

Output-only Based Identification of Modal Parameters of Linear and Nonlinear Structures by Wavelet Transform

Danilo D. Tannus, Diego D. G. B. Cruz and Oscar A. Z. Sotomayor

Abstract— In recent years, the methods of integrity monitoring of civil structures and mechanical ones, such as damage detection, fatigue analysis and risk-based management structures, have been receiving considerable interest from various fields of science and engineering. This work uses a mathematical tool for calculation and for a relatively new signal processing, in which uses a time-frequency analysis that provides more detailed information about non-stationary signals. We are talking about the Wavelet Transform. First, the Continuous Wavelet Transform is used to identify the modal parameters such as natural frequencies and damping rates, of a linear structure with four degrees of freedom. After that, this method is tested on a non-linear structure that represents a 20 floor building, proposed in the literature. A theoretical explanation of the methodology and an example of a simple application are also presented in order to understand the efficiency of the technique in the identification of modal parameters of structures.

Index Terms— Wavelet transform, Structural health monitoring, Modal parameters identification, Time-frequency analysis, Signal processing.

I. INTRODUÇÃO

Identificação dos parâmetros modais ou análise modal de um sistema estrutural, com base somente em sua resposta de vibração, é uma ferramenta utilizada em larga escala em diversas aplicações, incluindo o controle de vibrações e o monitoramento da integridade estrutural (ou detecção de falhas). Os parâmetros modais são os modos de vibração, frequências naturais e fatores de amortecimento. Os modos de vibração são os movimentos independentes que compõem o comportamento geral de uma estrutura. O perfil de deformação em cada modo representa a forma modal, a frequência de oscilação correspondente a cada modo representa a frequência natural, e o nível de dissipação de energia em cada modo corresponde ao amortecimento modal. A presença de danos em uma estrutura provoca modificações nas propriedades físicas do sistema, as quais se manifestam como alterações nos seus parâmetros modais (Sobral, 2009).

A frequência natural é o parâmetro modal mais importante

D. D. Tannus, Instituto Federal de Sergipe, Estância, Sergipe, Brasil (e-mail: danilodias13@hotmail.com).

D. D. G. B. Cruz, Instituto Federal de Sergipe, Estância, Sergipe, Brasil (e-mail: diego_deda@hotmail.com).

O. A. Z. Sotomayor, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, Sergipe, Brasil (e-mail: oazs2007@hotmail.com).

de uma estrutura. Assim, quando ocorre uma fissura (dano) na seção de uma viga existe uma redução no momento de inércia que é proporcional à abertura e comprimento da fissura, e uma consequente redução da rigidez à flexão local. Nesse caso ocorre, portanto, uma diminuição dos valores da frequência natural na flexão. Em outras palavras, com o aumento do carregamento e a evolução da fissuração, existe uma diminuição da frequência natural e um aumento do amortecimento. Essas alterações nos parâmetros modais refletem as mudanças ocorridas na estrutura interna (i.e. aumento das microfissuras no concreto e, como resultado, redução do módulo de elasticidade) e refletem, também, as mudanças na rigidez dos elementos estruturais submetidos a carregamento progressivo (i.e. redução da seção transversal e do valor da rigidez) (Da Silva, 2013).

Muitas técnicas de processamento de sinais têm sido desenvolvidas nos últimos anos, variando de algoritmos no domínio do tempo, tais como a realização de sistemas (ERA) (Juang, 1987) e a identificação de sistemas estocásticos (Peeters et al., 1999), a algoritmos no domínio da frequência, como os baseados na transformada de Fourier (Verboven et al., 2004). Recentemente, no entanto, mais atenção tem sido dedicada a algoritmos no domínio do tempo-frequência, nos quais a transformada Wavelet recebe um grande destaque.

