

Comparison Between Linear and Tensor Models of EEG Signals Representation

Roberto Gonçalves de Magalhães Júnior, Fabio Theoto Rocha and Carlos Eduardo Thomaz.

Abstract—Electroencephalography (EEG) is an important tool for the study of the human brain because it provides potentially useful signals for understanding the spatial and temporal dynamics of neural information processing. These signals are commonly represented by vector or matrix mathematical structures, which may counteract their natural behaviour for a multidimensional representation. Thus, in this case, the information from an EEG signal should be represented using tensors. This study presents an analysis of how these different mathematical structures can be explored to obtain functional brain information. Two matrix models and one tensor model were investigated and assessed using brain maps and classification results. Our results show at least three different and complementary ways for the representation of cognitive brain maps and, as far as our exploratory analysis is concerned, the tensorial model stands out in terms of the highest level of compression and precision in comparison to the other models.

Index Terms—Brain mapping, Electroencephalography, Multilinear analysis.

I. INTRODUÇÃO

As aplicações da eletroencefalografia (EEG) como forma de apresentação de informações do cérebro vêm se ampliando em diversos campos científicos, como neurociência clínica e cognitiva e interface cérebro-computador [1], [2], [3]. Em geral, o EEG fornece sinais potencialmente úteis para a compreensão da dinâmica espacial e temporal do processamento da informação pelas células neurais [4], [5].

Esses sinais podem ser matematicamente representados por vetores [6], matrizes [7], [8] ou tensores [9], [10], conforme os modelos de aquisição, nos quais é comum a utilização de vários eletrodos. Dessa forma, pelo menos duas dimensões são ponderadas: uma representando a evolução temporal da atividade elétrica e, a outra, a distribuição dos eletrodos sobre o escalpo. Adicionalmente, as análises podem processar as respostas registradas considerando frequência do sinal, tipo de teste, sujeito (voluntário), grupo de pertinência e condição (do sujeito), de acordo com as características do experimento em questão. Com isso, a fim de revelar mais naturalmente as interações entre múltiplas dimensões (ou modos), [11] sugerem que as informações eletroencefalográficas sejam representadas usando-se tensores. No entanto, as ferramentas computacionais mais comuns em estudos sobre o cérebro ainda são orientadas para dados vetorizados ou matricialmente representados (tensores de ordem 1 ou 2, respectivamente) [11].

This work was supported in part by the FEI University Center and Brazilian agency CAPES.

R. G. de Magalhães Júnior, FEI, São Paulo, Brazil, jr.rgmag@gmail.com.
F. T. Rocha, Depto. De Psicobiologia, Escola Paulista de Medicina, USP, São Paulo, Brazil, fabio@enscer.com.br.

C. E. Thomaz, FEI, São Paulo, Brazil, cet@fei.edu.br.

Neste contexto, para facilitar os métodos de processamento de sinais de EEG, os dados naturalmente compostos por três ou mais modos (tensores de ordem 3, 4, etc.) são frequentemente concatenados horizontal ou verticalmente para gerar tal representação matricial. Esse processo de concatenação resulta na perda de informações potencialmente relevantes para descrição e compreensão de dados multimodais como os sinais de EEG.

Por esse e outros motivos [12], [13], recentemente, a decomposição tensorial se tornou particularmente atraente para o processamento desse tipo de sinais cerebrais. É importante ressaltar que, apesar dos inúmeros trabalhos concernentes com a eletroencefalografia, não há um consenso que defina quais e quando utilizar um ou outro modelo e/ou técnica de representação e análise dos sinais de EEG.

Este trabalho propõe então a comparação e análise dos padrões eletroencefalográficos de ativação do cérebro humano a partir de estruturas matemáticas distintas de representação desses dados. O objetivo aqui é destacar as características e particularidades de três técnicas variantes comumente utilizadas na literatura afim, destacando a disposição das dimensões que as compõem e as perspectivas de cada uma delas para representar adequadamente a natureza desses sinais.

As demais seções deste artigo podem ser assim resumidas. Na seção 2 seguinte, são descritos os equipamentos de EEG, os modelos de representação adotados bem como seus respectivos métodos para redução da dimensionalidade e extração de características dos dados, além do estudo de caso para o qual as análises foram direcionadas. Depois, na seção 3, são apresentados os resultados deste trabalho relacionados aos mapas neurais e à classificação dos sinais cerebrais correspondentes dos grupos de amostras selecionados. Na seção 4, são discutidos alguns desses resultados. Por fim, na seção 5, conclui-se o artigo.

