

Comparative Analysis of Different Methods Associated to the Frozen Permeability Method for On-Load Cogging Torque Evaluation in Permanent Magnet Synchronous Machines

L. F. de Assis, C. C. L. Filho, G. T. de Paula, *Member, IEEE* and B. P. de Alvarenga

Abstract—The present work aims to promote a comparative analysis between the most cited and recent methods in the scientific world associated to the Frozen Permeability Method combined with the Finite Element Method for on-load cogging torque evaluation in permanent magnet synchronous machines (PMSM) and determine which is the most appropriate. Numerous researches have been carried throughout the years in order to accomplish the task of segregating the torque components and figure out the origins of torque oscillations. However, most of them have failed as they usually attribute the torque ripple only to the cogging torque and taking general conclusions based only in one type of PMSM. Here, in the present text, the investigation is carried out basing on different PMSM topologies and different current waveforms for motor drive. The results show that the most suitable methodology is not based on electromagnetic energy neither based on the electromagnetic coenergy but based on flux distribution. All simulations are performed with FEMM (Finite Element Method Magnetics) software.

Index Terms—Cogging Torque; Finite Element Method; Frozen Permeability Method; Permanent Magnet Synchronous Machines.

I. INTRODUÇÃO

As máquinas síncronas de ímãs permanentes são equipamentos muito utilizados em diversas aplicações por apresentarem alta eficiência e grande densidade de torque. No entanto, uma de suas desvantagens, independente da topologia adotada, é o *cogging torque*, parcela do torque total que manifesta-se pela interação dos ímãs permanentes com as ranhuras do estator e é responsável por gerar vibração, ruído acústico e oscilações no torque eletromagnético [1]-[10].

O projeto de máquinas capazes de produzir torque com valores mínimos de oscilação, a fim de minimizar perdas eletromagnéticas e desgastes mecânicos, tem sido desenvolvido em diversos estudos. Na maioria deles o interesse está na máquina em vazio, onde o *cogging torque* é a única componente de torque presente e a influência da

saturação magnética devido à carga é desprezada [11]-[22].

O *cogging torque* em vazio pode ser obtido através de vários métodos, dentre eles destacam-se no meio científico o Método dos Tensores de Maxwell e o Método do Trabalho Virtual, o que torna possível o desenvolvimento de diversas técnicas para mitigá-lo. Contudo, as oscilações no torque eletromagnético com a máquina em carga são mais complexas comparadas às oscilações com a máquina em vazio, isto porque o torque em carga é composto por três parcelas bem definidas e consideravelmente influenciadas pela saturação magnética, são elas: o torque mútuo, responsável por produzir a maior parte do torque desejado no eixo da máquina, e os torques de relutância associados às bobinas e aos ímãs permanentes, conhecidos respectivamente por torque de relutância e *cogging torque* [23]-[28].

Neste contexto, a separação do torque eletromagnético com as máquinas em carga, dada uma condição de operação, mostra-se de grande importância para os processos de controle e projeto das máquinas síncronas de ímãs permanentes, o que possibilita avaliar o comportamento de cada uma das parcelas de torque, alterar parâmetros do projeto e/ou do controlador da máquina, diminuir os efeitos negativos que cada parcela pode introduzir e consequentemente reduzir as oscilações no torque total [4]-[10], [23]-[28].

O método mais apropriado e difundido na literatura para separar o torque eletromagnético com as máquinas em carga é conhecido por Método da Permeabilidade Fixa (*Frozen Permeability Method*) [29]. Sua aplicação permite a obtenção ora da contribuição das correntes, ora da contribuição dos ímãs como fonte de fluxo magnético no interior da máquina e, então, a avaliação de parâmetros, como por exemplo do torque de relutância e do *cogging torque* em carga [23]-[28].

Assim como no caso em vazio, o Método dos Tensores de Maxwell e o Método do Trabalho Virtual podem ser utilizados na obtenção do *cogging torque* em carga, entretanto são associados ao Método da Permeabilidade Fixa (MPF) juntamente ao Método dos Elementos Finitos (MEF) [23]-[28]. Outro método que vem ganhando destaque, por ser bastante referenciado, é apresentado por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu em [28], [30]-[37]. Embora os métodos citados sejam bem difundidos, os mesmos apresentam indicativos de não serem totalmente adequados na avaliação do *cogging torque* em carga para qualquer caso de acionamento ou topologia de máquina [23]-[28].

Portanto, o presente trabalho tem como objetivo comparar os diferentes métodos associados ao MPF para avaliação do

“This paper was submitted on November 23, 2019 and it was supported by FAPEG, CAPES and CNPq.”

L. F. de Assis, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Brasil (e-mail: lucasfranco_jty@hotmail.com).

C. C. L. Filho, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Brasil (e-mail: eng.celiofilho@gmail.com).

G. T. de Paula, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Brasil (e-mail: geyverson@gmail.com).

B. P. de Alvarenga, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Brasil (e-mail: bpalvarenga@gmail.com).

cogging torque em carga nas máquinas síncronas de ímãs permanentes, verificar a validade de cada um deles em distintas topologias de rotor e formas de acionamento, o que ainda não foi apresentado na literatura especializada, e averiguar qual é o mais apropriado. As investigações são realizadas em três máquinas de topologias diferentes (ímãs semi-enterrados no rotor, ímãs enterrados longitudinalmente no rotor e ímãs montados na superfície do rotor), ambas alimentadas por correntes senoidais e quadradas defasadas entre si em 120° elétricos, ângulo de avanço da corrente de fase de -30° e níveis de carregamento eletromagnético próximos (4 e 3,6363 ampères, respectivamente, o que sugere o mesmo valor de pico para o primeiro harmônico da corrente). O *software* aplicado em todas as simulações para implementar o MEF e o MPF é o FEMM (*Finite Element Method Magnetics*).

II. MÉTODO DA PERMEABILIDADE FIXA

A. Método da Permeabilidade Fixa Convencional

De modo geral, aplicado juntamente ao MEF, o MPF possibilita: encontrar o ponto de operação de materiais ferromagnéticos submetidos a uma carga eletromagnética, fixar a malha de elementos finitos com base nos valores de permeabilidade calculados para cada elemento, linearizar a curva de magnetização dos materiais com base na fixação da permeabilidade μ , por fim, empregar o teorema da sobreposição de fontes para avaliar a contribuição de cada uma das fontes de fluxo magnético sobre os materiais na condição de carga [23]-[28], [35]-[37]. A Fig. 1 demonstra a linearização da curva de magnetização de um material ferromagnético hipotético a partir da aplicação do MPF.