Entre as diversas aplicações utilizando Wavelet, Lardies e Gouttebroze (2002) apresentaram um método de utilização da transformada Wavelet contínua para a determinação de parâmetros modais de uma estrutura de uma torre de 310 m de altura construída na cidade de Nanjing, na China, através das respostas de aceleração deste sistema estrutural. Constataram que o método pode ser muito adequado para a análise de sistemas mecânicos excitados por forças aleatórias. Alves e Fonseca (2014) utilizaram a transformada discreta de Wavelet para detectar falhas em sistemas de distribuição utilizando as correntes de fase como base para as análises. Andrade e Leao (2014) fizeram uma revisão para métodos de localização de falhas em linhas de transmissão baseada em Wavelet. Realizaram uma análise crítica, mostrando as vantagens e desvantagens de cada um deles e suas aplicações mais comuns. Abrahao et al. (2019) propuseram um algoritmo para estimar de forma adaptativa os parâmetros de um modelo multifractal considerando a transformada Wavelet de Haar.

A análise Wavelet é capaz de revelar aspectos de um sinal

que não são possíveis de serem obtidos através de outras técnicas de processamento. Esta consiste na quebra de um sinal em versões deslocadas e escalonadas de uma Wavelet mãe, ou função base, permitindo usar as grandes escalas para mostrar as características mais globais do sinal e as pequenas escalas para mostrar os detalhes (características locais) do mesmo. Portanto, a análise Wavelet é uma técnica bem apropriada para identificar as características modais de uma estrutura, sendo de uma importância fundamental para a análise do comportamento dinâmico, já que é útil no exame de sinais com características de não-estacionariedade, componentes transitórios de curta duração e singularidades em várias escalas diferentes (Goswami e Chan, 2011).

O objetivo principal do presente trabalho é a identificação dos parâmetros modais, tais como frequências naturais e fatores de amortecimento, de uma estrutura linear com 4 graus de liberdade (4-DOF), baseado somente na resposta dinâmica da estrutura, obtida por ensaios de vibração, e pelo uso da Transformada Contínua de Wavelet (CWT). Para isso, foi desenvolvido um programa específico no software MATLAB™ para realizar todo o procedimento da CWT, com um tempo de processamento relativamente baixo, a fim de obter resultados mais assertivos. Na análise Wavelet apresentada neste trabalho apenas um sensor é necessário para coletar as informações de todos os graus de liberdade da estrutura, enquanto a maioria das técnicas de detecção utiliza um conjunto de sensores. A CWT também é usada para identificar os principais parâmetros modais de uma estrutura não-linear com 414-DOF, que representa um prédio de 20 andares. Os parâmetros modais assim obtidos são comparados com os parâmetros modais de projeto de ambas as estruturas, respectivamente.

II. TEORIA WAVELET E A IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS MODAIS

A. Análise Wavelet

Muitas técnicas de análises de séries temporais têm sido desenvolvidas nos últimos anos. Entre elas pode ser destacada a Análise de Fourier, considerada talvez a mais clássica e associada a este tema. Porém, a limitação de que a tradicional Transformada de Fourier só pode fazer a análise no domínio frequência de todo o conjunto do sinal estimulou o desenvolvimento de novas técnicas. Uma delas foi a Transformada de Fourier de curta duração (STFT), que adaptou a técnica tradicional para analisar somente uma parte do sinal por vez, fazendo o mapeamento em função do tempo e da frequência. Mas, as informações obtidas pela STFT são limitadas pelo tamanho da janela, a qual, uma vez determinada, permanece constante para a análise do resto do sinal. Se a janela determinada for pequena, pouca informação sobre o sinal é obtida e haverá excesso de processamento. Por outro lado, se a janela for grande, aumentam os erros na consideração de estacionariedade do sinal.

A partir de então fez-se necessário o desenvolvimento de uma técnica com uma abordagem mais flexível como a análise Wavelet, que é capaz de obter localização tanto no tempo

quanto na frequência, e pode usar as grandes escalas para mostrar as características mais globais do sinal e as pequenas escalas para mostrar os detalhes do mesmo.