II. MATERIAIS E MÉTODOS

As análises foram conduzidas a partir de sinais de EEG registrados e disponíveis em [24], cujo objetivo principal foi a comparação das ativações cerebrais e dos movimentos oculares em jogadas de xadrez executadas por 32 participantes voluntários distribuídos entre profissionais e professores de xadrez, crianças em idade escolar e universitários em diferentes níveis acadêmicos – alguns dos quais não tinham prática contínua, porém tinham conhecimento sobre o jogo.

Os sinais de EEG foram amostrados por meio da plataforma OpenBCI, com taxa de aquisição de 125 Hz e resolução de 32 bits para cada um dos 16 eletrodos de Cloreto de Prata

(AgCl), que foram utilizados a seco e posicionados no escalpo de cada voluntário de acordo com o sistema 10-20. Todas as aquisições respeitaram as exigências do Comitê de Ética em Humanidade descritas em termo de consentimento livre e esclarecido disponibilizado para todos participantes.

A. Aquisição de Dados

Os sinais de EEG foram coletados de forma síncrona aos estímulos de 50 questões distribuídas igualmente em 5 categorias relacionadas ao jogo de xadrez, duas das quais foram utilizadas neste trabalho: “Reconhecimento de peças e posicionamento” (categoria 1, cujo nível de dificuldade é baixo) e “Possibilidade de xeque-mate em um lance” (categoria 4, cujo nível de dificuldade é alto).

No início do experimento, cada voluntário fora instruído a pressionar a barra de espaço de um teclado no momento em que terminasse a leitura, compreensão e memorização de uma determinada questão, mostrada aleatoriamente em um monitor; em seguida, mostrava-se nova tela (no mesmo monitor) apresentando uma determinada configuração de peças no tabuleiro de xadrez para aquela questão apresentada. Então, o voluntário devia pressionar a tecla S para responder “sim” ou a tecla N para responder “não” à questão. Esse processo se repetia até que todas as 50 questões fossem respondidas.

Todos voluntários foram avaliados por meio de uma métrica baseada na acurácia e no tempo médio de resposta [24], definindo 8 como proficientes e outros 8 como não-proficientes – sendo estes os 16 voluntários cujos sinais de EEG foram utilizados no presente trabalho.

B. Processamento dos Sinais

O processamento dos sinais de EEG foi realizado considerando-se três modelos de representação matemática. Cada um deles corresponde a um arranjo estrutural composto pelos modos que representam os canais dos eletrodos, o tempo e os voluntários (ou sujeitos), a partir dos quais se fez a decomposição espectral para redução de dimensionalidade e extração não-supervisionada de características dos sinais.

Em cada representação, descrita a seguir, estamos incluindo os potenciais elétricos definidos no tempo para entender a atividade cerebral não somente em termos da amostra de voluntários, mas também de todos os eletrodos simultaneamente:

1) *Modelo [E][T][S]: [Eletrodo] × [Tempo] × [Sujeito]*: O modelo [E][T][S] é um tensor de terceira ordem e, portanto, apresenta uma composição das três variáveis que o representa em sua forma mais natural, garantindo a independência das definições das informações pertinentes, conforme se observa na Figura 1.

Considerando $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{e \times t}$, sendo e o número de canais de eletrodos e t o tempo de amostragem do sinal para $i = 1, \dots, N$ voluntários, determinamos $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{e \times l_1}$, em que $l_1 \leq e$, e $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{t \times l_2}$, em que $l_2 \leq t$, com colunas ortonormais, para as N matrizes $\mathbf{M}_i \in \mathbb{R}^{l_1 \times l_2}$ de tal modo que:

$$\mathbf{L}\mathbf{M}_i\mathbf{R}^T \approx \mathbf{A}_i. \quad (1)$$

Analogamente à *singular value decomposition* (SVD) ([16]), as colunas de \mathbf{L} (*Left*) são chamadas de componentes

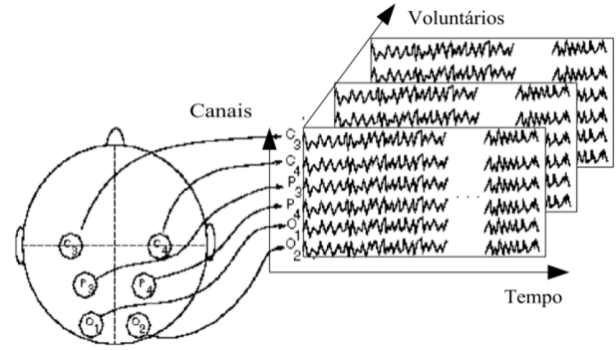


Fig. 1. Modelo [E][T][S] tensorial dos sinais de EEG.

espectrais (ou autovetores com seus respectivos autovalores) à esquerda de \mathbf{A}_i , enquanto as colunas de \mathbf{R} (*Right*) são as componentes espectrais à direita (ou autovetores com seus respectivos autovalores) de \mathbf{A}_i .