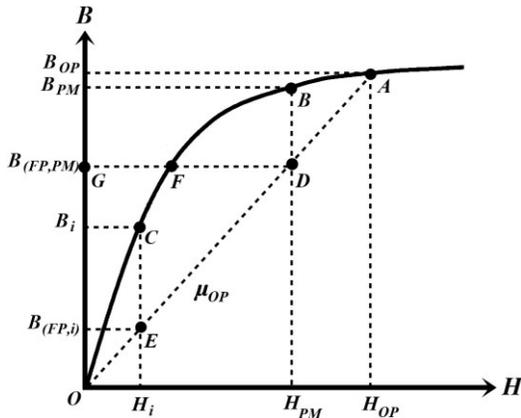


Fig. 1. Curva de magnetização e principais pontos de interesse para o MPF.

Sem a linearização proposta pelo MPF, pode-se observar na Fig. 1 que a densidade de fluxo magnético B_{PM} e a intensidade de campo magnético H_{PM} são resultantes da excitação exclusiva dos ímãs (ponto B), enquanto que a densidade de fluxo magnético B_i e a intensidade de campo magnético H_i são resultantes da excitação exclusiva das correntes (ponto C). Quando o material está em carga, ou seja, excitado pelas duas fontes de fluxo magnético, ímãs e correntes (ponto A), tem-se que B_{OP} é a densidade de fluxo magnético resultante e H_{OP} é a intensidade de campo magnético resultante. Neste caso, nota-se que $H_{OP} = H_{PM} + H_i$, porém $B_{OP} \neq B_{PM} + B_i$ [23]-[28].

Com a aplicação do MPF sobre o material da Fig. 1 na condição de carga (ponto A) tem-se a linearização da curva de magnetização a partir da fixação da permeabilidade relativa μ_{OP} , obtida por meio do MEF. Em seguida, duas análises lineares são realizadas, uma delas apenas com a excitação dos ímãs (ponto D) para obter a densidade de fluxo magnético $B_{(FP,PM)}$ e a outra apenas com a excitação das correntes (ponto E) para obter a densidade de fluxo magnético $B_{(FP,i)}$. Uma vez que a curva foi convertida em linear, fixada a permeabilidade relativa μ_{OP} , nota-se que $H_{OP} = H_{PM} + H_i$ e $B_{OP} = B_{(FP,PM)} + B_{(FP,i)}$. Neste caso, é possível aplicar o teorema da sobreposição de fontes para avaliar a contribuição de cada uma das fontes de fluxo magnético [23]-[28].

B. Método da Permeabilidade Fixa Melhorado

Ainda que o MPF convencional seja bem aceito no meio científico, W. Q. Chu e Z. Q. Zhu apontam em [28] que no modo como a linearização é conduzida ocorrem erros expressivos na avaliação da energia magnética armazenada, tanto na análise que tem como fonte de fluxo magnético apenas os ímãs permanentes, como também na análise que tem como fonte de fluxo magnético apenas as correntes. Sendo assim, os autores desconsideram o cálculo da energia com base na área do triângulo *ODG* da Fig. 1, como por exemplo no caso da análise com ímãs, e propõem a utilização da área *OFG*. Tanto no MPF melhorado, como no MPF convencional, as distribuições de fluxo magnético no modelo do material em carga são obtidas da mesma forma [27]-[28].

III. MÉTODOS PARA O CÁLCULO DO COGGING TORQUE

A. Método dos Tensores de Maxwell (Método 1)

Baseado no Método dos Tensores de Maxwell, o torque eletromagnético de uma determinada máquina é calculado a partir da integral das componentes normal e tangencial da densidade de fluxo magnético ao longo do entreferro, como mostra (1) [23]-[28], [38]-[40].

$$T_{EL,Maxwell} = \frac{L_{ef}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 B_{n(OP)} B_{t(OP)} d\theta \quad (1)$$

Note que $T_{EL,Maxwell}$ é o torque eletromagnético em Newton-metros ($N \cdot m$), L_{ef} é o comprimento ativo do pacote de lâminas do estator em metros (m), μ_0 é a permeabilidade absoluta do vácuo em henrys por metro (H/m), r é o raio até o centro do entreferro em metros (m), $B_{n(OP)}$ e $B_{t(OP)}$ são as componentes normal e tangencial da densidade de fluxo magnético no ponto de operação da máquina em teslas (T), respectivamente, e θ é a posição angular do ponto de leitura, no centro do entreferro, de $B_{n(OP)}$ e $B_{t(OP)}$ em radianos (rad).

Com base no Método dos Tensores de Maxwell, após a aplicação do MPF, o *cogging torque* em carga da PMSM é calculado como mostra (2) [23]-[28], [38]-[40].

$$T_{cogging,Maxwell} = \frac{L_{ef}}{\mu_0} \int_0^{2\pi} r^2 \left[B_{n(FP,PM)} B_{t(FP,PM)} \right] d\theta \quad (2)$$

Note que $T_{cogging,Maxwell}$ é o *cogging torque* em Newtons-metros (N·m), $B_{n(FP,PM)}$ e $B_{t(FP,PM)}$ são as componentes normal e tangencial da densidade de fluxo magnético em teslas (T) na simulação linear que tem apenas os ímãs como fonte de fluxo magnético, respectivamente.

B. Método do Trabalho Virtual (Método 2)

Baseado no Método do Trabalho Virtual, o torque eletromagnético de uma determinada máquina pode ser definido por (3) [23]-[28], [39]-[42].

$$T_{EL,Virtual} = \left. \frac{dW'}{d\theta_m} \right|_{i=cte} = \left. \frac{dW_{in}}{d\theta_m} \right|_{i=cte} - \left. \frac{dW}{d\theta_m} \right|_{i=cte} \quad (3)$$

Note que $T_{EL,Virtual}$ é o torque eletromagnético em Newtons-metros (N·m), W' é a coenergia magnética em joules (J), W_{in} é a energia de entrada do sistema em joules (J), W é a energia magnética armazenada em joules (J), θ_m é a posição angular mecânica do rotor em radianos mecânicos (rad) e $i = cte$ é a corrente de fase mantendo-se constante em ampères (A).

Com base no Método do Trabalho Virtual e na simulação linear que tem apenas os ímãs como fonte de fluxo magnético, após a aplicação do MPF convencional, o *cogging torque* em carga da PMSM pode ser calculado a partir da variação da energia ou coenergia magnética, como mostram (4) e (5), respectivamente [39]-[42].

$$T_{cogging,Virtual} = - \left. \frac{dW_{(FP,PM)}}{d\theta_m} \right|_{i=cte} \quad (4)$$

$$T_{cogging,Virtual} = \left. \frac{dW'_{(FP,PM)}}{d\theta_m} \right|_{i=cte} \quad (5)$$

Assim como no caso da máquina em vazio, onde $i = 0$ e, teoricamente, a energia de entrada do sistema $W_{in} = 0$, espera-se que o resultado de (4) seja igual ao resultado obtido em (5), respeitando o princípio da conservação de energia. No entanto, o estudo do balanço de energia em um sistema empregando-se o MPF ainda não foi verificado na literatura.

