heurísticas para o VRP, e destaca as quatro características essenciais às heurísticas para a obtenção de bons resultados: (i) acurácia, (ii) eficiência, (iii) simplicidade e (iv) flexibilidade.

Embora as heurísticas clássicas (e especialistas) relatadas para o BK e para o VRP sejam capazes de refletir grandes avanços, sobretudo em relação à proposta inicial do computador como metáfora da mente e a Inteligência Artificial, mecanismos mais sofisticados são necessários para a obtenção de resultados ainda melhores. Em especial, é possível observar,

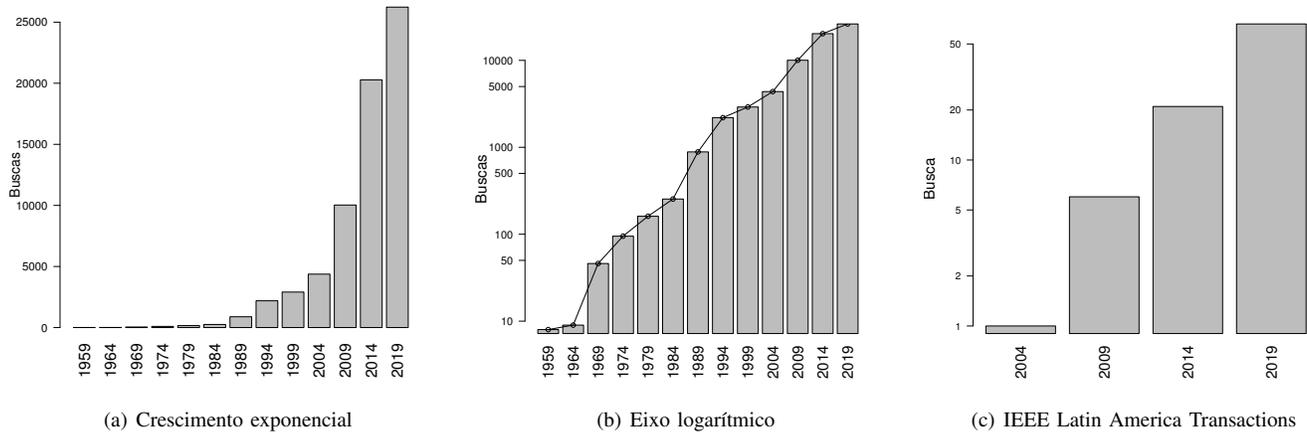


Fig. 3. Buscas na IEEE (1955 a 2019, período de 5 anos) e na IEEE Latin America Transactions.

por exemplo, como nas heurísticas clássicas para o BK não existe uma abordagem para um *arrependimento*, em que eventualmente seja necessário remover um item adicionado à mochila para a obtenção de um resultado ainda melhor.

Conforme Boschetti *et al.* [105], na década de 70 surgiu um novo tipo de algoritmo aproximativo, que atua na exploração do espaço de busca de maneira eficiente e eficaz: as Meta-heurísticas. Trata-se de uma estrutura algorítmica de alto nível, independente de problemas, que fornece um conjunto de diretrizes ou estratégias para desenvolver algoritmos de otimização heurística [9]. O prefixo grego *meta* significa (além, no sentido de alto nível) e suas propostas essencialmente têm como objetivo lidar com dois termos de grande importância no contexto espaço de busca: diversificação e intensificação.

A diversificação refere-se à exploração de diferentes regiões do espaço de busca, com o intuito de fugir de áreas já analisadas e aumentar a variedade de soluções obtidas quanto às suas características. Em contrapartida, a intensificação consiste em aproveitar o conhecimento prévio para obter soluções de melhor qualidade, que eventualmente podem estar próximas às regiões já analisadas. Isso ocorre através de análises das proximidades das regiões das melhores soluções obtidas, ou seja, análise da vizinhança.

De posse de um acervo de meta-heurísticas bem conhecidas, relatadas na Tabela IV, Blum *et al.* [83] identificou componentes importantes presentes nas de maior sucesso:

- **Construção:** etapa considerada em todas as meta-heurísticas analisadas. O objetivo é, em geral, gerar uma solução viável e de boa qualidade.
- **Recombinação:** obter novas soluções por meio de combinações de soluções já existentes.
- **Modificação aleatória:** alterar soluções com o uso de uma perturbação. Etapa altamente relacionada à diversificação.
- **Melhoria:** deve-se buscar novas soluções de melhor qualidade e, para isso, buscas locais são utilizadas para explorar vizinhança(s) das melhores soluções obtidas.
- **Gestão de Memória:** como ocorre a gestão dos dados do algoritmo, sejam eles relativos a uma população (conjunto

de soluções) ou mesmo dados para direcionar o processo de busca.

TABELA IV
ALGUMAS META-HEURÍSTICAS CONSAGRADAS.