Para esse modelo, propomos o uso do método *Generalized Low Rank Approximations of Matrices* (GLRAM) [15] para decompor a correlação [E][T][S] dos tensores \mathbf{A}_i nas matrizes de componentes espectrais \mathbf{L} e \mathbf{R} , que aqui sintetizam as informações espaciais e temporais do cérebro, respectivamente.

2) *Modelo [E*T][S]: [Eletrodo * Tempo] × [Sujeito]*: O modelo [E*T][S] é um tensor de segunda ordem (ou matriz), formado pela concatenação dos eletrodos e tempo, tal como mostra a Figura 2.

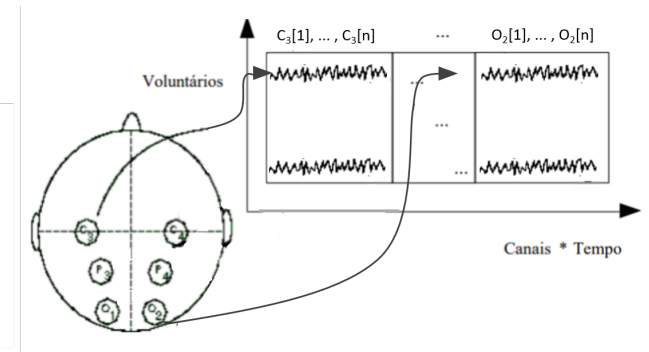


Fig. 2. Modelo [E*T][S] matricial dos sinais de EEG.

Para esse modelo, usamos a análise padrão de componentes principais (PCA)[17], [18] para decompor a matriz de correlação [E*T][S] e calcular as componentes espectrais $\mathbf{P}_1 \in \mathbb{R}^{e \times t \times p_1}$, em que $p_1 \leq \min(N, e * t)$, sintetizando conjuntamente as informações espaciais e temporais do cérebro.

3) *Modelo [E][S]: [Eletrodo] × [Sujeito]*: O terceiro modelo, mostrado na Figura 3, parte da representação mostrada na Figura 2, mas sofre uma sumarização adicional à concatenação. Neste caso, as amostras temporais são condensadas em um único valor, e os dados resultantes desse processo de sumarização são reestruturados em um tensor de segunda ordem (ou matriz) [E][S] diferente.

A sumarização é obtida efetuando-se o cálculo da entropia da informação contida em cada eletrodo i :

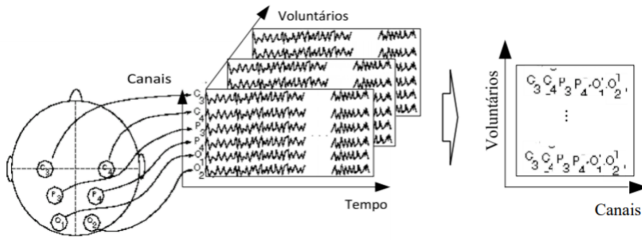


Fig. 3. Modelo [E][S] matricial dos sinais de EEG.

$$h(c_i) = \sum_{j=1}^e [h(\bar{c}_i) - h(c_{i,j})], \quad (2)$$

tal que $h(c_{i,j})$ é a entropia da correlação entre dois eletrodos e $h(\bar{c}_i)$ a entropia da correlação média entre todas as correlações $c_{i,j}$ [25].

Para esse modelo, usamos a análise fatorial, baseada no algoritmo de rotação varimax [19] das componentes principais, para decompor a matriz de correlação [E][S] e calcular as componentes espectrais $\mathbf{P2} \in \mathbb{R}^{e \times p_2}$, em que $p_2 \leq \min(N, e)$, resumando as informações espaciais e temporais do cérebro.

C. Mapeamento e Classificação

Após a extração não-supervisionada das características, os padrões encontrados em cada modelo foram dispostos em mapas cerebrais e avaliados por classificadores de distância.

Os mapas foram produzidos por meio do algoritmo proposto em [20] que se baseia no Diagrama de Voronoi [21] para interpolar os sinais dos eletrodos e estimar os valores nas localidades da superfície cortical onde o EEG não foi adquirido. Além disso, foram observadas as ativações cerebrais em função da dificuldade da tarefa realizada, isto é, buscando-se analisar os padrões das conexões neurais utilizadas para solucionar as questões sobre “reconhecimento de peças e posicionamento” (categoria 1) em contraste com as questões sobre “possibilidade de xeque-mate em um lance” (categoria 4).

