

# An Overview of Electromagnetic Metamaterials

R. Barroso and W. Malpica

**Abstract**—Metamaterials can be defined as a joint of small artificial cells or elements which could be small scatterers or apertures which are distributed in a regular array throughout a region of space, in order to obtain some desirable macroscopic electromagnetic behavior which would be difficult to obtain with natural materials. In the beginning, metamaterials were first an interesting theoretical concept, then they were some periodic dielectric-conductor structures with unusual measured properties, and finally they became an important part of some modern electronic devices. Due to the fast development in the area and considering the fact that it is not common to find reviews of the metamaterial theory written in Spanish language, this work is an updated state-of-the-art related to metamaterials properties, classification and applications, based on the most relevant research works in the area. As a result from this review, an updated metamaterial classification is given as a contribution. Main metamaterial properties, design techniques and applications are shown. Moreover, a perspective of the metamaterial future is presented, in order to generate interest in this area of research.

**Index Terms**—EMNZ, ENZ, LH, metamaterial, MNZ, review.

## I. INTRODUCCIÓN

Los metamateriales se definen comúnmente como un tipo de estructuras artificiales compuestas por un arreglo ordenado de celdas eléctricamente pequeñas que en su conjunto, se comportan como un material homogéneo que presenta características electromagnéticas efectivas que son difíciles de encontrar en los materiales naturales [1]. Por ende, cada celda que estructuralmente compone al metamaterial tiene unas dimensiones mucho más pequeñas que la longitud de onda de operación, tal que el metamaterial muestra en su conjunto un comportamiento homogéneo, de la misma manera en que la red cristalina de un material natural se comporta en presencia de una onda electromagnética de espectro visible o de radio. Por otra parte, las propiedades especiales de los metamateriales provienen esencialmente de la configuración y geometría de los elementos que conforman a cada una de sus celdas (p.e. aluminio, cobre, baquelita, aire, etc), más que de las propiedades intrínsecas de cada uno de ellos.

No obstante, desde que el primer metamaterial fue construido en 1998, se han reportado importantes revisiones acerca de este tema. Entre ellas se encuentran [2] y [3] en las cuales se realizaron los primeros recuentos históricos, en [4] se efectuó una primera clasificación de los metamateriales de acuerdo a sus propiedades electromagnéticas, en [5] se presentaron diferentes tipos y propiedades de las metasuperficies y en [6] se realizó un primer estado del arte en idioma castellano. Más

recientemente, en [7] se citaron diversas aplicaciones para las metasuperficies, mientras que en [8] se mencionaron diversas aplicaciones de los metamateriales comerciales modernos en las industrias del aeroespacio, automovilismo, armamento, telecomunicaciones e instrumentación. Dado este contexto y con la idea de efectuar un nuevo aporte divulgativo en idioma castellano, en este trabajo se realiza una revisión actualizada y amplia respecto a la tecnología de los metamateriales, abordando los aspectos teóricos y prácticos más relevantes acerca de esta rama de la física e ingeniería electromagnética.

El contenido de este trabajo se divide en varias secciones. En la Sección II se realiza un breve resumen de las ecuaciones que rigen la teoría de propagación de ondas en espacio libre y en medios guiados. En la Sección III, se propone una clasificación y comparación actualizada de los materiales naturales lineales comunes y de los metamateriales de acuerdo a sus propiedades macroscópicas. Seguidamente, en la Sección IV se muestra el comportamiento macroscópico de cada tipo de metamaterial en presencia de una onda electromagnética. Posteriormente, en la Sección V se presenta una reseña histórica para cada uno de esos tipos de metamaterial, incluyendo sus principales aplicaciones. Luego, en la Sección VI se presentan y ejemplifican algunas técnicas utilizadas para su diseño, haciendo énfasis en el método de homogeneización de Drude-Lorentz. Adicionalmente, en la Sección VII la respuesta en frecuencia de una línea de transmisión metamaterial es estudiada con un enfoque didáctico. Para concluir la revisión, se examinan en la Sección VIII las perspectivas presentes y futuras de aplicación de los metamateriales en general. Todo esto con la idea de motivar a la comunidad científica hispanohablante a darle impulso a la investigación en esta incipiente rama de la ciencia.

## II. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS

Para una mejor comprensión de las propiedades de los metamateriales y de las ondas electromagnéticas que se propagan en ellos, es conveniente recordar primeramente la teoría asociada a la propagación de ondas en espacio libre y en los medios guiados, las cuales se resumen a continuación.

### A. Propagación en Espacio Libre.

Sean  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t)$  y  $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t)$  las representaciones del campo eléctrico y del campo magnético en función del vector posición  $\mathbf{r}$  y del tiempo  $t$ , siendo ambos campos armónicos respecto a  $t$ . Seguidamente, pueden definirse  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  y  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  como las representaciones fasoriales complejas que representan a dichos campos en función de la posición  $\mathbf{r}$ . Puede entonces escribirse que  $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r})e^{j\omega t}]$  y que  $\tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r})e^{j\omega t}]$ , donde  $j = \sqrt{-1}$  y  $\omega$  es el valor de la frecuencia angular de la onda. Luego, es sabido que la Ley de Ampere-Maxwell y la

R. H. Barroso, is with the Electronic and Circuits Department, Simon Bolívar University, Miranda State, Venezuela, (e-mail: rbarroso@usb.ve).

W. Malpica is with the Electrical Engineering School, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela, (e-mail: wilmer.malpica.ucv@gmail.com).

Manuscript received February 7, 2020; firstly revised March 28, 2020.

Ley de Inducción de Faraday rigen el comportamiento de las ondas electromagnéticas. Estas ecuaciones escritas en forma fasorial, para un medio con pérdidas, pueden escribirse como

$$j\omega\epsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (1)$$

$$-j\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

donde  $\epsilon$  es la permitividad eléctrica compleja del medio, de modo que  $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ , y donde  $\mu$  es la permeabilidad magnética compleja del medio, de modo que  $\mu = \mu' - j\mu''$ . Además se cumple que  $\epsilon' = \text{Re}[\epsilon]$ ,  $\epsilon'' = -\text{Im}[\epsilon]$ ,  $\mu' = \text{Re}[\mu]$  y  $\mu'' = -\text{Im}[\mu]$ . Es importante recordar que  $\epsilon'$  está asociado a la capacidad del medio de polarizarse, que  $\mu'$  está asociado a la capacidad del medio de magnetizarse, mientras que  $\epsilon''$  y  $\mu''$  están relacionados con las pérdidas de dicho medio [9].

Luego, a través de la manipulación algebraica de las expresiones (1) y (2) pueden plantearse las conocidas Ecuaciones de Helmholtz para  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  y  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ . Estas ecuaciones pueden resolverse en coordenadas cartesianas para el caso de propagación en espacio libre, asumiendo que la fuente está muy lejos del punto de observación, obteniéndose como solución las expresiones de los campos asociados a una onda plana

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-\gamma \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}} \quad (3)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 e^{-\gamma \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}} = \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}_0 / \eta) e^{-\gamma \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{r}} \quad (4)$$

donde  $\hat{\mathbf{n}}$  es el vector unitario en la dirección de propagación de la onda, mientras que  $\mathbf{E}_0$  y  $\mathbf{H}_0$  son fasores vectoriales constantes. También debe cumplirse que

$$\gamma = j\omega\sqrt{\epsilon\mu} = \alpha + j\beta \quad (5)$$

$$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon} \quad (6)$$

$$\lambda = 2\pi/\beta \quad (7)$$

$$V_f = \omega/\beta \quad (8)$$

$$V_g = \left( \frac{\partial\beta}{\partial\omega} \right)^{-1} \quad (9)$$

donde  $\gamma$  es la constante de propagación de la onda,  $\alpha$  es la constante de atenuación de la onda para  $\alpha = \text{Re}[\gamma]$ ,  $\beta$  es la constante de fase de la onda para  $\beta = \text{Im}[\gamma]$ ,  $\eta$  es la impedancia intrínseca del medio,  $\lambda$  es la longitud de onda, mientras que  $V_f$  y  $V_g$  son las velocidades de fase y grupo.

Adicionalmente, es importante mencionar que el modo de propagación representado por (3) y (4) es conocido en la literatura como modo electromagnético transversal (EMT), ya que ni el campo  $\mathbf{E}$  ni el campo  $\mathbf{H}$  tienen componentes en la dirección de  $\hat{\mathbf{n}}$ . Además, para este modo se cumple:  $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$ .

También vale la pena analizar el caso en que las pérdidas en el medio son despreciables, es decir, cuando se cumple  $\mu'' \rightarrow 0$  y  $\epsilon'' \rightarrow 0$ . Para este caso, la impedancia intrínseca es un número realde valor  $\eta \approx \sqrt{\mu'/\epsilon'}$ . Si además  $\mu'$  y  $\epsilon'$  son independientes de la frecuencia, es decir, el medio es no dispersivo, entonces  $V_g = V_f = (\mu'\epsilon')^{-1/2}$ .

## B. Propagación en Modo EMT para Medios Guiados.

Sea una línea de transmisión de dos conductores que guía a una onda electromagnética de tipo armónico respecto al tiempo, la cual se propaga en la dirección del vector  $\hat{\mathbf{z}}$ , con un modo de propagación EMT. Sea  $\tilde{V}(z, t)$  las representación del voltaje entre los conductores de la línea e  $\tilde{I}(z, t)$  la representación de la corriente que fluye a lo largo de uno de esos conductores. Ambos valores están asociados a la onda electromagnética que se propaga y son función de la distancia  $z$  recorrida en la dirección axial de la línea de transmisión y del tiempo  $t$ . Luego, sean  $V(z)$  e  $I(z)$  las representaciones fasoriales complejas del voltaje y la corriente a lo largo de la línea en función de la posición de  $z$ . Ambos valores cumplen con las condiciones  $\tilde{V}(z, t) = \text{Re}[V(z)e^{j\omega t}]$  e  $\tilde{I}(z, t) = \text{Re}[I(z)e^{j\omega t}]$ . Luego, el modelo de parámetros distribuidos que corresponde para este tipo de línea de transmisión se representa en la Fig. 1, donde los valores  $Z_S$  y  $Y_P$  representan la impedancia serie y la admitancia paralela por unidad de longitud de la línea, siendo  $Z_S = R_S + j\omega L_S$  y  $Y_P = G_P + j\omega C_P$  para líneas de transmisión convencionales. Los valores  $R_S$ ,  $L_S$ ,  $G_P$  y  $C_P$ , representan respectivamente y por unidad de longitud, la resistencia de los conductores, la inductancia de la línea, la conductancia de la línea asociada al dieléctrico entre conductores y la capacitancia de la línea [10].

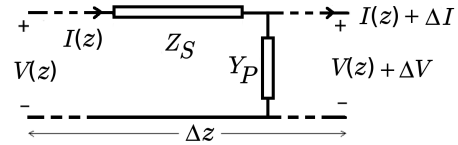


Fig. 1. Modelo general de parámetros distribuidos para una línea de transmisión que opera en modo EMT [10].