Sigla	Descrição	Referências
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>	[106], [107]
EA	<i>Evolutionary Algorithm</i>	[108]
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>	[109] [110]
ILS	<i>Iterated Local Search</i>	[111]
RTS	<i>Reactive Tabu Search</i>	[112]
SA	<i>Simulated Annealing</i>	[113] [114]
SS	<i>Scatter Search</i>	[115] [116]
TS	<i>Tabu Search</i>	[117] [118] [119]
VNS	<i>Variable Neighborhood Search</i>	[120]

Ainda em relação às abordagens aproximativas sofisticadas, devem ser citadas as Mateurísticas (do inglês *Matheuristics*) e as Hiper-heurísticas. Mateurísticas são algoritmos feitos pela combinação de meta-heurísticas e técnicas de Programação Matemática [105]. Já as Hiper-heurísticas compreendem um conjunto de abordagens que têm como objetivo automatizar o design de métodos heurísticos para resolver problemas difíceis. Sua definição também se refere a um método de pesquisa ou mecanismos de aprendizado para selecionar ou gerar heurísticas [121]–[123].

De acordo com Sorensen, K. [124], ocorreu um *"Tsunami"* de novas meta-heurísticas baseadas em metáforas de processos naturais ou feitos pelo homem no início da década. Em Yang, X. S. [125] existe uma coletânea de meta-heurísticas inspiradas na natureza. Pouco além, a computação Bio-inspirada [126] trata-se de uma grande área com diferentes estudos em Ciência da Computação, Matemática e Biologia. Por fim, Darwish, A. [127] apresenta o estado da arte de abordagens que consideraram gatos, baleias, algas, elefantes, galinhas, traças entre outros como inspiração principal para a produção do que alguns consideram *novos métodos*.

Em Sorensen, K. [124], entretanto, argumenta-se que esta tendência pode desviar-se do rigor científico, e aponta algumas *falácias*. Em síntese, deve-se ter cautela no uso de novas

metáforas, caso a proposta não apresente uma contribuição real para o campo. Renomear conceitos existentes não deve ser considerado uma nova contribuição. Ao mesmo tempo, são ressaltadas pesquisas verdadeiramente inovadoras, de grande importância e qualidade nesse cenário. Inovações podem se concentrar em conceitos diferentes para construção de soluções, buscas locais, operações entre soluções de uma população, uso de memória adaptativa, configuração automática de parâmetros de entrada e uma série de outras ideias para melhoria das já consagradas (e numerosas) meta-heurísticas [9], [124].

Talvez Gendreau *et al.* [9] seja a principal referência sobre meta-heurísticas no mundo. As citações dos trabalhos dos autores dos capítulos foram verificadas na plataforma Google Scholar, e a relação a seguir apresenta os 15 pesquisadores em destaque, em ordem alfabética: Bruce Golden, Christian Blum, David Pisinger, Edmund K. Burke, Fred Glover, Gilbert Laporte, Graham Kendall, Jean-Yves Potvin, Marco Dorigo, Mauricio G.C. Resende, Michel Gendreau, Nenad Mladenovic, Pierre Hansen, Teodor Gabriel Crainic e Thomas Stutzle.

Por fim, o pesquisador e educador Nelson Maculan destaca-se com um vasto e relevante conjunto de trabalhos, além de um significativo total de citações. Ao longo das últimas cinco décadas, ele atuou e colaborou com formulações matemáticas e algoritmos aplicados às mais variadas áreas e problemas. Embora ele seja coautor do presente trabalho, os demais co-autores fazem questão de registrar e destacar sua importância na área de Pesquisa Operacional, tanto em âmbito nacional quanto no internacional, ratificando o belo e merecido tributo publicado por Ribeiro *et al.* [101].

IV. CONCLUSÕES

Com decisões importantes demandadas a todo momento, a mente humana apresenta-se como um *formidável* mecanismo, capaz de atuar em problemas com as mais diversas características. Desde problemas triviais, até aos que demandam grande esforço, soluções devem ser obtidas mesmo diante de severas restrições.

Na busca por uma definição definitiva do termo *heurística*, Romanycia *et al.* [11] identificou as “*dimensões do significado*” que o conceito possui: (i) o papel da incerteza e ponto de vista: heurística x algoritmos; (ii) base em conhecimento incompleto (não necessariamente holístico); (iii) melhoria no desempenho e (iv) sua responsabilidade nas decisões.

Com advento do computador como metáfora da mente, é possível realizar simulações de comportamento inteligente em máquinas. Tanto na abordagem com o foco na mente quanto na TI, existe um traço de heurística quando é necessário utilizar algum *atalho* ou *truque* para que não seja necessário o uso de todos os requisitos necessários em abordagens completas.

