

Dual Coordination for Bilateral Teleoperation of a Mobile Robot with Time Varying Delay

Emanuel Slawiński, Diego Santiago, and Vicente Mut

Abstract—This paper proposes a P+d like control scheme and calibration guidelines addressed to achieve stable dual coordination of force and motion in a bilateral teleoperation system of a mobile robot considering time-varying delays. Different from the state of the art, the proposed scheme achieves a dual coordination combining a relation of linear and nonlinear damping and force feedback gain depending on the human operator parameters and time delays. As a theoretical result, we get that the injected linear damping strongly depends on the time delay, the nonlinear damping compensates the Coriolis forces, while the convergence state depends on the human operator and environment force, but it is independent of the time delay. Finally, a robot teleoperation experiment is carried out to evaluate the performance of force and motion errors obtained in practice.

Index Terms—Bilateral teleoperation, force-velocity coordination, force feedback, mobile robot, time delay

I. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de teleoperación permiten a un operador humano realizar un trabajo físico a distancia en un modo seguro, evitando tareas peligrosas, nocivas o de riesgo para la salud humana. Estas capacidades fomentan su uso en tareas tales como búsqueda y rescate, salud, exploración, industrias como minería y petróleo, agricultura, entre otras. Estos sistemas están formados por estaciones locales y remotas, conectadas por un canal de comunicación que inevitablemente agrega retardos de tiempo ida y vuelta. En la estación local, un operador humano utiliza un dispositivo maestro para enviar comandos de movimiento hacia un robot esclavo remoto, que sigue dichas referencias mientras interactúa y detecta las fuerzas del entorno. Además, si hay un acoplamiento entre el maestro y esclavo utilizando re-alimentación de fuerza, se mantiene un flujo bidireccional continuo para intercambiar señales de fuerza y movimiento entre ambas estaciones. Este caso se llama teleoperación bilateral y permite incluir una percepción táctil remota más allá de la información multimedia típica (sonido e imagen) para mejorar la cantidad y calidad de las tareas que una persona puede realizar de forma remota.

Los sistemas de teleoperación bilateral con retardo (DBTS por sus siglas en inglés) son modelados por sistemas no-lineales con retardos variantes en el tiempo [1]. En el estado del arte existen muchos controladores diseñados para lograr coordinación de movimiento tales como: variables de onda [2], controladores adaptativos e impedancia [3], modulación

de posición de ajuste pasiva (PSPM) [4], estructuras P+d [5]. Estos controladores generalmente se aplican a DBTS de robots manipuladores y luego se adaptan para su uso en diferentes tipos de robots esclavos, tales como robots móviles con ruedas [6], [7], redes de teleoperación [8], manipuladores móviles [9], [10] y vehículos aéreos no tripulados [11], [12]. Por otro lado, el operador humano y el entorno también pueden definir mapeos no pasivos. Comúnmente, se considera un modelo de operador representado por un sistema masa-resorte-amortiguador [13] aunque algunos autores también agregan una entrada de fuerza constante [14].

La transparencia es un concepto crucial de los DBTS, ya que implica que el operador humano puede acoplarse lo más cerca posible del entorno remoto [15], [16]. Sin embargo, la estabilidad y transparencia son características opuestas, lo que motiva a buscar una buena relación de compromiso entre ellas. Se han propuesto diferentes arquitecturas tales como [17], donde dos capas, una de pasividad y otra de transparencia son enlazadas, y otras más simples como [18], [19] basadas en controladores P+d transmitiendo de forma bidireccional información de fuerza y movimiento. El amortiguamiento no lineal se utiliza para lograr el seguimiento de fuerza y posición para la teleoperación de manipuladores con retardos de tiempo sin utilizar una estrategia de cancelación. En dichas propuestas se utilizan funciones signo, lo que agrega una discontinuidad en las acciones de control. Recientemente, en [20] se aplicó amortiguamiento no lineal tanto en el maestro como en el esclavo a la teleoperación de robots móviles y una compensación perfecta de Coriolis para obtener una coordinación simultánea dual de fuerza y posición-velocidad, donde solamente se presentan simulaciones.

Este documento propone un esquema de control para lograr un sincronismo estable de posición-velocidad y fuerza (P+d+f) en un DBTS de un robot móvil considerando retardos variantes en el tiempo. La estrategia de control propuesta se basa en combinar e integrar adecuadamente un amortiguamiento lineal suficientemente alto, dependiendo del retardo de tiempo, junto con una ganancia de realimentación de fuerza, dependiente de la ganancia del operador humano y una compensación de las fuerzas de Coriolis basado en inyección de amortiguamiento no lineal. Como resultado teórico, se logra una convergencia dual de fuerza y posición (maestro)-velocidad (esclavo) hacia un valor independiente del retardo de tiempo. Este resultado permite aumentar la percepción del teleoperador manteniendo a su vez la estabilidad del sistema bilateral con retardo. Además, se lleva a cabo un experimento en el que un operador humano conduce un robot móvil para empujar un objeto, sintiendo en su mano la fuerza necesaria para

E. Slawiński, D. Santiago and V. Mut are with the Instituto de Automatica (INAUT), Universidad Nacional de San Juan (UNSJ), Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), San Juan, Argentina. E-mail: slawinski@inaut.unsj.edu.ar, dsantiago@inaut.unsj.edu.ar, vmut@inaut.unsj.edu.ar.

moverlo. La prueba experimental se utiliza para verificar si la evolución de los errores de fuerza y movimiento concuerdan con el resultado teórico alcanzado. Por otro lado, mediante simulación, se contrasta el funcionamiento del clásico controlador P+d con el esquema propuesto.

II. PRELIMINARES

A. Modelos

Se utiliza el modelo dinámico no lineal típico de un robot manipulador, expresado en coordenadas cartesianas, para representar al maestro como:

$$\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) = \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_h \quad (1)$$

donde $\mathbf{x}_m \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ y $\dot{\mathbf{x}}_m$ son la posición y velocidad del maestro, $\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, $\mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)$ es la matriz que representa fuerzas centrípetas y de Coriolis, $\mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m)$ es la fuerza causada por la gravedad, \mathbf{f}_h es la fuerza del operador humano y \mathbf{f}_m es la acción de control aplicada al maestro.

El robot móvil esclavo se modela como en [19]:

$$\mathbf{D}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\eta} = \mathbf{f}_s - \mathbf{f}_e \quad (2)$$

donde $\boldsymbol{\eta} = [v \ \omega]^T$ con v y ω las velocidad lineal y angular del robot móvil lineal, \mathbf{f}_e es la fuerza del entorno, \mathbf{D} es la matriz de inercia y \mathbf{Q} representa la matriz de Coriolis, mientras que la acción de control \mathbf{f}_s es aplicada al robot móvil.

B. Suposiciones y Propiedades

Propiedad 1: Las matrices de inercia $\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m)$ y \mathbf{D} son simétricas definidas positivas, donde se asume que no existen singularidades en el Jacobiano del robot.

Propiedad 2: La matriz $\dot{\mathbf{M}}_m(\mathbf{x}_m) - 2\mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)$ es anti-simétrica $\dot{\mathbf{M}}_m(\mathbf{x}_m) = \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) + \mathbf{C}_m^T(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)$.

Propiedad 3: Para todo $\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m, \boldsymbol{\eta} \in \mathbb{R}^2$ existen $\beta_m, \beta_s > 0$ tales que $\mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m \leq \beta_m |\dot{\mathbf{x}}_m|$ y $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{\eta} < \beta_s |\boldsymbol{\eta}|$ para $\forall t$.

