

# Determining Voltage Control Areas in Large Scale Power Systems Based on Eigenanalysis of the QV Sensitivity Matrix

Ricardo M. Henriques, *Senior Member, IEEE*, Glauco N. Taranto, *Senior Member, IEEE*, and João A. Passos Filho, *Senior Member, IEEE*

**Abstract**—Bulk power systems failures caused by voltage instability phenomena have become more frequent during the last years. Voltage control schemes capable of keeping voltage magnitude within specified limits, automatically, for a specific area of the power system can prevent this problem. The identification of potential voltage control areas of the power system is an essential part of voltage control scheme design. In some European countries these schemes have been contributing significantly both for safety and for the quality of operation. Regional and coordinated voltage control schemes are powerful mechanisms to avoid or mitigate this voltage instability phenomena. These control schemes known as secondary voltage control are based on pilot nodes and control areas, and their correct identifications are fundamental to an efficient voltage profile regulation. This paper proposes a methodology to identify voltage control areas based on the eigenvalues and eigenvectors of the load flow QV sensitivity matrix. The results are compared with the traditional voltage sensitivity analysis methods.

**Index Terms**—Eigenanalysis, Newton-Raphson Power Flow, Sensitivity Analysis, Voltage Control Areas

## I. INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a importância do controle de potência reativa cresceu de forma expressiva em função do aumento das ocorrências relacionadas aos problemas de instabilidade de tensão nos Sistemas Elétricos de Potência (SEP). Estes problemas são frutos de um uso mais intensivo dos sistemas de transmissão, dado questões como a redução de custos, restrições ambientais e o crescimento da demanda por energia.

Esquemas capazes de controlar de forma automática o perfil de tensão em uma determinada área do sistema podem contribuir de forma significativa tanto para a segurança quanto para a qualidade da operação [1]. Uma metodologia capaz de sugerir e coordenar a ação de fontes de potência reativa de natureza distinta pode oferecer alternativas para se prevenir o fenômeno de colapso de tensão e também para melhorar a qualidade da energia fornecida. Neste contexto, o Controle Secundário de Tensão (CST) propõe-se a realizar a regulação do perfil de tensão de uma área do sistema através do controle da tensão de uma barra chave, denominada barra piloto.

Ricardo M. Henriques está no Dep. de Energia da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), MG, Brasil (e-mail: ricardo.henriques@ufjf.edu.br)

João A. Passos Filho está no Departamento de Energia da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), MG, Brasil (e-mail: joao.passos@ufjf.edu.br)

Glauco Nery Taranto está no Programa de Engenharia Elétrica da COPPE na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), RJ, Brasil (e-mail: tarang@coop.ufri.br)

Para a aplicação do CST, pressupõe-se a possibilidade de se fazer a divisão do sistema em áreas de controle [2] [3] [4], de tal forma que estas áreas estejam satisfatoriamente desacopladas das vizinhas. Os controles em uma determinada área devem ter pouca influência nos controles das áreas vizinhas e vice-versa [5].

É necessário que uma metodologia seja capaz de identificar, de maneira consistente, quais são as áreas de controle de tensão existentes e quais são as fontes de potência reativa que tem influência dentro de cada uma. Diferentes métodos foram propostos para o problema de determinação de áreas de controle, sendo que alguns foram implementados e efetivamente utilizados em sistemas reais [6] [7].

A análise modal é uma técnica extensivamente utilizada em SEP, onde se constitui uma das principais ferramentas em estudos de amortecimento e controle de oscilações eletromecânicas, ressonância sub-síncrona, comportamento harmônico e análise da segurança de tensão a partir da matriz de sensibilidade QV. De uma forma geral, a decomposição de matrizes em autovalores e autovetores permite um estudo mais localizado do comportamento do sistema, permitindo melhor identificar o problema e suas causas através do desacoplamento e análise isolada de seus componentes principais, denominados modos [8].

A principal contribuição deste artigo é a proposição e validação de uma metodologia para identificação de áreas de controle de tensão em SEP a partir do estudo de autovalores e autovetores da matriz reduzida de sensibilidade de tensão [8], obtida a partir da matriz Jacobiana do método de *Newton-Raphson* aplicado ao problema de fluxo de potência [9] [10].

Os resultados obtidos com esta metodologia proposta são comparados com os obtidos a partir de uma análise de sensibilidade de tensão utilizando a matriz Jacobiana, bem como pela análise dos vetores-linha da matriz reduzida de sensibilidade de tensão.

## II. METODOLOGIA

A metodologia proposta neste trabalho está fundamentada no uso de sensibilidade de tensão para definição de áreas de controle de tensão [10] e no uso de autovalores e autovetores para identificação de nós sensores [9]. Estas duas metodologias se interligam pelo uso da mesma matriz Jacobiana e pelo fato de que a sensibilidade pode ser obtida a partir da combinação de autovalores e autovetores, como será visto a seguir.

### A. Formulação do Problema de Fluxo de Potência

A formulação tradicional do problema de fluxo de potência pelo método de *Newton-Raphson* em coordenados polares [11] pode ser representado através do sistema apresentado em (1).

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (1)$$

Pela formulação tradicional do problema de fluxo de potência, nas barras do tipo PV são especificadas a potência ativa e a tensão na barra. Em termos da matriz Jacobiana, uma barra  $k$  do tipo PV e uma  $m$  do tipo PQ teriam a composição apresentada em [11]. Nesta forma de representação de barra PV, a equação correspondente ao resíduo  $\Delta Q_k$  é retirada do sistema, uma vez que a variável  $V_k$  é especificada.

A formulação expandida da matriz Jacobiana de fluxo de potência em [12] inclui equações de controle na formulação tradicional, onde o vetor  $\Delta y$  representa o vetor de erros das equações adicionais que modelam os equipamentos de controle [12]. O vetor  $\Delta x$  é formado pelo incremento das variáveis de estado incorporadas, que são necessárias para tornar o sistema de equações possível e determinado.

A expressão oriunda de [12] que descreve a formulação expandida pode ser apresentada conforme mostrado em (2).

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} & J_{Px} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} & J_{Qx} \\ J_{y\theta} & J_{yV} & J_{yx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta x \end{bmatrix} \quad (2)$$

A modelagem expandida da matriz Jacobiana flexibiliza a incorporação e retirada das equações que modelam os equipamentos de controle, uma vez que a matriz Jacobiana da formulação tradicional pode ser preservada. Esta característica é fator relevante, dado que viabiliza sua aplicação em programas computacionais, preservando as particularidades de cada implementação e formulação [13] [14] [15].

No caso de barras do tipo PV realizando o controle remoto da tensão (CRT), a equação referente à  $Q_k$  é reinserida no problema, com outra equação adicional que determina a variável  $Q_{Gk}$  como um novo estado e garante que a tensão  $V_m$  é igual ao valor especificado [16].