De fato, as decisões comumente são tomadas sem considerar todas as informações disponíveis, e o contexto tem grande influência no processo. Embora, com o uso de heurísticas comumente, sejam obtidas soluções aceitáveis, às expensas de reduzidos pré-requisitos (em destaque o *tempo*), deve-se destacar a possibilidade de não ser obtida sequer uma solução considerada aceitável, ou ainda, nenhuma solução válida (que atende a todas as restrições do problema).

Assim como o ferramental heurístico considerado pela mente humana, a TI conta com *frameworks* para problemas considerados intratáveis. Tratam-se de mecanismos sofisticados, capazes de produzir soluções de boa qualidade em tempo computacional reduzido. Conforme a literatura, o período científico das meta-heurísticas (em destaque) ainda está por vir, e o design de novas propostas tende a uma abordagem menos artesanal e mais científica.

O objetivo principal do trabalho foi apresentar uma revisão da literatura sobre o termo heurístico em várias áreas do conhecimento. Como contribuições adicionais pode-se destacar: (i) a correlação do termo heurístico e de seus conceitos em diferentes áreas do conhecimento; (ii) observar o crescimento de seu uso através de uma revisão da literatura em acervos de grande importância e destaque (IEEE e ScienceDirect); (iii) previsão de áreas de interesse e tendências das heurísticas quanto ao trato de problemas ainda considerados Intratáveis conforme a visão dos autores.

Conforme a visão dos autores, o futuro das heurísticas se mostra promissor e bastante frutífero. O crescimento exponencial de publicações, que cobre diversas áreas do conhecimento, demonstra amplo interesse acadêmico, industrial, comercial, comportamental entre outros, no campo das heurísticas, bem como a criação de novas técnicas derivadas. Colocamos aqui uma ênfase especial em técnicas heurísticas adaptativas, que têm se mostrado alinhadas à tendência atual dos métodos de aprendizado com pouca ou nenhuma supervisão humana. Nesse sentido, ressaltamos a evolução recente no desenvolvimento de técnicas heurísticas que exploram conhecimento da própria busca e também são capazes de ajustar e encontrar bons (hiper)-parâmetros.

Finalmente, acreditamos que o design automatizado de heurísticas, como extensões recentes da Programação Genética e *Variable Neighborhood Programming* [128] podem dar maior flexibilidade a problemas genéricos de busca (independentes de domínio) e concorrer com técnicas consolidadas de aprendizagem de máquina. Esperamos que novos avanços na área sejam alinhados com teorias que sustentem de forma sólida os arcabouços heurístico-computacionais existentes, visando à geração de novas técnicas que acelerem eficientemente processos custosos de tomada de decisão.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à PROPPI-UFF, FAPERJ, FAPEMIG, CAPES, CNPq e RNP pelo auxílio financeiro parcial para o desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- [1] R. Hertwig and T. Pachur, “Heuristics, history of,” in *International encyclopedia of the social & behavioral sciences*. Elsevier, 2015, pp. 829–835.
- [2] Kahneman, D. and Slovic, P. and Tversky, A., *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.
- [3] Tversky, A. and Kahneman, D., “Judgment under uncertainty: Heuristics and biases,” *Science*, vol. 185, 1974. [Online]. Available: <http://www.jstor.org/stable/1738360>
- [4] R. K. Ahuja, T. L. Magnanti, and J. B. Orlin, *Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications*. USA: Prentice-Hall, Inc., 1993.