Propiedad 4: Si $\dot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_m$ son acotados, entonces la derivada en tiempo de $\mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)$ es acotada. De igual manera si $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ y $\ddot{\boldsymbol{\eta}}$ son acotados entonces la derivada de $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta})$ es acotada.

Suposición 1: El canal de comunicación adiciona un retardo de ida h_1 y un retardo de vuelta h_2 . Estos retardos son tomados variantes en el tiempo, acotados y asimétricos. Por lo tanto, existen valores \bar{h}_1 y \bar{h}_2 tales que $0 \leq h_1(t) \leq \bar{h}_1$ y $0 \leq h_2(t) \leq \bar{h}_2$ para todo t .

Suposición 2: El modelo del entorno se basa en [18], donde se considera un comportamiento pasivo (modelo típicamente utilizado) más un valor constante, pero es adaptado a las coordenadas utilizadas en robots móviles. La fuerza del entorno es dada por:

$$\mathbf{f}_e = \alpha_e \boldsymbol{\eta}(t) + \mathbf{f}_{ae} + \mathbf{B}, \quad (3)$$

donde α_e es el coeficiente de amortiguamiento del entorno, \mathbf{B} es un valor constante, $\mathbf{f}_{ae} \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$ representa una perturbación acotada con $\|\mathbf{f}_{ae}\| \leq \bar{f}_{ae}$ y $\|\dot{\mathbf{f}}_{ae}\|$ también acotada, siendo \bar{f}_{ae} un valor positivo.

Suposición 3: El usuario generalmente se representa por un sistema tipo masa-resorte-amortiguador [21]. En este trabajo se utiliza un controlador proporcional aplicado al error de velocidad basado en el clásico modelo “crossover” [22], más una señal no modelada de energía finita para representar comportamientos pasivos tales como fricción y dinámicas no modeladas. Dicho modelo se describe de la siguiente manera:

$$\mathbf{f}_h = g_h [\mathbf{A} - \boldsymbol{\eta}(t - h_2)] + \mathbf{f}_{ah}, \quad (4)$$

donde $g_h > 0$ representa la ganancia del operador humano, \mathbf{A} representa la referencia interna del operador humano (velocidad de referencia), $\mathbf{f}_{ah} \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$ cumpliendo $\|\mathbf{f}_{ah}\| \leq \bar{f}_{ah}$ con $\|\dot{\mathbf{f}}_{ah}\|$ acotado, donde \bar{f}_{ah} es un valor positivo.

Lema 1: Para cada $\mathbf{f} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^n$, si $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^T \mathbf{f}(\tau) d\tau$ existe y es finito, y $\mathbf{f}(t)$ es uniformemente continuo ($\dot{\mathbf{f}}(t) \in \mathcal{L}_\infty$) entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{f}(t) = 0$. Además, para $\mathbf{f} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^n$, si $\mathbf{f}(t) \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$ y $\dot{\mathbf{f}}(t) \in \mathcal{L}_\infty$, entonces $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{f}(t) = 0$.

Lema 2: [5]: Para vectores $\mathbf{a}(\cdot)$ y $\mathbf{b}(\cdot)$ y una señal variante en el tiempo $h(t)$ con $0 \leq h(t) \leq \bar{h}$, se cumple lo siguiente:

$$\begin{aligned} & -2\mathbf{a}^T(t) \int_{t-h(t)}^t \mathbf{b}(\xi) d\xi - \int_{t-h(t)}^t \mathbf{b}^T(\xi) \mathbf{b}(\xi) d\xi \\ & \leq h(t) \mathbf{a}^T(t) \mathbf{a}(t) \leq \bar{h}(t) \mathbf{a}^T(t) \mathbf{a}(t). \end{aligned} \quad (5)$$

III. CONTROLADOR ESTABLE PARA COORDINACIÓN DE FUERZA Y MOVIMIENTO

En esta sección, se presenta un controlador para la teleoperación bilateral de un robot móvil con retardo variable en el tiempo, y se analiza su estabilidad para asegurar que los errores de fuerza y velocidad definidos por $\mathbf{e}_f = \mathbf{f}_h(t) - k_f \mathbf{f}_e(t)$ y $\mathbf{e}_v = k_g \mathbf{x}_m(t) - \boldsymbol{\eta}(t)$ converjan a cero. Es decir que la velocidad del robot móvil $\boldsymbol{\eta}$ tienda a la referencia del maestro $k_g \mathbf{x}_m$ y que la fuerza del operador humano \mathbf{f}_h y la fuerza del entorno escalada $k_f \mathbf{f}_e$ tiendan a sincronizarse. Las ecuaciones del controlador son:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= -k_m (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta}(t - h_2)) + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) \\ & \quad - \alpha_m \dot{\mathbf{x}}_m - k_f \mathbf{f}_e(t - h_2), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_s &= k_s (k_g \mathbf{x}_m(t - h_1) - \boldsymbol{\eta}) - \sigma_s \mathbf{z} + \frac{1}{k_f} \mathbf{f}_h(t - h_1) \\ & \quad - k_1 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} - k_2 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}). \end{aligned} \quad (7)$$

Donde k_s, k_m son ganancias, k_g mapea la posición del maestro hacia una referencia de velocidad, k_f representa el escalado de fuerza, α_m, σ_s son coeficientes de amortiguamiento lineal inyectado en el maestro y robot móvil, k_1, k_2, k_3 se utilizan para compensar la fuerza de Coriolis y \mathbf{z} es una señal que representa la aceleración del robot móvil $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ medida por un sensor acelerómetro o estimada en línea mediante un filtro de Kalman o un observador de estado [23]. En forma matemática \mathbf{z} , describe la aceleración $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ un infinitesimal de tiempo previo a t (a nivel discreto \mathbf{z} es igual a la aceleración del robot un instante de muestreo previo),

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{z} + \gamma, \quad (8)$$

con $\gamma \rightarrow \mathbf{0}^+$. La señal \mathbf{z} es útil para aplicar un *amortiguamiento basado en aceleración* en el controlador de velocidad del robot móvil.

Luego, si se incluyen \mathbf{f}_m (6) y \mathbf{f}_s (7) en el maestro (1) y robot móvil (2) respectivamente, se obtiene la siguiente dinámica a lazo cerrado:

$$\ddot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{M}_m^{-1} [-\mathbf{C}_m \dot{\mathbf{x}}_m - k_m (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta} (t - h_2)) - k_f \mathbf{f}_e (t - h_2) + \mathbf{f}_h], \quad (9)$$

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{D}^{-1} \left[k_s (k_g \mathbf{x}_m (t - h_1) - \boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{k_f} \mathbf{f}_h (t - h_1) - \mathbf{f}_e - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\eta} - \sigma_s \mathbf{z} - k_1 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} - k_2 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \right]. \quad (10)$$

La estabilidad del sistema con retardo incluyendo las acciones de control propuestas (6) y (7) será analizada para $\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{0}$ en (3) y (4), y este resultado luego será extendido al caso general. Observando (9) y (10), teniendo en cuenta también (3) y (4), puede apreciarse que se cumple $\ddot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{0}$, $\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{0}$ si el vector

$$\mathbf{x}_e^T := \left[\mathbf{x}_m \quad \dot{\mathbf{x}}_m \quad (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta}) \quad \boldsymbol{\eta} \quad \mathbf{z} \right. \\ \left. \int_{t-h_1}^t \dot{\mathbf{x}}_m(\xi) d\xi \quad \int_{t-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi \quad \int_{t-h_1-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi \right]$$

es cero, lo cual se asocia con el concepto de estabilidad de Lyapunov-Krasovskii [24], [25], [26], [27], donde existen un continuo de estados que nosotros los representamos usando integrales con límites finitos.