Obsérvese que para el caso particular en el cual la línea de transmisión no tiene pérdidas disipativas ( $R_S \rightarrow 0$  y  $G_P \rightarrow 0$ ), el valor  $\text{Im}[Z_S]$  depende de  $L_S$ , que es a su vez proporcional a la permeabilidad  $\mu'$  del medio dieléctrico entre conductores. De la misma forma sucede para  $\text{Im}[Y_P]$ , el cual depende de  $C_P$ , que es a su vez proporcional a la permitividad  $\epsilon'$  del medio dieléctrico entre conductores.

Por otra parte, también pueden plantearse las conocidas ecuaciones diferenciales del telegrafista [11], las cuales están asociadas a la red de parámetros distribuidos de la Fig. 1, cuyas soluciones son  $V(z) = V_0 e^{-\gamma z}$  e  $I(z) = I_0 e^{-\gamma z} = (V_0/Z_0) e^{-\gamma z}$ , donde la constante de propagación en la línea, su impedancia característica  $Z_0$  y las velocidades de fase y grupo de la onda, pueden deducirse como en [10] para obtener:

$$\gamma = \sqrt{Z_S Y_P} = \alpha + j\beta \quad (10)$$

$$Z_0 = V(z)/I(z) = \sqrt{Z_S/Y_P} \quad (11)$$

$$V_f = \omega/\beta \quad (12)$$

$$V_g = \left( \frac{\partial\beta}{\partial\omega} \right)^{-1} \quad (13)$$

### III. CLASIFICACIÓN DE LOS METAMATERIALES Y DE LOS MATERIALES NATURALES SEGÚN SU UBICACIÓN EN EL PLANO CARTESIANO $\epsilon'$ - $\mu'$ .

Los metamateriales y los materiales naturales pueden clasificarse según sus propiedades electromagnéticas macroscópicas en régimen sinusoidal permanente, es decir, de acuerdo a los valores que presenten tanto  $\epsilon'$  como  $\mu'$ .

En ese sentido, para la banda que va desde la frecuencia cero (o DC) hasta la banda del espectro visible, puede afirmarse que los materiales naturales lineales comunes en general son desde el punto de vista eléctrico positivamente polarizables ( $\epsilon' > \epsilon_0$ ) con algunas escasas excepciones, como por ejemplo, el plasma a ciertas frecuencias de radio y algunos metales en el espectro ultravioleta [4], [12], que pueden exhibir una permitividad en el rango  $-\infty < \epsilon' < \epsilon_0$ . Algunos autores denominan a estos medios excepcionales como diaeléctricos [13].

Desde el punto de vista magnético, los materiales naturales lineales comunes pueden ser clasificados como diamagnéticos (su valor de permeabilidad magnética suele estar en el rango  $0 < \mu' < \mu_0$ ) o paramagnéticos (su permeabilidad magnética se sitúa en el rango  $\mu' > \mu_0$ ) [14], [15].

Es conveniente resaltar que, entre las sustancias naturales conocidas, a temperatura ambiente y en DC, el bismuto metálico es de las sustancias más diamagnéticas que existen y a pesar de ello, muestra un valor de permeabilidad magnética que es apenas ligeramente menor a  $\mu_0$ , con  $\mu'_{Bi} \cong 0.99983\mu_0$  [15]. Algunos materiales de ferrita pueden comportarse como materiales diamagnéticos excepcionales [16]–[18], pues a frecuencias de radio muy particulares podrían exhibir una permeabilidad magnética ubicada en el rango  $-\infty < \mu' < \mu_0$ .

Por otra parte, es importante mencionar que también existen algunas sustancias naturales poco comunes que tienen una gran permitividad eléctrica ( $\epsilon' \gg \epsilon_0$ ), entre ellos, algunos materiales del tipo ferroeléctrico, como los titanatos de bario y estroncio [19], y también existen otras de gran permeabilidad magnética que son del tipo ferromagnético ( $\mu' \gg \mu_0$ ), como el hierro, el níquel y sus aleaciones [15]. Por lo general, los materiales ferroeléctricos y ferromagnéticos son no lineales, pues muestran respectivamente su  $\epsilon'$  o su  $\mu'$  como funciones dependientes del valor del campo aplicado sobre el material.

Por su parte, de acuerdo a la revisión bibliográfica realizada, los metamateriales también pueden clasificarse de acuerdo a sus valores de  $\epsilon'$  y  $\mu'$ , es decir: de  $\epsilon'$  y  $\mu'$  positivos (DPS), de  $\epsilon'$  negativo (ENG), de  $\epsilon'$  y  $\mu'$  negativos (DNG), de  $\mu'$  negativo (MNG), de  $\epsilon'$  cercano a cero (ENZ), de  $\mu'$  cercano a cero (MNZ), de  $\epsilon'$  y  $\mu'$  cercanos a cero (EMNZ), de  $\epsilon'$  muy grande (EVL) y de  $\mu'$  muy grande (MVL).

Para ilustrar todas estas ideas, se muestra en la Fig. 2 la ubicación en el plano  $\epsilon' - \mu'$  de cada uno de los tipos de materiales naturales y de metamateriales mencionados. Luego, se presentan en la Tabla 1 las respectivas denominaciones y acrónimos para cada tipo de metamaterial.

### IV. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE CADA TIPO DE METAMATERIAL.

La mayoría de los estudios teóricos relacionados con el comportamiento de los metamateriales encontrados en la

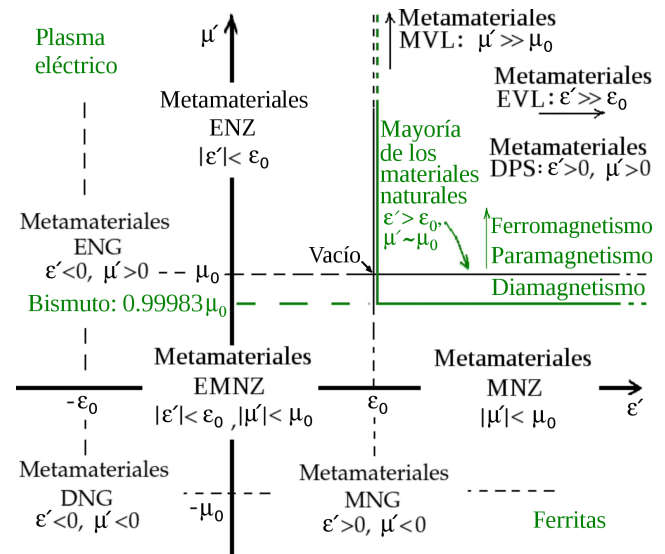


Fig. 2. Clasificación de los medios metamateriales (negro) y medios naturales comunes (verde claro), según el valor de  $\epsilon'$  y de  $\mu'$ .

TABLE I  
TIPOS DE METAMATERIAL Y SUS ACRÓNIMOS SEGÚN SU UBICACIÓN EN EL PLANO  $\epsilon' - \mu'$  EN IDIOMA CASTELLANO E IDIOMA INGLÉS

Ubicación del metamaterial en el plano $\epsilon' - \mu'$	Denominaciones comunes del tipo de metamaterial en idioma castellano	Acrónimos del tipo de metamaterial en idioma inglés
$\epsilon' > 0$ $\mu' > 0$	Metamaterial de $\epsilon'$ y $\mu'$ positivos Metamaterial de mano derecha	DPS (Double Positive metamaterial) RHM (Right Handed Metamaterial)
$\epsilon' < 0$ $\mu' > 0$	Metamaterial de $\epsilon'$ negativo	ENG (Negative $\epsilon'$ metamaterial)
$\epsilon' < 0$ $\mu' < 0$	Metamaterial de $\epsilon'$ y $\mu'$ negativos Metamaterial doblemente negativo	DNG (Double Negative metamaterial)
$\epsilon' > 0$ $\mu' < 0$	Metamaterial de $\mu'$ negativo Metamaterial de mano izquierda	LHM (Left Handed Metamaterial)
$ \epsilon'  < \epsilon_0$	Metamaterial de $\epsilon'$ cercano a cero	ENZ (Near Zero metamaterial)
$ \mu'  < \mu_0$	Metamaterial de $\mu'$ cercano a cero	MNZ (Near Zero metamaterial)
$ \epsilon'  < \epsilon_0$ $ \mu'  < \mu_0$	Metamaterial de $\epsilon'$ y $\mu'$ cercanos a cero	EMNZ (Near Zero metamaterial)
$\epsilon' \rightarrow \infty$	Metamaterial de $\epsilon'$ muy grande	EVL ( $\epsilon'$ Very Large metamaterial)
$\mu' \rightarrow \infty$	Metamaterial de $\mu'$ muy grande	MVL ( $\mu'$ Very Large metamaterial)

bibliografía consultada se enfoca en los metamateriales sin pérdidas, es decir cuando  $\epsilon'' = \mu'' = 0$ . Esta clasificación a su vez está intrínsecamente relacionada al comportamiento de una onda en modo EMT que se propaga dentro de ellos [20].

En ese sentido, de acuerdo a la teoría de las ondas electromagnéticas, cuando una onda en modo EMT se propaga en un medio DPS convencional sin pérdidas, la constante de

propagación  $\gamma$  es un número imaginario puro y la onda electromagnética puede propagarse dentro del medio sin atenuación. Para este caso, el vector densidad de potencia promedio  $(1/2)Re[\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r})]$  tiene la misma dirección de la velocidad de fase de la onda, es decir el material o metamaterial dado es un medio de regla de mano derecha [21], [22]. Es conveniente acotar que la mayoría de los materiales naturales son del tipo DPS en la banda de operación que va desde el DC hasta el espectro visible [23].

Como contraste, en un metamaterial DNG sin pérdidas, la constante de propagación  $\gamma$  también es un número imaginario puro y la onda electromagnética se propaga dentro de dicho metamaterial sin atenuación, pero el sentido relativo que tienen  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  con respecto a  $\mathbf{H}(\mathbf{r})$  cambia, debido al signo negativo que tienen  $\epsilon'$  y  $\mu'$  en las ecuaciones (1) y (2). Este hecho hace que la dirección del vector velocidad de fase de los medios DNG tenga la dirección del vector  $(1/2)Re[\mathbf{H}^*(\mathbf{r}) \times \mathbf{E}(\mathbf{r})]$ , es decir de dirección contraria al vector densidad de potencia promedio, razón por la cual los metamateriales DNG son también considerados medios de regla de mano izquierda.

Por otra parte, cuando la propagación de la onda en modo EMT se produce en un medio sin pérdidas que sea del tipo MNG o del tipo ENG, puede observarse que la constante de propagación  $\gamma$  dada por (5) pasa a ser un número real puro. Esto indica que no existe propagación de onda dentro de este tipo de medios y que solamente existen campos evanescentes que se atenúan fuertemente en la dirección de propagación, lo que puede confirmarse realizando una inspección a las expresiones de campo (3) y (4).