- [5] K. Sörensen, M. Sevaux, and F. W. Glover, "A history of metaheuristics," *CoRR*, vol. abs/1704.00853, 2017. [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/1704.00853>
- [6] T. N. P. online, "Albert Einstein Biographical." [Online]. Available: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2002/kahneman/biographical/>
- [7] G. Gigerenzer and W. Gaissmaier, "Heuristic decision making," *Annual review of psychology*, vol. 62, 2011. [Online]. Available: <http://www.jstor.org/stable/1738360>
- [8] Holton G., *Thematic Origins of Scientific Thought*. Cambridge: Harvard Univ. Press, 1988.
- [9] M. Gendreau and J.-Y. Potvin, *Handbook of Metaheuristics*, 3rd ed. Springer Publishing Company, Incorporated, 2019.
- [10] M. Sipser, *Introdução à teoria da computação*. Cengage Learning, 2005.
- [11] Romanycia, M.H.J. and Pelletier, F.J., "What is a heuristic?" *Computational Intelligence*, vol. 1, 1985. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1111/j.1467-8640.1985.tb00058.x>
- [12] H. A. Simon, "Rational choice and the structure of the environment," *Psychological Review*, vol. 63, 1956.
- [13] H. Gintis, "Beyond homo economicus: evidence from experimental economics," *Ecological Economics*, vol. 35, no. 3, pp. 311 – 322, 2000. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921800900002160>
- [14] A. Sbicca, "Heurísticas no estudo das decisões econômicas: contribuições de Herbert Simon, Daniel Kahneman e Amos Tversky," *Estudos Econômicos (São Paulo)*, vol. 44, 2014. [Online]. Available: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-41612014000300006&nrm=iso
- [15] H. A. Simon, "Rational decision making in business organization," *American Economic Review*, vol. 69, 1979.
- [16] —, "Theories of decision-making in economics and behavioral science," *American Economic Review*, vol. 49, pp. 253–283, 01 2000.
- [17] —, "The human mind: The symbolic level," *Proceedings of the American Philosophical Society*, vol. 137, no. 4, pp. 638–647, 1993.
- [18] —, "Invariants of human behavior," *Annual Review of Psychology*, vol. 41, no. 1, pp. 1–20, 1990, pMID: 18331187. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1146/annurev.ps.41.020190.000245>
- [19] —, "On simulating simon: His monomania, and its sources in bounded rationality," *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, vol. 32, p. 501–505, 09 2001.
- [20] —, "Theories of decision-making in economics and behavioral science," *Am. Econ. Rev.*, vol. 49, pp. 253–283, 01 2000.
- [21] —, "Autobiography - The Nobel Prize." [Online]. Available: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/1978/simon/biographical/>
- [22] M. Holbrook, "Bounded rationality: The adaptive toolbox," *Psychology and Marketing*, vol. 20, pp. 87 – 92, 01 2003.
- [23] U. Hoffrage and T. Reimer, "Models of bounded rationality: The approach of fast and frugal heuristics," *management revue. The International Review of Management Studies*, vol. 15, pp. 437–459, 01 2004.
- [24] S. Dhami, A. al Nowaihi, and C. R. Sunstein, "Heuristics and public policy: Decision-making under bounded rationality," *Studies in Microeconomics*, vol. 7, no. 1, pp. 7–58, 2019. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1177/2321022219832148>
- [25] R. Steingraber and R. Fernandez, "A racionalidade limitada de herbert simon na microeconomia," *Revista da Sociedade Brasileira de Economia Política*, vol. 34, 01 2013.
- [26] D. Dequech, "Bounded rationality, institutions, and uncertainty," *Journal of Economic Issues*, vol. 35, pp. 911–929, 12 2001.
- [27] D. Schilirò, "Economic decisions and simon's notion of bounded rationality," *International Business Research*, vol. 11, p. 64, 06 2018.
- [28] E.-M. Sent, "Simplifying herbert simon," *History of Political Economy SilkDecision Doctor*, vol. 372, 06 2005.
- [29] M. Augier, "Models of herbert a. simon," *Perspectives on Science*, vol. 8, pp. 407–443, 12 2000.
- [30] D. Schilirò, "Economic decisions and simon's notion of bounded rationality," *International Business Research*, vol. 11, p. 64, 06 2018.
- [31] L. Cosmides and J. Tooby, "Are humans good intuitive statisticians after all? rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty," *Cognition*, vol. 58, pp. 1–73, 01 1996.
- [32] H. A. Simon and J. Schaeffer, "The game of chess," *CARNEGIE-MELLON UNIV PITTSBURGH PA ARTIFICIAL INTELLIGENCE AND PSYCHOLOGY ...*, Tech. Rep., 1990.
- [33] P. Smaldino and J. Schank, "Invariants of human emotion," *The Behavioral and brain sciences*, vol. 35, p. 164, 06 2012.
