

Control of Velocity of DC Motors by Classical and Passivity Methods Measuring Only Position: Theory and Experimental Comparison

C. Guerrero, V. Santibañez, Y. Araiza-Olvera, E. Ibarra-Figueroa, and B. Pérez-Pérez

Abstract—It is usual that in the design and development of control schemes, specifically in electrical machines, it is considered that the angular velocity measurement signal is available, but in practice, it is the signal of the angular position which is actually available. So that, in order to obtain the velocity, some numerical differentiation methods, whose dynamics is not included in the design of the controllers nor in the stability analysis of the closed loop, are implemented. In the present work, two control schemes for direct current motors are designed and implemented experimentally considering that only the angular position is measured. A filter of second order of relative degree 1 is used in order to obtain a signal for velocity feedback. The first one is a PID regulator of two degrees of freedom with an antiwindup structure, which is tuned analytically, and the second one is a new velocity tracking passivity based controller whose design takes advantage of the properties presented by the model of DC motor. Formal stability analyses for both control schemes are presented.

Index Terms—PID, PBC, Second order filter, DC motor.

I. INTRODUCCIÓN

LOS motores de corriente continua (CC) en la actualidad se siguen considerando como una opción viable cuando un sistema es utilizado en un rango amplio de operación, debido a sus excelentes propiedades operacionales y características de control [1], [2], [3]. Cuando el motor de CC tiene un campo magnético fijo en el estator se obtiene un modelo matemático lineal, debido a esto, es común que se les utilice ampliamente en aplicaciones de velocidad variable con técnicas lineales de control. Se les utiliza para obtener tanto posición como velocidad exacto en aplicaciones de movimiento de alto desempeño, tales como robótica, máquinas y herramientas, automatización industrial de alta velocidad, entre otras, pero aún siguen presentando desafíos.

En aplicaciones de alto desempeño de motores eléctricos, normalmente un decodificador óptico, acoplado a la flecha, es el que proporciona una señal de retroalimentación, por lo que ha sido una práctica común el considerar disponible la velocidad. Con esto y el tener un modelo lineal del motor

de CC, hay muchas publicaciones de esquemas de control para éste considerando técnicas lineales. Desde una perspectiva teórica, en [4] hacen un análisis de dos formas de sintonizar controladores PID, mientras que en [5] proponen asignar valores propios usando compensadores. En lo experimental, en [6] realizan un análisis de sensibilidad robusta a perturbaciones y ruido, sintonizando un controlador PI. Asimismo, hay trabajos que utilizan técnicas de control no lineal aplicados al motor de CC, por ejemplo, en [7] a través de un enfoque Hamiltoniano obtienen puertos controlados basados en el modelo sobre principios de conversión de la energía y usando técnicas pasivas con una retroalimentación de estados, obtienen la estabilización. Otros controladores son diseñados usando el modelo lineal con dinámica extra de convertidores de potencia, ya sea de CA-CC [8] o de CC-CC [9]- [10].

La mayoría de los decodificadores ópticos proporcionan señales digitales y con éstas, se puede calcular la posición angular por medio de programas o rutinas de tarjetas de adquisición de datos. Por esta razón, se han usado muchas técnicas de calcular la derivada de la posición para obtener la velocidad. Ha sido una práctica usual que en el diseño y análisis de estabilidad de esquemas de control se realicen sin considerar la dinámica extra que incorpora la derivada de la señal de posición. Trabajos con esta característica se pueden mencionar: la derivación numérica por medio de modos deslizantes usado en [11]; o filtros de segundo orden (denominado diferenciador sucio compensado) aplicado para máquinas de inducción [12]. En publicaciones recientes, enfocados al control de manipuladores robóticos, usan filtros de primer orden de grado relativo 0 para obtener una velocidad aproximada (filtrada) y ésta la utilizan en la propuesta del controlador ya que no se dispone de la velocidad real [13] y [14], i.e., consideran la dinámica del filtro en el diseño del controlador así como en el análisis de estabilidad de los errores en lazo cerrado obteniendo una justificación formal para el uso de dichos filtros.

Se sabe que en simulación computacional, considerando que se conocen todas las condiciones de operación de los esquemas de control, estos funcionan de acuerdo a como se diseñan, sin embargo, de forma experimental no se conocen exactamente muchas de las condiciones del motor en operación y los resultados experimentales no concuerdan a como se obtienen en la simulación. Se pueden mencionar, en este trabajo, como principales aportaciones las siguientes: a) propuesta de un método de sintonización de ganancias del controlador PID, basado en asignación de polos, para regular la velocidad de

C. Guerrero pertenece a la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ciudad de México, 09790, México, email: cuauhtemoc.guerrero@uacm.edu.mx.

V. Santibañez pertenece al Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de la Laguna, Torreón Coahuila, 27000, México, email: vsantiba@itlaguna.edu.mx.

Y. Araiza, E. Ibarra y B. Pérez son estudiantes del último semestre de la carrera de Ingeniería en Sistemas Electrónicos Industriales de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México, Ciudad de México, 09790, México, e-mail: {yutzil.araiza;edgar.ibarra;zuleima.perez}@estudiante.uacm.edu.mx.

un motor de CC, evitando así el ajuste de ganancias a prueba y error en la implementación experimental; b) propuesta de un nuevo controlador basado en pasividad (PBC por sus siglas en inglés), que logra seguimiento de referencias de velocidad variantes en el tiempo, para dicho motor; c) utilización para ambos casos, únicamente la medición de la posición; d) adicionalmente se realiza la implementación de forma experimental de los dos esquemas de control de velocidad en un motor de CC de 5 [HP]; y e) finalmente introducción de las pruebas formales de sintonización para el controlador PID y análisis de estabilidad asintótica global para el esquema PBC. El controlador PID es de dos grados de libertad, cuya estructura es reportada en [15], complementada con una de las estrategias antiwindup que se proponen en [16] y el PBC está inspirado en los trabajos reportados sobre el control de máquinas eléctricas utilizando la metodología de pasividad, en donde realizan seguimiento de velocidad, e.g. en [12] presentan una modificación del diseño original del PBC para el motor de inducción.

II. MODELO MATEMÁTICO DEL MOTOR DE CC

Para propósitos del presente trabajo, se considera el motor de CC en configuración excitación separada con un flujo de campo magnético constante en los devanados del campo debido a que se tiene una alimentación de voltaje no variante en dichos devanados, lo que equivale a un motor de CC de imán permanente. Aplicando ley de voltaje de Kirchhoff en el lazo de los devanados de la armadura, se obtiene

$$R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + K_b \omega = v_a \quad (1)$$

donde R_a y L_a son la resistencia y la inductancia, respectivamente, que se tienen en los devanados de la armadura, el voltaje de alimentación que se proporciona a dichos devanados se denota como v_a y la corriente que se obtiene en estos se define como i_a , mientras que ω representa a la velocidad angular del rotor y K_b es una constante de proporcionalidad que depende de los polos magnéticos y número de conductores en los devanados, así como del flujo magnético del campo.