Já no processo de classificação, os dados foram projetados nas componentes espectrais de cada método de extração de características. Essas projeções foram utilizadas como entrada para o classificador de distância *Nearest Neighbor* (NN) [22] com $k = 1$ e $f = 5$ folds – referentes ao processo de validação cruzada [23]. Esse processo foi estabelecido em função dos grupos de pertinência dos voluntários, ou seja, discriminando proficientes de não-proficientes para cada uma das duas categorias separadamente.

Em ambos os casos, foram consideradas 250 amostras do sinal de EEG, correspondentes aos 2 segundos que antecederam a tomada de cada decisão (instante em que o voluntário pressionou “S” ou “N”), conforme proposto em [24].

D. Taxa de Compressão

Cada modelo teve sua dimensionalidade reduzida visando obter-se as mesmas taxas de compressão (TC), garantindo

que as informações mantidas sejam equivalentes e, portanto, comparáveis entre si, conforme demonstrado em [15].

Para as representações em questão, utilizamos as seguintes equações:

$$TC_{[E][T][S]} = \frac{N \times e \times t}{N \times (l_1 \times l_2) + e \times l_1 + t \times l_2}, \quad (3)$$

$$TC_{[E^*T][S]} = \frac{N \times e \times t}{N \times p_1 + (e \times t) \times p_1}, \quad (4)$$

$$TC_{[E][S]} = \frac{N \times e \times t}{N \times p_2 + e \times p_2}, \quad (5)$$

sendo o par $\{l_1, l_2\}$, e p_1 e p_2 os números de componentes espectrais extraídos dos modelos [E][T][S], [E*T][S] e [E][S], respectivamente, conforme descrito na Tabela I.

TABELA I
NÚMERO DE COMPONENTES E TAXA DE COMPRESSÃO

		[E][T][S]		[E*T][S]	
l_1	l_2	TC	p_1	TC	
15	123	1,057676	15	1,062417	
10	98	1,586515	10	1,593625	
5	61	3,166749	5	3,187251	
3	41	5,217675	3	5,312085	
2	29	7,795371	2	7,968127	
15	8	15,38462	1	15,93625	
1	2	116,7883			

$l_1 = \text{Left}$
 $l_2 = \text{Right}$

Para o método de entropia da correlação, em [25] propõe-se a quantidade p_2 de componentes igual a 3. Dessa forma, o modelo [E][S] apresenta uma taxa de compressão fixa em 666,67, sendo muito superior às demais taxas mostradas na Tabela I.

III. RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os mapas cerebrais e avaliadas as projeções das componentes espectrais por meio do classificador NN.

A. Mapas Cerebrais

As Figuras 4, 5 e 6 apresentam os mapas resultantes dos testes realizados pelos voluntários, mostrando visualmente a distribuição da atividade elétrica sob o escalpo.

A Figura 4 ilustra as informações contidas nos modos espacial \mathbf{L} e temporal \mathbf{R} obtidos da decomposição espectral do modelo [E][T][S], utilizando-se o método GLRAM. O agrupamento obedece a categoria das questões, e a ordenação está de acordo com os autovalores das componentes espectrais (do maior para o menor). É interessante notar que na Figura 4 há uma discriminação clara dos modos que compõem os sinais. Cada mapa sintetiza o comportamento de ativação temporal ao longo do espaço sobre o córtex e cada gráfico sintetiza as informações de todos os eletrodos ao longo do tempo.

Em se tratando do modelo [E*T][S], descrito na Figura 5, sua decomposição matemática, calculada pelo PCA, permitiu a construção de mapas dinâmicos que evidenciam simultaneamente os padrões de ativação dos eletrodos para cada