C. Método Proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu (Método 3)

Com base no método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu e na simulação linear que tem apenas os ímãs como fonte de fluxo magnético, após a aplicação do MPF melhorado, o *cogging torque* em carga da PMSM pode ser calculado a partir da variação da energia ou coenergia magnética, como mostram (6) e (7), respectivamente [28].

$$T_{cogging,Zhu}(W) = - \left. \frac{dW_{(FP,PM)}}{d\theta_m} \right|_{i=cte} \quad (6)$$

$$T_{cogging,Zhu}(W') = \left. \frac{dW'_{(FP,PM)}}{d\theta_m} \right|_{i=cte} \quad (7)$$

Assim como no caso da máquina em vazio, onde $i = 0$ e, teoricamente, a energia de entrada do sistema $W_{in} = 0$, espera-se que o resultado de (6) seja igual ao resultado obtido em (7), respeitando o princípio da conservação de energia.

IV. ESTUDOS DE CASOS E METODOLOGIA

A Fig. 2 apresenta os três estudos de casos analisados no presente trabalho referentes às diferentes topologias da máquina síncrona de ímãs permanentes (ímãs semi-enterrados no rotor, ímãs enterrados longitudinalmente no rotor e ímãs montados na superfície do rotor).

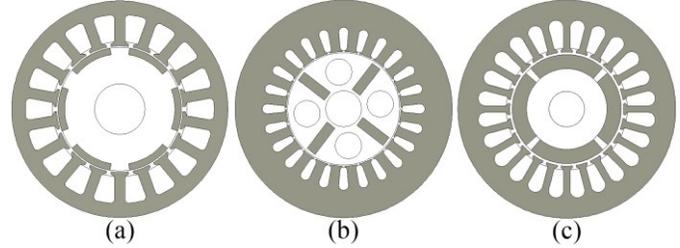


Fig. 2. Topologias da máquina síncrona de ímãs permanentes. (a) Máquina síncrona de ímãs semi-enterrados no rotor, caso 1. (b) Máquina síncrona de ímãs enterrados longitudinalmente no rotor, caso 2. (c) Máquina síncrona de ímãs montados na superfície do rotor, caso 3.

As principais dimensões das máquinas apresentadas em cada um dos estudos de casos são descritas na Tabela I.

TABELA I
DIMENSÕES DAS MÁQUINAS SÍNCRONAS DE ÍMÃS PERMANENTES NO ROTOR

Parâmetros	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Número de ranhuras	18	24	24
Número de polos	6	4	4
Profundidade	30 mm	102 mm	47 mm
Diâmetro externo do estator	106 mm	182 mm	116 mm
Diâmetro interno do estator	62 mm	96 mm	61 mm
Espessura da carcaça do estator	6,8 mm	22,9 mm	14,4 mm
Comprimento do entreferro	0,75 mm	1 mm	1,35 mm
Diâmetro externo do rotor	60,5 mm	47 mm	58,3 mm
Largura do dente	5 mm	8,16 mm	3,52 mm
Abertura da ranhura	2,3 mm	2,2 mm	2,15 mm
Diâmetro do eixo	24,7 mm	30 mm	19 mm
Espessura da sapata do dente	1 mm	1 mm	1 mm
Espessura do ímã	3,25 mm	8,3 mm	7,6 mm
Tipo do ímã	NdFeB	NdFeB	NdFeB

As simulações conduzidas neste trabalho são realizadas com o auxílio do *software* FEMM (*Finite Element Method Magnetics*) na versão 4.2, aplicado nas implementações do MEF, do MPF convencional e do MPF melhorado. Sua preferência baseou-se em ser um *software* livre, distribuído gratuitamente, e que possibilita a automatização das etapas de simulação através de *scripts* baseados na linguagem LUA.

O FEMM, assim como qualquer *software* de elementos finitos, possui limitações numéricas, fortemente associadas às

condições de simulação (quantidade de elementos na malha de elementos finitos, densidade da malha no entreferro e número de camadas no entreferro), portanto, é fundamental uma análise dessas condições.

No que diz respeito à quantidade de elementos presentes nas malhas de elementos finitos geradas pelo *software* na simulação das máquinas, observam-se cerca de 48 mil nós e 96 mil elementos em cada estudo de caso, onde o refinamento das malhas nos entreferros foi realizado de modo iterativo a fim de obter melhor custo computacional sem o comprometimento da precisão nos resultados. Quanto ao tamanho máximo do perímetro para cada elemento dentro das malhas nos entreferros, os valores de 0,2 milímetros (caso 1) e 0,3 milímetros (casos 2 e 3) foram adotados, resultando em malhas formadas por quatro camadas, como mostra a Fig. 3, e garantindo um grau de precisão satisfatório em cada simulação.

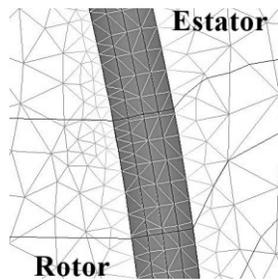


Fig. 3. Malha do entreferro formada por quatro camadas (casos 1, 2 e 3).

Todas as máquinas em estudo são alimentadas por correntes senoidais e quadradas defasadas entre si em 120° elétricos, ângulo de avanço da corrente de fase de -30° e níveis de carregamento eletromagnético próximos (4 e 3,6363 ampères, respectivamente, o que sugere o mesmo valor de pico para o primeiro harmônico da corrente). Deve-se levar em consideração que nenhum dos casos analisados apresenta inclinação no pacote de lâminas do estator (*skewing slot*), contribuindo, portanto, para a presença do *cogging torque*.

O cálculo do *cogging torque* em carga nas máquinas síncronas de ímãs permanentes é conduzido como segue:

- 1) Simulação das máquinas na condição de carga no FEMM para as implementações do MEF e do MPF convencional.
- 2) Extração das componentes normal e tangencial da densidade de fluxo magnético ao longo do entreferro a partir da simulação linear que tem apenas os ímãs como fonte de fluxo magnético para aplicação do Método dos Tensores de Maxwell, como é visto em (2).
- 3) Extração dos valores de energia e coenergia magnética nas máquinas para cada posição do rotor a partir da simulação linear que tem apenas os ímãs como fonte de fluxo magnético para aplicação do Método do Trabalho Virtual, como é visto em (4) e (5), respectivamente.
- 4) Simulação das máquinas na condição de carga no FEMM para as implementações do MEF e do MPF melhorado.
- 5) Extração dos valores de energia e coenergia magnética nas máquinas para cada posição do rotor a partir da simulação linear que tem apenas os ímãs como fonte de fluxo magnético para aplicação do método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu, como é visto em (6) e (7), respectivamente.

Pelo fato do *cogging torque* ser uma parcela matemática do torque eletromagnético com a máquina em carga, não é viável realizar a validação experimental dos resultados obtidos em simulações com elementos finitos, tendo em vista que não há relatos desta avaliação na literatura especializada. Portanto, o presente trabalho tem como foco o cálculo do *cogging torque* em carga através de esforços computacionais.

V. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para validar as simulações em elementos finitos no *software* FEMM, as Figs. 4-6 ilustram o torque eletromagnético em cada estudo de caso com as máquinas na condição de carga. Pode-se observar que o torque é obtido a partir do Método dos Tensores de Maxwell e do Método do Trabalho Virtual, de acordo com (1) e (3), respectivamente. Nota-se que as formas de onda apresentadas pelos dois métodos são idênticas, evidenciando o bom refinamento das malhas nos entreferros.

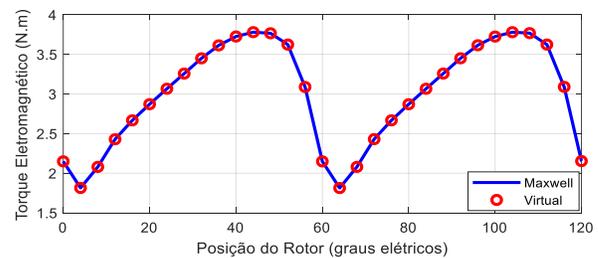


Fig. 4. Torque eletromagnético no caso 1 com acionamento senoidal.

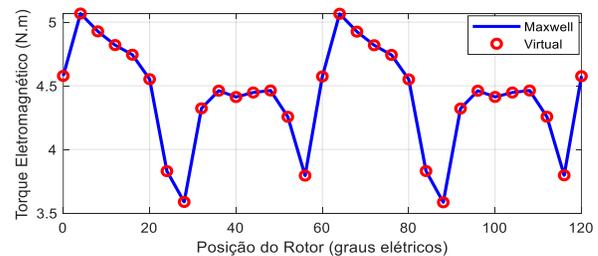


Fig. 5. Torque eletromagnético no caso 2 com acionamento senoidal.

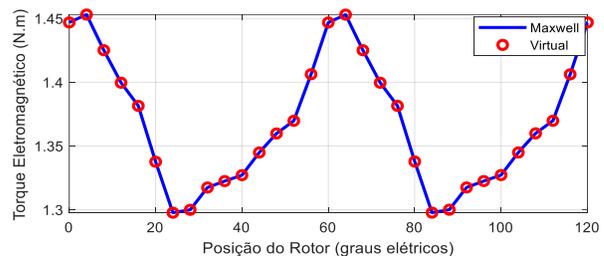


Fig. 6. Torque eletromagnético no caso 3 com acionamento senoidal.

O *cogging torque* em carga para os estudos de casos do presente trabalho é obtido a partir do Método dos Tensores de Maxwell, do Método do Trabalho Virtual e do método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu, associados ao Método da Permeabilidade Fixa combinado ao Método dos Elementos Finitos. Os resultados podem ser observados nas Figs. 7-21 e comparados diante das diferentes formas de acionamento das máquinas, alimentadas ora por correntes senoidais (4 A), ora por correntes quadradas (3,6363 A). Para a avaliação e discussão dos resultados de cada um dos estudos de casos tem-

se os valores médios da *cogging torque* em carga apresentados nas Tabelas II-III.

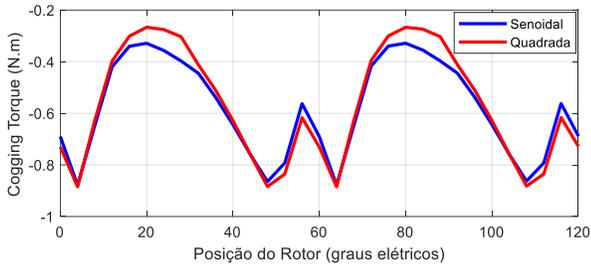


Fig. 7. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método dos Tensores de Maxwell (caso 1).

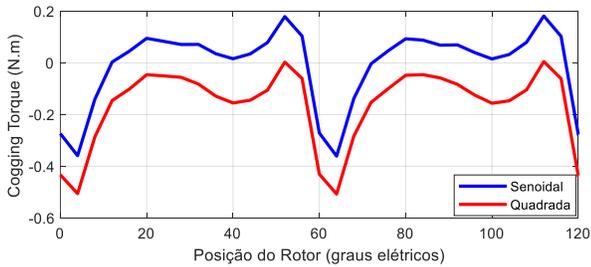


Fig. 8. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da energia magnética armazenada (caso 1).

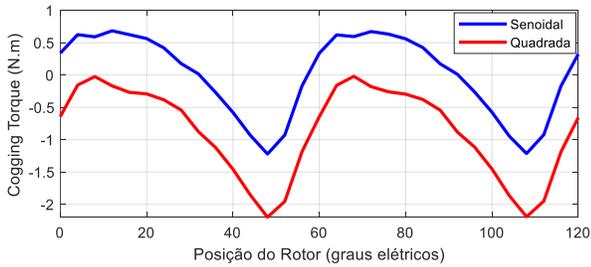


Fig. 9. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da coenergia magnética (caso 1).

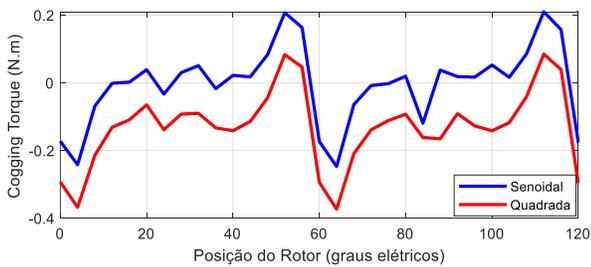


Fig. 10. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da energia magnética armazenada (caso 1).

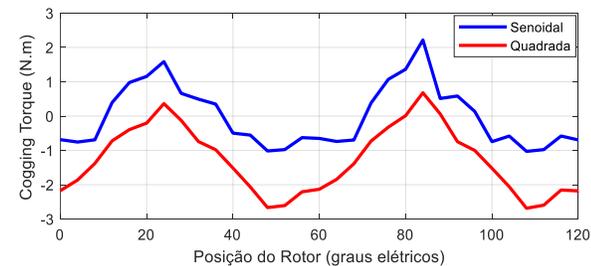


Fig. 11. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da coenergia magnética (caso 1).

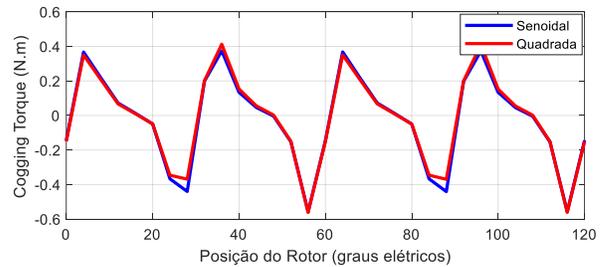


Fig. 12. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método dos Tensores de Maxwell (caso 2).