Por otro lado, aplicando leyes de Newton de movimiento en un sistema mecánico rotacional, se tiene una ecuación de equilibrios de fuerzas para el rotor como

$$J \frac{d\omega}{dt} + B\omega - K_b i_a = -\tau_L \quad (2)$$

donde B es la constante de fricción viscosa, J es el momento de inercia y τ_L es el par de carga. Asimismo, la posición angular θ se relaciona con la velocidad angular mediante

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega(t) \quad (3)$$

A. Modelo Tipo Sistema Euler-Langrange

De (1) y (2) se escribe un modelo en forma matricial como

$$\mathcal{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathcal{R}\mathbf{x} + \mathcal{C}\mathbf{x} = \mathcal{Q} \quad (4)$$

donde el vector de estados es $\mathbf{x} = [i_a \ \omega]^T$, mientras que el vector de fuerzas externas se define como $\mathcal{Q} = [v_a \ -\tau_L]^T$ con las matrices de (4) definidas como

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} L_a & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \quad \mathcal{R} = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix} \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & K_b \\ -K_b & 0 \end{bmatrix}$$

Se observa de forma directa que las matrices \mathcal{D} y \mathcal{R} son definidas positivas y la matriz \mathcal{C} cumple con la propiedad de antisimetría. Asimismo, definiendo una función de almacenamiento definida positiva como

$$H(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathcal{D} \mathbf{x}, \quad (5)$$

y considerando el modelo del motor de CC dado en (4) con el vector de entrada \mathcal{Q} así como un vector de salida y definido por los estados \mathbf{x} , se tiene un mapeo pasivo desde la entrada \mathcal{Q} a la salida $\mathbf{y} = \mathbf{x}$, i.e.,

$$\Sigma : \begin{bmatrix} v_a \\ -\tau_L \end{bmatrix} \mapsto \begin{bmatrix} i_a \\ \omega \end{bmatrix}. \quad (6)$$

B. Obtención de Velocidad por un Algoritmo desde Medición de Señal de Posición

Si se disponen de señales digitales proporcionadas por un decodificador óptico, éstas pueden usarse para obtener una que represente a la posición angular. Con ésta última, la velocidad angular puede aproximarse mediante el uso de un filtro de segundo orden de grado relativo 1, cuya función de transferencia es

$$G_f(s) = \frac{Y_f(s)}{\Theta(s)} = \frac{\lambda_n^2 s}{s^2 + 2\lambda_d s + \lambda_d^2} \quad (7)$$

donde λ_n y λ_d son constantes positivas, considerando como entrada a la posición angular $\Theta(s)$ y como salida a $Y_f(s)$.

Una representación en el espacio de estados de la función de transferencia dada en (7) es

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1f} \\ \dot{x}_{2f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_d^2 & -2\lambda_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1f} \\ x_{2f} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_d^2 \end{bmatrix} \theta \quad (8a)$$

$$y_f = \begin{bmatrix} \lambda_n \\ \lambda_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1f} \\ x_{2f} \end{bmatrix} \quad (8b)$$

donde la salida y_f representa a la velocidad aproximada, con condiciones iniciales $x_{1f}(0) = \theta(0)$ y $x_{2f}(0) = 0$. La estabilidad de este algoritmo se mantiene para todo $\lambda_n = \lambda_d > 0$ con una ganancia unitaria.

III. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y DISEÑO

En esta sección se realizan los diseño de dos controladores; el primero es un controlador PID de dos grados de libertad con una estructura antiwindup y el otro es un controlador original basado en la metodología de pasividad. En ambos controladores se considera el filtro de segundo orden de grado relativo 1 dado en (7).

A. Planteamiento del Problema en General

Considere el modelo del motor de corriente continua (CC) dado por (1), (2) y (3). Suponga que:

- A.1** Se dispone de la señal de corriente de armadura i_a por medio de un sensor de corriente.
- A.2** Se dispone de la señal de la posición angular θ por medio de un decodificador óptico.
- A.3** Se conocen los parámetros del motor de corriente directa.

B. Control PID de Dos Grados de Libertad con Antiwindup

El control PID en general se sigue utilizando ampliamente en muchos tipos de sistemas físicos, e.g. el excelente trabajo de [15] propone un algoritmo para obtener, de forma general, los valores de las constantes o de forma específica, en [17] realizan una sintonización del controlador PID en conjunto de una planta térmica didáctica.

El control de la velocidad del motor de CC por medio de una estrategia PID suponiendo que se dispone de la señal de la velocidad, i.e., considerando sólo las ecuaciones (1) y (2), se encuentra en libros de texto de control clásico, e.g. [18, capítulo 10]. Es tan vigente el control PID para el motor de CC, que hay trabajos recientes que se fundamentan en esta estructura como los reportados en [19] y [20].

En este trabajo, se aborda una estrategia de control PID para el motor de CC con algunas consideraciones o restricciones:

- Se dispone de la señal de la posición como variable mecánica, i.e., se considera el modelo del motor de CC dado por (1), (2) y (3) con el par de carga nulo, en cascada con la función de transferencia del filtro de segundo orden dada en (7).
- No se desea incorporar ceros a la estructura del sistema en lazo cerrado para no tener influencias de estos en la respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado.

1) Planteamiento del problema para el control PID:

Considere la dinámica del motor de CC dada por (1) y (2), así como la del filtro de segundo orden dado en (7), en lazo cerrado con la ley de control v_a cuya función de transferencia tiene una estructura de dos grados de libertad dada por

$$v_a(s) = \frac{K_i}{s} E(s) - K_p Y_f(s) - K_d s Y_f(s) \quad (9)$$

donde $E(s) = \Omega_d(s) - Y_f(s)$, con $\Omega_d(s)$ denota a la velocidad deseada, mientras que Y_f a la variable auxiliar de la velocidad obtenida del filtro (7). Suponga que se satisfacen las hipótesis **A.2** y **A.3** y adicionalmente las hipótesis siguientes:

- B.1** El par de carga es nulo, i.e., $\tau_L = 0$.
- B.2** La velocidad deseada del rotor ω_d es una función acotada.
- B.3** El sistema en lazo cerrado no debe tener ceros incorporados debido a la retroalimentación de la señal de salida.

El objetivo es lograr regulación en estado estacionario de la velocidad ante presencia de perturbaciones de par de carga tipo escalón, con una sintonización de forma analítica de las constantes del controlador.