El procedimiento empleado para la prueba es similar al utilizado en [28], [5], primero se propone un funcional LK compuesto por cuatro términos $V(\mathbf{x}_e) = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$:

$$V_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \dot{\mathbf{x}}_m, \quad (11)$$

$$V_2 = \frac{1}{2} \frac{(k_m - k)}{k_g} (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta})^T (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta}) \\ + \frac{1}{2} \frac{(k_m - k)}{k_s k_g} \left(\frac{g_h}{k_f} + \alpha_e \right) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} \\ + \frac{1}{2} (k_g g_h + k_f \alpha_e) \mathbf{x}_m^T \mathbf{x}_m \quad (12)$$

$$V_3 = \frac{1}{2} \frac{(k_m - k)}{k_s k_g} \int_{t-\beta}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbf{D} \dot{\boldsymbol{\eta}} dt, \quad (13)$$

$$V_4 = (k_m - k) \int_{-\bar{h}_2}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi)^T \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi d\theta \\ + (k_m - k) \int_{-\bar{h}_1}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_m(\xi)^T \dot{\mathbf{x}}_m(\xi) d\xi d\theta \\ + (k_m - k) \int_{-\bar{h}_1-\bar{h}_2}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi)^T \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi d\theta. \quad (14)$$

Donde $k = k_f \alpha_e + g_h < k_m$ y β es un valor positivo. Se puede apreciar que V es una función creciente respecto de \mathbf{x}_e ,

lo cual implica que si es V acotado entonces \mathbf{x}_e también lo será. A continuación, se analiza \dot{V} a lo largo de las trayectorias del sistema, considerando las dinámicas a lazo cerrado del maestro (9) y robot móvil (10), retardo de tiempo (**Suposición 1**), entorno (3) y operador humano (4).

Para comenzar, nosotros derivamos (11) obteniendo:

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \dot{\mathbf{M}}_m \dot{\mathbf{x}}_m + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{x}}_m \quad (15)$$

Si (9) y la fuerza del operador humano \mathbf{f}_h (4) se incluyen en (15), teniendo en cuenta las propiedades 1 y 2, se obtiene:

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \dot{\mathbf{M}}_m \dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{x}}_m \\ - k_m (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta} (t - h_2) - \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\eta}) - \alpha_m \dot{\mathbf{x}}_m^T \dot{\mathbf{x}}_m \\ + k_f \alpha_e \dot{\mathbf{x}}_m^T (-\boldsymbol{\eta} (t - h_2) + k_g \mathbf{x}_m - k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\eta}) \\ + g_h \dot{\mathbf{x}}_m^T (-\boldsymbol{\eta} (t - h_2) + k_g \mathbf{x}_m - k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\eta}) \\ - k_f \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_{ae} (t - h_2) + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_{ah} \\ = -\alpha_m \dot{\mathbf{x}}_m^T \dot{\mathbf{x}}_m + (-k_m + k) \dot{\mathbf{x}}_m^T (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta}) \\ - (k_g g_h + k_f \alpha_e) \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{x}_m + (-k_m + k) \dot{\mathbf{x}}_m^T \int_{t-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi \\ - k_f \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_{ae} (t - h_2) + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_{ah}, \quad (16)$$

donde $k = k_f \alpha_e + g_h$. Ahora \dot{V}_2 se computa de (12) como:

$$\dot{V}_2 = (k_m - k) (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta})^T \dot{\mathbf{x}}_m - \frac{(k_m - k)}{k_g} (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta})^T \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ + \frac{(k_m - k)}{k_s k_g} \left(\frac{g_h}{k_f} + \alpha_e \right) \boldsymbol{\eta}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} + (k_g g_h + k_f \alpha_e) \mathbf{x}_m^T \dot{\mathbf{x}}_m. \quad (17)$$

Por otro lado \dot{V}_3 es derivado de (13), incluyendo la dinámica del robot móvil (10), como:

$$\dot{V}_3 = \frac{(k_m - k)}{k_s k_g} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T [-\mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\eta} + k_s (k_g \mathbf{x}_m (t - h_1) - \boldsymbol{\eta}) \\ - k_1 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} - k_2 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \\ - \sigma_s \mathbf{z} + \frac{1}{k_f} \mathbf{f}_h (t - h_1) - \mathbf{f}_e]. \quad (18)$$

Si la fuerza del entorno \mathbf{f}_e (3) y la fuerza del operador humano \mathbf{f}_h (4) se insertan en (18), considerando (8), se tiene:

$$\dot{V}_3 \leq \frac{(k_m - k)}{k_g} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T (k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta}) - (k_m - k) \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \int_{t-h_1}^t \dot{\mathbf{x}}_m(\xi) d\xi \\ - \sigma_s \frac{(k_m - k)}{k_s k_g} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} - \alpha_e \frac{(k_m - k)}{k_s k_g} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\eta} \\ - \frac{(k_m - k)}{k_s k_g} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbf{f}_{ae} + \frac{(k_m - k)}{k_s k_g k_f} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbf{f}_{ah} (t - h_1) \\ + \left| \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \right| \left(-k_1 (1 - \Delta) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + \mathbf{Q} \boldsymbol{\eta} - k_2 (1 - \Delta) \right) \\ - \frac{(k_m - k) g_h}{k_s k_g k_f} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\eta} + \frac{(k_m - k) g_h}{k_s k_g k_f} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \int_{t-h_1-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi. \quad (19)$$

Donde a medida que k_3 es mayor, entonces la función $\tan^{-1}(\cdot)$ tiende a la función signo, mientras que $0 \leq \Delta(k_3) <$

1 representa indirectamente la diferencia entre la función signo y la función $\tan^{-1}(\cdot)$ tomando un valor cada vez más pequeño a medida que k_3 es mayor. Para abordar los términos con retardos de (16) y (19), se emplea V_4 (14) cuya derivada se basa en el cómputo de integrales dobles con límites finitos de términos cuadráticos:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{h(t)}^{g(t)} \int_{t+\theta}^t x^2(\xi) d\xi d\theta &= \int_{h(t)}^{g(t)} \frac{\partial f(\theta, t)}{\partial t} d\theta + f(g(t), t) \frac{d}{dt} g(t) \\ &\quad - f(h(t), t) \frac{d}{dt} h(t), \end{aligned}$$

, donde $\int_{t+\theta}^t x^2(\xi) d\xi = f(\theta, t)$. Considerando dicho cómputo y la **Suposición 1**, se puede llegar al siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 &\leq (k_m - k) \bar{h}_2 \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} - (k_m - k) \int_{t-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}^T(\xi) \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi \\ &\quad + (k_m - k) \bar{h}_1 \dot{\boldsymbol{x}}_m^T \dot{\boldsymbol{x}}_m + (k_m - k) (\bar{h}_1 + \bar{h}_2) \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ &\quad - (k_m - k) \int_{t-h_1}^t \dot{\boldsymbol{x}}_m^T(\xi) \dot{\boldsymbol{x}}_m(\xi) d\xi \\ &\quad - (k_m - k) \int_{t-h_1-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}^T(\xi) \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi. \end{aligned} \quad (20)$$