A Transformada Contínua de Wavelet (CWT) é definida como a integral do sinal $f(t)$ multiplicado por versões deslocadas, tal deslocamento representado por b , e versões escalonadas, representadas por a , da função Wavelet mãe, da forma (Huang e Su, 2007):

$$W_{\psi}(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{*a,b}(t) dt \quad (1)$$

O símbolo $*$ denota o complexo conjugado. Esta também pode ser definida pelo produto interno entre o sinal e as funções Wavelet:

$$W_{\psi}(a, b) = \langle f(t), \psi_{a,b}(t) \rangle \quad (2)$$

Os resultados da CWT são muitos coeficientes em função da escala e posição. Esses coeficientes são ditas correlações cruzadas do sinal com as funções Wavelets. A função Wavelet $\psi_{a,b}(t)$ é obtida através de uma função $\psi(t)$ pela seguinte transformação:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3)$$

B. Identificação dos Parâmetros Modais Utilizando Wavelet

Considere um sistema de vibração linear invariante no tempo com um único grau de liberdade, ou seja, um corpo de massa m ligado por uma mola e um amortecedor viscoso a um suporte fixo, com uma força $F(t)$ de frequência ω e amplitude f_e atuando sobre ela (Chen et al., 2009). Sua equação do movimento é dada por:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4)$$

A força de excitação é uma função seno pura:

$$F(t) = f_e \cos \omega t \quad (5)$$

Expressando (4) em termos de frequência natural ω_n e taxa de amortecimento ζ , é obtido:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = f \cos \omega t \quad (6)$$

Posteriormente, é feita uma relação da transformada Wavelet Morlet, função Wavelet que será usada nesse trabalho, com a frequência natural e taxa de amortecimento do sistema. A função Wavelet Morlet é definida no domínio do tempo por:

$$g(t) = \exp(j\omega_0 t) \exp((-1/2)t^2) \quad (7)$$

A relação de amortecimento ζ e a frequência natural ω_n são estimadas pelas inclinações do logaritmo do módulo e da fase da transformada Wavelet em relação ao parâmetro b , isto é (Chen et al., 2009):

$$\text{Inclinação de } \ln|W_g x(a_0, b)| \text{ por } b = -\zeta \omega_n \quad (8)$$

$$\text{Inclinação de } \angle W_g x(a_0, b) \text{ por } b = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (9)$$

Assim, para uma faixa de b na qual o gráfico da inclinação do logaritmo do módulo e da fase da transformada torna-se uma reta, o coeficiente angular é calculado, tornando possível estimar a relação de amortecimento e frequência natural.

A transformada Wavelet Morlet da resposta forçada pode ser aproximada pela resposta livre, pois o módulo da transformada de Wavelet da solução homogênea é muito maior que o módulo da transformada de Wavelet da solução particular. Deve ser observado também que o método de identificação de parâmetros modais para sistemas com um grau de liberdade pode ser aplicado nos modos separadamente dos sistemas com mais de um grau de liberdade

III. APLICAÇÕES E RESULTADOS

A. Aplicação a um Sistema Linear

Aqui será utilizada a CWT para a detecção dos parâmetros modais de um sistema linear com 4 graus de liberdade (4-DOF), Fig. 1, em que será adicionada uma condição inicial no deslocamento do sistema, sendo possível a obtenção das respostas dos modos envolvidos.

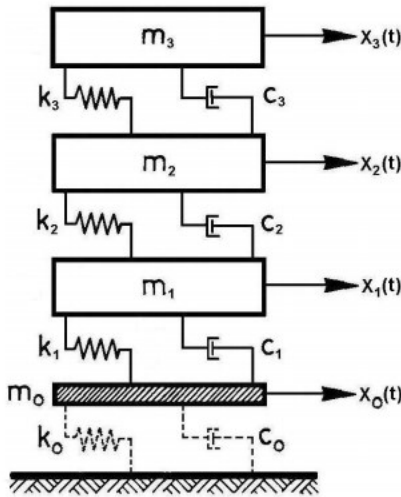


Fig. 1. Sistema estrutural com 4-DOF

A equação do movimento é dada por:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = 0 \quad (10)$$

$$x(t) = [x_0(t)x_1(t)x_2(t)x_3(t)]^T \quad (11)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$C = \begin{bmatrix} c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 \\ 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 \\ 0 & 0 & -c_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$K = \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 & 0 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Em que x_i ($i = 1, 2, 3$), é o deslocamento de cada piso da estrutura relativo ao solo; m_i , c_i e k_i são a massa, amortecimento e rigidez, respectivamente; x_0 é o deslocamento da base, m_0 a sua massa, c_0 e k_0 são o amortecimento e a rigidez dos isoladores. Os parâmetros do sistema pertencem a um edifício real e são tomados de Guclu (2006).