Otro caso particular que vale la pena mencionar sucede cuando el medio sin pérdidas en el cual se propaga la onda es del tipo ENZ o MNZ. De acuerdo a una definición amplia (por ejemplo utilizada en [24]), los parámetros  $\epsilon'$  y  $\mu'$  de estos metamateriales están ubicados respectivamente en los rangos  $|\epsilon'| < \epsilon_0$  y  $|\mu'| < \mu_0$ . Sin embargo, una definición más específica (por ejemplo utilizada en [25]), indica que el metamaterial puede clasificarse como ENZ cuando  $\epsilon' \rightarrow 0$  y como MNZ cuando  $\mu' \rightarrow 0$ . Dadas estas condiciones, estos metamateriales pueden tener una constante de propagación tal que  $\gamma \rightarrow 0$ , y una velocidad de fase tal que  $V_f \gg c$ , donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Como consecuencia, la longitud de onda de operación  $\lambda$  dentro de este tipo de metamaterial dada por (7), suele ser muy grande respecto a la longitud de onda dentro de los materiales naturales convencionales. Esta propiedad hace que, por ejemplo, un frente de onda de microondas no presente diferencias de fase significativas a lo largo de un recorrido de varios metros realizado en la dirección de  $\hat{\mathbf{n}}$ , es decir, el volumen en donde se propaga la onda tiende a ser equifásico [26]–[29]. De hecho, si el metamaterial estudiado es del tipo EMNZ, el campo eléctrico y el campo magnético de la onda se desacoplan por la anulación del término del lado izquierdo de las ecuaciones (1) y (2). Como consecuencia, para este tipo de medio, las soluciones para los campos en régimen dinámico son similares a las soluciones de los campos en régimen estático.

Finalmente, es pertinente mencionar que a diferencia de los materiales naturales de alto  $\epsilon'$  y/o alto  $\mu'$ , los metamateriales EVL y MVL presentan la ventaja de su respuesta lineal, es

decir, el  $\epsilon$  y  $\mu$  del metamaterial no dependen de la amplitud de los campos aplicados. Además, en la práctica, esos parámetros son ajustables de acuerdo a la configuración de cada celda.

## V. RESEÑA HISTÓRICA Y APLICACIONES DE LOS METAMATERIALES SEGÚN SU TIPO.

### A. *Metamateriales del Tipo ENG, DNG y MNG.*

Los primeros metamateriales estudiados fueron los del tipo DNG o de tercer cuadrante (ver Fig. 2). Entre los primeros trabajos teóricos relacionados con la teoría de estos metamateriales se encuentran los estudios de Mandelstam en 1950 [30], Malyuzhinets en 1951 [31] y Sivukhim en 1957 [32], quienes describieron por primera vez la posible existencia del fenómeno de refracción con ángulo negativo y del fenómeno de ondas con dirección de propagación inversa. Posteriormente, el físico Víctor Veselago propuso un análisis sistemático y ordenado de la propagación de ondas en medios DNG y confirmó los resultados de los estudios anteriores para este tipo de medios. Además, también planteó la posible existencia del efecto Doppler inverso y de la radiación de Cerenkov inversa dentro de un medio DNG [33]. Sin embargo, como consecuencia de la inexistencia en la naturaleza de los medios del tipo DNG, el comportamiento teórico de los mismos no pudo ser verificado experimentalmente sino hasta finales del siglo XX. Los primeros intentos de implementación de estos metamateriales comenzaron en 1996 y 1998, cuando Pendry y sus colaboradores diseñaron y construyeron el primer medio ENG, el cual se realizó construyendo un arreglo de cilindros conductores mecánicamente soportados con materiales dieléctricos (ver Fig. 3.a) [34], [35]. Luego, en 1999 fue creado el primer metamaterial MNG, que se realizó construyendo un arreglo de resonadores de anillo conductor abierto, impreso en material dieléctrico (ver Fig. 3.b) [36]. Seguidamente, el grupo de investigación de Smith y sus colaboradores combina los primeros metamateriales ENG y MNG de Pendry para crear en 2001 el primer medio DNG (ver Fig. 3.c) [37]. Algunos otros detalles históricos de estos primeros metamateriales pueden consultarse en [2], [3], [38], [39].

Más recientemente, es importante mencionar que con este tipo de metamateriales se han diseñado líneas de transmisión, superlentes (ver Fig. 4), reflectores, filtros para microondas, metasuperficies para mejorar la eficiencia de las antenas y otros dispositivos [40]–[50].

### B. *Metamateriales de Tipo ENZ y MNZ.*

Desde 2006, momento en el cual fueron concebidos los conceptos de metamaterial ENZ y MNZ, el término "metamaterial" adquirió un significado mucho más amplio que el metamaterial DNG original de Veselago [1], [4]. A partir de allí, los metamateriales también podrían ubicarse en cualquier cuadrante del plano  $\epsilon' - \mu'$  (ver Fig. 2).

Así como ha sucedido para los medios DNG, a los metamateriales MNZ y ENZ también se les ha encontrado amplias aplicaciones en el espectro óptico y también de radio. De acuerdo con la revisión bibliográfica realizada, los primeros desarrollos teóricos relacionados con las posibles aplicaciones

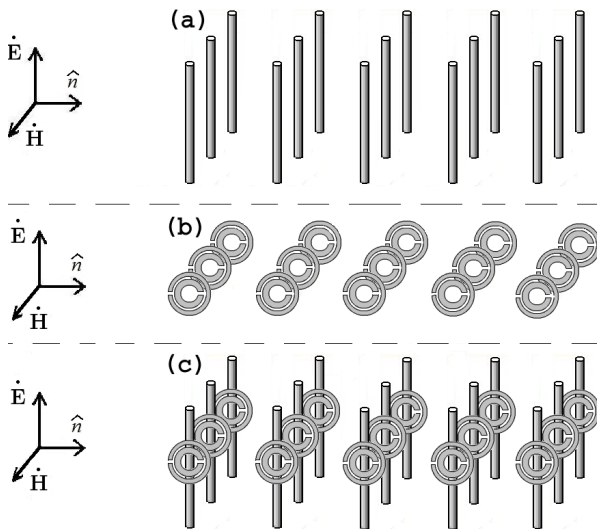


Fig. 3. (a) Primer metamaterial del tipo ENG construido con cilindros conductores [34], [35]. (b) Primer metamaterial del tipo MNG construido con anillos conductores abiertos [36]. (c) Primer metamaterial del tipo DNG construido con cilindros conductores y con anillos conductores abiertos [37].

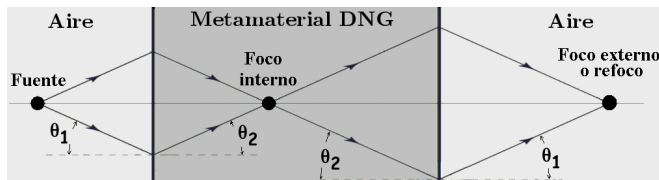


Fig. 4. Superlente plano construido con un metamaterial DNG. Obsérvese el ángulo de refracción negativo  $\theta_2$  que aparece en las interfaces aire-metamaterial. Este fenómeno se produce porque la velocidad de fase en el metamaterial es negativa y porque la Ley de Snell en cada interfaz aire-metamaterial debe cumplirse:  $Sen(\theta_2) = (V_{f_{Aire}}/V_{f_{DNG}})Sen(\theta_1)$  [50].

de estos metamateriales fueron concebidos por Alù y Engheta en 2005, con miras a examinar la factibilidad de crear un primer manto de invisibilidad para aplicaciones ópticas, mejorar la eficiencia de ciertos tipos de antenas y de los nanocircuitos [51]–[54]. Seguidamente, los mismos Alù y Engheta propusieron en 2006 las denominaciones ENZ y MNZ para este tipo de metamateriales [4]. En particular, es relevante mencionar el trabajo de Silverinha en 2008 [12], en el cual se exponen otras potenciales aplicaciones para estos metamateriales, basadas en el hecho de que ellos muestran  $\lambda \rightarrow \infty$ . Entre esas posibles aplicaciones, resalta el planteamiento de una idea para el diseño de frentes de onda con la forma de una interfaz ENZ-aire de geometría arbitraria y de otra idea de sistemas de acoplamiento entre guías de onda con forma arbitraria.

Más recientemente, los metamateriales ENZ y MNZ han permitido concebir mantos de invisibilidad, filtros, acopladores y otros accesorios para mejorar el funcionamiento de guías de onda y antenas [25], [55]–[63]. Un ejemplo de metamaterial volumétrico del tipo MNZ insertado como dieléctrico de una línea de transmisión puede observarse en la Fig. 5.

En lo que respecta a los mantos de invisibilidad, esta aplicación consiste en rodear al objeto que se quiere ocultar con un manto que realmente es un metamaterial anisótropo y

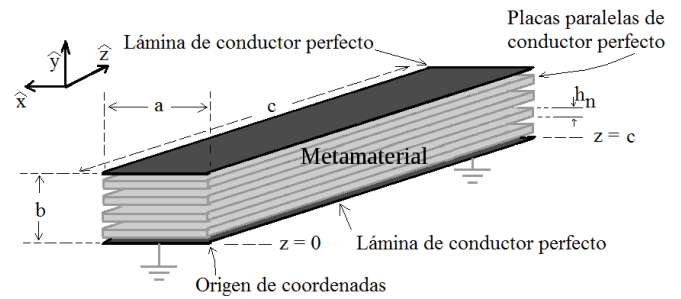


Fig. 5. Línea de transmisión de conductores planos paralelos rellena de metamaterial MNZ. Según la aplicación requerida, la impedancia  $Z_0$  de la línea puede ajustarse en función del espesor  $h_n$  de cada una de las  $N$  placas del metamaterial [55].

no homogéneo, con el cual se logra una diferencia de fase nula entre la onda que está fuera del manto y la que está dentro del manto (que a su vez realiza un recorrido mayor, a mayor velocidad), lo que da la impresión de que ni el manto ni el objeto ocultado existen para la onda (Ver Fig. 6), ya que el efecto de dispersión de la onda en el espacio es anulado [64]. Luego de este planteamiento teórico original, se despertó un gran interés en esta aplicación, proponiéndose por Schurig un primer manto de invisibilidad para una banda de microondas en 2007 [65] y luego otros para el espectro infrarrojo o visible, como por ejemplo los descritos por Ni [66] en 2015, Ahn [67] en 2019, y [68] en 2019. Algunas de las técnicas para diseñar estos mantos, se describen en [64], [69].