Los términos con integrales de (20) pueden ser enlazados con términos de (16) y (19) usando el **Lema 2** (5), obteniéndose:

$$\begin{aligned} - (k_m - k) \left[\dot{\boldsymbol{x}}_m^T \int_{t-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi - \int_{t-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}^T(\xi) \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi \right] \\ \leq \frac{1}{4} h_2 (k_m - k) \dot{\boldsymbol{x}}_m^T \dot{\boldsymbol{x}}_m, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} - (k_m - k) \left[\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \int_{t-h_1}^t \dot{\boldsymbol{x}}_m(\xi) d\xi - \int_{t-h_1}^t \dot{\boldsymbol{x}}_m^T(\xi) \dot{\boldsymbol{x}}_m(\xi) d\xi \right] \\ \leq \frac{1}{4} h_1 (k_m - k) \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \dot{\boldsymbol{\eta}}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} (k_m - k) \left[\frac{g_h}{k_s k_g k_f} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \int_{t-h_1-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\xi) d\xi - \int_{t-h_1-h_2}^t \dot{\boldsymbol{\eta}}^T(\xi) \dot{\boldsymbol{\eta}} d\xi \right] \\ \leq \frac{1}{4} \frac{(k_m - k) g_h^2}{k_s^2 k_g^2 k_f^2} (h_1 + h_2) \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \dot{\boldsymbol{\eta}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Finalmente, \dot{V} puede ser construido uniendo las ecuaciones desde (16) hasta (20), considerando (21) y (22) para evitar términos con integrales, y cancelando todos los términos opuestos, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dot{V}_3 + \dot{V}_4 \\ &\leq \dot{\boldsymbol{x}}_m^T \left[-\alpha_m \mathbf{I} + (k_m - k) \left(h_1 + \frac{h_2}{4} \right) \mathbf{I} \right] \dot{\boldsymbol{x}}_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ (k_m - k) \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathbf{I} \left[\frac{-\sigma_s}{k_s k_g} + \frac{1}{4} h_1 + h_2 + h + \frac{1}{4} \frac{g_h^2}{k_s^2 k_g^2 k_f^2} h \right] \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ &+ \left| \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \right| \left(-k_1 (1 - \Delta) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + \mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\eta} - k_2 (1 - \Delta) \right) \\ &+ (\bar{f}_{ah} + k_f \bar{f}_{ae}) |\dot{\boldsymbol{x}}_m| + \frac{(k_m - k)}{k_g k_s} \left(\frac{\bar{f}_{ah}}{k_f} + \bar{f}_{ae} \right) |\dot{\boldsymbol{\eta}}|. \end{aligned} \quad (24)$$

Donde $h = h_1 + h_2$. A partir de (24), y empleando la **Propiedad 3** sobre el término $\mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta})$, se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\lambda_m \dot{\boldsymbol{x}}_m^T \dot{\boldsymbol{x}}_m - \lambda_s \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} + \rho_m |\dot{\boldsymbol{x}}_m| + \rho_s |\dot{\boldsymbol{\eta}}| \\ &+ |\dot{\boldsymbol{\eta}}| \left(-k_1 (1 - \Delta) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + \beta_s |\boldsymbol{\eta}| - k_2 (1 - \Delta) \right), \end{aligned} \quad (25)$$

donde:

$$\begin{aligned} \lambda_m &= \alpha_m - (k_m - k) \left(h_1 + \frac{1}{4} h_2 \right), \\ \lambda_s &= \left[\frac{\sigma_s}{k_s k_g} - h_2 - (h_1 + h_2) - \frac{1}{4} h_1 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \frac{g_h^2}{k_s^2 k_g^2 k_f^2} (h_1 + h_2)^2 \right] (k_m - k), \\ \rho_m &= \bar{f}_{ah} + k_f \bar{f}_{ae}, \\ \rho_s &= \frac{k_m}{k_g k_s} \left(\frac{\bar{f}_{ah}}{k_f} + \bar{f}_{ae} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

Si α_m y σ_s son suficientemente altos para cumplir $\lambda_m, \lambda_s > 0$ (26) y se verifican las condiciones:

$$k_m > k, 4k_1 k_2 (1 - \Delta (k_3))^2 > \beta_s^2, \quad (28)$$

entonces, de (25) las variables $\dot{\boldsymbol{x}}_m, \dot{\boldsymbol{\eta}}, \mathbf{z} \in \mathcal{L}_\infty$. En este caso, (25) cumple que $\dot{V} \leq -\lambda_m \dot{\boldsymbol{x}}_m^T \dot{\boldsymbol{x}}_m - \lambda_s \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \dot{\boldsymbol{\eta}} + \rho_m |\dot{\boldsymbol{x}}_m| + \rho_s |\dot{\boldsymbol{\eta}}|$, cuya integral en el tiempo verifica lo siguiente:

$$\begin{aligned} V(t) - V(0) &\leq -\lambda_m \|\dot{\boldsymbol{x}}_m\|_2^2 - \lambda_s \|\dot{\boldsymbol{\eta}}\|_2^2 \\ &\quad + \int_0^t \dot{\boldsymbol{x}}_m(\varepsilon)^T \left(\frac{\mathbf{f}_{ah}(\varepsilon)}{k_f} + \mathbf{f}_{ae}(\varepsilon) \right) d\varepsilon \\ &\quad + \frac{k_m}{k_g k_s} \int_0^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\varepsilon)^T (\mathbf{f}_{ah}(\varepsilon) + k_f \mathbf{f}_{ae}(\varepsilon)) d\varepsilon. \end{aligned} \quad (29)$$

Los términos $\int_0^t \dot{\boldsymbol{x}}_m(\varepsilon)^T \left(\frac{\mathbf{f}_{ah}(\varepsilon)}{k_f} + \mathbf{f}_{ae}(\varepsilon) \right) d\varepsilon$ y $\frac{k_m}{k_g k_s} \int_0^t \dot{\boldsymbol{\eta}}(\varepsilon)^T (\mathbf{f}_{ah}(\varepsilon) + k_f \mathbf{f}_{ae}(\varepsilon)) d\varepsilon$ son acotados ya que $\mathbf{f}_{ae}, \mathbf{f}_{ah} \in \mathcal{L}_2$ (**Suposiciones 2 y 3**) y $\dot{\boldsymbol{x}}_m, \dot{\boldsymbol{\eta}} \in \mathcal{L}_\infty$. De (29) se puede inferir que $V(t)$ será acotado para todo t y por lo tanto $\dot{\boldsymbol{x}}_m, \dot{\boldsymbol{\eta}} \in \mathcal{L}_2$ y $k_g \dot{\boldsymbol{x}}_m - \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\eta} \in \mathcal{L}_\infty$. Luego, si derivamos (9) y (10), se alcanzan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{x}}_m &= \mathbf{M}_m^{-1} \left[-\dot{\mathbf{C}}_m \dot{\boldsymbol{x}}_m - \mathbf{C}_m \ddot{\boldsymbol{x}}_m - k_m (k_g \dot{\boldsymbol{x}}_m - \dot{\boldsymbol{\eta}}(t - h_2)) \right. \\ &\quad \left. - \alpha_m \ddot{\boldsymbol{x}}_m - k_f \dot{\mathbf{f}}_e(t - h_2) + \dot{\mathbf{f}}_h \right] \\ &\quad + \dot{\mathbf{M}}_m^{-1} \left[-\mathbf{C}_m \dot{\boldsymbol{x}}_m - k_m (k_g \dot{\boldsymbol{x}}_m - \boldsymbol{\eta}(t - h_2)) \right. \\ &\quad \left. - \alpha_m \dot{\boldsymbol{x}}_m - k_f \mathbf{f}_e(t - h_2) + \mathbf{f}_h \right], \quad (30) \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} &= \mathbf{D}^{-1} \left[-\dot{\mathbf{Q}} \boldsymbol{\eta} - \mathbf{Q} \dot{\boldsymbol{\eta}} - k_s (k_g \dot{\boldsymbol{x}}_m(t - h_1) - \dot{\boldsymbol{\eta}}) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sigma_s \dot{\mathbf{z}} + \frac{1}{k_f} \dot{\hat{\mathbf{f}}}_h(t-h_1) - \dot{\hat{\mathbf{f}}}_e \Big] \\
& + \dot{\mathbf{D}}^{-1} \left[-k_s(k_g \mathbf{x}_m(t-h_1) - \boldsymbol{\eta}) + \frac{1}{k_f} \dot{\hat{\mathbf{f}}}_h(t-h_1) \right. \\
& \quad - \mathbf{Q}\dot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{f}_e - \sigma_s \mathbf{z} - k_1 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} \\
& \quad \left. - k_2 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \right] - k_1 \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\eta} \frac{k_3}{1+k_3^2 \mathbf{z}^T \mathbf{z}} \dot{\mathbf{z}} \\
& - \frac{k_1}{2} \boldsymbol{\eta}^T \mathbf{D}^{-1} \dot{\boldsymbol{\eta}} \tan^{-1}(k_3 \dot{\mathbf{z}}) - k_2 \frac{k_3}{1+k_3^2 \mathbf{z}^T \mathbf{z}} \mathbf{D}^{-1} \dot{\mathbf{z}}. \quad (31)
\end{aligned}$$