Para barras PV sem controle remoto de tensão, pode-se também usar o modelo definido para o CRT em [16], alterando-se a equação de controle, conforme está em (3) e (4). Ao invés de se controlar a tensão  $V_m$ , controla-se a tensão da própria barra terminal  $V_k$ .

$$V_k^{calc} - V_k^{esp} = 0 \quad (3)$$

$$\Delta y = \Delta V_k' = V_k^{calc} - V_k^{esp} = 0 \quad (4)$$

### B. Metodologia Proposta

A metodologia proposta consiste na obtenção dos autovalores e autovetores da matriz Jacobiana de sensibilidade QV, obtida a partir da redução da matriz Jacobiana definida em (2), onde o modelo das barras PV (com ou sem CRT) deve ser o adotado para o CRT em [16]. Este modelo implica na presença da equação  $Q_k$  para as barras PV, alterando a formulação tradicional, que não traz a equação  $Q_k$ .

Montando-se o sistema linear definido em (2) em um ponto de solução estável, e desprezando-se  $\Delta y$  do conjunto de equações, o sistema linear passa a ter a forma em (5).

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{P\theta} & J_{PV} \\ J_{Q\theta} & J_{QV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J'_{ac} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \quad (5)$$

Dada a matriz  $J'_{ac}$  em (5), pode-se definir a matriz de sensibilidade QV ( $J_{SQV}$ ) considerando-se  $\Delta P$  igual a zero e reduzindo  $J'_{ac}$ , de acordo com (6) e (7). Considerar  $\Delta P$  igual a zero significa que não há variações na potência ativa.

$$\Delta Q = (J_{QV} - J_{Q\theta} J_{P\theta}^{-1} J_{PV}) \Delta V = J_{SQV} \Delta V \quad (6)$$

$$\Delta V = J_{SQV}^{-1} \Delta Q \quad (7)$$

Como o modelo das barras dos tipos PV e V $\theta$  mantêm a equação  $Q_k$  na matriz Jacobiana, a dimensão final da matriz  $J_{SQV}$  será igual ao número de barras do sistema ( $nb$ ).

### C. Autovalores e Autovetores da Matriz $J_{SQV}$

Supondo que a matriz  $J_{SQV}$  tenha todos os seus autovalores distintos e representados por  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ , esta pode ser devidamente diagonalizada pela transformação de similaridade descrita em [17]. Aplicando esta transformação de similaridade à matriz  $J_{SQV}$ , esta pode ser expressa conforme está em (8), onde  $\Psi$  representa a matriz dos autovetores à esquerda,  $\Phi$  a matriz dos autovetores à direita e  $\Lambda$  a matriz diagonal com os autovalores de  $J_{SQV}$ .

$$J_{SQV} = \Phi \cdot \Lambda \cdot \Psi \quad \therefore \quad J_{SQV}^{-1} = \Phi \cdot \Lambda^{-1} \cdot \Psi \quad (8)$$

Substituindo (8) em (7), é obtida a expressão em (9), onde  $nb$  é a dimensão da matriz  $J_{SQV}$ .

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{nb} \frac{\Phi_i \cdot \Psi_i}{\lambda_i} \cdot \Delta Q \quad (9)$$

Verifica-se em (9) que a sensibilidade da variável tensão em relação ao erro da equação de potência reativa é obtida por uma combinação de todos os autovalores e autovetores da matriz  $J_{SQV}$ . Nota-se também que os autovalores de menor módulo terão maior influência na determinação da sensibilidade.

Seja  $\underline{\lambda}$  o conjunto de autovalores provenientes da matriz  $J_{SQV}$ , representado por (10).

$$\underline{\lambda} = \{\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n\} \quad (10)$$

Se no conjunto  $\underline{\lambda}$  de autovalores da matriz  $J_{SQV}$  supormos que o autovalor  $\lambda_1$  tem módulo muito inferior aos demais autovalores, a expressão em (9) para uma barra  $k$  qualquer poderia ser reescrita conforme está em (11).

$$\frac{\partial V_k}{\partial Q_m} \cong \frac{\Phi_{k1} \cdot \Psi_{1m}}{\lambda_1} \quad (11)$$

Nesta condição suposta, a sensibilidade da variável de tensão  $V_k$  em relação ao erro da equação de potência reativa  $Q_m$  pode ser estimada utilizando apenas o menor autovalor e seus autovetores. Partindo da premissa de que a sensibilidade pode ser estimada com os autovalores de menor módulo, a

metodologia propõe identificar áreas de controle a partir dos menores autovalores da matriz  $J_{SQV}$ .

#### D. Áreas através do Mode-Shape

A partir de (11) pode-se afirmar que é possível estimar a sensibilidade de tensão de uma barra  $k$  qualquer em relação a uma injeção de potência reativa em uma barra  $m$  utilizando os autovalores de menor módulo e seus respectivos autovetores.

Pode-se afirmar que duas barras pertencerão a uma mesma área se todos seus fatores de sensibilidade  $\partial V/\partial Q$  forem semelhantes.

Utilizando novamente a suposição de que o autovalor  $\lambda_1$  tem módulo muito inferior aos demais autovalores, a expressão em (9) pode ser reescrita da seguinte forma em (12):

$$\underline{\Delta V} \cong \frac{\Phi_{k1} \cdot \Psi_{1m}}{\lambda_1} \cdot \underline{\Delta Q} \quad (12)$$

A equação em (12) pode ser representada através de sua forma matricial, conforme está em (13):

$$\frac{\underline{\Delta V}}{\underline{\Delta Q}} \cong \begin{bmatrix} \Phi_{11} \cdot \frac{\Psi_{11}}{\lambda_1} & \Phi_{11} \cdot \frac{\Psi_{12}}{\lambda_1} & \dots & \Phi_{11} \cdot \frac{\Psi_{1n}}{\lambda_1} \\ \Phi_{21} \cdot \frac{\Psi_{11}}{\lambda_1} & \Phi_{21} \cdot \frac{\Psi_{12}}{\lambda_1} & \dots & \Phi_{21} \cdot \frac{\Psi_{1n}}{\lambda_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{n1} \cdot \frac{\Psi_{11}}{\lambda_1} & \Phi_{n1} \cdot \frac{\Psi_{12}}{\lambda_1} & \dots & \Phi_{n1} \cdot \frac{\Psi_{1n}}{\lambda_1} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Nas linhas da matriz em (13) temos a sensibilidade de tensão da barra  $k$  em relação às injeções de potência reativa em todas as barras. Nas colunas temos a sensibilidade das tensões de todas as barras em relação à injeção de potência reativa em uma barra  $m$ .