2) *Diseño del control PID:* Considerando (1), (2) y (3) así como las suposiciones **A.2** y **B.1**, la función de transferencia del motor de CC resulta como

$$G_{CD}(s) = \frac{\Theta(s)}{V_a(s)} = \frac{\Delta_0}{(s^2 + \Upsilon_1 s + \Upsilon_0) s} \quad (10)$$

donde los coeficientes de los polinomios de (10) son: $\Delta_0 = \frac{K_b}{JL_a}$, $\Upsilon_0 = \frac{BR_a + K_b^2}{JL_a}$ y $\Upsilon_1 = \frac{BL_a + JR_a}{JL_a}$.

Debido a la no disponibilidad de la señal de la velocidad, se obtiene una función de transferencia de (7) en cascada con (10), como

$$G_T(s) = \frac{Y_f(s)}{V_a(s)} = \frac{\Delta_0 \lambda_d^2}{s^4 + \Pi_3 s^3 + \Pi_2 s^2 + \Pi_1 s + \Pi_0} \quad (11)$$

con los coeficientes del denominador de (11) definidos como: $\Pi_3 = 2\lambda_d + \Upsilon_1$, $\Pi_2 = \lambda_d^2 + 2\Upsilon_1 \lambda_d + \Upsilon_0$, $\Pi_1 = \Upsilon_1 \lambda_d^2 + 2\lambda_d \Upsilon_0$ y $\Pi_0 = \lambda_d^2 \Upsilon_0$.

Se propone un esquema de control PID de dos grados de libertad, de acuerdo a la suposición **B.3**, como se propone en [21] (en [22] a este tipo de configuración lo denomina control I-PD), con una estructura antiwindup. Cabe hacer mención que el antiwindup está basado en un cálculo hacia atrás como se propone en [16].

La función de transferencia que resulta en lazo cerrado de (9) y (11) es

$$\frac{Y_f(s)}{\Omega_d(s)} = \frac{\varphi_0}{s^5 + \varphi_4 s^4 + \varphi_3 s^3 + \varphi_2 s^2 + \varphi_1 s + \varphi_0} \quad (12)$$

donde los coeficientes de (12) se definen como: $\varphi_4 = \Pi_3$, $\varphi_3 = \Pi_2$, $\varphi_2 = \Pi_1 + \Delta_0 \lambda_d^2 K_d$, $\varphi_1 = \Pi_0 + \Delta_0 \lambda_d^2 K_p$ y $\varphi_0 = \Delta_0 \lambda_d^2 K_i$.

Considerando el par de carga τ_L como una perturbación a la planta, siguiendo un análisis como se plantea en [23], el error $E(s)$ resulta como

$$E(s) = \frac{[s^4 + \varphi_4 s^3 + \varphi_3 s^2 + \varphi_2 s + \varphi_1] s}{s^5 + \varphi_4 s^4 + \varphi_3 s^3 + \varphi_2 s^2 + \varphi_1 s + \varphi_0} \Omega_d(s) + \frac{\Delta_0 \lambda_d^2 s}{s^5 + \varphi_4 s^4 + \varphi_3 s^3 + \varphi_2 s^2 + \varphi_1 s + \varphi_0} \tau_L(s) \quad (13)$$

Se ve de forma directa de (13), que al aplicar el teorema del valor final con una entrada de referencia escalón y considerando un par de carga como una perturbación de tipo escalón, el error en estado estacionario es cero, i.e., que con la estructura del controlador I-PD se tiene un error cero en estado estacionario con:

- Seguimiento de velocidad ante una entrada escalón. La velocidad filtrada seguirá a la velocidad de referencia en estado estacionario, $Y(s) \rightarrow \Omega_d(s)$ cuando $t \rightarrow \infty$.
- Rechazo a perturbación. A pesar de la presencia de un par de carga $\tau_L(s)$ tipo escalón, se tendrá que $Y(s) \rightarrow \Omega_d(s)$ cuando $t \rightarrow \infty$ a pesar de la presencia de una carga en la flecha del motor.

3) *Sintonización tipo asignación de polos:* Para asegurar estabilidad en lazo cerrado se propone un polinomio característico deseado de la siguiente forma:

$$p_d(s) = (s + p_1)(s + p_2)(s + p_3)(s + p_4)(s + p_5) = s^5 + \alpha_4 s^4 + \alpha_3 s^3 + \alpha_2 s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0 \quad (14)$$

con

$$\alpha_0 = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 \quad (15a)$$

$$\alpha_1 = p_1 p_2 p_3 p_4 + p_1 p_2 p_3 p_5 + p_1 p_2 p_4 p_5 + p_1 p_3 p_4 p_5 + p_2 p_3 p_4 p_5 \quad (15b)$$

$$\alpha_2 = p_1 p_2 p_3 + p_1 p_2 p_4 + p_1 p_2 p_5 + p_1 p_3 p_4 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_3 p_4 + p_1 p_4 p_5 + p_2 p_3 p_5 + p_2 p_4 p_5 + p_3 p_4 p_5 \quad (15c)$$

$$\alpha_3 = p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_1 p_4 + p_2 p_3 + p_1 p_5 + p_2 p_4 + p_2 p_5 + p_3 p_4 + p_3 p_5 + p_4 p_5 \quad (15d)$$

$$\alpha_4 = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 \quad (15e)$$

donde los polos p_i , con $i = 1, 2, \dots, 5$, se asignan tal que el sistema en lazo cerrado sea estable y tenga un comportamiento según se le requiera.

Al comparar los coeficientes de (14) con los coeficientes del polinomio del denominador de (12) se tiene:

$$\alpha_0 = \Delta_0 \lambda_d^2 K_i \quad (16a)$$

$$\alpha_1 = \lambda_d^2 \Upsilon_0 + \Delta_0 \lambda_d^2 K_p \quad (16b)$$

$$\alpha_2 = \Upsilon_1 \lambda_d^2 + 2\lambda_d \Upsilon_0 + \Delta_0 \lambda_d^2 K_d \quad (16c)$$

$$\alpha_3 = \lambda_d^2 + 2\Upsilon_1 \lambda_d + \Upsilon_0 \quad (16d)$$

$$\alpha_4 = 2\lambda_d + \Upsilon_1 \quad (16e)$$

El conjunto de ecuaciones (16) requiere de cinco incógnitas para tener una solución única. En la estructura del controlador PID se tienen tres constantes, éstas se consideran incógnitas debido a que se desconoce su valor. Asimismo, se considera al polo λ_d del filtro de segundo orden (7) como otra incógnita, i.e., ésta ya no es de libre elección. Para sobrellevar la situación de la falta de incógnitas, los coeficientes del polinomio deseado (14) se estructuran para depender sólo de un polo, e.g. cuatro polos dependerán de p_1 . Con esto último, se propone

$$p_{2,3} = 30(p_1 \pm j4) \quad p_{4,5} = 125(p_1 \pm j3) \quad (17)$$

Con lo propuesto en (17), los coeficientes de (14) resultan en términos del polo p_1 . Comparando los miembros derechos de (15e) y (16e) así como de (15d) y (16d), se tiene

$$311p_1 = 2\lambda_d + \Upsilon_1 \quad (18a)$$

$$31835p_1^2 + 155025 = \lambda_d^2 + 2\Upsilon_1 \lambda_d + \Upsilon_0 \quad (18b)$$