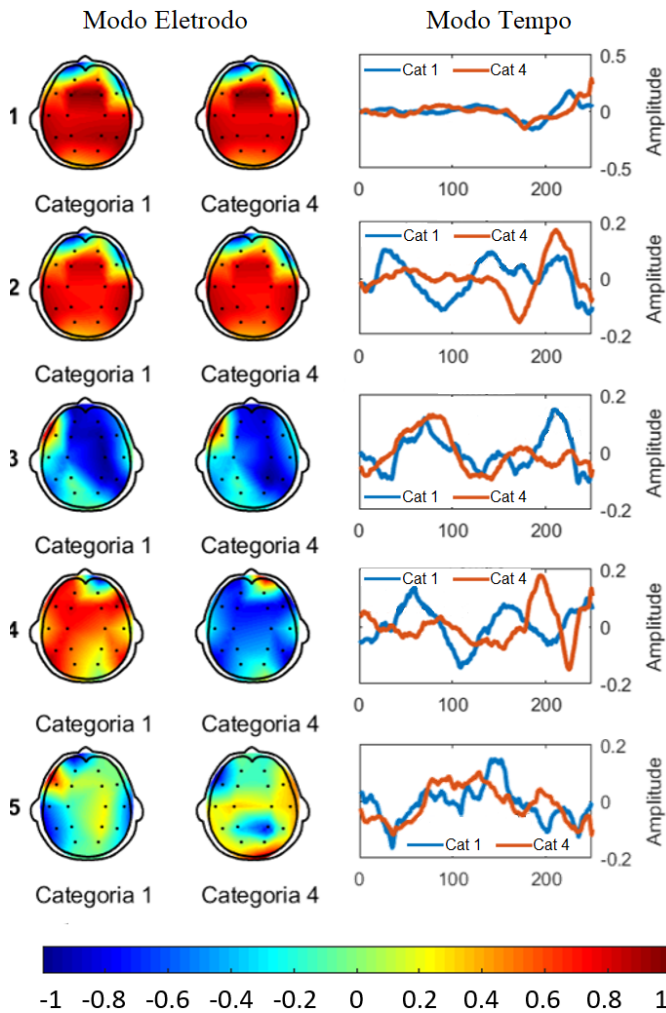


Fig. 4. Mapas obtidos do modelo $[E][T][S]$, considerando as 5 componentes espectrais de **L** e **R** com os maiores autovalores. No Modo Tempo, o eixo horizontal representa o tempo de amostragem do sinal (250 amostras, 2s). O Modo Eletrodo é definido pelos próprios posicionamentos espaciais dos eletrodos.

instante de tempo. Nesse caso, cada mapa representa a ativação instantânea do conjunto de eletrodos, equivalendo a um *frame* caso o mapeamento fosse exibido em forma de vídeo.

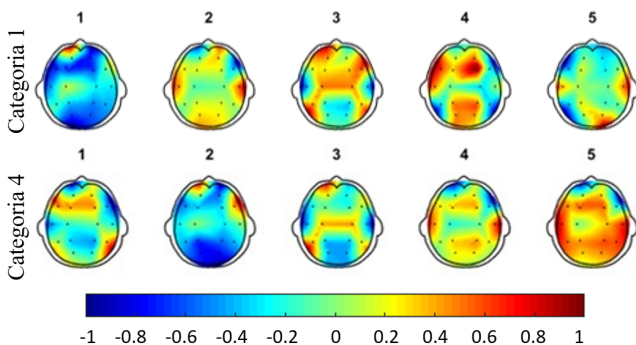


Fig. 5. Mapas da primeira componente espectral considerando as 5 primeiras amostras (equivalente a 0,04s) de cada eletrodo no modelo $[E^*T][S]$.

Os mapas obtidos do modelo $[E][S]$ usando o método de

entropia da correlação estão mostrados na Figura 6, estando sequenciados da esquerda para a direita em ordem decrescente dos autovalores das componentes espectrais correspondentes. Cada mapa da Figura 6 sintetiza tanto as informações do modo espacial como as do modo temporal. Obtém-se, dessa forma, a maior taxa de compressão possível.

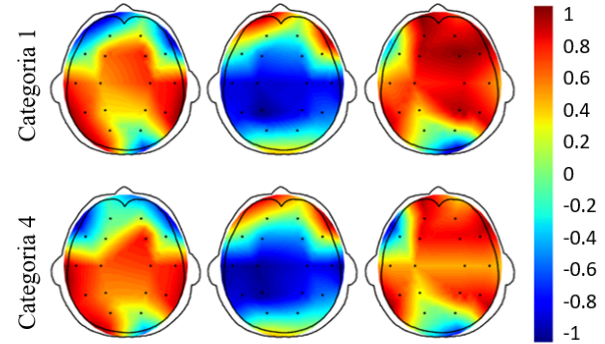


Fig. 6. Mapas de entropia da correlação do modelo $[E][S]$.

B. Classificação

O diagrama de caixas mostrado na Figura 7 apresenta um resumo dos resultados encontrados pelo classificador NN. As taxas de acerto foram determinadas em função da Tabela I e, no caso do método aplicado ao modelo $[E][S]$, variou-se o tempo de amostragem do sinal em 2, 1,5, 1 e 0,5 segundos antecedendo cada tomada de decisão. O diagrama foi construído a partir da média entre as taxas de acerto sem discriminar as taxas de compressão, sintetizando, dessa forma, o desempenho global das técnicas abordadas.