Para que os parâmetros sejam estimados, é necessária a análise da resposta do sistema. Uma grande vantagem da análise Wavelet é a necessidade de apenas um sensor (acelerômetro) instalado em um andar, nesse caso será no primeiro (base), e a resposta coletada por este sensor irá conter todas as informações necessárias de todos os outros andares, tornando possível a estimação dos parâmetros destes. A maioria das técnicas de detecção de danos utiliza um conjunto completo de sensores para medir as respostas em todos os graus de liberdades. A resposta livre do modo 0, com tempo de amostragem de 0,01 segundos, pode ser vista na Fig. 2.

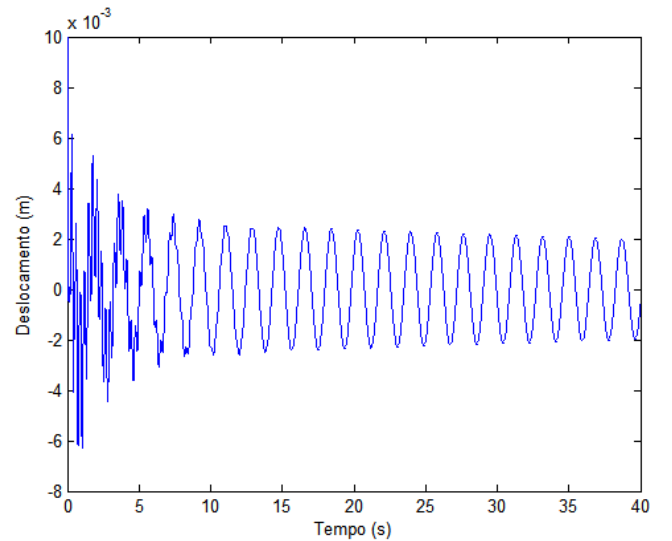


Fig. 2. Resposta livre do deslocamento da base

A seguir, aplica-se a transformada Wavelet Morlet na resposta da base do sistema. O valor da frequência ajustável foi $\omega_0 = 20$. Valores muito grandes de ω_0 são utilizados para sistemas em que seus modos estão fortemente acoplados, sendo necessária uma análise mais detalhada (Chen et al., 2009). Esta análise foi dividida em duas partes, escalas de 10 a 120 (Fig. 3) e escalas de 300 a 800 (Fig. 4), os quais são os valores de escalas necessários para abranger os quatro modos.