- [34] D. Kahneman, "Autobiography - The Nobel Prize." [Online]. Available: <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2002/kahneman/biographical/>
- [35] A. Tversky, "Features of similarity," *Psychological Review*, vol. 84, no. 4, pp. 327–352, 1977. [Online]. Available: <http://psycnet.apa.org/journals/rev/84/4/327/>
- [36] A. Tversky and G. Itamar, "Studies of Similarity," in *Cognition and categorization*, E. Rosh and B. Lloyd, Eds. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1978, pp. 79–98.
- [37] A. Tversky and I. Gati, "Similarity, separability, and the triangle inequality," *Psychological review*, vol. 89, no. 2, p. 123, 1982.
- [38] A. Tversky and D. Kahneman, "Rational choice and the framing of decisions," in *Multiple criteria decision making and risk analysis using microcomputers*. Springer, 1989, pp. 81–126.
- [39] D. Kahneman and A. Tversky, "Belief in the law of small numbers," *Psychological Bulletin*, pp. 105–110, 1971.
- [40] —, "Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment," *Psychological Review*, pp. 293–315, 1983.
- [41] A. Tversky, *Preference, belief, and similarity: selected writings*. MIT Press, 2004.
- [42] D. Kahneman and A. Tversky, "The framing of decisions and the psychology of choice," *Science*, vol. 211 4481, pp. 453–8, 1981.
- [43] D. Kahneman, B. L. Fredrickson, C. A. Schreiber, and D. A. Redelmeier, "When more pain is preferred to less: Adding a better end," *Psychological science*, vol. 4, no. 6, pp. 401–405, 1993.
- [44] D. Kahneman and D. T. Miller, "Norm theory: Comparing reality to its alternatives," *Psychological review*, vol. 93, no. 2, p. 136, 1986.
- [45] D. Kahneman and A. Tversky, "Prospect theory: An analysis of decisions under risk," *Econometrica*, pp. 263–291, 1979.
- [46] —, "On the psychology of prediction," *Psychological review*, vol. 80, no. 4, p. 237, 1973.
- [47] T. Gilovich, V. Medvec, and D. Kahneman, "Varieties of regret: A debate and partial resolution," *Psychological Review*, vol. 105, pp. 602–605, 07 1998.
- [48] D. Kahneman, "Maps of bounded rationality: A perspective on intuitive judgment and choice," *Nobel prize lecture*, vol. 8, pp. 351–401, 2002.
- [49] D. Kahneman, D. Kahneman, A. Tversky *et al.*, "Experienced utility and objective happiness: A moment-based approach," *The psychology of economic decisions*, vol. 1, pp. 187–208, 2003.
- [50] D. Kahneman, "New challenges to the rationality assumption," *Journal of Institutional and Theoretical Economics (JITE)*, pp. 18–36, 1994.
- [51] D. Kahneman and A. Tversky, "2000: Choices, values, and frames," in *Choice, Values and Frames*. Cambridge University Press, 2000, pp. 1–16.
- [52] A. Tversky, *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk*. Cambridge University Press, 09 2000, pp. 17–43.
- [53] S. Kahneman, D.; Frederick, "Representativeness revisited: Attribute substitution in intuitive judgment," *Heuristics and biases: The psychology of intuitive judgment*, vol. 49, p. 49–81, 01 2002.
- [54] D. Laibson and R. Zeckhauser, "Amos tversky and the ascent of behavioral economics," *Journal of Risk and Uncertainty*, vol. 16, pp. 7–47, 02 1998.
- [55] C. Schreiber and D. Kahneman, "Determinants of the remembered utility of aversive sounds," *Journal of experimental psychology. General*, vol. 129, pp. 27–42, 04 2000.
- [56] A. Tversky and D. Kahneman, "Rational choice and the framing of decisions," *The Journal of Business*, vol. 59, no. 4, pp. S251–S278, 1986. [Online]. Available: <http://www.jstor.org/stable/2352759>
- [57] D. R. Streck, "Racionalidade ecológica e formação de cidadania: entrevista com gerd gigerenzer," *Educação e Pesquisa*, vol. 40, no. 3, pp. 829–843, 2014.
- [58] H. Brighton and G. Gigerenzer, *Homo Heuristicus and the Bias-Variance Dilemma*. Springer, 01 2012, pp. 68–91.
- [59] G. Gigerenzer, "On narrow norms and vague heuristics: A reply to kahneman and tversky," *Psychological Review*, pp. 592–596, 1996.
- [60] J. Marewski and G. Gigerenzer, "Heuristic decision making in medicine," *Dialogues in clinical neuroscience*, vol. 14, pp. 77–89, 03 2012.
- [61] G. Gigerenzer, "Bounded rationality : Models of fast and frugal inference," *Swiss Journal of Economics and Statistics*, vol. 133, no. 2/2, pp. 201–218, 1997. [Online]. Available: http://library.mpib-berlin.mpg.de/ftv/gg/GG_1997.pdf
- [62] —, "How to make cognitive illusions disappear: Beyond "heuristics and biases," in *In W. Stroebe & M. Hewstone (Eds.), European review of social psychology*. Wiley, 1991, pp. 83–115.
- [63] P. Todd, J. Czerlinski, J. Davis, G. Gigerenzer, D. Goldstein, A. Goodie, R. Hertwig, U. Hoffrage, K. Laskey, L. Martignon, and G. Miller,