A maior taxa de acerto foi obtida pelo modelo $[E^*T][S]$ na categoria 1 (0,6625). Contudo, na mesma categoria, a média do modelo $[E][T][S]$ foi superior às demais. Além disso, a ocorrência referente ao $[E^*T][S]$ foi verificada mantendo-se sua compressão em uma taxa de apenas 1,06. Em comparação, no modelo $[E][T][S]$, obtivemos 63,75% (0,6375) de acerto, com desvios menores, a uma compressão bem maior de 116,78.

O método adotado para o modelo $[E][S]$ gerou resultados igualmente interessantes: apresentou desempenho de classificação próximo ao das demais técnicas a uma taxa de compressão de 666,67. Contudo, esse comportamento foi observado considerando-se apenas sua maior taxa de acerto (obtida utilizando em totalidade os 2s antepostos à tomada de decisão). Entretanto, obtivemos para esse modelo o menor desempenho, ou seja, a menor média de taxas de acerto.

IV. DISCUSSÃO

Comparando-se os mapas cerebrais descritos pela representação $[E][S]$, e mostrados na Figura 6, verifica-se que tais mapas para ambas categorias apresentam ativações semelhantes entre todas componentes espectrais, não apontando evidências que possam ser distinguidas visualmente quando há sintetização conjunta tanto das informações do modo espacial (eletrodo) como as do modo

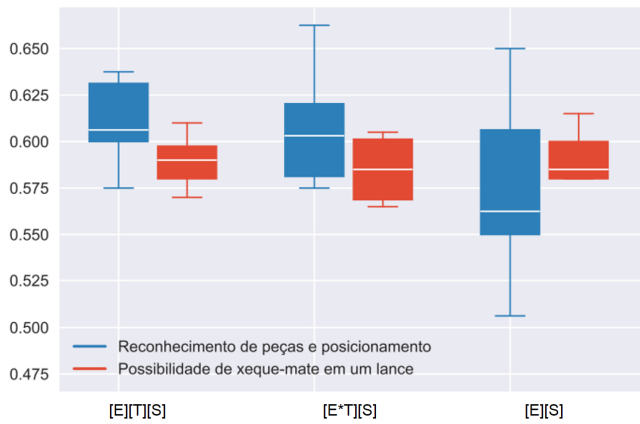


Fig. 7. Taxas de acerto obtidas pelo classificador NN em cada categoria para cada modelo de representação dos sinais de EEG.

temporal (tempo) dos sinais de EEG. Esse resultado pode ser verificado também nos primeiros mapas cerebrais descritos pela representação $[E][T][S]$, e apresentados na Figura 4, embora as informações correspondentes do modo temporal evidenciem diferenças. Na representação $[E^*][T][S]$, cujos resultados estão mostrados na Figura 5, e em que há composição conjunta das informações do modo espacial com as do modo temporal, as diferenças visuais entre os mapas cerebrais de cada categoria podem ser mais facilmente observadas.

As semelhanças visuais entre os 3 primeiros mapas cerebrais $[E][T][S]$ (Figura 4) e entre os mapas cerebrais $[E][S]$ (Figura 6) sugerem que as maiores variâncias buscadas pelas decomposições espectrais não-supervisionadas implementadas não necessariamente descrevem os sinais de EEG pertinentes às categorias das tarefas realizadas. Em outras palavras, essas variâncias podem estar relacionadas com as características dominantes e intrínsecas dos sinais de EEG, e não com o experimento (ou categoria, no caso) propriamente. Assim, é possível que as evidências relevantes quanto à distinção de padrões experimentais, neste caso, sejam mais sutis e, portanto, observáveis em componentes espectrais (ou autovetores) com variâncias (ou autovalores) menores.

Em decorrência dessa observação, apresentamos na Figura 8 o produto interno entre as primeiras componentes espectrais de cada categoria obtidas para cada uma das representações e modos correspondentes. A diagonalização com cores azul e vermelho indicam que as componentes descrevem direções não ortogonais e tão mais próximas entre si quanto mais próximo de -1 (cor azul) ou 1 (vermelho) for o produto interno entre essas componentes. Isto é, denota a redundância das informações contidas nos padrões extraídos dos sinais de EEG espacial e/ou temporalmente para as duas categorias consideradas.