Dado que $\mathbf{x}_e \in \mathcal{L}_\infty$ y considerando también las **Suposiciones 1, 2 y 3** y las **Propiedades 1, 2, 3 y 4**, se aprecia que todos los términos a la derecha de (30) y (31) son acotados, es decir $\ddot{\mathbf{x}}_m, \dot{\boldsymbol{\eta}}$ son uniformemente continuos. Así, se puede aplicar el **Lema 1** concluyendo que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\boldsymbol{\eta}} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. El **Lema 1** también puede ser aplicado a $\int_0^t \ddot{\mathbf{x}}_m(\varepsilon) d\varepsilon$, el cual tiene límite definido y finito para $t \rightarrow \infty$, concluyendo que $\ddot{\mathbf{x}}_m \rightarrow 0$ para $t \rightarrow \infty$.

A partir de los resultados teóricos alcanzados, si (9) y (10) se analizan para $t \rightarrow \infty$, entonces se obtienen las siguientes expresiones para estado estacionario:

$$-k_m(k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta}) - k_f \mathbf{f}_e + \mathbf{f}_h = 0, \quad (32)$$

$$k_s(k_g \mathbf{x}_m - \boldsymbol{\eta}) + k_f^{-1} \mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e = 0, \quad (33)$$

, y por lo tanto, es posible deducir que:

$$\bar{\boldsymbol{\eta}} \rightarrow k_g \bar{\mathbf{x}}_m, k_f \hat{\mathbf{f}}_e \rightarrow \hat{\mathbf{f}}_h. \quad (34)$$

Para analizar el caso $\mathbf{A} \neq \mathbf{0}$ y/o $\mathbf{B} \neq \mathbf{0}$, se realiza un cambio de variable para que un análisis de estabilidad similar al ejecutado pueda ser aplicado y así extender el controlador. El cambio de variable se define por: $\mathbf{x} = \mathbf{x}_m - \bar{\mathbf{x}}_m, \mathbf{y} = \boldsymbol{\eta} - \bar{\boldsymbol{\eta}}$.

Para obtener $\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\boldsymbol{\eta}}$ en un modo explícito, asumimos que para $t \rightarrow \infty$ una coordinación dual es alcanzada similar a (32) y (33), si ahora los modelos del operador humano (4) y entorno (3) son incluidos en (34), se obtienen las siguientes definiciones propuestas:

$$\begin{aligned}
k_f \bar{\mathbf{f}}_e &= k_f \alpha_e k_g \bar{\mathbf{x}}_m + k_f \mathbf{B} = \bar{\mathbf{f}}_h = g_h (\mathbf{A} - k_g \bar{\mathbf{x}}_m), \\
\bar{\mathbf{x}}_m &= \frac{(g_h \mathbf{A} - k_f \mathbf{B})}{(\alpha_e k_g k_f + g_h k_g)}. \quad (35)
\end{aligned}$$

Donde $\bar{\mathbf{x}}_m, \bar{\boldsymbol{\eta}}, \hat{\mathbf{f}}_e, \hat{\mathbf{f}}_h$ representan valores constantes. Si se aplica (35) tanto en (9) como en (10), y luego en las ecuaciones resultantes se insertan el modelo del operador humano (4) y la fuerza del entorno (3); se llega a las siguientes relaciones que representan un DBTS de un robot móvil:

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{x}} &= \mathbf{M}_m^{-1} \left[-\mathbf{C}_m \dot{\mathbf{x}} - k_m(k_g(\mathbf{x} + \bar{\mathbf{x}}_m) - (\mathbf{y}(t-h_2) + \bar{\boldsymbol{\eta}})) \right. \\
& \quad - k_f(\alpha_e(\mathbf{y}(t-h_2) + \bar{\boldsymbol{\eta}}) + \mathbf{f}_{ae}(t-h_2) + \mathbf{B}) \\
& \quad \left. - \alpha_m \dot{\mathbf{x}} + g_h(\mathbf{A} - (\mathbf{y}(t-h_2) + \bar{\boldsymbol{\eta}})) + \mathbf{f}_{ah} \right], \quad (36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{y}} &= \mathbf{D}^{-1} \left[k_s(k_g(\mathbf{x}(t-h_1) + \bar{\mathbf{x}}_m) - (\mathbf{y} + \bar{\boldsymbol{\eta}})) - \sigma_s \mathbf{z} \right. \\
& \quad + \frac{g_h}{k_f} (\mathbf{A} - (\mathbf{y}(t-h_1-h_2) + \bar{\boldsymbol{\eta}})) - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\eta} \\
& \quad - k_1 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} + \frac{1}{k_f} \mathbf{f}_{ah}(t-h_1) \\
& \quad \left. - k_2 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) - (\alpha_e(\mathbf{y} + \bar{\boldsymbol{\eta}}) + \mathbf{f}_{ae} + \mathbf{B}) \right]. \quad (37)
\end{aligned}$$

Si se definen $\hat{\mathbf{f}}_h = -g_h \mathbf{y}(t-h_2) + \mathbf{f}_{ah}, \hat{\mathbf{f}}_e = \alpha_e \mathbf{y} + \mathbf{f}_{ae}$, entonces (36) y (37) pueden ser reescritas como sigue:

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{M}_m^{-1} \left[-\mathbf{C}_m \dot{\mathbf{x}} - k_m(k_g \mathbf{x} - \mathbf{y}(t-h_2)) - \alpha_m \dot{\mathbf{x}} - k_f \hat{\mathbf{f}}_e(t-h_2) + \hat{\mathbf{f}}_h \right], \quad (38)$$

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{D}^{-1} \left[k_s(k_g \mathbf{x}(t-h_1) - \mathbf{y}) - \sigma_s \mathbf{z} - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\eta}) \boldsymbol{\eta} - k_1 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) \boldsymbol{\eta}^T \boldsymbol{\eta} - k_2 \tan^{-1}(k_3 \mathbf{z}) + \frac{1}{k_f} \hat{\mathbf{f}}_h(t-h_1) - \hat{\mathbf{f}}_e \right]. \quad (39)$$

El procedimiento seguido para analizar la estabilidad del sistema también puede ser aplicado al sistema (38) y (39), donde se remarca que la primera y segunda fila de (39) involucran las fuerzas de Coriolis y su respectiva compensación similar al caso $\mathbf{A} = \mathbf{B} = \mathbf{0}$ debido a la forma de V_3 y que $\dot{\mathbf{y}} = \dot{\boldsymbol{\eta}}$.