Realizando manipulación algebraica de (18) se obtiene una ecuación que depende sólo de p_1 como incógnita, esto es

$$p_1^2 - \frac{622}{523379} \Upsilon_0 p_1 - \frac{3\Upsilon_1^2 - 4\Upsilon_0 + 620100}{523379} = 0 \quad (19)$$

Debido a que (19) es una ecuación de segundo grado respecto a p_1 , al resolverla se elige la que corresponde al polo dominante en lazo cerrado. El valor de la constante del filtro λ_d se obtiene de forma directa de (18a) una vez que encuentra el valor de p_1 . Asimismo, los valores de las constantes K_i , K_p

y K_d se encuentran con (16a), (16b) y (16c) respectivamente, resultando en:

$$K_p = \frac{\alpha_1 - \Upsilon_0 \lambda_d^2}{\lambda_d^2 \Delta_0} \quad (20a)$$

$$K_d = \frac{\alpha_2 - \Upsilon_1 \lambda_d^2 - 2\Upsilon_0 \lambda_d}{\lambda_d^2 \Delta_0} \quad (20b)$$

$$K_i = \frac{\alpha_0}{\lambda_d^2 \Delta_0} \quad (20c)$$

C. Control Basado en Pasividad (PBC)

Hay reportes de trabajos que utilizan la metodología basada en pasividad en el motor de CC, pero éstas, en la mayoría de los casos, han sido cuando se tiene un modelo no lineal de dicho motor [24], por lo tanto, en este escrito se presenta el diseño de un esquema de control basado en la metodología de pasividad cuando se tiene un modelo como el dado en (4).

1) *Planteamiento del problema PBC*: Considere el modelo matemático dado en (4), así como las suposiciones **A.1**, **A.2** y **A.3**. Asimismo, suponga:

C.1 La velocidad angular del rotor deseada ω_d es una función acotada y dos veces diferenciable, con primera y segunda derivada acotada.

C.2 El filtro de segundo orden (7) tiene la representación en el espacio de estados dado en (8) con entrada el error de posición $e_\theta = \theta_d - \theta$, en lugar de la posición θ , donde θ_d denota la posición deseada.

C.3 El par de carga es una función constante y conocida.

Además, el voltaje de control de los devanados de la armadura se propone como

$$v_a = L_a \frac{d}{dt} i_{ad} + R_a i_{ad} + K_b \omega_d + K_{pa} e_a + K_{ia} \int_0^t e_a dt \quad (21)$$

donde i_{ad} es la corriente de armadura deseada y $e_a = i_{ad} - i_a$ es el error de la corriente de armadura.

La corriente deseada de la armadura se propone como

$$i_{ad} = \frac{1}{K_b} \left(\tau_L + J \frac{d}{dt} \omega_d + B \omega_d - K_\theta \vartheta \right) \quad (22)$$

cuya derivada respecto al tiempo es

$$\frac{d}{dt} i_{ad} = \frac{1}{K_b} (\dot{\tau}_L + J \ddot{\omega}_d + B \dot{\omega}_d + K_\theta \lambda_d \vartheta + K_\theta \lambda_d \dot{e}_\theta) \quad (23)$$

donde se utiliza la función ϑ , la cual es definida como

$$\vartheta = x_{2f} + \lambda_d x_{1f} - \lambda_d e_\theta, \quad (24)$$

y la derivada respecto al tiempo de (24), es

$$\dot{\vartheta} = -\lambda_d (\vartheta + \dot{e}_\theta), \quad (25)$$

que es obtenida utilizando los estados x_{1f} y x_{2f} dados en (8a) y el error de posición e_θ .

Las constantes deben de satisfacer

$$K_{pa} > -R_a, \quad K_{ia} > 0, \quad K_\theta > 0 \quad \text{y} \quad \lambda_d > 0 \quad (26)$$

El objetivo es lograr seguimiento global de la velocidad angular, asegurando que todas las variables internas sean acotadas.

2) *Diseño del PBC*: El vector de error se define como

$$\mathbf{e} = \mathbf{x}_d - \mathbf{x} \quad (27)$$

donde $\mathbf{x}_d = [i_{ad} \ \omega_d]^T$, $\mathbf{e} = [e_a \ e_\omega]^T$ y $e_\omega = \omega_d - \omega$ es el error de la velocidad.

Al realizar manipulaciones algebraicas de (4) y teniendo en cuenta (27), se obtiene una dinámica de los errores como

$$\mathcal{D}\dot{\mathbf{e}} + \mathcal{R}\mathbf{e} + \mathcal{C}\mathbf{e} = \Psi \quad (28)$$

donde $\Psi = [\Psi_a \ \Psi_\omega]^T$ es una función definida como

$$\Psi = -\mathcal{Q} + \mathcal{D}\dot{\mathbf{x}}_d + \mathcal{R}\mathbf{x}_d + \mathcal{C}\mathbf{x}_d \quad (29)$$

En forma particular de (29), se tiene

$$\Psi_a = -v_a + L_a \frac{d}{dt} i_{ad} + R_a i_{ad} + K_b \omega_d \quad (30)$$

$$\Psi_\omega = \tau_L + J \frac{d}{dt} \omega_d + B \omega_d - K_b i_{ad} \quad (31)$$

Eligiendo la corriente deseada para la armadura como se expresa en (22); sustituyendo en (31) y simplificando, resulta

$$\Psi_\omega = K_\vartheta \vartheta \quad (32)$$

Por otro lado, eligiendo el voltaje de armadura como (21), sustituyendo en (30), realizando simplificaciones, se tiene

$$\Psi_a = -K_{pa} e_a - K_{ia} \int_0^t e_a dt \quad (33)$$

Debido a que en (21) se requiere de la derivada respecto al tiempo de la corriente deseada de la armadura, ésta se obtiene de (22) en forma analítica; teniendo en cuenta la estructura de (25) se llega a lo expresado en (23), lo cual requiere del error de la velocidad, debido a esto, en la implementación del algoritmo propuesto, la derivada de la corriente deseada se aproxima como

$$\frac{d}{dt} i_{ad} = \frac{1}{K_b} (\dot{\tau}_L + J\ddot{\omega}_d + B\dot{\omega}_d + K_\vartheta \lambda_d \vartheta + \lambda_d K_\vartheta y_f) \quad (34)$$

donde y_f ésta dada en (8b).