- Simple Heuristics That Make Us Smart*. Oxford University Press, USA, 01 1999.
- [64] D. Goldstein and G. Gigerenzer, ““models of ecological rationality: The recognition heuristic”: Clarification on goldstein and gigerenzer (2002),” *Psychological Review - PSYCHOL REV*, vol. 109, pp. 645–645, 10 2002.
- [65] L. Schooler and R. Hertwig, “How forgetting aids heuristic inference,” *Psychological review*, vol. 112, pp. 610–28, 08 2005.
- [66] L. L. Jacoby and M. Dallas, “On the relationship between autobiographical memory and perceptual learning,” *Journal of experimental psychology. General*, vol. 110 3, pp. 306–40, 1981.
- [67] G. Gigerenzer and D. Goldstein, “Goldstein, d.g.: Reasoning the fast and frugal way: models of bounded rationality. psychological review 103(4), 650,” *Psychological Review*, vol. 103, pp. 650–669, 10 1996.
- [68] J. Czerlinski, G. Gigerenzer, and D. Goldstein, *How good are simple heuristics?* Oxford University Press, USA, 01 1999, pp. 97–118.
- [69] H. Brighton, “Robust inference with simple cognitive models,” in *AAAI spring symposium: Between a rock and a hard place: Cognitive science principles meet AI-hard problems*, 01 2006, pp. 17–22.
- [70] R. M. Dawes, “The robust beauty of improper linear models in decision making,” *American psychologist*, vol. 34, no. 7, p. 571, 1979.
- [71] R. Hogarth and N. Karelaia, “Ignoring information in binary choice with continuous variables: When is less “more”?” *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 49, no. 2, pp. 115 – 124, 2005. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002249605000027>
- [72] —, ““take-the-best” and other simple strategies: Why and when they work “well” with binary cues,” *Theory and Decision*, vol. 61, pp. 205–249, 11 2006.
- [73] H. Simon, “A behavioral model of rational choice,” *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 69, pp. 99–, 02 1955.
- [74] T. Dudey and P. M. Todd, “Making good decisions with minimal information: Simultaneous and sequential choice,” *Journal of Bioeconomics*, vol. 3, pp. 195–215, 2001.
- [75] V. DeMiguel, L. Garlappi, and R. Uppal, “Optimal Versus Naive Diversification: How Inefficient is the 1/N Portfolio Strategy?” *The Review of Financial Studies*, vol. 22, no. 5, pp. 1915–1953, 12 2007. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075>
- [76] E. Johnson and D. Goldstein, “Medicine. do defaults save lives?” *Science (New York, N.Y.)*, vol. 302, pp. 1338–9, 12 2003.
- [77] D. Pichert and K. V. Katsikopoulos, “Green defaults: Information presentation and pro-environmental behaviour,” *Journal of Environmental Psychology*, vol. 28, no. 1, pp. 63 – 73, 2008. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0272494407000758>
- [78] R. Axelrod and W. Hamilton, “The evolution of cooperation,” *Science*, vol. 211, no. 4489, pp. 1390–1396, 1981. [Online]. Available: <https://science.sciencemag.org/content/211/4489/1390>
- [79] R. Boyd and P. J. Richerson, *The origin and evolution of cultures*. Oxford University Press, 2005.
- [80] H. Masum, “Review of how to solve it: Modern heuristics: Zbigniew michalewicz and david b fogel,” *Sigact News - SIGACT*, vol. 32, pp. 8–12, 01 2001.
- [81] G. Box, S. Hunter, and W. Hunter, *Statistics for experimenters. Design, innovation, and discovery. 2nd ed*, 01 2005, vol. 2.
- [82] E.-G. Talbi, *HydroCM: a hybrid parallel search model for heterogeneous platforms*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, Apr. 2013, pp. 219–235.
- [83] C. Blum and A. Roli, “Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison,” *ACM Comput. Surv.*, vol. 35, no. 3, p. 268–308, Sep. 2003. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1145/937503.937505>
- [84] L. Parada, C. Herrera, M. Sepúlveda, and V. Parada, “Evolution of new algorithms for the binary knapsack problem,” *Natural Computing*, vol. 15, 01 2015.
- [85] R. Hinterding, “Representation, constraint satisfaction and the knapsack problem,” *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99 (Cat. No. 99TH8406)*, vol. 2, pp. 1286–1292 Vol. 2, 1999.
- [86] G. Polya, *How to solve it*. Doubleday Anchor, 1945.
- [87] H. Gelernter, “Realization of a geometry theorem proving machine,” in *IFIP Congress*, 1959.
- [88] M. Minsky, “A selected descriptor-indexed bibliography to the literature on artificial intelligence,” *IRE Transactions on Human Factors in Electronics*, vol. HFE-2, no. 1, pp. 39–55, March 1961.
- [89] A. Newell, J. C. Shaw, and H. A. Simon, “Empirical explorations of the logic theory machine: A case study in heuristic,” in *Papers Presented at the February 26-28, 1957, Western Joint Computer Conference: Techniques for Reliability*, ser. IRE-AIEE-ACM '57 (Western). New York, NY, USA: Association for Computing Machinery, 1957, p. 218–230. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1145/1455567.1455605>
- [90] F. M. Tonge, “Summary of a heuristic line balancing procedure,” *Management Science*, vol. 7, no. 1, pp. 21–42, 1960. [Online]. Available: <https://EconPapers.repec.org/RePEc:inm:ormnsc:v:7:y:1960:i:1:p:21-42>
- [91] M. Minsky, “Steps toward artificial intelligence,” *Proceedings of the IRE*, vol. 49, no. 1, pp. 8–30, Jan 1961.
- [92] R. N. Shepard, “Edward feigenbaum and julian feldman (editors). computers and thought. new york: Mcgraw-hill, 1963,” *Behavioral Science*, vol. 9, no. 1, pp. 57–65, 1963. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/bs.3830090109>
- [93] J. R. Slagle, *Artificial intelligence: The heuristic programming approach*. McGraw-Hill, 1971.
- [94] P. P. Jackson, Jr., *Introduction to Artificial Intelligence*. Courier Dover Publications, 06 1974.
- [95] M. A. Boden, *Artificial intelligence and natural man*. Basic Books, 1977.
- [96] R. L. Solso, *Cognitive Psychology*. Harcourt Brace Jovanovich, 1979.
- [97] A. Barr and E. A. Feigenbaum, *The Handbook of Artificial Intelligence*. Butterworth-Heinemann, 1981.
- [98] A. Newell, “The heuristic of george polya and its relation to artificial intelligence,” *International Symposium on the Methods of Heuristic*, 1983.
- [99] J. Pearl, *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1984.
- [100] R. Campello and N. Maculan, *Algoritmos e heurísticas: desenvolvimento e avaliacao de performance*. EDUFF, 1994. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=uOoBPgAACAAJ>
- [101] R. Carneiro, P. Ferraz, N. Abreu, and R. Campello, “Nelson maculan filho: Cientista e educador,” *Pesquisa Operacional*, vol. 23, 01 2003.
- [102] G. Laporte, M. Gendreau, J.-Y. Potvin, and F. Semet, “Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem,” *International Transactions in Operational Research*, vol. 7, no. 4, pp. 285 – 300, 2000. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0969601600000034>
- [103] M. M. Silva, A. Subramanian, T. Vidal, and L. S. Ochi, “A simple and effective metaheuristic for the minimum latency problem,” *European Journal of Operational Research*, vol. 221, no. 3, pp. 513 – 520, 2012. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722171200269X>
- [104] J.-F. Cordeau, M. Gendreau, G. Laporte, J.-Y. Potvin, and F. Semet, “A guide to vehicle routing heuristics,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 53, no. 5, pp. 512–522, 2002. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601319>
- [105] M. A. Boschetti, V. Maniezzo, M. Roffilli, and A. Bolufé Röhler, “Matheuristics: Optimization, simulation and control,” in *Hybrid Metaheuristics*, M. J. Blesa, C. Blum, L. Di Gaspero, A. Roli, M. Sampels, and A. Schaerf, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009, pp. 171–177.
- [106] M. Dorigo and G. Di Caro, “The ant colony optimization metaheuristic,” *New Ideas in Optimization*, 11 1999.
- [107] M. Dorigo, “Optimization, learning and natural algorithms,” *PhD Thesis, Politecnico di Milano*, 1992.
- [108] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975, second edition, 1992.
- [109] T. A. Feo and M. G. Resende, “A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem,” *Operations Research Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 67 – 71, 1989. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0167637789900023>
- [110] T. Feo and M. Resende, “Greedy randomized adaptive search procedures,” *Journal of Global Optimization*, vol. 6, pp. 109–133, 03 1995.
- [111] H. R. Lourenço, O. C. Martin, and T. Stützle, *Iterated Local Search*. Boston, MA: Springer US, 2003, pp. 320–353. [Online]. Available: https://doi.org/10.1007/0-306-48056-5_11
- [112] R. Battiti and G. Tecchiolli, “The reactive tabu search,” *ORSA Journal on Computing*, vol. 6, no. 2, pp. 126–140, 1994. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1287/ijoc.6.2.126>
- [113] V. Černý, “Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm,” *Journal of optimization theory and applications*, vol. 45, no. 1, pp. 41–51, 1985.
- [114] S. Kirkpatrick, C. Gelatt, and M. Vecchi, “Optimization by simulated annealing,” *Science (New York, N.Y.)*, vol. 220, pp. 671–80, 06 1983.
- [115] F. Glover, “Parametric combinations of local job shop rule,” *ONR Research Memorandum*, vol. 117, pp. Chapter-IV, 1963.