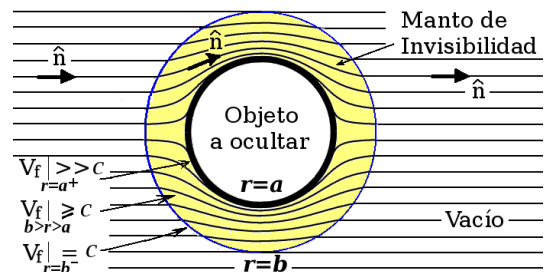


Fig. 6. Manto de invisibilidad que ocupa el volumen  $b > r > a$  para ocultar un objeto esférico dispuesto en el volumen  $a > r > 0$ . El diseño del manto es tal que  $\epsilon'$ ,  $\mu'$  y  $V_f$  son funciones de  $r$ , siendo  $V_f(r)$  una función decreciente desde  $r = a$  hasta  $r = b$  [64].

A pesar de los avances mencionados, durante este trabajo de revisión no se encontraron mantos de invisibilidad diseñados tal que pudiesen operar en todo el rango de frecuencia óptico. Este hecho, aunado a lo costoso de este tipo de metamateriales hace que estas aplicaciones aún no sean atractivas para aplicaciones civiles comerciales, por lo que esta aplicación sigue siendo todo un reto para la ingeniería moderna.

### C. Metamateriales del Tipo EVL y MVL.

De acuerdo con la revisión bibliográfica realizada, la mención más antigua de utilización de metamateriales EVL y MVL data de 2007 [70]. Allí se expone que con estos metamateriales pueden construirse metasuperficies de muy alta o muy baja impedancia intrínseca y, entre sus aplicaciones, se encuentra el mejoramiento del comportamiento de ciertos tipos de antenas planas. A dichas antenas se le han acoplado



metasuperficies EVL o MVL y se ha demostrado que las mismas pueden aumentar su ganancia de manera importante sin aumentar significativamente el volumen ocupado, tal y como se ejemplifica en la Fig. 7.b. Estos metamateriales también podrían colocarse en el entorno de una antena para mejorar su acoplamiento a su línea de alimentación (ver Fig. 7.c). Ejemplos de estas aplicaciones pueden encontrarse en [70]–[72].

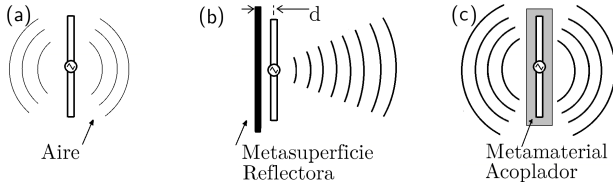


Fig. 7. (a) Antena dipolo convencional. (b) Antena dipolo que aumenta su directividad en una dirección debido a la reflexión de la onda en una metasuperficie del tipo MVL o ENZ de alta impedancia intrínseca (con coeficiente de reflexión de  $\Gamma \approx 1e^0$ ), tomando en cuenta que la ventaja de este tipo de reflectores es que puede utilizarse con una separación  $d \approx 0$  (sistema de bajo perfil) a diferencia de los reflectores convencionales de cobre o aluminio que deben utilizar una separación  $d \approx \lambda/4$ . (c) Antena dipolo que aumenta su eficiencia gracias a que el metamaterial acoplador del tipo MVL o EVL que la rodea tiene una impedancia intrínseca que mejora el acoplamiento entre la antena y su línea de alimentación.

## VI. MÉTODOS PARA LA HOMOGENEIZACIÓN DE METAMATERIALES.

### A. Introducción a los Métodos de Homogeneización.

No es sencillo diseñar un metamaterial mediante procesos empíricos de ensayo y error debido a la dificultad que existe para simular estructuras electromagnéticas complejas y también debido a lo costoso de su fabricación. Por esa razón, en los procesos de diseño es común la utilización de un conjunto de técnicas denominadas métodos de homogeneización, los cuales permiten determinar los parámetros constitutivos  $\epsilon$  y  $\mu$  de un metamaterial dado, con métodos numéricos o analíticos. Una revisión bibliográfica amplia que cita la mayoría de estas técnicas aplicadas a la ingeniería de metamateriales electromagnéticos se describe en la sección introductoria de [73]. Estos métodos provienen, por un lado, del estudio del comportamiento promedio de los campos dentro de cada celda del metamaterial (método de análisis local) y, por otro lado, del estudio del comportamiento macroscópico promedio de la onda en un volumen de metamaterial cuyas dimensiones son muy grandes respecto a la longitud de onda de operación, la cual a su vez es muy grande respecto a las dimensiones de cada celda del metamaterial (método de análisis macroscópico). En ese sentido, cuando se utilizan métodos de homogeneización de nivel local, se intenta definir un modelo matemático que coloque tanto a  $\epsilon$  como a  $\mu$  en función de las características de las sustancias y de la geometría de cada celda que compone a dicho metamaterial. Cuando se utilizan métodos de homogeneización de nivel macroscópico, los valores de  $\epsilon$  y  $\mu$  se extraen observando el comportamiento promedio de una onda en el volumen que ocupa el metamaterial.

Uno de estos métodos de nivel local muy utilizado para el diseño de metamateriales está basado en el modelo de Drude-Lorentz. Dicho método utiliza una aproximación cuasiestática para plantear la equivalencia del comportamiento de una celda de metamaterial con el comportamiento de un circuito eléctrico, para luego obtener  $\epsilon$  y  $\mu$  [74], [75]. Este método se ejemplifica más adelante en las Secciones VI.B y VI.C, con un enfoque didáctico distinto al mostrado en [75].

Por otra parte, cuando la homogeneización se realiza observando el comportamiento macroscópico de la onda, se puede tratar el metamaterial de  $\epsilon$  y  $\mu$  desconocidos como si dicho metamaterial fuese un medio homogéneo. Luego, de los parámetros promedio de la onda medida o simulada dentro y fuera del metamaterial, pueden extraerse tanto la constante de propagación promedio del metamaterial  $\gamma$  así como la impedancia intrínseca promedio del metamaterial  $\eta$ . Como  $\gamma$  y  $\eta$  dependen de la permitividad eléctrica  $\epsilon$  y de la permeabilidad magnética  $\mu$  del metamaterial a través de las relaciones (5) y (6), entonces ambas relaciones pueden combinarse para obtener que  $\epsilon = -j\gamma/(\omega\eta)$  y  $\mu = -j\gamma\eta/\omega$  [76], [77].

### B. Modelo de Drude-Lorentz para un Metamaterial que Interactúa con el Campo Eléctrico.

El metamaterial a homogeneizar en este caso es el de la Fig. 8.a, el cual consta de múltiples cilindros conductores de radio  $a$  y altura  $h$  inmersos en aire, separados entre sí por una distancia  $b$ , en un arreglo cartesiano ordenado en el plano  $YZ$ . El eje de rotación de cada cilindro es paralelo al eje  $\hat{x}$ . Nótese que cada celda de este metamaterial, contenedora de cada cilindro, ocupa el volumen  $V = hb^2$  y además las dimensiones son tales que  $\lambda \gg h \gg b \gg a$ . El material con el cual están constituidos los cilindros conductores tiene parámetros  $\epsilon'_c = \epsilon_0$ ,  $\mu'_c = \mu_0$ , con conductividad  $\sigma_c$ . Luego, dentro del metamaterial se propaga una onda electromagnética cuyo campo eléctrico  $\mathbf{E}_x = E_x \hat{x}$  es paralelo al eje de cada cilindro. Seguidamente, es importante definir que  $\sigma_m$  y  $\epsilon_m$  son respectivamente la conductividad y la permitividad compleja de cada celda de volumen  $V$  del metamaterial homogeneizado bajo las condiciones dadas, tomando en cuenta que  $\epsilon_m$  es el objetivo de este cálculo, siendo  $\epsilon_m = (\epsilon'_m - j\sigma_m/\omega)$  de acuerdo a la teoría electrodinámica de los medios conductores descrita en [9]. También es relevante observar que en este caso todos los materiales dentro de la celda presentan  $\epsilon'_c = \epsilon'_{aire} = \epsilon_0$  y que por tanto, para cuando el fenómeno de conducción es despreciable, es decir cuando  $\sigma_m/\omega \rightarrow 0$ , debe ocurrir que  $\epsilon_m \rightarrow \epsilon'_m = \epsilon_0$ . Para satisfacer esta condición, debe plantearse que:  $\epsilon_m = (\epsilon_0 - j\sigma_m/\omega)$ .

Seguidamente, para poder aplicar el modelo de Drude-Lorentz para metamateriales, es necesario plantear dos relaciones entre el fasor  $E_x$  presente dentro de la celda y la corriente  $I_x$  que fluye a través de dicha celda, es decir, una relación que provenga del análisis de los campos dentro de cada celda y otra que provenga del análisis del modelado de la celda de metamaterial como circuito eléctrico [75].

La primera de estas relaciones se obtiene planteando la Ley de Ampere-Maxwell dentro del metamaterial como si este

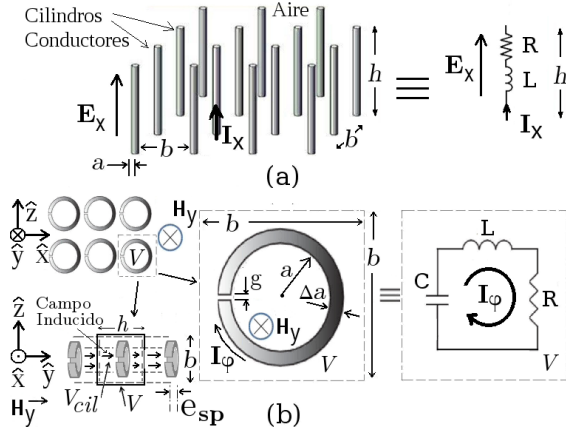


Fig. 8. Modelo de Drude-Lorentz. (a) Para un metamaterial compuesto por celdas de dipolos eléctricos conductores pequeños. (b) Para un metamaterial compuesto por celdas compuestas por dipolos magnéticos conductores [75].

fuese un medio homogéneo convencional para la frecuencia de operación, es decir que  $\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega\epsilon_m\mathbf{E}(\mathbf{r}) = j\omega(\epsilon_0 - j\sigma_m/\omega)\mathbf{E}(\mathbf{r})$ . Como  $\epsilon_m = (\epsilon_0 - j\sigma_m/\omega)$ , entonces al despejar  $\sigma_m$  queda:  $\sigma_m = j\omega(\epsilon_m - \epsilon_0)$ . Luego, también puede plantearse la Ley de Ohm en forma puntual para la celda de metamaterial que establece que la densidad de corriente que atraviesa a cada celda es  $\mathbf{J}_x = \sigma_m\mathbf{E}_x$ . Como la corriente inducida que atraviesa cada cilindro en la dirección del eje  $\hat{x}$  es  $I_x$  y el área transversal de la celda en el plano  $YZ$  es  $b^2$ , entonces pueden utilizarse la Ley de Ohm y las ecuaciones anteriores para definir una primera relación entre  $I_x$  y  $E_x$ :

$$\mathbf{J}_x = I_x/b^2\hat{x} = \sigma_m\mathbf{E}_x = j\omega(\epsilon_m - \epsilon_0)E_x\hat{x} \quad (14)$$