Como resultado se obtiene que en estado estacionario se puede lograr un sincronismo simultáneo de fuerza (la fuerza ejercida por el operador humano tendería hacia la fuerza escalada del entorno) y movimiento (la velocidad del robot móvil tenderá hacia la referencia mapeada linealmente desde la posición del maestro) para cualquier valor de A y B . Esto implica que se alcanza una coordinación dual independientemente del retardo de tiempo.

IV. EXPERIMENTOS

En esta sección, se presentan resultados de un experimento para evaluar los errores de fuerza y movimiento en la teleoperación real de un robot móvil cuando se aplica el controlador propuesto. En la prueba, un usuario conduce un robot 2DX Pioneer remoto, con realimentación visual y a través de un maestro con realimentación de fuerza (Fig. 1).

La comunicación entre los sitios local y el remoto presenta retardos variables y asimétricos en la señal de realimentación háptica y en el vídeo.

El objetivo de la tarea es empujar objetos de diferentes pesos a una velocidad constante de $A = 0.3$ m/s (referencia arbitraria) y sentir la fuerza necesaria para moverlos. Se realimenta al operador la señal de video retardada del robot móvil y de la velocidad de desplazamiento. El hardware propietario cerrado del robot móvil Pioneer fue reemplazado por hardware de código abierto basado en Arduino que permite controlar los motores eléctricos CC y medir las corrientes de los motores, las cuales se emplean para estimar las fuerzas del entorno como el valor opuesto de la fuerza causada por dichos motores. Por otro lado, el joystick 2d desarrollado posee medición de fuerza (hasta 5 Kgf) en ambos ejes utilizando galgas extenso métricas, de modo que la fuerza ejercida por el operador humano se puede medir directamente, y dicho dispositivo tiene la capacidad de realimentación de fuerza, basada en dos motores de CC con reducción planetaria, una estructura de cardán y una reducción adicional correa-polea. Como resultado, se puede aplicar una fuerza de 4 Kgf para cada eje. El experimento se repite tres veces para diferentes pesos y retardos de tiempo.

Los parámetros independientes fueron calibrados empíricamente en $k_g = 1, k_s = 20, k_m = 20, k_3 = 1000$

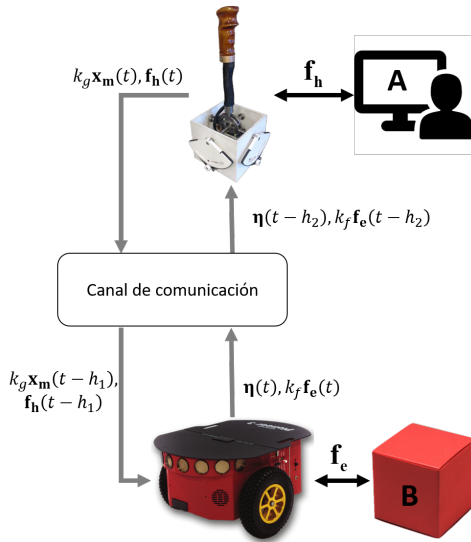


Fig. 1. Diagrama general del flujo de señales y definición del error.

TABLE I
PRINCIPALES PARÁMETROS CONFIGURACIÓN.

Experimento	1	2	3
B [kg]	3	3	2
$\max(h_1)$ [ms]	50	800	800
$\max(h_2)$ [ms]	50	500	500
α_m	0	20	20
σ_s	0	50	50

y $k_f = 1$. La Fig. 1 ilustra la prueba, donde las señales de fuerza y movimiento se intercambian en forma bilateral. La tabla I muestra los parámetros utilizados en cada prueba. Aunque los valores de α_e y g_h son difíciles de estimar, α_e puede considerarse despreciable ya que el terreno en donde se desarrolla la prueba no presenta resistencia al movimiento (piso liso y plano). Para el cálculo del amortiguamiento en la ecuación (16) puede emplearse una estrategia conservativa, en la cual g_h se considera nulo para el cálculo de k (menor k implica mayor α_m) y $g_h = k_m$ en el cálculo de σ_s ya que es el peor de los casos para la estabilidad (ecuación (28)). Desde un punto de vista cualitativo, si el operador humano genera comandos abruptos (valores de g_h más altos), se requerirá mayor amortiguamiento. Por otro lado, dado que la velocidad de avance A en el experimento es baja, el efecto de Coriolis en el móvil es mínimo, lo cual deriva en parámetros empíricos de $k_1 = k_2 = 0.01$.

En el primer test, el peso del objeto se establece en $B = 3$ Kg, y el retardo de tiempo al valor más bajo posible (aproximadamente 50 ms debido al retardo introducido por la red local ethernet). Para este caso no se añadió amortiguamiento lineal. Los resultados (en la componente principal) se muestra en la Fig. 2. A pesar que las señales de fuerza son ruidosas, se puede apreciar que se alcanza una coordinación dual con errores acotados, tanto en posición-velocidad como en fuerza. En particular, se destaca que el operador humano ejerce una fuerza similar al peso de 3 Kg

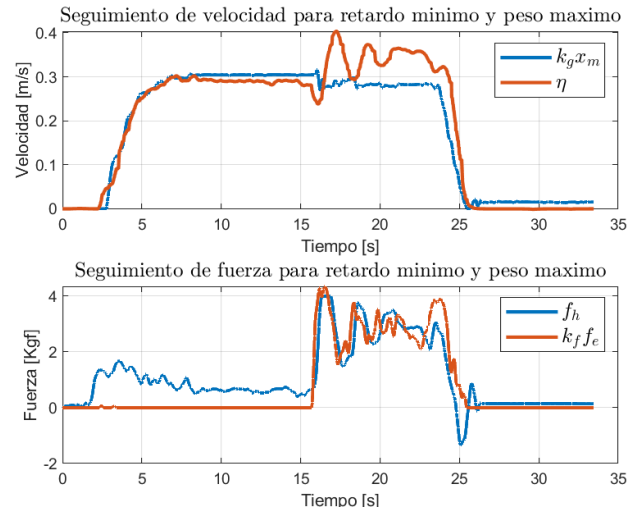


Fig. 2. Coordinación dual sin retardo y peso de objeto B=3 kg.

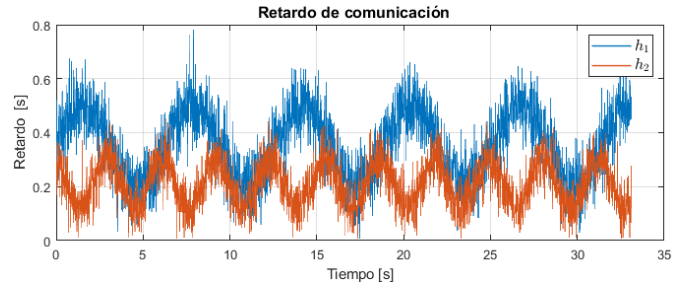


Fig. 3. Retardo variante en el tiempo y asimétrico.

del objeto empujado, es decir el operador humano percibe mediante realimentación de fuerza el peso del objeto empujado mientras mantiene un error acotado entre la posición del maestro y la velocidad del robot móvil.