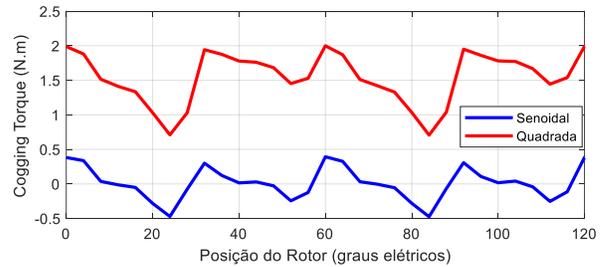


Fig. 13. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da energia magnética armazenada (caso 2).

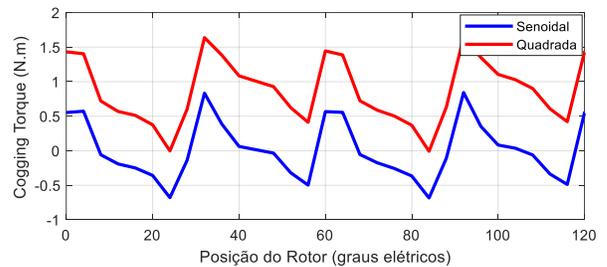


Fig. 14. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da coenergia (caso 2).

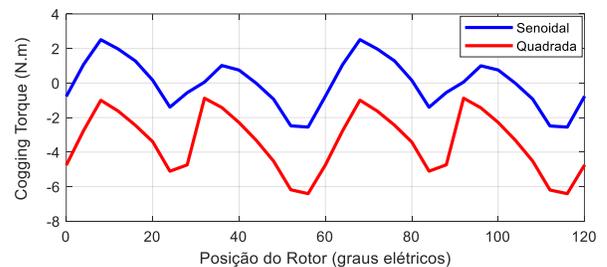


Fig. 15. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da energia magnética armazenada (caso 2).

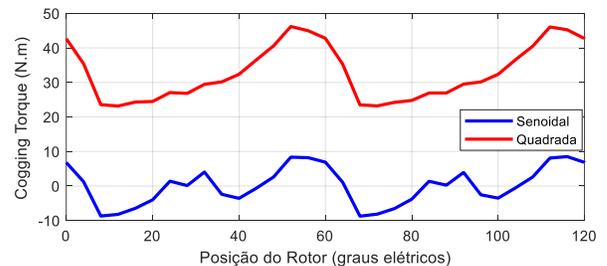


Fig. 16. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da coenergia magnética (caso 2).

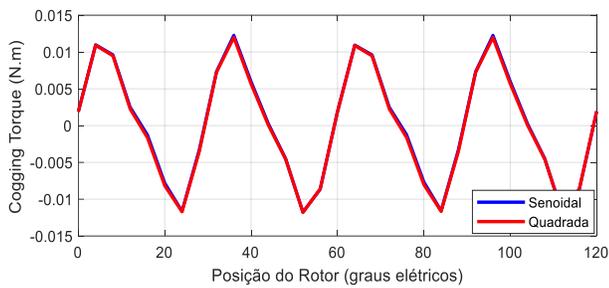


Fig. 17. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método dos Tensores de Maxwell (caso 3).

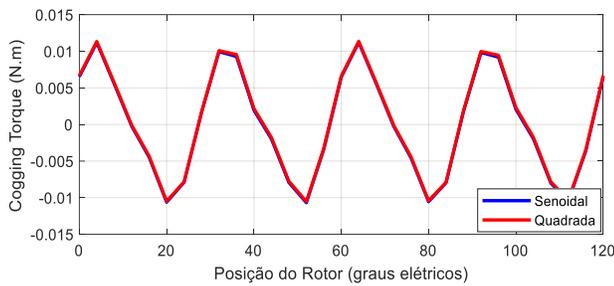


Fig. 18. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da energia magnética armazenada (caso 3).

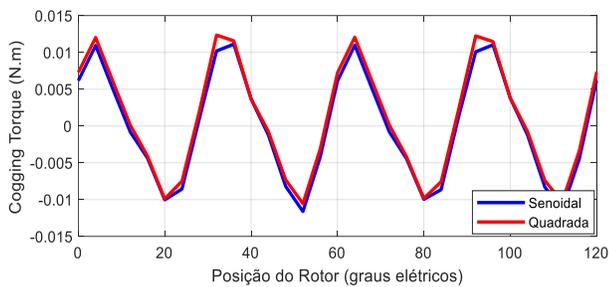


Fig. 19. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da coenergia magnética (caso 3).

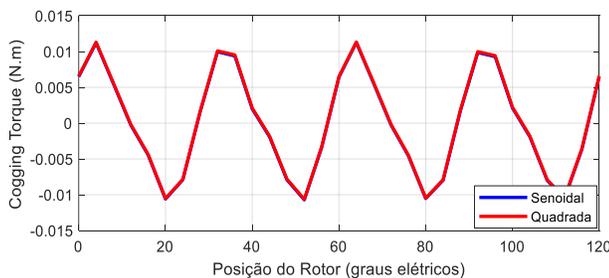


Fig. 20. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da energia magnética armazenada (caso 3).

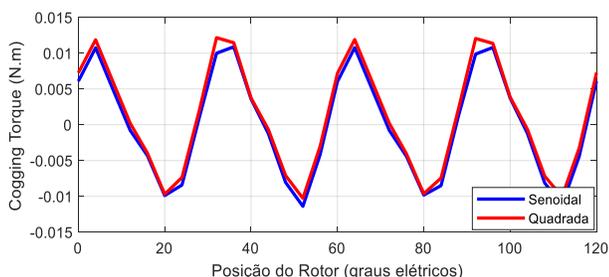


Fig. 21. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da coenergia magnética (caso 3).

TABELA II
VALORES MÉDIOS DO *COGGING TORQUE* EM CARGA COM ACIONAMENTO POR CORRENTES SENOIDAIS (4 A)

Método	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Método 1	-0,58 N·m	-0,02 N·m	0,18 mN·m
Método 2 – Energia	0,00 N·m	0,00 N·m	0,00 mN·m
Método 2 – Coenergia	0,00 N·m	0,00 N·m	0,00 mN·m
Método 3 – Energia	0,00 N·m	0,00 N·m	0,00 mN·m
Método 3 – Coenergia	0,00 N·m	0,00 N·m	0,00 mN·m

TABELA III
VALORES MÉDIOS DO *COGGING TORQUE* EM CARGA COM ACIONAMENTO POR CORRENTES QUADRADAS (3,6363 A)

Método	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Método 1	-0,56 N·m	-0,01 N·m	0,16 mN·m
Método 2 – Energia	-0,15 N·m	1,53 N·m	0,14 mN·m
Método 2 – Coenergia	-0,87 N·m	0,85 N·m	0,86 mN·m
Método 3 – Energia	-0,12 N·m	-3,40 N·m	0,09 mN·m
Método 3 – Coenergia	-1,26 N·m	32,63 N·m	0,91 mN·m

No estudo de caso 1 nota-se que há uma considerável discrepância nas formas de onda entre os resultados obtidos a partir de diferentes métodos aplicados para o cálculo do *cogging torque* em carga, comparando-se as Figs. 7-11. Com o auxílio das Tabelas II-III pode-se observar que, para um mesmo método, os resultados baseados nos acionamentos por correntes senoidais e quadradas mostram-se entre si próximos quanto a forma de onda, porém discrepantes em valor médio, com exceção para o Método dos Tensores de Maxwell que apresenta uma proximidade numérica entre seus resultados.