Luego, se puede plantear la segunda relación entre  $I_x$  y  $E_x$  que en este caso proviene del análisis del modelado de la celda de metamaterial como circuito eléctrico en régimen sinusoidal permanente, asumiendo que  $\lambda \gg h$ . Bajo estas condiciones, puede asumirse que el flujo de corriente en cada cilindro conductor  $I_x$  produce una diferencia de potencial entre los extremos de cada cilindro (ver Fig. 8.a), de modo tal que

$$hE_x = (R + j\omega L)I_x \quad (15)$$

donde  $R$  es la resistencia que ofrece el cilindro al paso de la corriente y  $L$  la inductancia propia de cada cilindro conductor dentro de su celda en presencia de las celdas contiguas. El cálculo analítico de ambos valores puede ser complicado, pero una buena aproximación para ellos es  $R \approx h/(2\pi a\delta\sigma_c)$  y  $L \approx \mu_0 h \ln(b/(2a))/(2\pi)$ , las cuales son expresiones que pueden derivarse del estudio de los parámetros de un cable coaxial con radio  $a$  para el conductor interno y radio  $b/2$  para el conductor externo, asumiendo que  $\delta$  es la profundidad de penetración de la onda en el conductor [75], [78], [79]. Finalmente, después de combinar apropiadamente las relaciones (14) y (15) puede despejarse el valor de  $\epsilon_m$  en función de las características del metamaterial

$$\epsilon_m = \epsilon_0 + h/[j\omega b^2(R + j\omega L)] \quad (16)$$

Finalmente, es importante mencionar que la expresión (16) indica que el metamaterial de la Fig. 8.a es dispersivo, ya

que  $\epsilon_m$  es dependiente de la frecuencia. Además, si  $R \rightarrow 0$ , sucede que  $\epsilon_m'' \rightarrow 0$  y que  $\epsilon_m' < 0$  para el rango  $0 < \omega < [h/(\epsilon_0 L b^2)]^{1/2}$ . Por esa razón, este metamaterial fue utilizado para crear el medio ENG de la Fig. 3.a. Además, para  $\omega \approx [h/(\epsilon_0 L b^2)]^{1/2}$  este podría considerarse del tipo ENZ.

### C. Modelo de Drude-Lorentz para un Metamaterial que Interactúa con el Campo Magnético.

El modelo de Drude-Lorentz también es aplicable al metamaterial de la Fig 8.b, el cual consta de un arreglo cartesiano de anillos conductores abiertos inmersos en aire, cada uno de radio interno  $a$  y ancho  $\Delta a$ , espesor vertical de valor  $e_{sp}$  y ranura de ancho  $g$ . Los anillos están separados horizontalmente entre sí por una distancia  $b$  en el plano  $ZX$  y por una altura  $h$  en la dirección del eje  $\hat{y}$ , formando así el arreglo cartesiano tridimensional. El eje de rotación de cada anillo es paralelo al eje  $\hat{y}$ . Nótese que cada celda de este metamaterial, contenedora de cada anillo, ocupa el volumen  $V = hb^2$ . Además, sus dimensiones son tales que  $\lambda \gg b > a > \Delta a > h$ . El material con el cual están constituidos los anillos conductores tiene parámetros  $\epsilon'_c = \epsilon_0$ ,  $\mu'_c = \mu_0$ , con conductividad  $\sigma_c$ . Luego, dentro del metamaterial se propaga una onda electromagnética cuyo campo magnético  $\mathbf{H}_y = H_y\hat{y}$  es perpendicular al plano en donde se encuentra cada anillo.

El objetivo de este cálculo es determinar  $\mu_m$ , que es la permeabilidad compleja promedio de cada celda de volumen  $V$  del metamaterial homogeneizado de la Fig. 8.b bajo las condiciones dadas. Luego, al igual que en el ejemplo anterior, para poder aplicar el modelo de Drude-Lorentz para metamateriales es necesario plantear dos relaciones entre el fasor  $H_y$  dentro de la celda y la corriente inducida por dicho campo de valor  $I_\phi$  la cual fluye a través del anillo. También para este caso, hay que encontrar una relación que provenga del análisis de los campos y que otra provenga del análisis del circuito que modela a cada celda de metamaterial. La relación que proviene de los campos se obtiene relacionando la corriente inducida en el anillo  $I_\phi$  con el vector densidad de magnetización promedio  $\mathbf{M}_y$  inducido dentro de toda la celda de volumen  $V$ , que equivale en este caso al campo promedio inducido en cada celda de volumen  $V$ . No obstante,  $\mathbf{M}_y$  está relacionado con el campo magnético externo  $\mathbf{H}_y$  a través de la definición  $\mathbf{M}_y = (\mu_m/\mu_0 - 1)\mathbf{H}_y$ , pues  $\mathbf{B}_y = \mu_m\mathbf{H}_y = \mu_0(\mathbf{H}_y + \mathbf{M}_y)$  [80]. Luego, como  $b > a > h$ , el campo inducido dentro del volumen cilíndrico  $V_{cil}$  de radio interno  $a$  y altura  $h$  que forma cada espira dentro de cada celda, puede aproximarse al de un solenoide de radio  $a$  de una sola espira y de altura  $h$ , es decir  $(I_\phi/h)\hat{y}$  [81]. Sin embargo, el campo promedio inducido dentro de toda la celda debe ser promediado en el volumen total de la celda (dentro y fuera del cilindro) y corresponde a  $\mathbf{M}_y = (I_\phi/h)(\pi a^2/b^2)\hat{y}$ , asumiendo que fuera de  $V_{cil}$  pero dentro de  $V$ , el campo inducido es despreciable. Por tanto, la primera relación buscada queda como sigue:

$$\mathbf{M}_y = (\mu_m/\mu_0 - 1)H_y\hat{y} = [(I_\phi/h)(\pi a^2/b^2)]\hat{y} \quad (17)$$

Además, la otra relación que se necesita para determinar  $\mu_m$  se desprende del cálculo de la integral de línea del campo

eléctrico inducido a través de la aplicación de la Ley de Inducción de Faraday en forma integral (ver Fig. 8.b):

$$(R + j\omega L + (j\omega C)^{-1})I_\varphi = -j\omega\mu_0 H_y \pi a^2 \quad (18)$$

donde los valores de  $R$  y  $L$  pueden determinarse analíticamente. En ese sentido, el cálculo de  $R$  es similar al que hay que realizar para determinar la resistencia medida entre los terminales fijos de un potenciómetro rotatorio de vuelta completa, mientras que  $L$  se aproxima a la inductancia correspondiente a un solenoide cilíndrico de una espira circular de área efectiva  $a$  y altura  $h$ . De allí se propone que  $R = \pi/(\delta\sigma_c Lm[(a + \Delta a)/a])$  y  $L = \mu_0 \pi a^2/h$ , mientras que  $C$ , de difícil estimación en este caso, podría aproximarse a  $C \approx \epsilon_0 e_{sp} \Delta a/g$ , según [82]. Finalmente, después de combinar apropiadamente las relaciones (17) y (18) puede despejarse el valor de  $\mu_m$  en función de las características del metamaterial

$$\mu_m = \mu_0 \left( 1 - \frac{j\omega\mu_0\pi^2 a^4}{(R + j\omega L + (j\omega C)^{-1})hb^2} \right) \quad (19)$$

Por otra parte, es importante mencionar que la expresión (19) indica que el metamaterial de la Fig. 8.b también es dispersivo, ya que  $\mu_m$  es dependiente de la frecuencia. Más aún, con un análisis detallado de la expresión (19) puede concluirse que  $\mu'$  puede tener valores positivos menores a  $\mu_0$ , nulos o incluso negativos, por lo que el metamaterial de la Fig. 8.b puede clasificarse como un medio del tipo MNZ o MNG, dependiendo de la frecuencia de operación.

Finalmente, es relevante destacar que los análisis realizados en esta Sección así como en la Sección VI.B son válidos sólo cuando la orientación de los campos respecto a los metamateriales dados sean las que se indicaron en la Fig. 8. Este fenómeno sucede pues los metamateriales dados son anisótropos, es decir, la interacción de los campos con la estructura metamaterial depende de la orientación relativa de dichos campos respecto al metamaterial.

## VII. UN EJEMPLO DE LÍNEA DE TRANSMISIÓN METAMATERIAL.

Como aporte de este trabajo, se analizó el comportamiento en función de la frecuencia de una línea de transmisión metamaterial clásica, con un enfoque didáctico y distinto al ya presentado en [83]. En primer lugar, obsérvese la línea de transmisión metamaterial de la Fig. 9.a y también su respectivo modelo de parámetros distribuidos de la Fig. 9.b. Obsérvese que la diferencia entre una línea de transmisión convencional y la de la Fig. 9 es la presencia de las inductancias de valor  $L_P$  colocadas en cada sección de línea y la presencia de las capacitancias de valor  $C_S$  generadas por los cortes periódicos realizados a los conductores de la línea.

El estudio de esta línea de transmisión metamaterial puede realizarse utilizando el modelo general para líneas de transmisión en modo EMT descrito en la Sección II.B. Obsérvese que en este caso  $Z_S = j\omega L_S + 1/(j\omega C_S)$  y que  $Y_P = 1/(j\omega L_P) + j\omega C_P$ . A diferencia de las líneas de transmisión convencionales que siempre muestran  $Im[Z_S] > 0$  e  $Im[Y_P] > 0$  (ver Sección II.B), lo interesante del estudio de esta línea es que los valores de  $Im[Z_S]$  e  $Im[Y_P]$  pueden

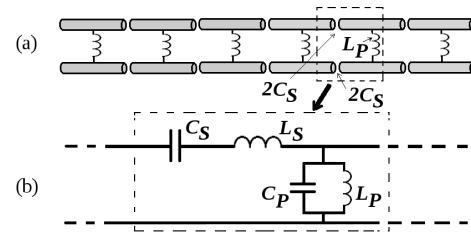


Fig. 9. (a) Línea de transmisión bifilar metamaterial, (b) Modelo de parámetros distribuidos para la línea de transmisión bifilar metamaterial [83].

ser positivos o negativos, dependiendo de la frecuencia de operación. Como  $Im[Z_S]$  es proporcional a  $\mu'$  y además  $Im[Y_P]$  es proporcional a  $\epsilon'$  (como se explicó en la Sección II.B), entonces para el caso de la línea de transmisión de la Fig. 9 puede interpretarse que, dependiendo de los valores de  $Im[Z_S]$  e  $Im[Y_P]$ , la onda puede propagarse en un medio del tipo DPS, ENG, DNG ó MNG. Este fenómeno puede ilustrarse examinando el comportamiento de los parámetros de la onda en función de la frecuencia para esta línea sin pérdidas. Con esa finalidad se calcularon los parámetros de la onda  $\gamma$ ,  $V_f$  y  $V_g$  para esta línea de transmisión, utilizando (10), (12) y (13):

$$\gamma = j \frac{1}{\omega \sqrt{L_P C_S}} \sqrt{(\omega^2 L_S C_S - 1)(\omega^2 C_P L_P - 1)} \quad (20)$$

$$V_f = \frac{\omega^2 \sqrt{L_P C_S}}{\sqrt{(\omega^2 L_S C_S - 1)(\omega^2 C_P L_P - 1)}} \quad (21)$$

$$V_g = \frac{\omega^2 \sqrt{L_P C_S} \sqrt{(\omega^2 L_S C_S - 1)(\omega^2 C_P L_P - 1)}}{(\omega^4 L_P L_S C_S C_P - 1)} \quad (22)$$

Llama la atención que las tres expresiones anteriores muestran en común dos frecuencias de corte para la línea de transmisión  $\omega_S = (L_S C_S)^{-1/2}$  y  $\omega_P = (L_P C_P)^{-1/2}$ , las cuales son las frecuencias de resonancia de  $Z_S$  y  $Y_P$  respectivamente. En este trabajo se asumió que la línea de transmisión está diseñada de forma tal que cumple con la condición  $\omega_S < \omega_P$ .