3) *Prueba de estabilidad en lazo cerrado*: Proponiendo una función definida positiva de tal forma que incluya los errores de estados \mathbf{e} y la función ϑ se tiene

$$H_e = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathcal{D} \mathbf{e} + \frac{1}{2} \frac{K_\vartheta}{\lambda_d} \vartheta^2 + \frac{1}{2} K_{ia} \left(\int_0^t e_a dt \right)^2 \quad (35)$$

Derivando respecto al tiempo (35), sustituyendo (25), (32) y (33), teniendo en cuenta a (28), la estructura de la matriz \mathcal{R} y que la matriz \mathcal{C} es antisimétrica, y simplificando se llega a

$$\dot{H}_e = -(K_{pa} + R_a) e_a^2 - B e_\omega^2 - K_\vartheta \vartheta^2 \quad (36)$$

Con las condiciones de las constantes dadas en (26), se tiene que (35) es una función definida positiva y radialmente no acotada y su derivada respecto al tiempo (36) es definida globalmente, se garantiza estabilidad asintótica global del sistema en lazo cerrado dado por (28) (25) y (32), (33). Esto completa la prueba.

IV. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En primera instancia se realizan simulaciones numéricas utilizando bloques básicos de SIMULINK® (version 7.5) de MATLAB®¹ (version 7.10.0.499) of 32 bit (win34), de las ecuaciones (1), (2) y (3) del motor de CC en conjunto con la representación del espacio de estados del filtro de segundo orden dado en (8). Se usa un paso de integración fijo con el método numérico Runge-Kutta (ode4), un tiempo de muestreo de 0.00001 [s]. Para los experimentos en tiempo real se utiliza esto mismo, sólo que le tiempo de muestreo es de 0.0001 [s].

La máquina eléctrica que se utiliza en la implementación en tiempo real es un motor de CC con campo devanado, fabricado por Baldor-Reliance, modelo D5505P con valores nominales de placa: voltaje de armadura de 500 [V]; voltaje de campo de 300 [V]; velocidad angular de 1750/2300 [rpm] y una potencia de 5 [HP]. Dicha máquina tiene la siguiente instrumentación:

- Un encoder óptico diferencial, acoplado a la flecha del motor, manufacturado por Dynapar™ brand, modelo HS35R1024PS, de 1024 pulsos por revolución con una flecha hueca de 16 [mm] de diámetro.
- El voltaje de alimentación a los devanados del campo es por medio de un circuito rectificador monofásico de puente completo con un voltaje constante de 180 [V].
- La alimentación para los devanados de la armadura es obtenida teniendo en serie la bobina con dispositivos IGBT's (uno antes y otro después de la bobina) conectados a un bus de corriente directa de 180 [V]. Con esto, en dichos devanados, sólo se trabaja con voltaje positivo, lo cual restringe a no pedir referencias de velocidades negativas y en algún momento se puede tener que el término integral resulte muy grande o con "windup" [16], siendo este efecto no lineal, el cual se toma en cuenta.
- La señal de la corriente se obtiene por medio de un sensor Magneto-Resistivo fabricado por F.W. Bell, modelo NT5.
- Una PC con las siguientes características: procesador Intel(R) Core(TM) i5-2500 CPU@3.30 GHz y 3.41 GB of RAM así como una tarjeta controladora dSPACE 1103. El software de la tarjeta dSPACE provee la señal de la posición en un ambiente de SIMULINK® desde las señales que se dispone del decodificador óptico.

A ambos controladores se le realizaron pruebas con dos tipos de señal de referencia de velocidad. La primera, es una función por partes dada como

$$\omega_d = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 5 \\ 60t - 300 & 5 \leq t < 10 \\ 300 & 10 \leq t < 15 \\ 500 & 15 \leq t < 20 \\ 400 & 20 \leq t < 25 \\ 500 & 25 \leq t < 30 \\ 400 & 30 \leq t < 35 \\ -80t + 3200 & 35 \leq t < 40 \\ 0 & t > 40 \end{cases} \quad (37)$$

¹SIMULINK y MATLAB, son marcas comerciales de The Mathworks, Inc.

La segunda, es una función cuya trayectoria fue generada de acuerdo a como se propone en [23], ésta es

$$\omega_d = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq t_0 \\ c_1(t - t_0)^2 + c_2(t - t_0)^3, & t_0 \leq t \leq t_1 \\ \omega_{max}, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ c_1(t_3 - t)^2 + c_2(t_3 - t)^3, & t_2 \leq t \leq t_3 \\ 0, & t_3 < t \end{cases} \quad (38)$$

con

$$c_1 = \frac{3\omega_{max}}{(t_1 - t_0)^2} \quad c_2 = -\frac{2\omega_{max}}{(t_1 - t_0)^3}$$

Un diagrama esquemático donde se ilustra la implementación práctica de los algoritmos de control se muestra en la Figura 1.

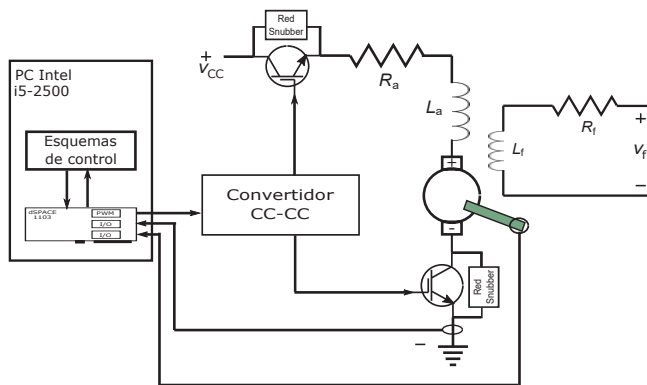


Fig. 1. Diagrama a bloques del Hardware del Sistema.

En la simulación y en el experimento en tiempo real se consideraron los tiempos de (38) como $t_0 = 5$ [s], $t_1 = 15$ [s], $t_2 = 25$ [s] y $t_3 = 35$ [s], mientras que la velocidad máxima fue $\omega_{max} = 500$ [rpm].

En la Tabla I se proporciona los valores de los parámetros del motor de CC.

TABLA I
PARÁMETROS DEL MOTOR DE CC

Parámetro	Valor
R_a	17.352 [Ω]
L_a	36.274×10^{-3} [H]
B	0.015170 [N m/rad/s]
J	0.0012547 [Kg m ²]
K_b	3.007 [V s/rad]

Cabe hacer mención que los parámetros de origen eléctricos se obtuvieron de forma experimental con pruebas de CC y CA. La constante K_b se calcula de una gráfica voltaje de armadura vs velocidad angular que se obtiene cuando la máquina se utiliza como generador. Las constantes de origen mecánico se calcularon con técnicas de control lineal con una gráfica de respuesta de velocidad del motor.

A. Sintonización Control PID

Considerando los valores de los parámetros del motor proporcionados en la Tabla I, el valor del polo p_1 se encuentra

usando (19) y con éste se obtienen los otros cuatro polos por medio de (17). Asimismo, se obtienen los valores de: i) la constante λ_d del filtro de segundo orden por medio de (18a); ii) las constantes K_i , K_p y K_d del controlador PID dadas en (20a), (20b) y (20c). Con esto, $p_1 = 2.2058$, $\lambda_d = 97.777$, $K_p = 3.4837$, $K_i = 14.2096$ y $K_d = -0.0078$.