Luego, se adiciona un retardo de tiempo variable y asimétrico, ver Fig. 3. El amortiguamiento lineal es calibrado siguiendo las pautas dadas en (26), considerando los retardos

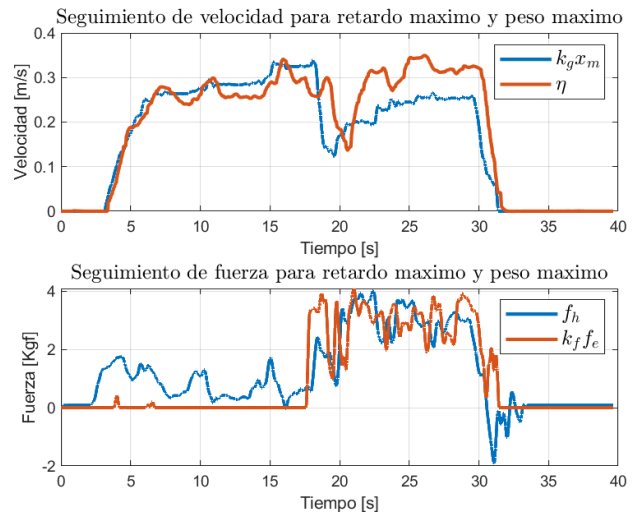


Fig. 4. Coordinación dual con retardo y peso de objeto B=3 kg.

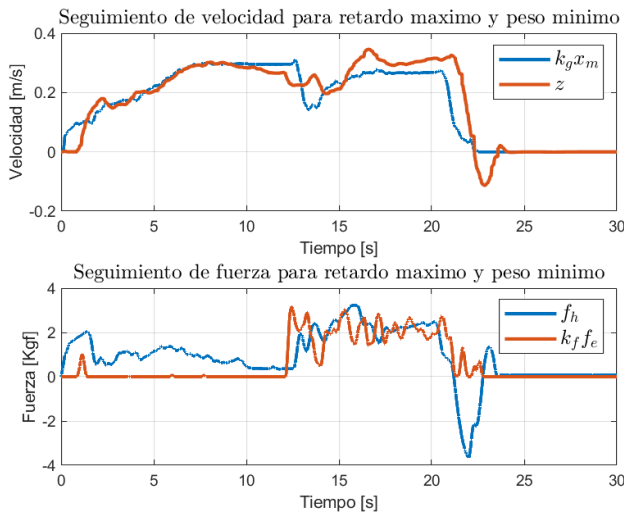


Fig. 5. Coordinación dual con retardo y peso de objeto B=2 kg

de tiempo máximos \bar{h}_1 y \bar{h}_2 mientras se aumenta k_m para cumplir (28). Bajo dicho retardo de tiempo, se evalúa el sistema de teleoperación para empujar dos objetos de diferente peso, primero un objeto de 3 Kg como se muestra en la Fig. 4 y luego un objeto de 2 Kg, cuyo resultado se aprecia en la Fig. 5. Se observa que los errores de fuerza y sincronismo posición-velocidad permanecen acotados para las dos pruebas, mientras el operador humano percibe el peso del objeto empujado independientemente del retardo de tiempo, lo cual indica una condición deseable de transparencia.

Comparativa

Con objeto de establecer una comparativa con el funcionamiento del controlador P+d clásico [29], [9] se implementa en simulación el sistema teleoperado. Para el robot maestro se emplea el modelo dinámico del robot 2D “Pelican” [30], mientras que para el esclavo se utiliza el modelo dinámico del Pioneer P3dx [31].

Las fuerzas externas al sistema y el retardo de tiempo del canal se simulan según la Fig. 6. Las fuerzas del entorno y del operador se modelan según las ecuaciones(3), (4) respectivamente. Se realizan dos simulaciones para el controlador P+d: sin fuerzas externas constantes ($A = B = 0$) y con fuerzas constantes ($A = 0.3, B = 1$) y se repite el último caso para el controlador P+d+f.

Se observa en la Fig. 7 que para el caso del controlador P+d sin fuerzas externas constantes, se logra sincronismo de posición-velocidad y convergencia de fuerza a 0 solo cuando las fuerzas externas al sistema tienden a cero. Por otro lado cuando dichas fuerzas tienden a una constante (A, B), el controlado clásico p+d no logra sincronismo de fuerza ni de posición-velocidad. Esto marca la principal diferencia con el controlador P+d+f, el cual logra sincronismo simultáneo de fuerza del operador-entorno y de posición-velocidad.

V. CONCLUSIÓN

Se propuso un esquema de control estable para la teleoperación bilateral con retardo de un robot móvil. El

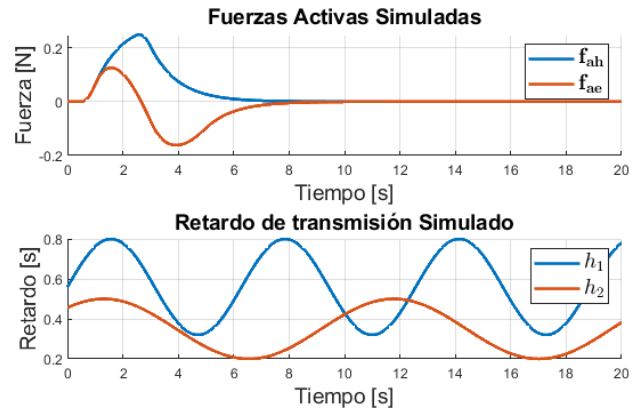


Fig. 6. Fuerzas activas y retardos de tiempo simulados.

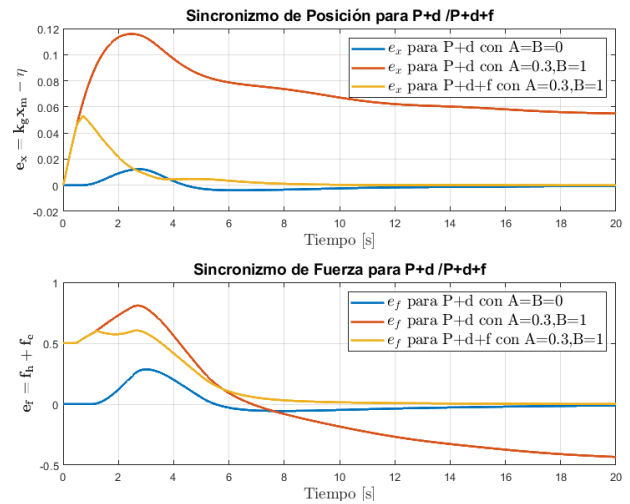


Fig. 7. Comparativa P+d vs P+d+f

análisis teórico de estabilidad da como resultado pautas generales para calibrar el controlador.

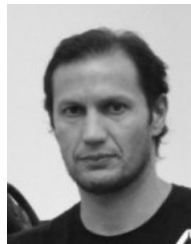
El amortiguamiento lineal del sistema depende principalmente de la latencia introducida por el canal de comunicación, mientras que el controlador permite al operador humano establecer indirectamente el estado de convergencia independientemente de los retardos de tiempo. Esto es, el retardo no cambia el valor de convergencia de las señales de fuerza y posición-velocidad.

En la sección experimental se verificó que el sistema permite al operador sentir la fuerza que el entorno ejerce sobre el robot móvil. Por otro lado, se expusieron las diferencias entre el controlador p+d clásico y el propuesto (P+d+f) mediante simulación; demostrando un desempeño superlativo de este último respecto a la sincronización dual de fuerza y posición-velocidad.

Por lo expuesto, se concluye que el sistema propuesto mejora la percepción del operador humano (transparencia), lo cual tiene el potencial de incrementar la aplicación de este tipo de sistemas en tareas de transporte remoto de cargas, teleoperación de maquinaria pesada en obras civiles y minería, y conducción remota de móviles en general.