Para este caso, sucede que si se opera la línea de transmisión en el rango  $0 < \omega < \omega_S$ , el valor de  $\gamma$  es un número imaginario puro, además  $V_f$  y  $V_g$  son números reales pero de signo contrario, esto debido a que simultáneamente  $Im[Z_S] < 0$  e  $Im[Y_P] < 0$ , lo que significa que existe propagación de onda de regla de mano izquierda característica de los medios DNG.

Luego, si se aumenta la frecuencia de operación y se opera la línea de transmisión en el rango  $\omega_S < \omega < \omega_P$ , el valor de  $\gamma$  llega a ser un número real puro, lo que significa que no existe propagación de onda, únicamente campos evanescentes dentro de la línea en este rango de frecuencias, esto debido a que  $Im[Z_S] > 0$  e  $Im[Y_P] < 0$ , lo que es característico de los medios ENG.

Además, si se opera la línea de transmisión en el rango  $\omega > \omega_P$ , el valor de  $\gamma$  es de nuevo un número imaginario puro, mientras que tanto  $V_f$  como  $V_g$  son números reales positivos, lo que significa que existe propagación de onda de regla de mano derecha, característica de los medios DPS, esto debido a que simultáneamente  $Im[Z_S] > 0$  e  $Im[Y_P] > 0$ .

Como conclusión del análisis del comportamiento en función de la frecuencia la línea de transmisión de la Fig. 9,



puede afirmarse entonces que esta línea de transmisión metamaterial es en realidad un filtro eliminabanda donde la banda prohibida es  $\omega_S < \omega < \omega_P$ . Por estas razones, es relevante mencionar que en la práctica, este filtro se ha utilizado como filtro de microondas [84], [85]. Sin embargo, una desventaja de este tipo de diseño es la dependencia no lineal de los parámetros de la onda en función de la frecuencia, es decir, la línea tiene un comportamiento dispersivo en frecuencia. Así mismo, es importante mencionar que la existencia de cada capacitancia  $C_S$  real y cada inductancia  $L_P$  real en este diseño, produce en la práctica pérdidas óhmicas asociadas al material dieléctrico de cada capacitancia  $C_S$  y al material conductor del arrollado de cada inductancia  $L_P$ , las cuales contribuyen al aumento de la constante de atenuación de la onda  $\alpha$ , la cual debe ser considerada como una de las variables limitantes de un diseño práctico.

Además, también es interesante observar cómo se comporta esta línea de transmisión a frecuencias cercanas a las frecuencias de corte  $\omega_S$  y  $\omega_P$  asumiendo pérdidas óhmicas despreciables. Importante es visualizar que si  $\omega \rightarrow \omega_S^-$  entonces  $Im[Z_S] \rightarrow 0$  y la onda se propaga en un medio MNZ a esta frecuencia, o bien si  $\omega \rightarrow \omega_P^+$  entonces  $Im[Y_P] \rightarrow 0$  y la onda se propaga en un medio ENZ a esta frecuencia. Por estas razones, si se opera la línea de transmisión tal que  $\omega \rightarrow \omega_S^-$  ó tal que  $\omega \rightarrow \omega_P^+$ , entonces  $V_f \rightarrow \infty$ ,  $V_g \rightarrow 0$  y  $\lambda \rightarrow \infty$ . Dado que  $\lambda \rightarrow \infty$ , entonces no existen diferencias de fase significativas a lo largo de la línea a estas frecuencias. Como consecuencia, la línea de transmisión de la Fig. 9 puede encontrar aplicaciones para circuitos de radiofrecuencia en los cuales se necesite controlar la fase de la onda. Sin embargo, es importante mencionar una de las principales limitaciones de estos diseños, y es que cuando  $\omega \rightarrow \omega_S^-$  ó  $\omega \rightarrow \omega_P^+$  la línea de transmisión mantiene sus características MNZ ó ENZ en un ancho de banda muy limitado, por las grandes variaciones que presenta la velocidad de fase de la línea  $V_f$  alrededor de  $\omega_S$  y  $\omega_P$  (ver Eq. (21)).

Finalmente, es relevante hacer notar que con la configuración general básica de la línea de la Fig. 1 y los conceptos aplicados en esta sección, se pueden diseñar diferentes tipos de filtro y líneas de retardo, ya que son múltiples los elementos de circuito y configuraciones posibles para  $Z_S$  y  $Y_P$ . Así, pueden ajustarse las bandas de frecuencia de trabajo, los retardos de onda, la impedancia característica y demás parámetros de la línea, abriendo así una oportunidad para crear nuevos dispositivos y partes para dispositivos de radiofrecuencia.

#### VIII. APLICACIONES COMERCIALES Y PERSPECTIVAS ACERCA DEL USO DE METAMATERIALES EN INGENIERÍA.

Las propiedades especiales de los metamateriales los han hecho comercialmente atractivos para crear nuevas aplicaciones para la industria aeroespacial, automotriz, de instrumentación médica, de energía solar, de armamento y de telecomunicaciones [8].

Sin embargo, actualmente existe una gran necesidad de crear una nueva generación de metamateriales, que mejore sus desventajas intrínsecas de alto costo de fabricación, gran volumen, ancho de banda limitado, anisotropía, alta dispersión y

pérdidas considerables, hechos que por ahora hacen imposible la utilización de los metamateriales para ciertas aplicaciones comerciales de consumo masivo.

Como parte de esa nueva generación de metamateriales que se requiere, se ha encontrado que los metamateriales bidimensionales, denominados en la bibliografía como metasuperficies, tienen las mejores perspectivas de aplicación debido a su bajo costo de fabricación y poco volumen ocupado, en comparación con los metamateriales tridimensionales. En ese sentido, las metasuperficies pasivas se han utilizado para diseñar reflectores de bajo perfil, lentes para microondas, filtros, absorbedores, dispositivos para guías de onda, dispositivos para antenas y otros (ver Fig. 10) [5], [7], [86]–[90], mientras que las metasuperficies activas normalmente denominadas como metasuperficies programables o metasuperficies definidas por software (cuyas celdas pueden contener elementos electrónicos controlables por voltaje o corriente), tienen una fuerte perspectiva de aplicación para sistemas de comunicación inalámbrica ya que sus parámetros pueden ser controlados en tiempo real [91]–[93].

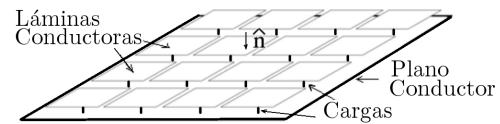


Fig. 10. Ejemplo típico de una metasuperficie pasiva, denominada “seta de hongo”. Se puede utilizar como absorbedor de ondas (con coeficiente de reflexión de  $\Gamma \approx 0$ ) cuando se utilizan cargas de tipo resistivo para acoplar la metasuperficie con el aire. En otras ocasiones, esta metasuperficie se utiliza en aplicaciones como la de la Fig. 7.c, es decir, como reflector de alta impedancia (con coeficiente de reflexión de  $\Gamma \approx 1e^0$ ) para antenas de bajo perfil cuando se utilizan cargas del tipo reactancia pura o del tipo cortocircuito [87], [88].

Adicionalmente, con la finalidad de superar las limitaciones intrínsecas de los metamateriales, los investigadores en el área parecen estar apostando a los metamateriales de celdas de tamaños sumamente pequeños. Se plantea que esto se realice para múltiples escalas de celda metamaterial, las cuales podrían ser de tamaño milimétrico, micrométrico, y hasta nanométrico, pues las dimensiones mínimas de celda que pueden utilizarse están relacionadas con las distancias nanométricas que normalmente existen entre los átomos contiguos de una red cristalina. A su vez, las sustancias a utilizar serían metálicas, semiconductoras, ferroeléctricas, ferromagnéticas, ferrimagnéticas, o con nanotubos de carbono, grafeno, óxidos de metales no ferrosos y otros [94], [95]. Un ejemplo de esto es el estudio y creación de los metalentes y mantos de invisibilidad de espectro óptico basados en estas tecnologías [66], [68], [96]–[99]. Incluso se plantea que las características de los nuevos medios ópticos puedan ser controlados a través de campos externos [100]. Esta tendencia a crear metamateriales con técnicas de nanotecnología parece estar repitiéndose incluso hasta en otras ramas de la ingeniería no electromagnética, como por ejemplo en el proceso de evolución de los metamateriales mecánicos [101]. Sin embargo, el problema de los costos asociados a todos estos desarrollos experimentales y a su producción en serie sigue siendo el problema medular a resolver para poder utilizarlos en aplicaciones comerciales de consumo masivo.

## IX. CONCLUSIONES

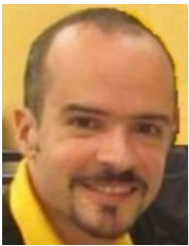
Con este trabajo se ha realizado una revisión actualizada en idioma castellano sobre el tema de los metamateriales electromagnéticos, abordando los aspectos básicos de esta rama de la ciencia, con la finalidad de difundir y generar interés acerca de este tema entre la comunidad hispanohablante. Se presentó una clasificación actualizada de cada tipo de metamaterial de acuerdo a los valores de  $\epsilon$  y  $\mu$ . Además se precisó que los primeros desarrollos teóricos relativos a los metamateriales se realizaron a partir de 1950, sus primeras implementaciones experimentales comenzaron en 1998 y no han cesado hasta nuestros días, en los cuales se ha estado aprovechando su flexible configurabilidad y sus propiedades electromagnéticas inusuales para novedosas aplicaciones comerciales. Se constató que el modelo de Drude-Lorentz es uno de los más utilizados para diseñar estas estructuras. Con los análisis realizados a los metamateriales presentados en este trabajo, se comprobó que son de naturaleza dispersiva y que esta característica influye en su ancho de banda aprovechable para aplicaciones prácticas. La anisotropía, las pérdidas óhmicas intrínsecas de los metamateriales y alto costo de manufactura también son posibles limitantes para utilizar metamateriales en cualquier diseño de ingeniería. Se verificó que se están abriendo nuevas oportunidades para crear novedosos dispositivos electrónicos, especialmente con los metamateriales-2D o metasuperficies. Finalmente, se observó que la creación de nuevos metamateriales con técnicas de nanotecnología podrían ser el futuro de esta rama de la ciencia.