B. Implementación en Tiempo Real del PID

Usar una estrategia antiwindup en el controlador PID se justifica al observar la respuesta de velocidad angular así como el voltaje requerido que necesita el motor de CC ante una señal de referencia tipo escalón. En la gráfica superior de la Figura 2 se presenta la respuesta de velocidad angular del control I-PD sin una estructura antiwindup. Cuando se requiere desacelerar la flecha del motor, se observa en la gráfica inferior de la Figura 2 que hay una saturación de voltaje en 0 [V] ya que la fuente utilizada en el experimento es unipolar. Se ve de

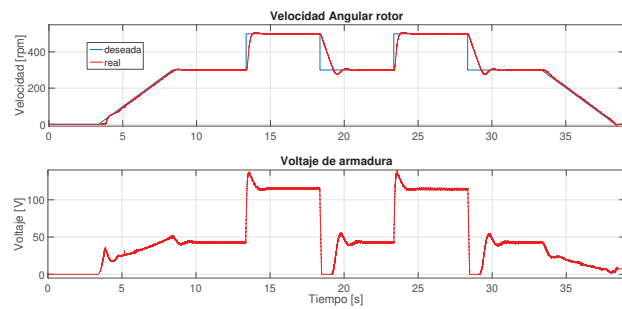


Fig. 2. Respuesta de velocidad del control PID sin estructura antiwindup.

la Figura 2 que en algún momento se puede tener un “wind up”, como se explica en [16]. Para sobrellevar esta situación, se utiliza la estructura antiwindup como se menciona en la sección III-B2 con una ganancia de 70.

El primer experimento realizado, fue utilizando como velocidad deseada a (37). En la Figura 3 se muestra la respuesta de la velocidad que se obtiene con dicha referencia, en donde se puede observar que a una señal tipo rampa se tiene un pequeño error entre la velocidad deseada y la real, pero cuando la referencia es constante, el error es de cero.

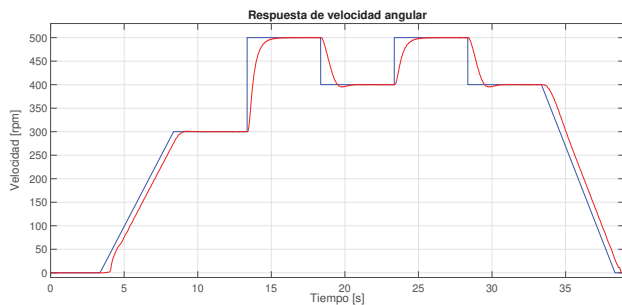


Fig. 3. Velocidad angular del motor con controlador PID de dos grados de libertad y antiwindup.

El voltaje y la corriente que se tienen en los devanados de la armadura ante una referencia dada por (37) se presentan en la Figura 4. Como se puede observar, no hay saturación de

voltaje cuando se tienen una referencia de velocidad abrupta hacia abajo, esto debido al antiwindup utilizado.

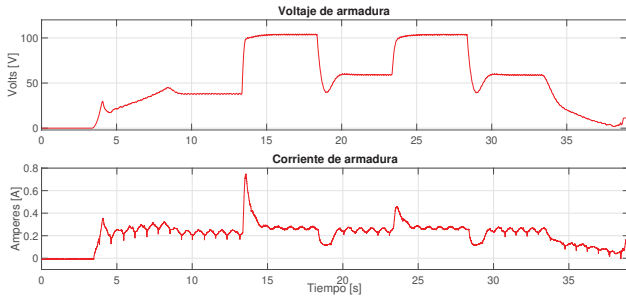


Fig. 4. Voltaje y corriente de armadura del motor con controlador PID de dos grados de libertad y antiwindup.

El segundo experimento fue utilizando la velocidad de referencia dada por (38). En la Figura 5 se presenta la respuesta de la velocidad del motor ante este tipo de entrada. Se puede observar en la Figura 5 que cuando la referencia de la velocidad no es constante existe un pequeño error con la velocidad real.

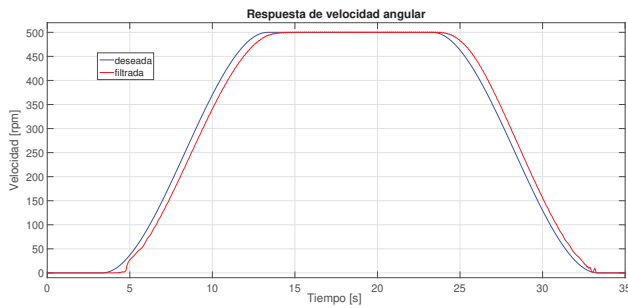


Fig. 5. Velocidad angular del motor con controlador PID de dos grados de libertad y antiwindup.

El voltaje y la corriente que se requieren en los devanados de la armadura ante una referencia dada en (38) se muestra en la Figura 6. Se puede observar en dicha Figura que sólo hay un requerimiento abrupto de voltaje cuando la flecha del motor necesita romper la inercia para seguir la velocidad deseada.

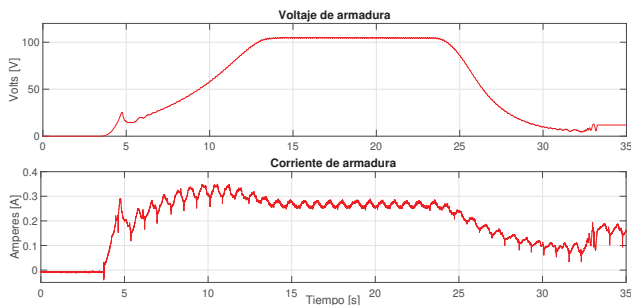


Fig. 6. Voltaje y corriente de armadura del motor con controlador PID de dos grados de libertad y antiwindup.

C. Implementación en Tiempo Real del PBC

En la corriente deseada de armadura (22) así como su derivada aproximada (34) del controlador PBC, se requiere

de la disponibilidad de la señal del par de carga y su derivada respecto al tiempo. Para sobrellevar esta situación se utiliza la estimación de un par de carga propuesto en [12], la cual es

$$\hat{\tau}_L = K_{\omega i} \int_0^t e_{\omega} d\tau, \quad \hat{\tau}_L(0) = 0 \quad (39)$$

con $K_{\omega i} > 0$.

Los valores de las constantes del controlador PBC son: $K_{pa} = 0.025$, $K_{ia} = 40$, $K_{\omega i} = 0.8$, $K_{\theta} = 0.75$ y $\lambda_d = 60$.