V. CONCLUSÃO

As três representações de sinais de EEG descritas neste trabalho mostram resultados complementares para estudos sobre a cognição humana. Cada representação é constituída por uma

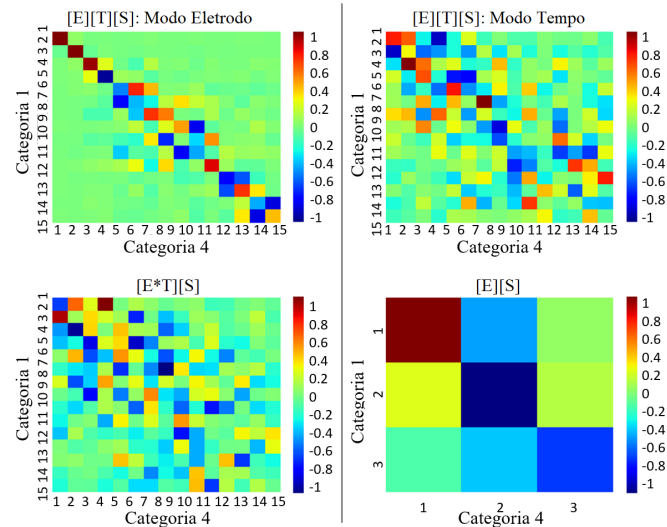


Fig. 8. Produto interno entre as primeiras componentes espectrais de cada categoria, para cada uma das representações e modos correspondentes.

configuração única, fazendo com que a busca de informações na estrutura de dados, a extração de características, a detecção de comportamentos e padrões do fenômeno sob investigação, e a verificação de validade das hipóteses assumidas possam ser realizadas e confirmadas sob diferentes perspectivas.

De modo geral, os resultados obtidos demonstraram vantagem em taxa de compressão e extração de características relevantes quando os sinais de EEG foram analisados em sua representação mais natural, ou seja, tensorial.

ACKNOWLEDGMENT

This study was supported by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES (88887.144577/2017-00) and FEI University Center.

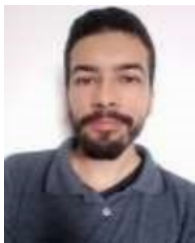
REFERENCES

- [1] F. Rosler, F. From single-channel recordings to brain-mapping devices: The impact of electroencephalography on experimental psychology. *History of Psychology*, 8(1), 95-117, 2005.
- [2] D. L. Schomer & F. H. L. da Silva. *Niedermeyer's electroencephalography: Basic principles, clinical applications, and related fields*. Oxford: Oxford University Press, 7th ed. 2017.
- [3] S. Siuly, Y. Li & Y. Zhang. *EEG signal analysis and classification: Techniques and applications*. Cham, Switzerland: Springer, 2017.
- [4] M. S. Gazzaniga; R. B. Ivry; G. R. Mangun. *Cognitive Neuroscience*, New York: W. W. [S.I.]: Norton & Company, 2002.
- [5] Q. Wu; L. Zhang; A. Cichocki. Multifactor sparse feature extraction using convolutive nonnegative Tucker decomposition. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 129, p. 17-24, 2014.
- [6] H. Berger. *Archives fur Psychiatrie Nervenkrankhei-ten*, pp. 527-570, 1929.
- [7] M. X. Cohen. *Analyzing neural time series data: theory and practice*. MIT Press; 2014.
- [8] E. Niedermeyer; F. H. Lopes Da Silva. *Electroencephalography: basic principles, clinical applications, and related fields*. [S.I.]: Lippincott Williams & Wilkins, 2005.
- [9] H. Becker et al. EEG extended source localization: Tensor-based vs. conventional methods. *NeuroImage*, Elsevier BV, v. 96, p. 143-157, ago. 2014.
- [10] F. Cong, A. H. Phan, Q. Zhao, T. Huttunen-Scott, J. Kaartinen, T. Ristaniemi, ... & A. Cichocki. Benefits of multi-domain feature of mismatch negativity extracted by non-negative tensor factorization from EEG collected by low-density array. *International journal of neural systems*, v. 22, n. 06, p. 1250025, 2012.