Observando mais detalhadamente a matriz em (13), nota-se que todas as linhas são multiplicadas por um mesmo elemento, que pertence ao autovetor à direita, conforme destacado em (14).

$$\frac{\underline{\Delta V}}{\underline{\Delta Q}} \cong \frac{\Psi_1}{\lambda_1} \cdot \frac{1}{\Phi_1} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{21} \\ \vdots \\ \Phi_{n1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} & \dots & \Psi_{1n} \\ \lambda_1 & \lambda_1 & \dots & \lambda_1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Se a matriz  $J_{SQV}$  for gerada a partir de uma matriz Jacobiana simétrica, segundo a representação em (5), todos os seus autovalores e autovetores serão reais [17]. Portanto, se todos os autovetores têm somente valores reais (positivos ou negativos), os vetores formados pelas linhas da matriz dadas em (13) serão colineares. Logo, os elementos reais positivos do autovetor à direita que multiplicam as linhas da matriz em (13) formarão o primeiro grupo de barras com sensibilidade semelhante, enquanto que os elementos reais negativos do autovetor à direita que multiplicam as demais linhas da matriz em (13) formarão o segundo grupo de barras de sensibilidade semelhante.

Com um dos autovalores de menor módulo normalmente podem ser gerados dois grupos distintos de barras, onde cada grupo tem comportamento semelhante em relação à tensão. Excepcionalmente um autovalor dentre os autovalores de menor módulo pode ser descartado caso seu autovetor gere um

grupo único com todas as barras, conforme será destacado nos resultados. Dentro de cada um dos dois grupos só serão consideradas as barras cujo módulo do elemento no autovetor à direita (*mode-shape*), que multiplica a respectiva linha desta barra na matriz em (13), for maior do que um determinado valor mínimo pré-estabelecido. Este critério determina o número de barras agregadas em cada grupo pelos menores autovalores que serão avaliados.

Se um grupo de barras foi formado com um autovalor de menor módulo e, em um autovalor subsequente (de módulo maior), estas barras forem novamente apontadas juntamente com outras barras ainda não agrupadas, cujos módulos dos elementos no *mode-shape* avaliado seja superior ao valor mínimo adotado, então o grupo previamente criado em outro autovalor será acrescido destas barras.

Impondo-se que as matrizes definidas em (5) serão simétricas, a matriz  $J_{SQV}$  também será simétrica e, portanto, seus autovalores e autovetores serão reais. Para recriar a matriz  $J_{SQV}$  a partir do somatório definido em (9), é feito o cálculo dos seus autovalores e autovetores. Como a matriz  $J_{SQV}$  traz as relações de sensibilidade de tensão entre todas as barras do sistema, se a mesma está na forma definida em (9), pode-se estimar a sensibilidade de tensão de todas as barras a partir somente dos autovalores de menor módulo. Isto equivale a utilizar os termos mais significativos do somatório representado em (9).

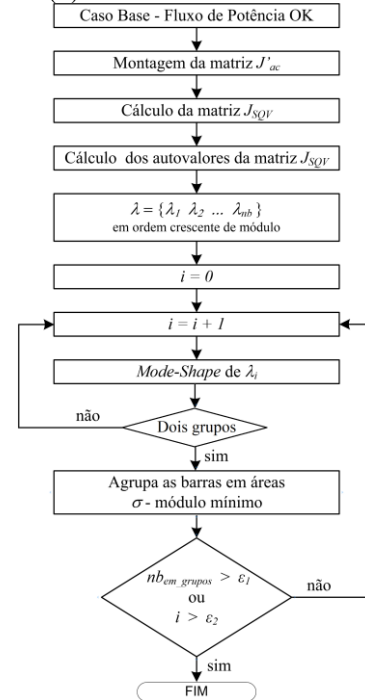


Fig. 1. Fluxograma da determinação de áreas via *Mode-Shape*.

Considerando os menores autovalores por ordem crescente de módulo e avaliando o *mode-shape* para cada um deles, serão obtidos dois grupos com sensibilidade de tensão semelhante para cada autovalor, levando-se em consideração um valor mínimo para o uso dos elementos do *mode-shape*. Com os autovalores de menor módulo e de seus *mode-shapes* é que serão montadas as áreas cujas barras possuem sensibilidade semelhante. Na Fig. 1 está o fluxograma

simplificado do algoritmo para obtenção das áreas baseado na metodologia proposta acima.

Na Fig. 1 a variável “ $i$ ” representa o número de autovalores utilizados pelo algoritmo de busca de áreas, “ $\sigma$ ” o módulo mínimo considerado no *mode-shape*, “ $nb_{em\_grupos}$ ” o percentual total de barras já inseridas em alguma área, “ $\varepsilon_1$ ” o percentual máximo de barras que se quer agrupar e “ $\varepsilon_2$ ” o número máximo de autovalores que deve ser utilizado na busca.

#### E. Áreas através dos Vetores Linha da Matriz $J_{SQV}$

Em [2] foi proposta a comparação dos vetores-linha da inversa da matriz Jacobiana em (5) para se determinar as chamadas áreas de coerência, que se caracterizam por um grupo de barras que possuem variações muito próximas em suas tensões, na ocorrência de distúrbios tais como mudanças em cargas, geradores e também na topologia. Este método, chamado de método de identificação de vetores colineares, identifica as barras de uma área de coerência como sendo aquelas cujos vetores-linha da inversa da matriz Jacobiana em (5) sejam adequadamente colineares (15) e cujos módulos fossem próximos (16).

$$\frac{\langle \underline{l}_i, \underline{l}_j \rangle}{\|\underline{l}_i\| \|\underline{l}_j\|} \geq \tau_1 \quad (15)$$

$$\|\underline{l}_i - \underline{l}_j\| \leq \tau_2 \quad (16)$$

Em (15) é calculado o cosseno do ângulo entre os vetores  $\underline{l}_i$  e  $\underline{l}_j$  e em (16) é calculada a norma euclidiana da diferença dos vetores  $\underline{l}_i$  e  $\underline{l}_j$ . Se o cosseno do ângulo e a diferença entre dois vetores-linha da inversa da matriz Jacobiana, referentes a duas barras quaisquer, forem maior, respectivamente, do que a tolerância  $\tau_1$  e menor do que a tolerância  $\tau_2$ , estas duas barras estarão na mesma área de coerência.

A partir então desta metodologia, que está baseada no produto linear entre dois vetores, foi desenvolvido um segundo algoritmo de busca de áreas de controle de tensão através dos valores angulares calculados em (17) entre todos os vetores-linhas da inversa matriz  $J_{SQV}$ , que representam a sensibilidade de tensão de cada barra do sistema.

$$\delta = \text{acos} \left( \frac{\langle \underline{l}_i, \underline{l}_j \rangle}{\|\underline{l}_i\| \|\underline{l}_j\|} \right) \leq \tau_1 \quad (17)$$

Todas as barras cujo ângulo  $\delta$  entre seus vetores-linha na inversa da matriz  $J_{SQV}$  for menor do que  $\tau_1$  formarão uma área. O desenvolvimento da busca de áreas baseada na avaliação dos vetores-linha da inversa da matriz  $J_{SQV}$  tem neste trabalho a finalidade de confirmar os resultados obtidos a partir do método proposto com os autovalores e autovetores, servindo como parâmetro de comparação de resultados. O fluxograma na Fig. 2 traz o algoritmo simplificado da busca através dos vetores linha da inversa da matriz  $J_{SQV}$ .