En la Figura 7 se muestra la respuesta de la velocidad ante una entrada de velocidad de referencia dada por (37). Se pueden observar sobrepasos cuando la referencia cambia de forma abrupta, sobre todo cuando es para desacelerar.

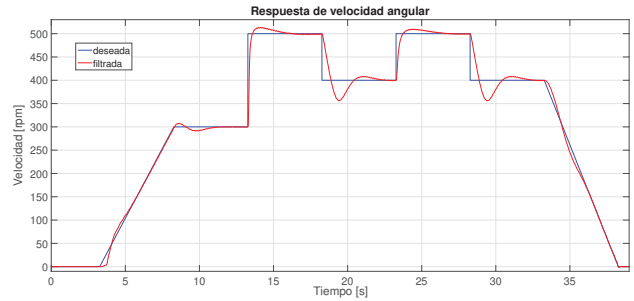


Fig. 7. Velocidad angular del motor con controlador basado en pasividad.

En la gráfica superior de la Figura 8 se muestra el voltaje de los devanados de la armadura para una velocidad deseada dada por (37) y en la gráfica inferior de dicha Figura 8 se presenta tanto la corriente deseada calculada por (22) así como la corriente real.

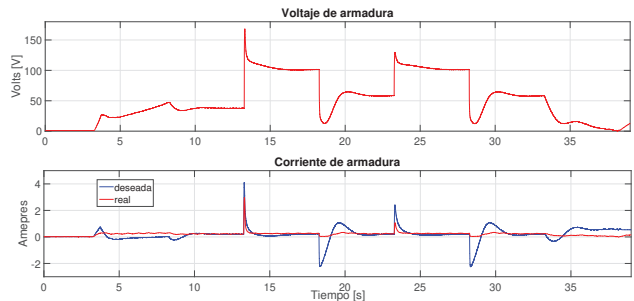


Fig. 8. Voltaje y corriente de armadura del motor con controlador basado en pasividad.

En la Figura 9 se muestra la gráfica de la respuesta de velocidad obtenida ante una referencia expresada por (38). Se observa que hay un seguimiento de la velocidad desde el inicio del experimento y sólo cuando se tiene que romper la inercia de la flecha del motor hay un pequeño error.

En la gráfica superior de la Figura 10 se muestra el voltaje de armadura requerido para una referencia dada por (38). Asimismo, en la gráfica inferior de dicha Figura 10 se presentan a la corriente deseada calculada por (22) y la corriente real.

Para visualizar la respuesta de velocidad de ambos controladores ante una misma referencia, esta se presentan en la Figura 11, en donde de tiene que de color verde corresponde al

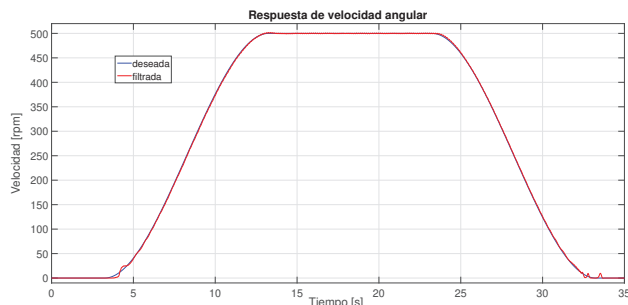


Fig. 9. Velocidad angular del motor con controlador basado en pasividad ante una referencia suave.

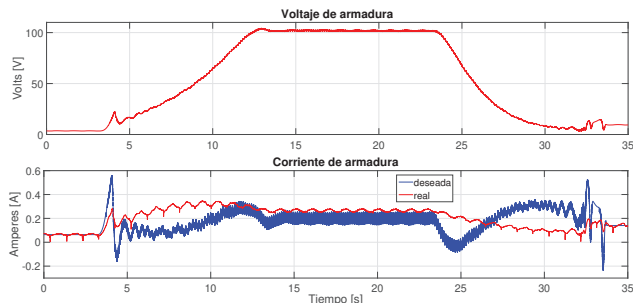


Fig. 10. Voltaje y corriente de armadura del motor con controlador basado en pasividad.

control PID y de color rojo al PBC. En la Gráfica superior se tienen las respuestas para la referencia dada en (37) mientras que en la gráfica inferior para la referencia expresada en (38).

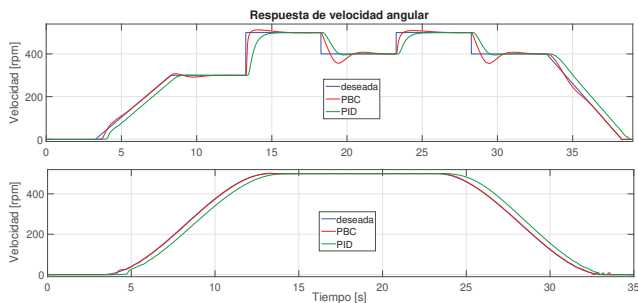


Fig. 11. Velocidad angular del motor de los dos controladores.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentan resultados experimentales de dos esquemas de control para la velocidad angular del motor de CC considerando que se mide posición angular. El primero es un regulador de velocidad PID de dos grados de libertad con antiwindup cuya sintonización de las constantes se realiza de forma analítica y éstas se utilizan (en simulación y en tiempo real) sin necesidad de ajustarlas en la implementación. El segundo, es una implementación y propuesta original de un controlador de seguimiento de velocidad basado en pasividad dado por (21)-(24). Cada uno de los esquemas tiene sus bondades y desventajas. El control PID no logra hacer un

seguimiento exacto cuando la referencia de velocidad no es constante (Figuras 3 y 5), pero debido a su estructura el diseño del controlador y la sintonización de sus parámetros no está sujeta al tipo de referencia y sólo requiere de la medición de una sola variable (la posición), mientras que el control basado en pasividad sí logra hacer seguimiento a referencias variantes en el tiempo (Figuras 7 y 9), pero debido a su diseño está limitado a referencias suaves y acotadas, con un algoritmo de control más elaborado. Asimismo, se pueden observar de las Figuras 4, 6, 8 y 10 están dentro de los límites permitidos de la máquina tanto de voltaje como corriente, por lo que ambos esquemas cumplen con los objetivos planteados. Cabe hacer mención que, en el presente escrito se tiene como aportaciones principales al control de la velocidad del motor de CC: i) utilización sólo de la medición de la posición angular; ii) introducción de una forma de sintonización de las constantes del control PID que no se ha reportado utilizando cuestiones teóricas del control lineal; iii) diseño de un esquema PBC original utilizando la metodología de pasividad; iv) utilización de las mismas plantillas y valores de constantes tanto en simulación como en la implementación física sin necesidad de ajustar las ganancias; y v) análisis formales de sintonización por asignación de polos del control PID y de estabilidad asintótica global del controlador basado en pasividad PBC.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es apoyado por la Universidad Autónoma de la Ciudad de México (UACM) así como por los proyectos TecNM y CONACYT 134534 para realizar el presente trabajo.