- [11] F. Cong *et al.* Tensor decomposition of EEG signals: a brief review. *Journal of neuroscience methods*, Elsevier, v. 248, p. 59–69, 2015.
- [12] A. Cichocki *et al.* Tensor networks for dimensionality reduction and largescale optimization: Part I low-rank tensor decompositions. *Foundations and Trends® in Machine Learning*, Now Publishers, Inc., v. 9, n. 4-5, p. 249–429, 2016.
- [13] T. T. Pham, H. R. Déniz, T. D. Pham. Tensor Decomposition of Non-EEG Physiological Signals for Visualization and Recognition of Human Stress. In: *Proceedings of the 2019 11th International Conference on Bioinformatics and Biomedical Technology*. ACM. p. 132-136, 2019.
- [14] J. F. Hair *et al.* *Multivariate data analysis*. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, NJ, v. 5, 1998.
- [15] J. Ye. Generalized low rank approximations of matrices. *Machine Learning*, Springer, v. 61, n. 1-3, pp. 167–191, 2005.
- [16] G. H. Golub; C. Reinsch. Singular value decomposition and least squares solutions, in *Linear Algebra*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1971, pp. 134-151.
- [17] C. A. A. Varella. *Análise de componentes principais*. Seropédica: Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, 2008.
- [18] D. L. Swets; J. J. Weng. Using discriminant eigenfeatures for image retrieval. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence*, v. 18, n. 8, p. 831-836, 1996.
- [19] H. F. Kaiser. Computer program for varimax rotation in factor analysis. *Educational and psychological measurement*, v. 19, n. 3, p. 413-420, 1959.
- [20] R. G. Magalhães Junior, *et al.* Construção de Mapas Topográficos Cerebrais por Tesselção de Voronoi. In: *UFABC. VII Simposio de Processamento de Sinais, SIIMSPS 2017*. São Bernardo do Campo: [s.n.], 2017. 4pp.
- [21] A. Aggarwal, Alok; J. G. Leonidas; J. Saxe; P. W. Shor. A linear-time algorithm for computing the Voronoi diagram of a convex polygon in *Discrete & Computational Geometry*, 1989, v. 4, n. 6, p. 591-604.
- [22] B. V. Dasarathy. *Nearest neighbor (NN) norms: NN pattern classification techniques*. 1991.
- [23] M. W. Browne.; R. Cudeck. Single sample cross-validation indices for covariance structures. *Multivariate behavioral research*, v. 24, n. 4, p. 445-455, 1989.
- [24] L. R. S. Junior, F. H. G. Cesar, F. T. Rocha and C. E. Thomaz. A combined eye-tracking and EEG analysis on chess moves, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 16, no. 5, pp. 1288-1297, May 2018.
- [25] F. T. Rocha, R. G. M. Junior, T. O. Horta, F. H. G. Cesar, D. M. D’Israel, W. da Silva and C. E. Thomaz. EEG acquisition and processing for cognitive brain mapping during chess problem solving, *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 3, pp. 1129-1134, March 2016.



Carlos E. Thomaz received his B.Sc. degree in electronic engineering and the M.Sc. degree in electrical engineering from the Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil in 1993 and 1999, respectively, and the Ph.D. degree in statistical pattern recognition from the Department of Computing, Imperial College London, London, U.K., in 2004. He joined the Department of Electrical Engineering, FEI University Centre, São Bernardo do Campo, Brazil, in 2005, as an Associate Professor. Since 2014, he has been Professor of statistical pattern recognition at FEI. His research interests include pattern recognition, cognitive perception and machine learning.



Roberto G. de Magalhães Júnior received his B.Sc. degree in Automation and Control Engineering and the M.Sc. degree in electrical engineering from FEI University Centre, São Paulo, Brazil. In 2015, he received a one-year scholarship from FEI and in 2017 from CAPES to develop research activities on electroencephalographic signal processing and software development. In 2019, works as a researcher in machine learning and cloud computing in a project funded by FAPESP.



Fabio T. Rocha graduated on Linguistics Language Neural Processing) in the Institute for the Study of Language of UNICAMP (1998-2001). Researcher and Technology Developer in the group for Research on Artificial and Natural Intelligence by PIPE/FAPESP (2002-2010). Doctorated on Science (Neurocognitive Assessment and Brain Mapping) in the Department of Pathology of the Faculty of Medicine of USP (2005-2009). Consultant in Social Technology for Education in the Institute of Research in Technology and Innovation - IPTI (2010-

Atual). Managing in Assessment and Pedagogical Intervention during a Scientific and Technological Regional Development Program in the State of Sergipe by FAPITEC/CNPq (2010-2013). Research and Teaching in Signal Processing and Brain Mapping in the Department of Electrical Engineering of Ignatian Educational Foundation - FEI by PNPd of CAPES (2013-2016). Research on Music and Dyslexia in the Centre for Neuroscience and Education of the Department of Psychology in the University of Cambridge by a pos-doctoral fellowship of CAPES (2017-2018). Research and Teaching in Learning and Behavior in the Department of Psychobiology of São Paulo School of Medicine of UNIFESP by PNPd of CAPES (2019-Atual).