Como as avaliações por autovetores e pelos ângulos dos vetores-linha partem da mesma matriz de sensibilidade  $J_{SQV}$ , é esperado que os resultados para as áreas obtidas sejam

coerentes, pois a matriz  $J_{SQV}$  pode ser calculada através da combinação de seus autovalores e autovetores.

### III. RESULTADOS

Na avaliação da metodologia proposta, foram utilizados dois sistemas teste: IEEE 14 Barras e IEEE 118 Barras. Nestes dois sistemas foram aplicadas a metodologia proposta baseada nos autovalores e a metodologia baseada na avaliação dos vetores-linha da inversa da matriz  $J_{SQV}$ . A matriz Jacobiana do fluxo de potência para estes três sistemas foi exportada para a plataforma MatLab pelo programa ANAREDE [18] para o cálculo dos autovalores e autovetores, bem como para a realização do produto escalar dos vetores-linha.

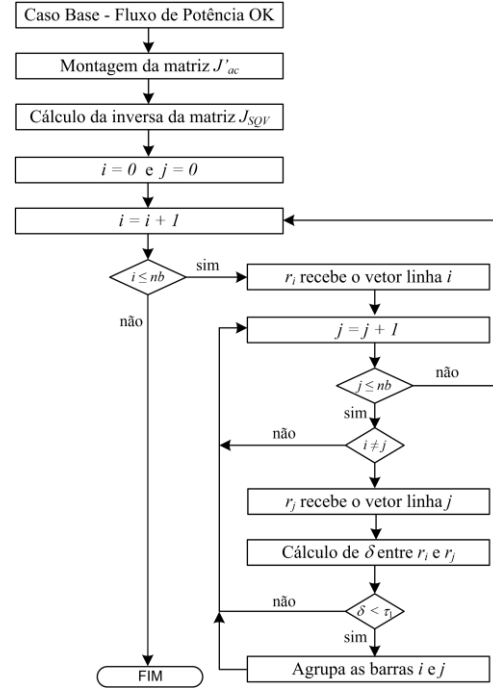


Fig. 2. Fluxograma da determinação de áreas via vetores-linha da matriz  $J_{SQV}$

#### A. Sistema IEEE 14 Barras

A Fig. 3 apresenta o diagrama unifilar do sistema IEEE 14 Barras, cujas características estão na TABELA I. A TABELA II traz o resultado de uma análise de sensibilidade no IEEE 14 Barras, conforme as metodologias de [18] [19]. Foram calculados os valores da sensibilidade de variação de potência reativa gerada nas barras PV ( $\Delta Q_g$ ) em relação à variação de injeção de potência reativa em todas as barras PQ ( $\Delta Q_c$ ).

Observando com atenção a TABELA II, nota-se que:

a) Para as barras 11, 12, 13 e 14, o gerador da barra 6 tem influência predominante, sendo que os demais geradores (barras 1, 2, 3 e 8) têm pouca influência. Formam a “Área A”;

b) Para as barras 7, 9 e 10, o gerador da barra 6 também tem influência marcante, porém está acompanhado pelo gerador da barra 8 que predomina sobre a barra 7 e está fortemente presente nas barras 9 e 10. Os demais geradores nas barras 1, 2 e 3 têm influência baixa. Formam a “Área B”;

c) As barras 4 e 5 encontram-se muito próximas aos geradores nas barras 1, 2 e 3 e são dominados principalmente pela influência do gerador 2. Recebem também influência dos geradores nas barras 6 e 3. Formam a “Área C”.

Portanto, partindo desta análise de sensibilidade, o sistema IEEE 14 Barras pode ser dividido conforme está na Fig. 4.

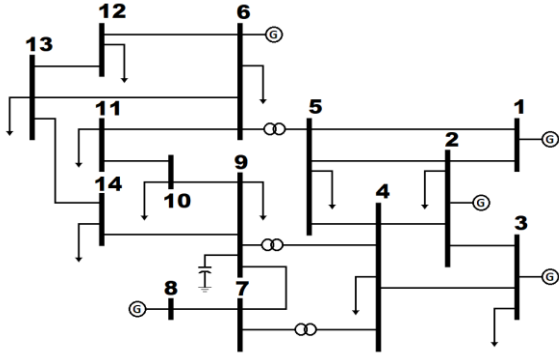


Fig. 3. Diagrama unifilar do sistema IEEE 14 Barras

TABELA I  
CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DO SISTEMA IEEE 14 BARRAS

Parâmetros	Quantidade	Parâmetros	Quantidade
Barras / Barras PV	14 / 5	Carga Ativa Total	497,2 MW
Circuitos / Transformadores	20 / 3	Carga Reativa Total	141,1 Mvar

TABELA II  
ANÁLISE DE SENSIBILIDADE NO SISTEMA IEEE 14 BARRAS

PQ's					
4		5		7	
PV's	$\frac{\Delta Q_g}{\Delta Q_{inj}}$	$\alpha$ (%)	PV's	$\frac{\Delta Q_g}{\Delta Q_{inj}}$	$\alpha$ (%)
2	-0,2726	100,0	2	-0,2743	100,0
3	-0,1759	64,5	6	-0,2265	82,6
6	-0,1701	62,4	1	-0,1221	44,5
8	-0,1166	42,8	3	-0,0960	35,0
1	-0,0636	23,3	8	-0,0648	23,6
9					
9		10		11	
PV's	$\frac{\Delta Q_g}{\Delta Q_{inj}}$	$\alpha$ (%)	PV's	$\frac{\Delta Q_g}{\Delta Q_{inj}}$	$\alpha$ (%)
6	-0,5680	100,0	6	-0,6738	100,0
8	-0,4437	78,1	8	-0,3594	53,3
2	-0,2128	37,5	2	-0,1727	25,6
3	-0,1405	24,7	3	-0,1138	16,9
1	-0,0611	10,8	1	-0,0493	7,3
12					
12		13		14	
PV's	$\frac{\Delta Q_g}{\Delta Q_{inj}}$	$\alpha$ (%)	PV's	$\frac{\Delta Q_g}{\Delta Q_{inj}}$	$\alpha$ (%)
6	-1,0909	100,0	6	-1,0510	100,0
8	-0,0313	2,9	8	-0,0591	5,6
2	-0,0174	1,6	2	-0,0303	2,9
3	-0,0105	1,0	3	-0,0191	1,8
1	-0,0028	0,3	1	-0,0071	0,7

Na TABELA II os valores de sensibilidade nas barras PV para as injeções de potência reativa nas barras PQ do sistema estão em ordem decrescente. Estes valores foram normalizados em relação à barra PV com maior sensibilidade na coluna “ $\alpha$  (%)”. Se estes valores percentuais forem divididos em cinco faixas distintas, a saber, (i)  $100 \geq \alpha \geq 80$ , (ii)  $80 > \alpha \geq 60$ , (iii)  $60 > \alpha \geq 40$ , (iv)  $40 > \alpha \geq 20$  e (v)  $20 > \alpha \geq 0$ , pode-se destacar de forma clara as barras PQ com comportamento semelhante do ponto de vista da análise de sensibilidade, pois são influenciadas pelos mesmos

geradores e formam as áreas de controle de tensão. Baseado nestas faixas, a TABELA III visa sintetizar o mapa de sensibilidade.