REFERENCIAS

- [1] S. J. Chapman, *Máquinas eléctricas (5a. McGraw Hill Mexico, 2012.*
- [2] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley, S. D. Umans, and B. James, *Electric machinery.* McGraw-Hill New York, 2003, vol. 5.
- [3] M. H. Rashid, *Power electronics handbook (2nd. Butterworth-Heinemann, 2001.*
- [4] P. Meshram and R. G. Kanojiya, "Tuning of pid controller using ziegler-nichols method for speed control of dc motor," in *IEEE-international conference on advances in engineering, science and management (ICAESM-2012).* IEEE, 2012, pp. 117–122.
- [5] B. Zhang and J. Zhu, "Eigenvalue assignment in linear descriptor systems using dynamic compensators," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 12, no. 5, pp. 948–953, 2014.
- [6] W. Khoury and P. T. Szemes, "Robust control system design for a brushed direct current motor using labview simulation loop," in *MATEC Web of Conferences*, vol. 184. EDP Sciences, 2018, p. 02020.
- [7] A. Morillo Piña, E. M. Ríos, and V. Acosta, "Stabilization of a brushed dc motor with the port controlled hamiltonian approach," *Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia*, vol. 29, no. 2, pp. 111–118, 2006.
- [8] G. E. Marmidis and A. T. Alexandridis, "A passivity-based pi control design for dc-drives," in *2009 17th Mediterranean Conference on Control and Automation.* IEEE, 2009, pp. 1511–1516.
- [9] R. S. Ortigoza, V. H. G. Rodríguez, E. H. Marquez, M. Ponce, J. R. G. Sanchez, J. N. A. Juárez, G. S. Ortigoza, and J. H. Pérez, "A trajectory tracking control for a boost converter-inverter-dc motor combination," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 16, no. 4, pp. 1008–1014, 2018.
- [10] C. A. Avila-Rea, E. Hernández-Márquez, R. Silva-Ortigoza, H. Taud, and G. Saldaña-González, "A passive control for the full-bridge buck inverter-dc motor system," in *2018 International Conference on Mechatronics, Electronics and Automotive Engineering (ICMEAE).* IEEE, 2018, pp. 181–185.

- [11] C. Guerrero Tejada, M. A. González-Olvera, J. Dávila, and J. C. Fabián-Pliego, "Maglev tracking control by a state-feedback with integral action and robust velocity reconstruction," in *XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, Cancun, Quintana Roo, México*, 2014, pp. 1178–1183.
- [12] H. Mujica, G. Espinosa-Pérez, and J. Moreno, "Seguimiento de velocidad y flujo magnético con alto desempeño en motores de inducción," in *XVI Congreso Latinoamericano de Control Automático, Cancun, Quintana Roo, México*, 2014, pp. 636–641.
- [13] R. Kelly, V. Santibáñez, and A. Loria, *Control of robot manipulators in joint space*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [14] A. Loria, "Observers are unnecessary for output-feedback control of lagrangian systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 61, no. 4, pp. 905–920, 2016.
- [15] K. J. Åström and T. Häggglund, "Revisiting the ziegler–nichols step response method for pid control," *Journal of process control*, vol. 14, no. 6, pp. 635–650, 2004.
- [16] K. J. Åström, T. Häggglund, and K. J. Astrom, *Advanced PID control*. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society Research, 2006, vol. 461.
- [17] W. L. Torres, I. B. Q. Araujo, J. B. Menezes Filho, and A. G. C. Junior, "Mathematical modeling and pid controller parameter tuning in a didactic thermal plant," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 7, pp. 1250–1256, 2017.
- [18] B. C. Kuo and F. Golnaraghi, *Automatic control systems*. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ, 1995, vol. 9.
- [19] S. A. Bhatti, S. A. Malik, and A. Daraz, "Comparison of pi and ip controller by using ziegler-nichols tuning method for speed control of dc motor," in *2016 International Conference on Intelligent Systems Engineering (ICISE)*. IEEE, 2016, pp. 330–334.
- [20] W.-J. Tang, Z.-T. Liu, and Q. Wang, "Dc motor speed control based on system identification and pid auto tuning," in *2017 36th Chinese Control Conference (CCC)*. IEEE, 2017, pp. 6420–6423.
- [21] K. J. Åström and R. M. Murray, *Feedback systems: an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press, 2010.
- [22] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Editorial Prentice Hall, 1998.
- [23] J. Chiasson, *Modeling and high performance control of electric machines*. John Wiley & Sons, 2005, vol. 26.
- [24] D. U. Campos-Delgado, E. Palacios, and D. R. Espinoza-Trejo, "Passivity based control of nonlinear dc motors configurations and sensorless applications," in *2007 IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. IEEE, 2007, pp. 3379–3384.



Yutzil Araiza-Olvera Actualmente cursa los últimos semestres de la carrera de Ingeniería de Sistemas Electrónicos Industriales en el plantel San Lorenzo Tezonco de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México. El área de interés en el que le gustaría desarrollarse es en el área de robótica y automatización.



Edgar Ibarra Actualmente cursa los últimos semestres de la carrera de Ingeniería de Sistemas Electrónicos Industriales en el plantel San Lorenzo Tezonco de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México. El área de interés en el que le gustaría desarrollarse es en control óptimo y sistemas embebidos.



Belen Pérez-Pérez Actualmente cursa los últimos semestres de la carrera de Ingeniería de Sistemas Electrónicos Industriales en el plantel San Lorenzo Tezonco de la Universidad Autónoma de la Ciudad de México. El área de interés en el que le gustaría desarrollarse es el control de robots industriales.



Cuauhtémoc Guerrero Recibió el grado de Ingeniero Industrial en Eléctrica del Instituto Tecnológico de Saltillo y los grados de Maestro y Doctor en Ingeniería Eléctrica por parte de la Universidad Nacional Autónoma de México en 1993, 2000 y 2006 respectivamente. Actualmente es profesor en la Universidad Autónoma de la Ciudad de México. El área de interés para realizar investigación son en control de máquinas eléctricas, control de sistemas no lineales y control basado en pasividad.



Víctor Santibáñez Recibió los grados de Ingeniero Industrial en Electrónica y Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, en el Instituto Tecnológico de La Laguna y el grado de Doctor en Ciencias en Electrónica en el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) en los años 1977, 1984 y 1997 respectivamente. Ha sido coautor de dos libros de control de robots: Control de Robot Manipuladores (Prentice Hall, 2003) y Control of Robot Manipulators in Joint Space (Springer, 2005). Ha sido autor y coautor de alrededor de 250

artículos científicos publicados en revistas JCR, congresos internacionales, nacionales, y capítulos de libros. Sus áreas de interés son control de robots y sistemas mecatrónicos, control de sistemas no lineales, control difuso, control adaptable. Actualmente es Profesor Investigador del Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de la Laguna.