## REFERENCES

- [1] C. Caloz and T. Itoh, "Introduction," in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 1, sec. 1.1, pp. 1-2
- [2] E. Shamonina and L. Solymar, "Metamaterials: How the subject started," *Metamaterials*, vol. 1, Issue 1, pp. 12-18, Feb. 2007
- [3] A. A. Zhilin and M. P. Shepilov, "Metamaterials: A New Direction in Materials Science," *Glass Phys. Chem.*, vol. 36, no. 5, pp. 521-553, 2010
- [4] N. Engheta *et al.*, "DNG, SNG, ENZ, and MNZ Metamaterials and Their Potential Applications," *IEEE MELECON*, Benalmádena, Málaga, Spain, pp. 258-261, 2006
- [5] S. B. Glybovski *et al.*, "Metasurfaces: From microwave to visible," *Phys. Rep.*, vol. 634., pp. 1-72, May 2016
- [6] L. Castellanos, F. López, and E. Reyes, "Metamateriales: principales características y aplicaciones," *Rev. Acad. Colomb. Cienc. Exactas, Fis. Nat.*, vol. 40, no. 156, Oct. 2016, pp. 395-401
- [7] C. Holloway *et al.*, "An Overview of the Theory and Applications of Metasurfaces: The Two-Dimensional Equivalents of Metamaterials," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol. 54, no. 2, pp. 10-35, 2012
- [8] R. Liu, C. Ji, and Z. Zhao, "Metamaterials: Reshape and Rethink," *Engineering*, vol. 1, Issue 2, pp. 179-184, Jun., 2015
- [9] C. Balanis, "AC Variations in Materials" in *Advanced Engineering Electromagnetics*, NY, USA: Wiley, 1989, ch. 2, sec. 2.8, pp. 72-85
- [10] S. Marshall, R. DuBroffv and G. Skitek, "Líneas de Transmisión," en *Electromagnetismo, Conceptos y Aplicaciones*, Naucalpan de Juárez, Mexico: Prentice Hall Iberoamericana, 1997, ch. 10, pp. 544-548
- [11] D. Staelin, A. W. Morgenthaler and J. A. Kong, "Paralell-Plate Lines," en *Electromagnetic Waves*, NJ, USA: Prentice Hall, 1994, ch. 5, sec. 5.2, pp. 181-182.
- [12] M. G. Silverinha *et al.* "Overview of theory and applications of Epsilon-Near-Zero materials," *Proc. uRSI General Assembly*, Chicago, USA, B01p6, Aug., 2008
- [13] J. H. Koo, "Negative electric susceptibility and magnetism from translational invariance and rotational invariance," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 375, pp. 106-110, Feb., 2015
- [14] R. K. Wangsness, "Magnetism in Presence of Matter" in *Electromagnetic Fields*, New York, USA: John Wiley and Sons, 2nd Edition. 1986, ch. 20, sec. 20-5, p. 328
- [15] J. D. Kraus, "Campo magnético estático de materiales ferromagnéticos" en *Electromagnetismo*, Mc-Graw Hill, 3º Edición, 1992, cap. 6, sec. 6-4, p. 234
- [16] C. Caloz and T. Itoh, "Introduction," in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 1, sec. 1.2, pp. 3-4
- [17] K. C. Gupta, "Dispositivos de Ferrita" in *Microondas*, Mexico D.F., Mexico: Limusa, 1983, cap. 8, sec. 8.3, pp. 190-191
- [18] H. A. Atwater, "Magnetic Materials" in *Introduction to Microwave Theory*, Tokyo, Japan: Mc Graw-Hill Book Company, 1962, ch. 8, sec. 8.4, pp. 202-205
- [19] J. D. Kraus, "Campo eléctrico estático en dieléctricos" en *Electromagnetismo*, Mc-Graw Hill, 3º Edición, 1992, cap. 3, sec. 3-3, p. 61
- [20] C. Caloz and T. Itoh, "Introduction," in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 1, sec. 1.2, p. 3
- [21] D. Pozar, "Transmission Line and Waveguides" in *Microwave Engineering*, NJ, USA: J. Wiley and Sons, 2005, ch. 3, sec. 3.2, p.101
- [22] J. D. Kraus, "Ondas y Líneas de Transmisión," en *Electromagnetismo*, Mc-Graw Hill, 3º Edición, 1992, cap. 10, sec. 10-17, pp. 512-519
- [23] T. J. Cui, D. Smith, and R. Liu, "Introduction to Metamaterials," in *Metamaterials. Theory, Design, and Applications*, NY, USA: Springer, 2010, ch. 1, sec. 1.1, p. 3
- [24] G. K. Pandey, and M. K. Meshram, "Anisotropic Artificial Material with ENZ and High Refractive Index property for High Gain Vivaldi Antenna Design." *IEEE MMS Proc.*, Lecce, Italy, Nov.-Dec, 2015
- [25] S. S. Mousavi Khaleghi *et al.*, "Microstrip Line Impedance Matching using ENZ Metamaterials, Design and Application," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 67, Issue 4, pp. 2243-2251, Apr. 2019
- [26] I. Liberal and N. Engheta, "Near-zero refractive index photonics," *Nat. Photonics*, vol. 11, Issue 3, pp. 149-158, Mar., 2017
- [27] A. M. Mahmoud, and N. Engheta, "Wave-matter interactions in epsilon-and-mu-near-zero structures," *Nat. Commun.*, vol. 5, no. 5638, Dec., 2014
- [28] M. G. Silverinha *et al.*, "Overview of theory and applications of Epsilon-Near-Zero materials," *Proc. URSI General Assembly*, Chicago, USA, B01p6, August, 2008
- [29] R. W. Ziolkowski, "Propagation in and scattering from a matched metamaterial having zero index of refraction," *Phys. Rev. E*, 70, 046608, 2004
- [30] L. I. Mandelshtam, "Lectures on Certain Problems of the Theory of Oscillations," *Polnoe Sobranie Trudov (Complete Collection of Works)*, Academy of Sciences of the Soviet union, vol. 5, pp. 428-467. 1950
- [31] G. D. Malyuzhinets, "A note on the radiation principle," *Zhurnal Technicheskoi Fiziki*, vol. 21, pp. 940-942, 1951
- [32] D. V. Sivukhim, "The energy of electromagnetic waves in dispersive media," *Opt. Spektrosk.*, vol. 3, pp. 308-312, 1957
- [33] V. T. Veselago, "The Electrodynamics of Substances with Simultaneously Negative Values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ," *usp. Fiz. Nauk.*, vol. 92, no. 3, pp. 517-526. 1967
- [34] J. B. Pendry *et al.*, "Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructure," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, no. 25, pp. 4773-4776, June 1996
- [35] J. B. Pendry *et al.*, "Low frequency plasmons in thin-wire structures," *J. Phys. Condens. Matter*, vol. 10, pp. 4785-4809, 1998
- [36] J. B. Pendry *et al.*, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *IEEE Trans. Micr. Theory. Tech.*, vol. 47, no. 11, pp. 2075-1084, Nov. 1999
- [37] D. R. Smith *et al.*, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, no. 18, pp. 4184-4187, May 2000
- [38] C. Caloz and T. Itoh, "Introduction," in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 1, sec. 1.3, pp. 4-12
- [39] T. J. Cui, D. Smith, and R. Liu, "Introduction to Metamaterials," in *Metamaterials. Theory, Design, and Applications*, NY, USA: Springer, 2010, ch. 1, sec. 1.2, pp. 4-5
- [40] H. Nakano, "Low Profile Metamaterial Antennas," in *Low-profile Natural and Metamaterial Antennas: Analysis Methods and Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2016, part 3, pp. 237-282
- [41] F. Martin, "Metamaterial Transmission Lines: Fundamentals, Theory, Circuit Models and Main Implementations" in *Artificial Transmission Lines for RF and Microwave Applications*, NJ, USA: John Wiley and Sons, 2015, ch. 4, pp. 214-338