- [116] —, “Heuristics for integer programming using surrogate constraints,” *Decision Sciences*, vol. 8, pp. 156 – 166, 01 1977.
- [117] —, “Future paths for integer programming and links to artificial intelligence,” *Computers & Operations Research*, vol. 13, no. 5, pp. 533 – 549, 1986, applications of Integer Programming. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305054886900481>
- [118] —, “Tabu search - part i,” *INFORMS Journal on Computing*, vol. 2, pp. 4–32, 01 1990.
- [119] —, “Tabu search—part ii,” *ORSA Journal on Computing*, vol. 2, no. 1, pp. 4–32, 1990. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1287/ijoc.2.1.4>
- [120] N. Mladenović and P. Hansen, “Variable neighborhood search,” *Computers & Operations Research*, vol. 24, no. 11, pp. 1097 – 1100, 1997. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054897000312>
- [121] E. K. Burke, M. Gendreau, M. Hyde, G. Kendall, G. Ochoa, E. Özcan, and R. Qu, “Hyper-heuristics: a survey of the state of the art,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 64, no. 12, 2013. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1057/jors.2013.71>
- [122] E. K. Burke, M. R. Hyde, G. Kendall, G. Ochoa, E. Özcan, and J. R. Woodward, *A Classification of Hyper-Heuristic Approaches: Revisited*. Cham: Springer International Publishing, 2019, pp. 453–477. [Online]. Available: https://doi.org/10.1007/978-3-319-91086-4_14
- [123] S. H. Zanakis, J. R. Evans, and A. A. Vazacopoulos, “Heuristic methods and applications: A categorized survey,” *European Journal of Operational Research*, vol. 43, no. 1, pp. 88 – 110, 1989. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221789904128>
- [124] K. Sörensen, “Metaheuristics—the metaphor exposed,” *International Transactions in Operational Research*, vol. 22, no. 1, pp. 3–18, 2015. [Online]. Available: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/itor.12001>
- [125] X.-S. Yang, *Nature-inspired metaheuristic algorithms*. Luniver press, 2010.
- [126] E.-G. Talbi and A. Nakib, *Bioinspired Heuristics for Optimization*, 1st ed. Springer Publishing Company, Incorporated, 2018.
- [127] A. Darwish, “Bio-inspired computing: Algorithms review, deep analysis, and the scope of applications,” *Future Computing and Informatics Journal*, vol. 3, no. 2, pp. 231 – 246, 2018. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2314728818300631>
- [128] S. Elleuch, P. Hansen, B. Jarboui, and N. Mladenović, “New vnp for automatic programming,” *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, vol. 58, pp. 191 – 198, 2017, 4th International Conference on Variable Neighborhood Search. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1571065317300616>