Após o levantamento com a análise de sensibilidade, são calculados os autovalores e autovetores da matriz  $J_{SQV}$  e aplicado o algoritmo descrito através da Fig. 1, para a obtenção das áreas de controle de tensão, de forma semelhante à alcançada através da análise de sensibilidade.

Considerando  $\sigma = 0,2$  como módulo mínimo para inclusão de uma barra através do *mode-shape*,  $\varepsilon_1$  superior a 80% e  $\varepsilon_2$  igual a 5, o algoritmo proposto foi executado. A escolha de  $\sigma$  varia conforme o porte do sistema, sendo maior em sistemas de maior porte. Na TABELA IV estão os autovalores calculados para a matriz  $J_{SQV}$ .

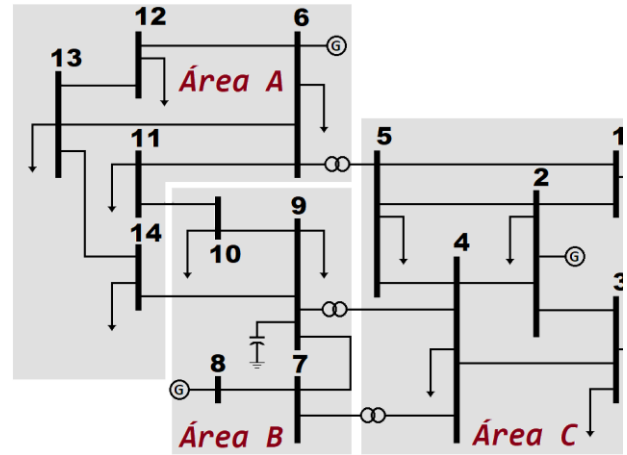


Fig. 4. Áreas de controle de tensão por análise de sensibilidade no

TABELA III  
MAPA DE SENSIBILIDADE PQ  $\times$  PV DO SISTEMA IEEE 14 BARRAS  
CONFORME A FAIXA DE SENSIBILIDADE

PV's	PQ's													
	4	5	7	9	10	11	12	13	14					
1	iv	iii	v	v	v	v	v	v	v					
2	i	i	iv	iv	iv	v	v	v	v					
3	ii	iv	iv	iv	v	v	v	v	v					
6	ii	i	iii	i	i	i	i	i	i					
8	iii	iv	i	ii	iii	v	v	v	iv					

TABELA IV  
AUTOVALORES DA MATRIZ  $J_{SQV}$  PARA O SISTEMA IEEE 14 BARRAS  
EM ORDEM CRESCENTE DE MÓDULO

$i$	$ \lambda_i $	$i$	$ \lambda_i $	$i$	$ \lambda_i $
1	0,201297	6	12,426693	11	29,956227
2	2,411922	7	13,324082	12	44,044500
3	4,031086	8	16,500753	13	50,137507
4	5,551012	9	20,322188	14	62,818486
5	6,813017	10	25,828713		

O *mode-shape* para os autovalores  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  da TABELA IV são mostrados respectivamente na Fig. 5, Fig. 6 e Fig. 7. O autovalor  $\lambda_1$  representa a característica de singularidade da matriz  $J_{SQV}$ . Este *mode-shape* onde todas as barras participam com módulo muito semelhante, deve-se ao fato de que a adição das equações de potência reativa de todos os geradores, incluindo as equações da barra de referência, resulta em um grupo de equações que estão próximas de ser linearmente dependentes. A manipulação das equações da matriz  $J_{SQV}$  em (5) comprova esta condição. Como as barras do sistema IEEE 14 Barras formam um sistema bastante acoplado

eletricamente, todas as barras aparecem com módulo significativo no *mode-shape* da Fig. 5. Como o autovalor  $\lambda_1$  representa esta característica de singularidade da matriz  $J_{SQV}$  em (5), este é descartado para a divisão das áreas do sistema.

O autovalor  $\lambda_2$  traz a primeira parte da divisão em áreas do sistema IEEE 14 Barras. De um lado as barras 7, 8 e 9, de outro as barras 6, 12 e 13, conforme está na Fig. 6. Pela análise deste autovalor foram agregadas 6 barras. Observando que, até aqui, foram utilizados dois autovalores dentre os de menor módulo e que do total de 14 barras, 6 foram agregadas em áreas (43% do total), os critérios  $\varepsilon_1$  (percentual de barras agrupadas) e  $\varepsilon_2$  (número de autovalores utilizados) ainda não foram atendidos. Logo, o autovalor  $\lambda_3$  será também utilizado.

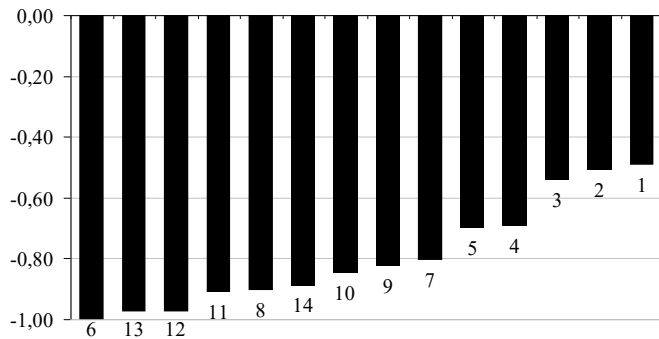


Fig. 5. *Mode-Shape* para o autovalor  $\lambda_1$  da matriz  $J_{SQV}$  - IEEE 14 Barras

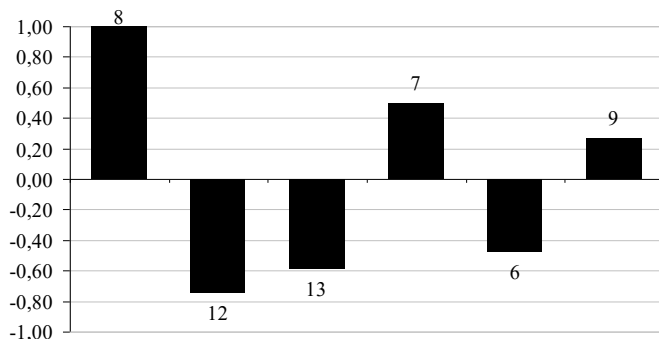


Fig. 6. *Mode-Shape* para o autovalor  $\lambda_2$  da matriz  $J_{SQV}$  - IEEE 14 Barras

O autovalor  $\lambda_3$  apresenta a segunda parte da divisão das áreas do sistema. De um lado as barras 1, 2, 3, 4 e 5, de outro as barras 8, 9, 10, 11 e 14, conforme mostra a Fig. 7. Deve-se notar que uma mesma área aparece tanto no *mode-shape* do autovalor  $\lambda_2$  quanto no *mode-shape* do autovalor  $\lambda_3$ . Esta área envolve o gerador 8. No caso do *mode-shape* do autovalor  $\lambda_3$ , a área determinada ao redor do gerador 8 é adicionada das barras 10, 11 e 14, visto que as barras agregadas anteriormente pertenciam a uma mesma área.