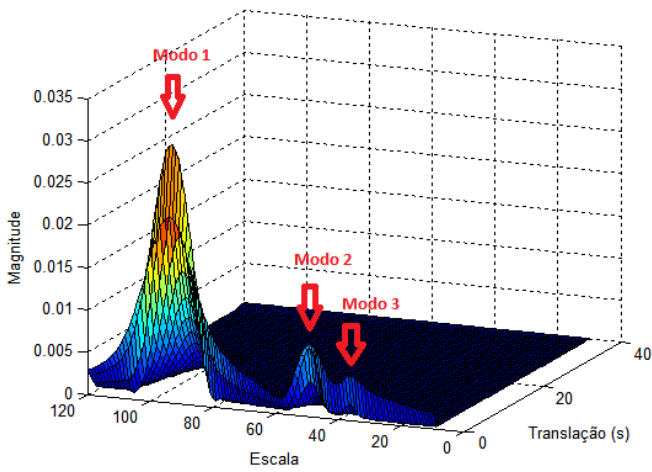


Fig. 3. CWT do sinal para valores de escala de 10 a 120

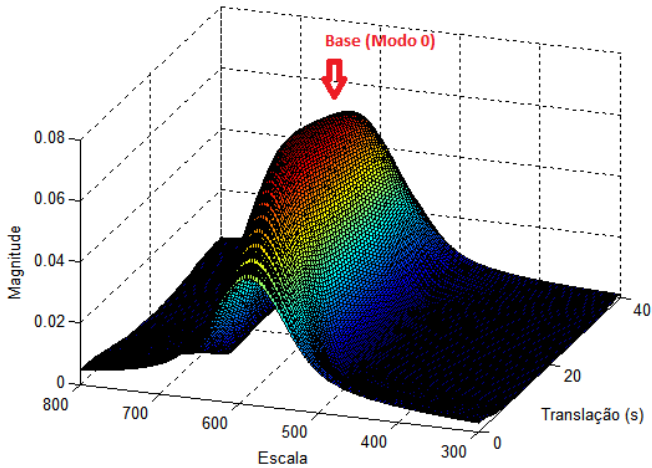


Fig. 4. CWT do sinal para valores de escala de 300 a 800

Observam-se as escalas em que ocorrem os picos da transformada, em seguida obtém-se novamente a transformada com os valores dos fatores de escala fixos. Nesse caso, os picos ocorrem em:

$$a_0 = 588, a_1 = 94, a_2 = 49, a_3 = 37$$

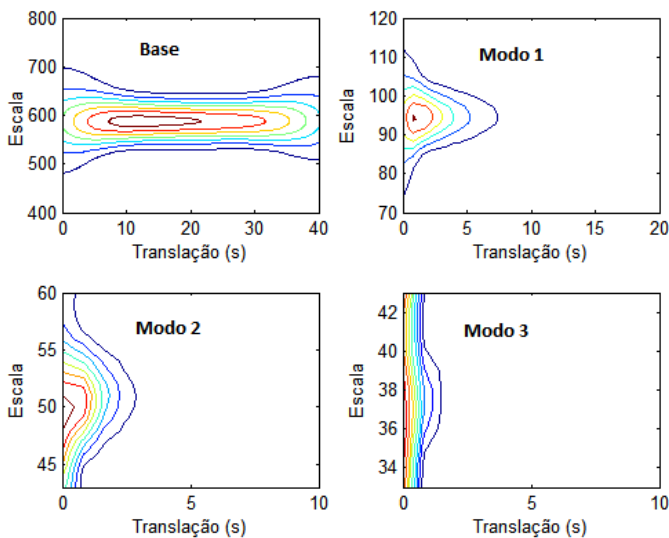
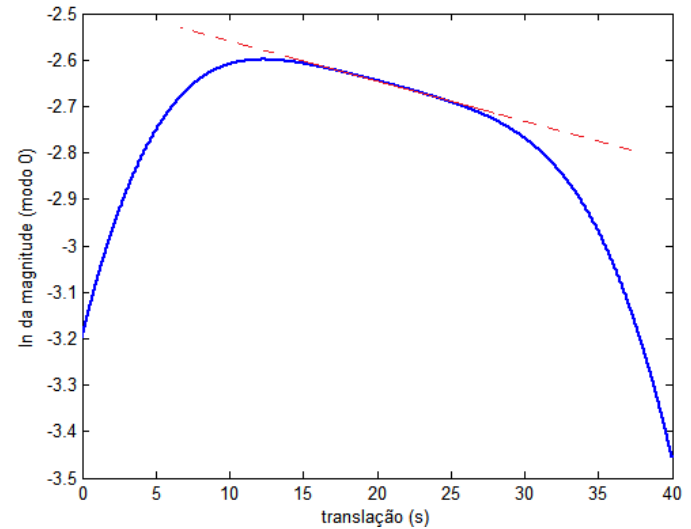


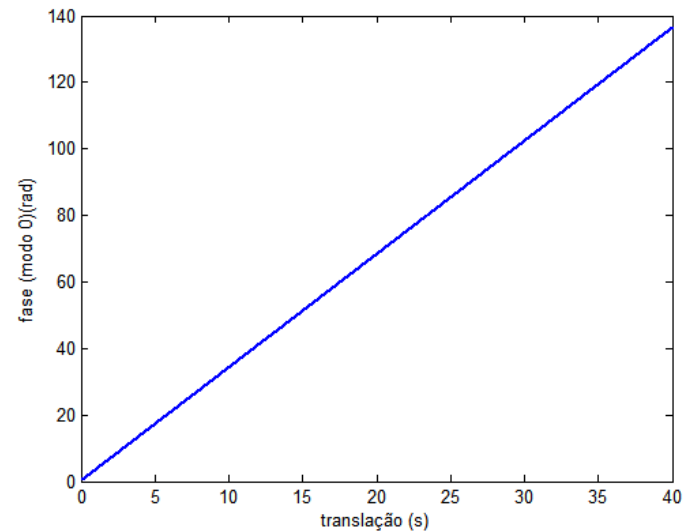
Fig. 5. Diagramas de contorno para os quatro modos