GUSTAVO SILVA SEMAAN Professor da Universidade Federal Fluminense (UFF) desde 2014. Técnico em Informática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (CTU-UFJF) em 2001. Bacharel em Sistemas de Informação pelo Granbery (2006). Mestre (2010) e Doutor (2013) pelo Instituto de Computação (IC) da UFF. Pós-Doutorado em Otimização no Laboratório de Inteligência Computacional (LabIC-IC-UFF) em 2019. Atua no Magistério Superior desde 2008 e como TI desde 1999.



JOSÉ ANDRÉ DE MOURA BRITO tem bacharelado em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1997), Mestrado em Engenharia de Sistemas e Computação (Otimização) pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1999), Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação (Otimização) pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2004) e Pós-Doutorado em Otimização na UFF (2008).



IGOR MACHADO COELHO possui graduação em Ciência da Computação pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Mestrado e Doutorado em Computação pela Universidade Federal Fluminense (UFF). Desenvolvedor do arcabouço livre OptFrame, com foco em meta-heurísticas, e autor da linguagem CombView, para modelagem de problemas de otimização. Atualmente é Pesquisador nível 2, do CNPq, comitê de Ciência da Computação.



EDELBERTO FRANCO SILVA obteve os títulos de M.Sc. e D.Sc. em ciência da computação pela Universidade Federal Fluminense (UFF), respectivamente em 2011 e 2016. Atualmente é professor do Departamento de Ciência da Computação (DCC) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Ao longo de sua carreira já coordenou e participou de vários projetos de pesquisa financiados por empresas e pelo governo. Atualmente também é pesquisador nos laboratórios MidiaCom e NetLab, membro da SBC e IEEE, tendo como Redes de Computadores

sua principal área de pesquisa.



AUGUSTO CESAR FADEL é bacharel em Estatística pela Escola Nacional de Ciências Estatísticas (ENCE) e tem mestrado em Ciência da Computação na UFF. Atua como estatístico no Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), onde desenvolve atividades relacionadas a controle estatístico de sigilo, visualização de dados e uso de big data em estatísticas oficiais.



LUIZ SATORU OCHI possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Mestrado em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (IMECC-UNICAMP) e Doutorado em Engenharia de Sistemas e Computação pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (COPPE-SISTEMAS/UFRJ). Pesquisador nível 1C, do CNPq, comitê Ciência da Computação.



NELSON MACULAN Possui graduação em Engenharia de Minas e Metalurgia pela Universidade Federal de Ouro Preto (1965), mestrado (D.E.A.) Matemática Estatística - Université de Paris VI (Pierre et Marie Curie) (1967), doutorado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (1975) e Diplôme d’Habilitation à Diriger des Recherches (H.D.R) en Sciences de la Gestion (1988), Université Paris-Dauphine (Paris IX). Atualmente é Professor Emérito da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Tem experiência na área de Ciência da Computação, com ênfase em Matemática da Computação, atuando principalmente nos seguintes temas: otimização combinatória, programação inteira, programação linear, geração de colunas e otimização global.