Como após a análise do autovalor  $\lambda_3$  o número de barras agregadas total passou para 14, o critério  $\varepsilon_1$  foi atendido e o algoritmo interrompido, finalizando o processo de busca das áreas, tendo sido observados apenas os três menores autovalores, descartado o primeiro. Logo, a divisão das áreas pelos menores autovalores de módulo compatível da matriz  $J_{SQV}$  do sistema IEEE 14 barras é apresentada na Fig. 8.

Finalmente, a partir da avaliação dos ângulos os vetores linha da matriz  $J_{SQV}$ , utilizando o algoritmo da Fig. 2, as áreas a seguir serão formadas pelas barras cujo ângulo  $\delta$  entre seus

respectivos vetores linha da inversa da matriz  $J_{SQV}$  sejam menores do que  $\tau_1$ . O valor ajustado para a tolerância  $\tau_1$  é de  $5,4^\circ$ . O resultado da busca está na Fig. 9.

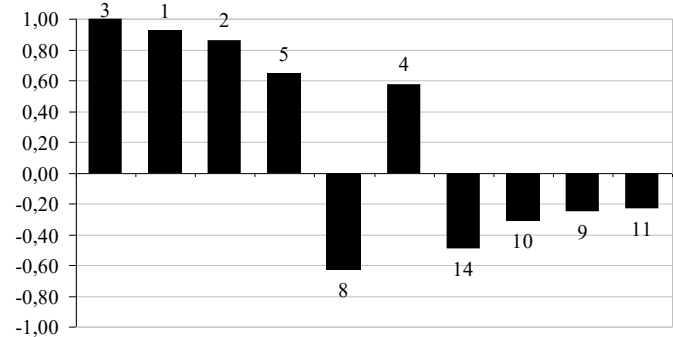


Fig. 7. *Mode-Shape* para o autovalor  $\lambda_3$  da matriz  $J_{SQV}$  - IEEE 14 Barras

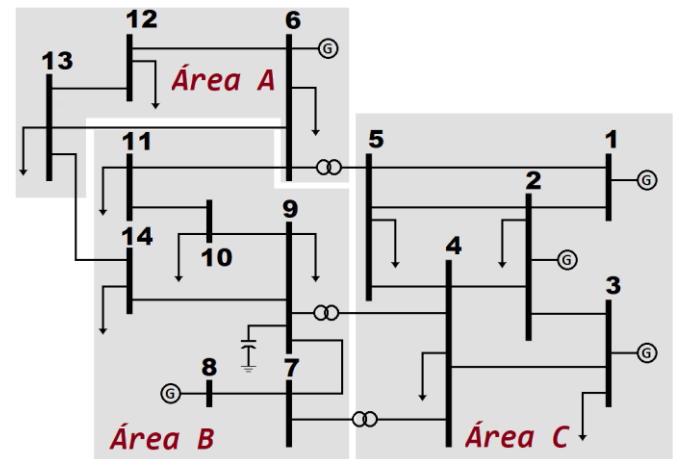


Fig. 8. Áreas de controle de tensão por autovalores da matriz  $J_{SQV}$  do sistema IEEE 14 Barras

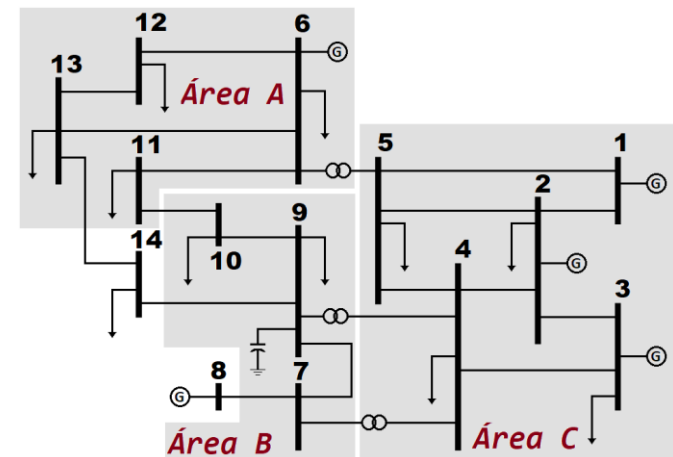


Fig. 9. Áreas de controle de tensão por vetores-linha da matriz  $J_{SQV}$  do sistema IEEE 14 Barras

### B. Sistema IEEE 118 Barras

As características principais do sistema IEEE 118 Barras estão apresentadas na TABELA V. Para este sistema não foi executada a análise de sensibilidade de tensão. Serão comparados os resultados obtidos apenas entre a avaliação dos menores autovalores e a avaliação dos vetores-linha de  $J_{SQV}$ . Considerando  $\sigma = 0,4$  como módulo mínimo para inclusão das barras via *mode-shape*,  $\varepsilon_1$  superior a 70% e  $\varepsilon_2$  igual a 10,