Assim como no caso 1, no estudo de caso 2 nota-se que há uma considerável discrepância nas formas de onda entre os resultados obtidos a partir de diferentes métodos aplicados no cálculo do *cogging torque* em carga, comparando-se as Figs. 12-16. Para as diferentes formas de acionamento, pode-se observar que apenas com a aplicação do Método dos Tensores de Maxwell é possível alcançar uma proximidade numérica entre os resultados, enquanto que nos demais métodos os valores de *cogging torque* mostram-se bastante discrepantes. Com a máquina acionada por correntes quadradas, nota-se também que o método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu apresenta valores médios absurdos de *cogging torque* comparados ao torque total, -3,40 N.m com a variação da energia e 32,63 N.m com a variação da coenergia magnética.

Diferentemente dos casos 1 e 2, no estudo de caso 3 nota-se que a discrepância nas formas de onda entre os resultados obtidos a partir dos métodos aplicados para o cálculo do *cogging torque* em carga é menos acentuada, comparando-se as Figs. 17-21. A proximidade numérica entre as curvas deve-se ao grande entreferro equivalente observado pelo estator, uma vez que a permeabilidade magnética relativa dos ímãs é aproximadamente um e não há saliência no rotor, isto é, os ímãs estão voltados diretamente para o entreferro, e também devido ao baixo carregamento eletromagnético (4 A para correntes senoidais e 3,6363 A para correntes quadradas). Neste caso, um carregamento eletromagnético maior (e.g. 16 A para correntes senoidais e 14,5454 A para correntes

quadradas) pode evidenciar a discrepância entre os métodos, como é visto nas Figs. 22-26.

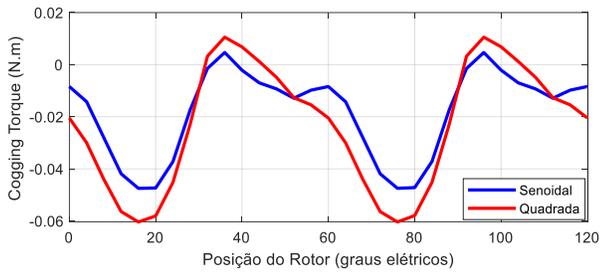


Fig. 22. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método dos Tensores de Maxwell (caso 3).

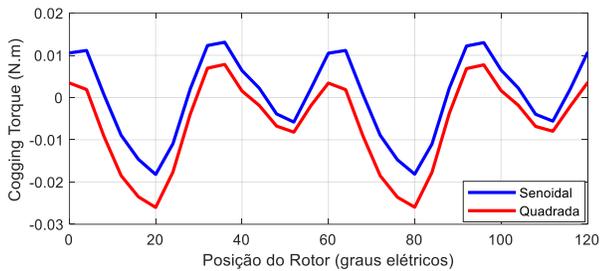


Fig. 23. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da energia magnética armazenada (caso 3).

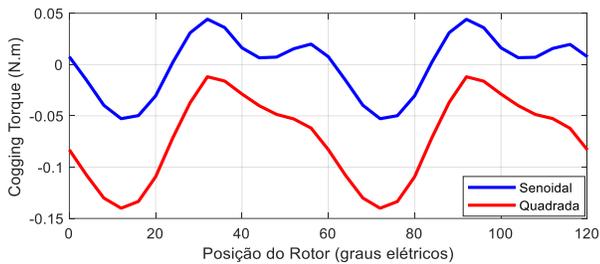


Fig. 24. *Cogging torque* em carga obtido pelo Método do Trabalho Virtual com a variação da coenergia magnética (caso 3).

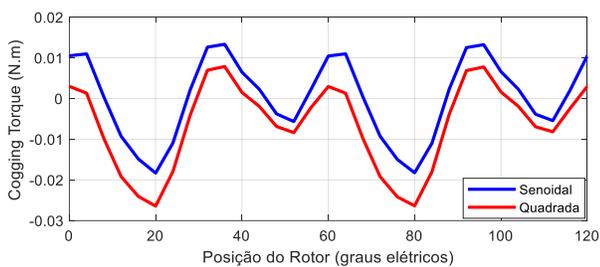


Fig. 25. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da energia magnética armazenada (caso 3).

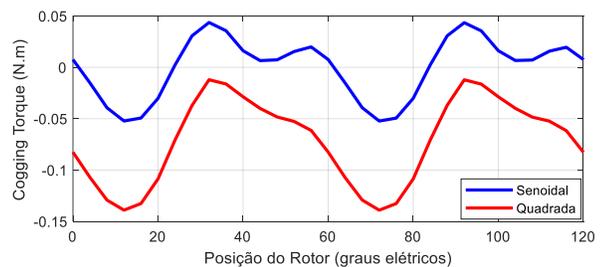


Fig. 26. *Cogging torque* em carga obtido pelo método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu com a variação da coenergia magnética (caso 3).

Assim como nos casos 1 e 2, no estudo de caso 3, onde o nível de carregamento eletromagnético é maior, nota-se que há uma considerável discrepância nas formas de onda entre os resultados obtidos a partir de diferentes métodos aplicados para o cálculo do *cogging torque* em carga. Para as diferentes formas de acionamento, pode-se observar que apenas no Método dos Tensores de Maxwell há uma proximidade numérica entre os resultados, enquanto que nos demais métodos os valores de *cogging torque* mostram-se discrepantes.

Baseado nos resultados do presente trabalho conclui-se que:

- 1) Com níveis de carregamento eletromagnético próximos, independentemente do tipo de acionamento, os resultados para o *cogging torque* em carga obtidos a partir do Método dos Tensores de Maxwell apresentam comportamentos semelhantes, tanto em forma de onda como em valor médio, enquanto que os demais métodos apresentam resultados discrepantes entre si, o que não faz sentido físico.
- 2) Durante a simulação linear do MPF em que se tem apenas os ímãs como fonte de fluxo magnético, mesmo não havendo correntes circulando nas bobinas das máquinas, ocorre que $dW'_{(FP,PM)}/d\theta_m \neq -dW_{(FP,PM)}/d\theta_m$, contrariando o princípio da conservação de energia. Nesta situação, espera-se que a variação da coenergia magnética seja igual ao negativo da variação da energia magnética armazenada, como consequência do valor nulo da variação da energia de entrada na máquina.
- 3) Durante o processo de linearização da curva de magnetização dos materiais, o MPF promove corretamente a distribuição do fluxo magnético no interior das máquinas, porém mostra-se ineficaz na distribuição da energia e coenergia magnética, mesmo no método melhorado.
- 4) O Método do Trabalho Virtual e o método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu falham na avaliação do *cogging torque* em carga quando combinados ao Método da Permeabilidade Fixa, não só pela contrariedade ao princípio da conservação de energia, como também pela má distribuição da energia e coenergia magnética promovida pelo MPF.
- 5) Baseando-se na distribuição de fluxo magnético, em contraposição aos demais métodos apresentados que calculam o torque e suas parcelas a partir da energia magnética armazenada e da coenergia do sistema, o Método dos Tensores de Maxwell apresenta-se como o mais apropriado no cálculo do *cogging torque* em carga quando combinado ao MPF, independentemente do valor médio diferente de zero. Tais valores justificam-se pela existência de uma saliência magnética equivalente dada pelo surgimento de pontos de saturação nas sapatas dos dentes do estator. Estes pontos de saturação são consequência do campo magnético girante, produzido pela interação entre os campos magnéticos dos ímãs e das correntes, que afeta a malha de permeabilidade dos materiais [27]-[28]. Portanto, a saliência magnética equivalente não só prova o valor médio não-zero do *cogging torque* em carga, como também é fundamental na transferência de energia do estator para o rotor, garantindo a produção de torque eletromagnético na máquina [25].

VI. CONCLUSÃO

A comparação entre os diferentes métodos associados ao Método da Permeabilidade Fixa para avaliação do *cogging torque* em carga nas máquinas síncronas de ímãs permanentes foi realizada no presente trabalho, levando-se em consideração distintas topologias de rotor e formas de acionamento. A partir dos estudos de casos analisados verifica-se que o Método do Trabalho Virtual e o método proposto por W. Q. Chu e Z. Q. Zhu apresentam resultados bastante discrepantes entre si e incoerentes com o princípio da conservação de energia, dependendo do nível de carregamento eletromagnético. Observa-se também que o Método da Permeabilidade Fixa favorece a distribuição de fluxo magnético no interior das máquinas, podendo-se concluir que o método mais adequado para o cálculo do *cogging torque* em carga nas máquinas síncronas de ímãs permanentes, quando associado ao MPF, é o Método dos Tensores de Maxwell.

Em análises futuras, pretende-se corrigir o Método da Permeabilidade Fixa para combiná-lo ao Método do Trabalho Virtual ou desenvolver um método compatível ao MPF que avalie o circuito da máquina pelo ponto de vista das energias e coenergias magnéticas.

AGRADECIMENTOS

Este artigo contou com o apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás (FAPEG), em acordo com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e com o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

REFERÊNCIAS

- [1] A. E. Fitzgerald, "Máquinas Elétricas", 6^o ed. [s.l.] McGraw-Hill, 2006.
- [2] S. A. Souza and W. I. Suemitsu, "Five-phase permanent-magnet synchronous motor", IEEE Latin America Transactions, vol. 15, no. 4, pp. 639–645, Apr. 2017.
- [3] P. C. Krause, "Analysis of Electric Machinery and Drive Systems", 3^o ed. [s.l.] IEEE Press, 2013.
- [4] D. C. Hanselman, "Brushless Permanent-Magnet Motor Design", [s.l.] McGraw-Hill, 1994.
- [5] J. R. Hendershot and T. J. E. Miller, "Design of Brushless Permanent-Magnet Motors", [s.l.] Press, Oxford, 1994.
- [6] J. Gieras and M. Wing, "Permanent Magnet Motor Technology", [s.l.] Dekker, Marcel, 2002.
- [7] S. G. Ruwer, "Projeto eletromagnético de um motor síncrono com ímãs permanentes para aplicação espacial em rodas de reação de satélites", [s.l.] Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2015.
- [8] M. Chabchoub and I. Salah, "PMSM cogging torque reduction: comparison between different shapes of magnet", 2012 First International Conference on Renewable Energies and Vehicular Technology, 2012.
- [9] M. Miyamasu and K. Akatsu, "Efficiency comparison between brushless dc motor and brushless ac motor considering driving method and machine design", IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, 2011.
- [10] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines," IEEE Trans. Energy Convers., vol. 15, no. 4, pp. 407–412, Dec. 2000.
- [11] Z. Q. Zhu, S. Ruangsinchaiwanich, N. Schofield, and D. Howe, "Reduction of cogging torque in interior-magnet brushless machines," IEEE Trans. Magn., vol. 39, no. 5, pp. 3238–3240, Sep. 2003.
- [12] N. Bianchi and S. Bolognani, "Design techniques for reducing the cogging torque in surface-mounted PM motors," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 38, no. 5, pp. 1259–1265, Sep/Oct. 2002.
- [13] L. Zhu, S. Z. Jiang, Z. Q. Zhu, and C. C. Chan, "Analytical methods for minimizing cogging torque in permanent-magnet machines," IEEE Trans. Magn., vol. 45, no. 4, pp. 2023–2031, Apr. 2009.
- [14] S.M. Jang, H. I. Park, J.Y. Choi, K. J. Ko, and S.-H. Lee, "Magnet pole shape design of permanent magnet machine for minimization of torque ripple based on electromagnetic field theory," IEEE Trans. Magn., vol. 47, no. 10, pp. 3586–3589, Oct. 2011.
- [15] M. Aydin, Z. Q. Zhu, T. A. Lipo, and D. Howe, "Minimization of cogging torque in axial-flux permanent-magnet machines: Design concepts," IEEE Trans. Magn., vol. 43, no. 9, pp. 3614–2622, Sep. 2007.
- [16] D. C. Hanselman, "Effect of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back EMF," Inst. Electr. Eng. Proc.—Electr. Power Appl., vol. 144, no. 5, pp. 325–330, 1997.
- [17] Y. Pang, Z. Q. Zhu, and Z. J. Feng, "Cogging torque in cost-effective surface-mounted permanent-magnet machines," IEEE Trans. Magn., vol. 47, no. 9, pp. 2269–2276, Sep. 2011.
- [18] R. Lateb, N. Takorabet, and F. Meibody-Tabar, "Effect of magnet segmentation on the cogging torque in surface-mounted permanent-magnet motors," IEEE Trans. Magn., vol. 42, no. 3, pp. 442–445, Mar. 2006.
- [19] M. Lukaniszyn, M. JagieLa, and R. Wrobel, "Optimization of permanent magnet shape for minimum cogging torque using a genetic algorithm," IEEE Trans. Magn., vol. 40, no. 2, pt. 2, pp. 1228–1231, Mar. 2004.
- [20] L. Dosiek and P. Pillay, "Cogging torque reduction in permanent magnet machines," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 43, no. 6, pp. 1565–1571, Nov.-Dec. 2007.
- [21] Z. Q. Zhu, J. T. Chen, L. J. Wu, and D. Howe, "Influence of stator asymmetry on cogging torque of permanent magnet brushless machines," IEEE Trans. Magn., vol. 44, no. 11, pp. 3851–3854, Nov. 2008.
- [22] D. G. Dorrell and M. Popescu, "Odd stator slot numbers in brushless dc machines—an aid to cogging torque reduction," IEEE Trans. Magn., vol. 47, no. 10, pp. 3012–3015, Oct. 2011.
- [23] G. T. Paula, "Influência da saturação no torque da máquina síncrona de ímã permanente no rotor.", [s.l.] Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2013.
- [24] G. T. Paula, "Cálculo da força contra eletromotriz em máquinas síncronas com ímãs na superfície do rotor", [s.l.] Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, 2016.
- [25] L. F. Assis, "Cálculo do cogging torque em carga nas máquinas síncronas de ímãs permanentes no rotor", [s.l.] Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação, 2018.
- [26] C. C. L. Filho, "Estratégias para redução de oscilações no torque eletromagnético na IPMSM", [s.l.] Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Elétrica, Mecânica e de Computação, 2019.
- [27] W. Q. Chu and Z. Q. Zhu, "Average torque separation in permanent magnet synchronous machines using frozen permeability", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 49, no. 3, pp. 1202–1210, 2013.
- [28] W. Q. Chu and Z. Q. Zhu, "On-load cogging torque calculation in permanent magnet machines", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 49, no. 6, pp. 2982–2989, 2013.
- [29] N. Bianchi and S. Bolognani, "Magnetic models of saturated interior permanent magnet motors based on finite element analysis", Conference Record of 1998 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Third IAS Annual Meeting (Cat. No.98CH36242), 1998
- [30] W. Fei, P. C. K. Luk, D. Miao and J. Shen, "Investigation of Torque Characteristics in a Novel Permanent Magnet Flux Switching Machine With an Outer-Rotor Configuration", Magnetics IEEE Transactions on, vol. 50, pp. 1-10, 2014.
- [31] K. Abbaszadeh and F. R. Alam, "On-Load Field Component Separation in Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors Using an Improved Conformal Mapping Method", Magnetics IEEE Transactions on, vol. 52, pp. 1-12, 2015.
- [32] N. E. Kumar and K. Ragavan, "Separation of torque components using Frozen Permeability and Maxwell Stress Tensor", Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC) 2017 IEEE, pp. 720-723, 2017.