REFERENCES

- [1] R. Sipahi, S.-I. Niculescu, C. T. Abdallah, W. Michiels, and K. Gu, "Stability and stabilization of systems with time delay," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 31, no. 1, pp. 38–65, 2011.
- [2] E. J. Rodríguez-Seda, "Transparency compensation for bilateral teleoperators with time-varying communication delays," in *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2014, pp. 4375–4380.
- [3] Y. Li, Y. Yin, and D. Zhang, "Adaptive task-space synchronization control of bilateral teleoperation systems with uncertain parameters and communication delays," *IEEE Access*, vol. 6, pp. 5740–5748, 2018.
- [4] D. Lee and K. Huang, "Passive-set-position-modulation framework for interactive robotic systems," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, no. 2, pp. 354–369, 2010.
- [5] C.-C. Hua and X. P. Liu, "Delay-dependent stability criteria of teleoperation systems with asymmetric time-varying delays," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 26, no. 5, pp. 925–932, 2010.
- [6] D. Santiago, E. Slawiński, and V. Mut, "Delayed trilateral teleoperation of a mobile robot," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2017, 2017.
- [7] H. Yang, Z. Zuo, and D. Lee, "Haptic tele-driving of wheeled mobile robot over the internet via pspm approach: theory and experiment," *Advanced Robotics*, vol. 32, no. 13, pp. 683–696, 2018.
- [8] E. Nuno, I. Sarras, and L. Basañez, "Consensus in networks of nonidentical euler-lagrange systems using p+ d controllers," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 29, no. 6, pp. 1503–1508, 2013.
- [9] D. D. Santiago, E. Slawiński, and V. A. Mut, "Stable delayed bilateral teleoperation of mobile manipulators," *Asian Journal of Control*, vol. 19, no. 3, pp. 1140–1152, 2017.
- [10] D. Santiago, E. Slawinski, and V. Mut, "Human-inspired stable bilateral teleoperation of mobile manipulators," *ISA transactions*, vol. 95, pp. 392–404, 2019.
- [11] T. M. Lam, M. Mulder, and M. M. Van Paassen, "Haptic feedback in uninhabited aerial vehicle teleoperation with time delay," *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 31, no. 6, pp. 1728–1739, 2008.
- [12] E. Slawiński, D. Santiago, and V. Mut, "Control for delayed bilateral teleoperation of a quadrotor," *ISA transactions*, vol. 71, pp. 415–425, 2017.
- [13] M. Shahbazi, S. F. Atashzar, M. Tavakoli, and R. V. Patel, "Position-force domain passivity of the human arm in telerobotic systems," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 23, no. 2, pp. 552–562, 2018.
- [14] S. Islam, X. P. Liu, and A. El Saddik, "Teleoperation systems with symmetric and unsymmetric time varying communication delay," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 62, no. 11, pp. 2943–2953, 2013.
- [15] D. A. Lawrence, "Stability and transparency in bilateral teleoperation," *IEEE transactions on robotics and automation*, vol. 9, no. 5, pp. 624–637, 1993.
- [16] E. Slawinski, V. A. Mut, P. Fiorini, and L. R. Salinas, "Quantitative absolute transparency for bilateral teleoperation of mobile robots," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, vol. 42, no. 2, pp. 430–442, 2011.
- [17] M. Franken, S. Stramigioli, S. Misra, C. Secchi, and A. Macchelli, "Bilateral telemanipulation with time delays: A two-layer approach combining passivity and transparency," *IEEE transactions on robotics*, vol. 27, no. 4, pp. 741–756, 2011.
- [18] F. Hashemzadeh and M. Tavakoli, "Position and force tracking in nonlinear teleoperation systems under varying delays," *Robotica*, vol. 33, no. 4, pp. 1003–1016, 2015.
- [19] K. Mohammadi, H. A. Talebi, and M. Zareinejad, "A novel position and force coordination approach in four channel nonlinear teleoperation," *Computers & Electrical Engineering*, vol. 56, pp. 688–699, 2016.
- [20] E. Slawiński, V. Moya, D. Santiago, and V. Mut, "Force and position-velocity coordination for delayed bilateral teleoperation of a mobile robot," *Robotica*, vol. 37, no. 10, pp. 1768–1784, 2019.
- [21] H. Li, L. Zhang, and K. Kawashima, "Operator dynamics for stability condition in haptic and teleoperation system: A survey," *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, vol. 14, no. 2, p. e1881, 2018.
- [22] T. Inaba and Y. Matsuo, "Loop-shaping characteristics of a human operator in a compensatory manual control system," in *Analysis, Design and Evaluation of Man-Machine Systems 1995*. Elsevier, 1995, pp. 661–665.
- [23] L. R. Salinas, D. Santiago, E. Slawiński, V. A. Mut, D. Chavez, P. Leica, and O. Camacho, "P+ d plus sliding mode control for bilateral teleoperation of a mobile robot," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 16, no. 4, pp. 1927–1937, 2018.
- [24] G. Temple, "Stability of motion. applications of lyapunov's second method to differential systems and equations with delay," *The Mathematical Gazette*, vol. 49, no. 367, pp. 114–114, 1965.
- [25] E. I. Verriest and W. Aggoune, "Stability of nonlinear differential delay systems," *Mathematics and computers in Simulation*, vol. 45, no. 3–4, pp. 257–267, 1998.
- [26] E. Slawinski, V. Mut, and J. Postigo, "Stability of systems with time-varying delay," *Latin American applied research*, vol. 36, no. 1, pp. 41–48, 2006.
- [27] Z. Wang, P. Liu, S. Ding, and Y. Liu, "A brief review on stability analysis of time delay systems based on lkf," in *2018 13th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*. IEEE, 2018, pp. 596–601.
- [28] E. Nuno, R. Ortega, N. Barabanov, and L. Basañez, "A globally stable pd controller for bilateral teleoperators," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24, no. 3, pp. 753–758, 2008.
- [29] E. Slawiński, V. Mut, and D. Santiago, "Pd-like controller for delayed bilateral teleoperation of wheeled robots," *International Journal of Control*, vol. 89, no. 8, pp. 1622–1631, 2016.
- [30] R. Kelly, V. S. Davila, and J. A. L. Perez, *Control of robot manipulators in joint space*, S. S. . B. Media, Ed. Springer Science & Business Media, 2006.
- [31] A. Rosales, G. Scaglia, V. Mut, and F. di Sciascio, "Trajectory tracking of mobile robots in dynamic environments—a linear algebra approach," *Robotica*, vol. 27, no. 7, pp. 981–997, 2009.



Emanuel Slawiński nació en Chubut, Argentina, el 5 de noviembre de 1975. Alcanzó el grado académico de doctor en Ingeniería de Sistemas de Control en el año 2006 en la UNSJ, San Juan, Argentina. Actualmente él es profesor titular exclusivo de la UNSJ en grado y postgrado e investigador independiente de CONICET. Sus áreas de interés son sistemas de teleoperación con retardos de tiempos, factores humanos e interacción humano-robot, sistemas hápticos, control de robots humanoides y desarrollo de software para robótica.



Diego D. Santiago nació en San Juan, Argentina, el 18 de enero de 1988; se graduó de Ingeniero Electrónico y Doctor en Ingeniería de Sistemas de Control en la UNSJ, en los años 2012 y 2017 respectivamente. Actualmente es profesor en la UNSJ y becario postdoctoral de CONICET. Sus áreas de interés son: robótica, teleoperación, sistemas hápticos y humano-robot, control de sistemas redundantes, inteligencia artificial y software de ingeniería.



Vicente A. Mut nació en San Juan, Argentina, el 1 de diciembre de 1962; se graduó de Ingeniero y doctor en la UNSJ en los años 1987 y 1995. Es profesor de la UNSJ en las carreras de grado y postgrado en Ingeniería e investigador CONICET. Actualmente es el director del Instituto de Automática, UNSJ-CONICET. Sus áreas de interés son robótica y teoría de sistemas de control.