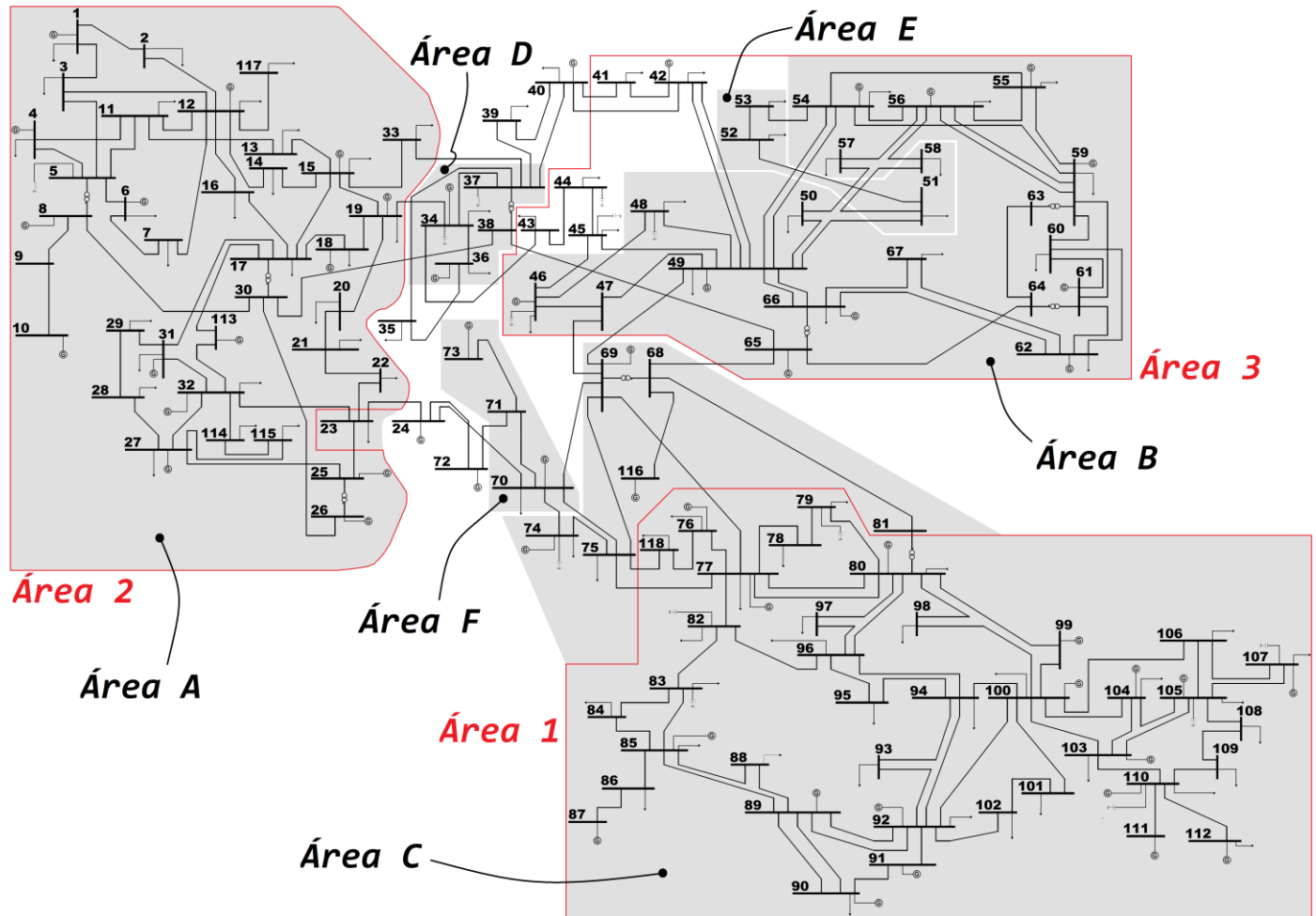


Fig. 10. Áreas de controle de tensão por autovalores da matriz  $J_{SQV}$  do sistema IEEE 118 Barras

foram calculados os autovalores e autovetores da matriz  $J_{SQV}$  e aplicado o algoritmo descrito através da Fig. 1. As áreas, identificadas por números, com o respectivo total de barras na área, estão listadas na TABELA VI. Os dez menores autovalores estão na TABELA VII.

TABELA V  
CARACTERÍSTICAS BÁSICAS DO SISTEMA IEEE 118 BARRAS

Parâmetros	Quantidade	Parâmetros	Quantidade
Barras / Barras PV	118 / 54	Carga Ativa	3668 MW
Circuitos / Transformadores	186 / 9	Carga Reativa	1438 Mvar

TABELA VI  
ÁREAS DO SISTEMA IEEE 118 BARRAS DEFINIDAS POR AUTOVALORES E POR VETORES-LINHA

Área	Barras	Método	Área	Barras	Método
1	37	Autovalores	C	43	Vetores-Linha
2	35	Autovalores	D	5	Vetores-Linha
3	27	Autovalores	E	4	Vetores-Linha
A	36	Vetores-Linha	F	3	Vetores-Linha
B	18	Vetores-Linha			

As três áreas obtidas via autovalores utilizaram os três menores autovalores da TABELA VII. A representação destas três áreas no diagrama unifilar do sistema estão em destaque na Fig. 10 com traço contínuo na cor vermelha.

Após a avaliação pelos autovalores, as áreas são formadas a partir da avaliação dos ângulos entre todos os vetores-linha da matriz  $J_{SQV}$ , a partir do algoritmo da Fig. 2. As barras cujo ângulo  $\delta$  entre suas respectivas linhas na inversa da matriz  $J_{SQV}$  sejam menores do que  $\tau_1$  são agregadas. O valor ajustado para a tolerância  $\tau_1$  é de  $6,3^\circ$ . A

TABELA VI apresenta as áreas pelos vetores-linhas com letras maiúsculas, com os respectivos números do total de barras nestas áreas.

TABELA VII  
AUTOVALORES DA MATRIZ  $J_{SQV}$  PARA O SISTEMA IEEE 118 BARRAS EM ORDEM CRESCENTE DE MÓDULO (10 MENORES)

$i$	$ \lambda_i $	$i$	$ \lambda_i $
1	0,046736	6	1,839381
2	0,396122	7	2,158513
3	0,413667	8	2,599381
4	1,063532	9	3,308210
5	1,231193	10	3,712316

Na Fig. 10 as áreas da

TABELA VI, identificadas pelas letras A, B, C, D, E e F, são representadas pelo fundo sombreado. As áreas identificadas pelos números 1, 2 e 3, obtidas com os menores autovalores, são bastante semelhantes às áreas A, B e C obtidas através dos vetores-linha da matriz  $J_{SQV}$ . As áreas de pequeno porte D, E, F surgem somente na avaliação com os



vetores-linha, pois diferentemente do método pelos menores autovalores, todas as barras são classificadas, o que implica nas áreas adicionais na região de fronteira entre as três maiores áreas obtidas com os dois métodos. A existência de barras não incluídas em alguma área no método dos menores autovalores não é falha ou deficiência do método. Estas barras indicam fronteiras entre as áreas.

Na TABELA VIII está um sumário com os tempos computacionais dos casos utilizados. O computador utilizado é um QuadCore Intel de 2,83 GHz, com 3,25 GB de RAM. Pode-se observar que para o IEEE 14 Barras os tempos computacionais são muito baixos e semelhantes. Já para o sistema IEEE 118 Barras a diferença entre os autovalores e a matriz  $J_{SQV}$  é bastante significativo, pois a avaliação pela matriz  $J_{SQV}$  é da ordem de 38 vezes mais lenta do que com autovalores.

TABELA VIII  
ESFORÇO COMPUTACIONAL

Sistemas	Autovalores		Vetores-Linha
	Tempo (s)	Utilizados	Tempo (s)
IEEE 14	0,062	3	0,078
IEEE 118	0,092	3	3,515

#### IV. CONCLUSÕES

A metodologia para identificação de áreas de controle de tensão a partir dos menores autovalores e seus autovetores mostrou resultados similares aos obtidos através da análise de sensibilidade de tensão no sistema de pequeno porte avaliado e através da avaliação das linhas da inversa da matriz  $J_{SQV}$  nos sistemas de pequeno e médio porte.

Contudo, pode-se dizer que a metodologia via autovalores tem como atrativo o fato do *mode-shape* indicar diretamente a informação da divisão das áreas existentes e também o quesito de eficiência computacional, comparado com a avaliação na matriz  $J_{SQV}$ . Os autovalores que devem ser considerados para determinação das áreas e os elementos do *mode-shape* que podem ser descartados são critérios ainda em investigação que podem influenciar a formação das áreas.