- [33] F. Chai, P. Liang, Y. Pei and S. Cheng, "Analytical Method for Iron Losses Reduction in Interior Permanent Magnet Synchronous Motor", *Magnetics IEEE Transactions on*, vol. 51, pp. 1-4, 2015.
- [34] G. J. Li and Z. Q. Zhu, "Demagnetization of modular surface mounted permanent magnet machines", *Electrical Machines (ICEM) 2016 XXII International Conference on*, pp. 702-708, 2016.
- [35] G. T. de Paula, J. R. B. de A Monteiro, T. E. P. de Almeida, M. P. de Santana and W. C. A. Pereira, "Evaluation of surface mounted PM machine's parameters on load conditions using frozen permeability method. part. I", *Industrial Electronics (ISIE) 2014 IEEE 23rd International Symposium on*, pp. 806-811, 2014.
- [36] G. T. de Paula, J. R. B. de A Monteiro, T. E. P. de Almeida, M. P. de Santana, W. C. A. Pereira and M. L. Aguiar, "Investigation of reluctance torque in BLDC motor using frozen permeability method and equivalent air-gap analysis", *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 8, pp. 3678-3686, Aug. 2016.
- [37] C. C. L. Filho, L. F. Assis, B. P. Alvarenga and G. T. de Paula, "Influence of vector control strategies on magnetic saturation and its effects on torque ripple of a PMSM", *INDUSCON 2018 - 13th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications*, 2018.
- [38] A. J. P. Durrer, "Análise do campo magnético de um motor de ímã permanente no rotor utilizando o método dos elementos finitos.", [s.l.] *Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos*, 2007.
- [39] S. J. Sung, S. J. Park and G. H. Jang, "Cogging torque of brushless dc motors due to the interaction between the uneven magnetization of a permanent magnet and teeth curvature", *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 7, pp. 1923-1928, 2011.
- [40] M. Popescu, D. M. Ionel, T. J. E. Miller S. J. Dellinger and M. Mcgilp, "Improved finite element computations of torque in brushless permanent magnet motors", *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 152, no. 2, pp. 271-276, 2005.
- [41] R. J. Strahan, "Energy conversion by nonlinear permanent magnet machines", *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 145, no. 3, pp. 193-198, 1998.
- [42] S. Zarate, G. Almandoz, G. Ugalde, J. Poza and A. J. Escalada, "Extended DQ model of a permanent magnet synchronous machine by including magnetic saturation and torque ripple effects", *2017 IEEE International Workshop of Electronics, Control, Measurement, Signals and their Application to Mechatronics (ECMSM)*, 2017.



Lucas Franco de Assis was born in Jataí, Brazil, in 1990. He received the B. E. degree in electrical engineering from the Federal Institute of Education, Science and Technology of Goiás, Jataí, Brazil, in 2016, and the master's degree in electrical engineering from the School of Electrical, Mechanical and Computing Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia, Brazil, in 2018. He is currently a doctor's student in electrical engineering with the School of Electrical, Mechanical and Computing Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia, Brazil. His current research interests include electrical machines, permanent magnet machines, finite-element method, and power electronics.



Celio Corrêa Lemes Filho was born in Goiânia, Brazil, in 1991. He received the B. E. degree in electrical engineering from the Federal Institute of Education, Science and Technology of Goiás, Jataí, Brazil, in 2013, and the master's degree in electrical engineering from the School of Electrical,

Mechanical and Computing Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia, Brazil, in 2019. He is currently a doctor's student in electrical engineering with the School of Electrical, Mechanical and Computing Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia, Brazil. His current research interests include electrical machines, permanent magnet machines, finite-element method, and power electronics.



Geyverson Teixeira de Paula was born in Goiânia, Brazil, in 1988. He received the B.E., master's, and Ph.D. degrees in electrical engineering from the São Carlos School of Engineering, University of São Paulo, São Carlos, Brazil, in 2011, 2013, and 2016, respectively. He is currently a Professor of electrical engineering with the School of Electrical, Mechanical and Computing Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia. His current research interests include electrical machines, permanent magnet machines, finite-element method, and power electronics.



Bernardo Pinheiro de Alvarenga was born in Uberaba, Brazil, in 1966. He received the B.E. degree in electrical engineering from the University of Brasília, Brasília, Brazil, in 1990, the master's degree in electrical engineering from the Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Brazil, in 1993, and the Ph.D. degree in electrical engineering from the University of São Paulo, São Carlos, Brazil, in 2004. He is currently a Professor of electrical engineering with the School of Electrical, Mechanical and Computing Engineering, Federal University of Goiás, Goiânia, Brazil. His current research interests include electrical machines and power electronics.