- [42] R. Marqués, F. Martin and M. Sorolla, "Microwave Applications of Metamaterial Concepts" in *Metamaterials with Negative Parameters*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2008, ch. 5, pp. 187-266
- [43] N. Engheta and R. Ziolkowski, "Double Negative Metamaterials (DNG)" in *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*, NJ, USA: IEEE Press and Wiley Interscience, 2006, part 1, ch. 5-7, pp. 143-210
- [44] C. Caloz and T. Itoh, "Guided-Wave Applications" in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 5, pp. 192-260
- [45] C. Caloz and T. Itoh, "Radiated-Wave Applications" in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 6, pp. 261-315
- [46] C. Caloz and A. Rennings, "Overview of Resonant Metamaterial Antennas," *Proc. of EuCAP*, Berlin, Germany, pp. 615-619, Apr. 2009
- [47] H. R. Stuart, "The application of negative permittivity materials and metamaterials in electrically small antennas," *IEEE AP-S Int. Symp. Proc.*, Honolulu, United States of America, pp. 1148 – 1151, June 2007
- [48] J. Xiong *et al.*, "Modified TM<sub>020</sub> Mode of a Rectangular Patch Antenna Partially Loaded With Metamaterial for Dual-Band Applications," *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, vol. 8, pp. 1006-1009, 2009
- [49] N. Singh, S. Singh, and H. Kumar, "A study on applications of metamaterial based antennas", *3rd ICECT*, Kanyakumari, India, pp. 192-196, 2011
- [50] C. Caloz and T. Itoh, "Fundamentals of LH Metamaterials" in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 2, sec. 2.1, p 46-48
- [51] A. Alù and N. Engheta, "Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings," *Physical Review E*, vol 72, 016623, 2005
- [52] A. Alù *et al.*, "Compact leaky-wave components using metamaterials," *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Proc.*, Long Beach, California, USA, pp. 1733-1736, Jun. 12-17, 2005
- [53] N. Engheta *et al.*, "Nanocircuit elements, nanotransmission lines, and nano-antennas using plasmonic materials in the optical domain," *Proc. of IWAT*, pp. 165-168, Singapore, Mar. 7-9, 2005
- [54] N. Engheta *et al.*, "Scattering and reflection properties of low-epsilon metamaterial shells and bends," *ICEAA*, Torino, Italy, September 12-16, 2005, pp. 101-104
- [55] R. Barroso and W. Malpica, "Homogenizing A Broadband Diamagnetic Metamaterial with Low Intrinsic Impedance," *IEEE Lat. Am. T.*, vol. 16, pp. 1051-1056, Apr., 2018
- [56] S. Hrabar *et al.*, "Active non-Foster Metamaterials – State of the Art," *ISAP*, Jeju, Korea, Conference flash uSB memory edition, Oct., 2011.
- [57] S. Hrabar *et al.*, "Non Foster elements – New path toward broadband ENZ and MNZ metamaterials," *EuCAP Proc.*, pp. 2674-2677, Apr., 2011.
- [58] S. Chaimool, C. Rakluea, and P. Akkaraekthalin, "Mu-near-zero metasurface for microstrip-fed slot antennas," *Appl. Phys. A*, vol. 112, no 3, pp. 669–675, Sep., 2013
- [59] T. Hongnara *et al.*, "Highly unidirectional Slot Antenna using Transmissive and Reflective Metasurfaces for WLAN and WiMAX Applications", *APMC*, pp. 699-701, Kyoto, 2018
- [60] J. Park, J. Lee, and K. Yoon, "A new compact high-Q resonator with  $\mu$ -near zero metamaterial and microwave bandpass filter applications", *APCAP Proc.*, Harbin, 2014, pp. 1020-1023
- [61] E. Lier, "Review of Soft and Hard Horn Antennas, Including Metamaterial-Based Hybrid-Mode Horns," *IEEE Antennas Propag. Mag.*, vol 52, no 2, pp. 31-39, Apr., 2010
- [62] E. Forati, G. W. Hanson, and D. F. Sievenpiper, "An Epsilon-Near-Zero Total-Internal-Reflection Metamaterial Antenna". *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 63, no 5, pp. 1909-1916. May, 2015
- [63] K. L. Chung and S. Chaimool, "Diamagnetic metasurfaces for performance enhancement of microstrip patch antennas," *EuCAP Proc.*, pp. 48-52, Apr., 2011
- [64] T. J. Cui, D. Smith, and R. Liu, "Optical Transformation Theory" in *Metamaterials, Theory, Design, and Applications*, NY, USA: Springer, 2010, ch. 2, sec. 2.3, pp. 21-48
- [65] D. Schurig, J. J. Mock, and B. J. Justice, "Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies," *Science*, vol. 314, pp. 977-980, 2006
- [66] X. Ni *et al.*, "An ultrathin invisibility cloak for visible light," *Science*, vol 349, pp 1310-1314, Sep., 2015
- [67] J. Ahn *et al.*, "Infrared Invisibility Cloak Based on Polyurethane – Tin Oxide Composite Microtubes," *ACS Appl. Mater. Interfaces.*, pp. 14295-14304, 2019.
- [68] Y. Kobayashi and K. Kajikawa, "Homogeneous dielectric cylinders invisible at optical frequency," *Appl. Phys. Express*, vol. 12, no 4, Mar., 2019.
- [69] P. Alitalo and S. A. Tretyakov, "Broadband Electromagnetic Cloaking Realized With Transmission-Line and Waveguiding Structures," *IEEE Proc.*, vol. 99, no 10, pp. 1646-1659, Oct., 2011
- [70] G. Lovat *et al.*, "Combinations of low/high permittivity and/or permeability substrates for highly directive planar metamaterial antennas," *IET Microw. Antenna P.*, vol.1, Iss. 1, pp.177-183, Feb. 2007
- [71] G. K. Das *et al.*, "Gain Enhancement of Planar Dipole Antenna using Grounded Metamaterial," *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 87, pp. 123-130, 2019
- [72] M. Zada *et al.*, "Metamaterial-Loaded Compact High-Gain Dual-Band Circularly Polarized Implantable Antenna System for Multiple Biomedical Applications," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 68 , Issue 2, pp. 1140-1144, Feb., 2020.
- [73] O. Ouchetto *et al.*, "Homogenization of Periodic Structured Materials with Chiral Properties". *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 64, Issue 5, pp. 1751-1758, Feb., 2016
- [74] T. J. Cui, D. Smith, and R. Liu, "General Theory on Artificial Metamaterials," in *Metamaterials. Theory, Design, and Applications*, NY, USA: Springer, 2010, ch. 3, sec. 3.1, pp. 50-52
- [75] N. Tedeschi, "Brief introduction to metamaterials," *LabCEM2*, Università di Roma, Rome, Italy, Jun., 2014, [Online]. Available: [http://labcem2.diet.uniroma1.it/labcem2/images/download/Introduzione\\_metamaterials.pdf](http://labcem2.diet.uniroma1.it/labcem2/images/download/Introduzione_metamaterials.pdf).
- [76] A. Ciattoni and C. Rizza, "Nonlocal homogenization theory in metamaterials: effective electromagnetic spatial dispersion and artificial chirality," *Phys. Rev. B*, vol. 91, p. 184207, Jan., 2015
- [77] C. R. Simovski and S. A. Tretyakov, "Local constitutive parameters of metamaterials from an effective-medium perspective," *Phys. Rev. B*, vol. 75, p. 195111, May, 2007
- [78] S. Marshall, R. DuBroffv and G. Skitek, "Líneas de Transmisión," en *Electromagnetismo, Conceptos y Aplicaciones*, Naucalpan de Juárez, Mexico: Prentice Hall Iberoamericana, 1997, ch. 10, pp. 552-554.
- [79] E. Jordan and K. G. Balmain, "Guided Waves," in *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, Prentice Hall of India, New Delhi, 1976, ch. 7, sec. 18, pp. 238
- [80] J. D. Kraus, "Vectores Magnéticos B, H y M" en *Electromagnetismo*, Mc-Graw Hill, 3ª Edición, 1992, cap. 6, sec. 6-7, pp. 239-240
- [81] J. D. Kraus, "Campo magnético estático en materiales ferromagnéticos," en *Electromagnetismo*, Mc-Graw Hill, 3ª Edición, 1992, cap. 6, sec. 6-6, pp. 237-239
- [82] C. Saha and J. Y. Siddiqui, "Estimation of the resonance frequency of conventional and rotational circular split ring resonators", *AEMC*, Kolkata, India, pp. 1-3, Dec., 2009
- [83] C. Caloz and T. Itoh, "TL Theory of MTM" in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 3, sec. 3.1, pp. 59-69
- [84] C. Liu and K. Huang, "Metamaterial Transmission Line and its Applications," in *Advanced Microwave and Millimeter Wave Technologies Semiconductor Devices Circuits and Systems*, 2010, ch. 13, pp 249-275
- [85] R. Marqués, F. Martin, and M. Sorolla, "Microwave Applications of Metamaterial Concepts," in *Metamaterials with Negative Parameters*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2008, ch. 4, pp. 188-233
- [86] S. Bukhari, J. Vardaxoglou, and W. Whitrow, "A Metasurfaces Review: Definitions and Applications," *Appl. Sci.*, vol 9, p. 2727, Jul., 2019
- [87] X. Begaud, and A. C. Lepage, "Wideband Low Profile Antennas and Metamaterials," *IMOC*, Natal, Brazil, pp. 406-411, October, 2011
- [88] D. Zhirihin *et al.*, "Mushroom-type HIS as a perfect absorber for two angles of incidence," *2017 11th International Congress on Engineered Materials Platforms for Novel Wave Phenomena (Metamaterials)*, Marseille, France, pp. 397-399, Aug., 2017
- [89] P. Kildal, "Gap Waveguides and PMC Packaging: Octave Bandwidth mm- and submm-Wave Applications of Soft & Hard Surfaces, EBGs and AMCs," *APMC*, Seoul, Korea, pp. 34-36, Nov., 2013
- [90] A. Grbic *et al.*, "Near-Field Plates: Metamaterial Surfaces/Arrays for Subwavelength Focusing and Probing," *IEEE Proc.*, vol. 99, no. 10, pp. 1806-1815, Oct., 2011
- [91] F. Liu *et al.*, "Programable Metasurfaces: State of the Art and Prospects," *ISCAS*, Florence, Italy, pp. 1-5, May, 2018
- [92] M. Di Renzo *et al.*, "Smart Radio Environments Empowered by AI Reconfigurable Meta-Surfaces: An Idea Whose Has Come". *EuRASIP J. Wirel. Comm.*, no 129, May, 2019
- [93] C. Liaskos *et al.*, "A new Wireless Communication Paradigm through Software-Controlled Metasurfaces," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 56, Issue 9, pp. 162-169, September, 2018
- [94] C. Caloz and T. Itoh, "The Future of MTM" in *Electromagnetic Metamaterials: Transmission Line Theory and Microwave Applications*, NJ, USA: Wiley-Interscience, 2005, ch. 7, pp. 316-346

- [95] C. Caloz, "Perspectives on EM metamaterials". *Materials Today*. vol 12. no 3. pp. 12-20. March, 2009
- [96] D. L. Andrews, "Metamaterials: State-of-the Art and Future Directions," in *Photonics*, NJ, USA: John Wiley and Sons, 2015, ch. 3, pp. 53-84
- [97] W. T. Chen, A. Y. Zhu *et al.*, "A broadband achromatic metalens for focusing and imaging in the in the visible, *Nat. Nanotechnol.*, vol 13, pp. 220-226, Jan., 2018
- [98] R. B. Nielsen *et al.*, "Toward superlensing with metal dielectric composites and multilayers," *Appl. Phys. B*, v. 100, pp 93-100, Jul, 2010
- [99] W. Cai and V. Shalaev, "Super Resolution with Meta-Lenses," *Optical Metamaterials*, NY, USA: Springer, 2010
- [100] A. D. Boardman *et al.*, "Nonlinear waves in metamaterials: state of the art," *Proceeding of SPIE- The International Society for Optical Engineering*, vol 8093, Sept., 2011
- [101] E. Barchiesi *et al.*, "Mechanical metamaterials: a state of the art", *Math. Mech. Solids*, no 1081286517735695, pp. 1-23, Feb., 2018.



**Raul Horacio Barroso Salcedo** received his B.S. and his M.S.c. degrees in Electrical Engineering from the Central University of Venezuela in 2000 and 2009 respectively. Currently, he is also pursuing his Ph.D. metamaterial studies in the Faculty of Engineering of the Central University of Venezuela, and he is just a P.h.D. candidate. Since 2006 he has been a teacher in the Simon Bolivar University in Venezuela and he is currently hired there as an associated teacher. His research interests include metamaterials, fractal antennas, multiband antennas,

broadband antennas, and analysis and design of broadband matching systems. Raul Barroso has published an overall of nine IEEE and IET articles as a main author in these areas.



**Wilmer Napoleón Malpica Albert** is an Electrical Engineer and full professor from the Faculty of Engineering of the Central University of Venezuela. He pursued his Ph.D studies in the Technical university of Lisbon. Currently, he is a researcher in the applied electromagnetism area, specially in the theory and application of grounding systems.