#### REFERÊNCIAS

- [1] G. N. Taranto, N. Martins, D. M. Falcão, A. C. B. Martins e M. G. Dos Santos, "Benefits of Applying Secondary Voltage Control Schemes to the Brazilian System," em *XIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Florianópolis, 2000.
- [2] L. Mili, T. Baldwin e R. Adapa, "Phasor Measurement Placement for Voltage Stability Analysis of Power Systems," em *29th Conference on Decision and Control*, Honolulu, 1990.
- [3] R. Maharjan e S. Kamalasan, "Secondary voltage control of power grid using voltage stability index and voltage control areas," em *2017 North American Power Symposium (NAPS)*, Morgantown, WV, 2017.
- [4] J. H. Tovar, G. Gutiérrez e R. A. Solera, "Linear Sensitivities to Define Reactive Power Areas for Voltage Control and Reactive Power Service in Electricity Markets," *IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS*, vol. 13, no. 1, pp. 150 - 157, 2015.
- [5] C. B. Gomes, J. C. R. Ferraz, N. Martins e G. N. Taranto, "Investigating the Possibility of Adverse Dynamic Interaction Between Neighbor Secondary Voltage Regulation Areas," em *Proceedings of the IX SEPOPE*, Rio de Janeiro, 2004.
- [6] S. Hongbin, G. Qinglai, Z. Boming, W. Wenchuan e T. Jianzhong, "Development and Applications of System-wide Automatic Voltage Control System in China," em *Proceedings of IEEE/PES 2009 General*

*Meeting*, Calgary, 2009.

- [7] S. Blumsack, P. Hines, M. Patel, C. Barrows e E. C. Sanchez, "Defining Power Network Zones from Measures of Electrical Distance," em *Proceedings of IEEE/PES 2009 General Meeting*, Calgary, 2009.
- [8] P. Kundur, *Power System and Stability Control*, 1st ed., New York: McGraw-Hill Inc., 1994.
- [9] A. Z. Gamm, I. I. Golub, A. Bachry e Z. A. Styczynski, "Solving Several Problems of Power Systems Using Spectral and Singular Analyses," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 1, pp. pp. 138-148, 2005.
- [10] P. Lagonotte, J. C. Sabonnadière, J. Y. Léost e J. P. Paul, "Structural Analysis of the Electrical System: Application to Secondary Voltage Control in France," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 4, no. 2, pp. pp. 479-486, 1989.
- [11] A. Monticelli, *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, 1a ed., São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1983.
- [12] J. A. a. M. N. F. D. M. Passos Filho, "Identifying power flow control infeasibilities in large-scale power system models," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, no. 1, pp. 86--95, 2009.
- [13] J. Pereira, "Modelagem de Dispositivos FACTS em Sistemas de Potência para Análise em Regime Permanente," XIII CBA, Florianópolis, 2000.
- [14] J. A. Passos Filho, *Representação e Avaliação do Desempenho de Dispositivos de Controle no Problema de Fluxo de Potência*, Rio de Janeiro: Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, 2005.
- [15] R. M. Henriques, *Influência de Cargas Tipo Motor de Indução nas Margens de Estabilidade de Tensão de Sistemas de Grande Porte*, Rio de Janeiro: Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, 2002.
- [16] J. A. Passos Filho, J. L. R. Pereira e V. M. Costa, "Controle Secundário de Tensão em Regime Permanente usando o Método de Newton-Raphson," em *XIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA*, Florianópolis, 2000.
- [17] C. T. Chen, *Linear System Theory and Design*, 3th ed., New York: Oxford University Press Inc., 1999.
- [18] F. R. M. Alves, R. M. Henriques, J. P. Passos Filho e E. P. Neto, "Programa de Análise de Redes - ANAREDE - Manual do Usuário. Relatório Técnico DP-DSE 30875/2006," ELETROBRAS CEPEL, Rio de Janeiro, 2006.
- [19] J. Peschon, D. S. Piercy e W. F. a. T. O. J. Tinney, "Sensitivity in Power Systems," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, Vols. %1 de %2PAS-87, n. 8, pp. pp. 1687-1696, 1968.



**Ricardo Mota Henriques** (S'94–M'97–SM'15) nasceu em Juiz de Fora, MG, Brasil, no ano de 1971. Possui graduação em Engenharia Elétrica pela UFJF em 1996, e Mestrado (M.Sc.) e Doutorado (D.Sc.) em Engenharia Elétrica pela COPPE – UFRJ respectivamente em 2002 e 2009. Trabalhou por dezesseis anos no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), atuando principalmente como pesquisador no programa ANAREDE (Análise de Redes em Regime Permanente). Atualmente é Professor Adjunto IV no Departamento de Energia Elétrica da Faculdade de Engenharia da UFJF. Tem experiência na área de Engenharia Elétrica – Sistemas de Potência, com ênfase em desenvolvimento de modelos computacionais, onde vem atuando nos temas: análise de redes em regime permanente, segurança de tensão e regiões de segurança estáticas e dinâmicas.





**Glauco Nery Taranto** (S'92–M'96–SM'04) possui graduação em engenharia elétrica para Universidade Estadual do Rio de Janeiro, RJ, Brasil, em 1998. Possui mestrado em engenharia elétrica na Universidade Católica do Rio de Janeiro, RJ, Brasil, em 1991, e Ph.D. em engenharia elétrica no Rensselaer Polytechnic Institute, Troy, NY, EUA. Em 2006, esteve no CESI, Milão, Itália, durante seu período sabático. Desde 1995 faz parte do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE, onde atualmente é Professor Titular. Prof. Glauco é membro do IEEE/PES e CSS, do Comitê Power System Dynamic Performance, CIGRÉ e Editor da IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS.



**João Alberto Passos Filho** (M'97–SM'15) nasceu em Juiz de Fora, MG, Brasil, no ano de 1973. Possui doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ/COPPE (2006), mestrado e graduação em Engenharia Elétrica pela UFJF (1995 e 2000). Foi trainee do grupo WEG durante o ano de 1996 e trabalhou por doze anos no Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), atuando como pesquisador no desenvolvimento dos programas ANAREDE (Análise de Redes em Regime Permanente) e FLUPOT (Fluxo de Potência Ótimo). Atualmente é Professor Assistente I no Departamento de Energia Elétrica da Faculdade de Engenharia da UFJF. Nos anos de 2014 e 2015 foi presidente da seção Minas Gerais do IEEE. Tem experiência na área de Engenharia Elétrica – Sistemas de Potência, com ênfase em desenvolvimento de modelos computacionais, atuando principalmente nos seguintes temas: análise de redes em regime permanente, segurança de tensão e otimização de Sistemas Elétricos de Potência. É sócio da Sociedade Brasileira de Automática (SBA).