Como mencionado em (8) e (9), para a base (modo 0), o gráfico do logaritmo e da fase podem ser vistos nas Fig. 6 e Fig. 7, respectivamente.

Para uma faixa de valores da translação o gráfico se aproxima de uma reta, tanto para o módulo quanto para a fase. Para a base do sistema, a faixa valores de b escolhida, a qual deve estar dentro da reta imaginária traçada no gráfico, foi de 20s a 21s. Portanto, as inclinações das retas dos gráficos serão:

Fig. 6. Logaritmo natural da magnitude da CWT do sinal com $a_0 = 588$

$$\begin{aligned} \text{inclinação}_{\text{módulo}}(\text{modo } 0) &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2,6447 - (-2,6531)}{21 - 20} \\ &= -0,0084 \end{aligned}$$

Fig. 7. Fase da CWT do sinal com $a_0 = 588$

$$\begin{aligned} \text{inclinação}_{\text{fase}}(\text{modo } 0) &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{68,2555 - 71,6617}{21 - 20} \\ &= 3,4062 \end{aligned}$$

Por (8) e (9), chega-se às relações das inclinações com os parâmetros modais. Assim, para estimar a relação de amortecimento e frequência natural:

$$-0,0084 = -\zeta_0 \omega_{n0} \quad e \quad 3,4062 = \omega_{n0} \sqrt{1 - \zeta_0^2}$$

Resolvendo o sistema, chega-se ao resultado de $\zeta_0 = 0.002466$ e $\omega_{n0} = 3,4063$. O mesmo procedimento é repetido para os modos 1, 2 e 3.

O mesmo procedimento é realizado para os outros modos. Na Tab. 1 é apresentada uma comparação entre os valores analíticos e estimados dos parâmetros modais de todos os modos.

TABELA I

COMPARAÇÃO DOS VALORES DOS PARÂMETROS ANALÍTICOS E ESTIMADOS

Modos	ω_0	α_i	Faixa de b	ω_n (rad/s)	$\hat{\omega}_n$ (rad/s)	ζ (%)	$\hat{\zeta}$ (%)
Base	20	588	[20,21]	3.4098	3.4063	0.2470	0.2466
Modo 1	20	94	[10,15]	21.1925	21.1713	1.5120	1.5120
Modo 2	20	49	[10,15]	39.4225	39.3829	2.7888	2.7890
Modo 3	20	37	[5,10]	52.8774	52.8241	3.7812	3.7805

B. Aplicação a um sistema Não Linear

Neste tópico a aplicação da análise Wavelet para detecção de parâmetros modais será testada para um sistema não linear. A estrutura utilizada representa um prédio de 20 andares, desenhada por Brandow & Johnston Associates em 1996, que foi tomada como base as construções de Los Angeles, na região da Califórnia. Embora este prédio nunca tenha sido construído, ele serviu como estrutura de referência ou benchmark para os estudos da SAC Steel Projec. O modelo não linear foi baseado em [9], e a partir dele foram obtidas as respostas do sistema para que fossem analisadas.

Esta estrutura possui uma largura de 30.48 metros por 36.58 metros, e 80.77 metros de elevação. Os compartimentos são de 6.10 metros no centro, nos dois sentidos, com cinco compartimentos na direção norte-sul e seis na direção leste-oeste. O sistema lateral de resistência a carga é composto em um perímetro de aço. Os compartimentos interiores da estrutura contêm enquadramento simples, com pisos compostos. Os nós desta estrutura estão localizados nas articulações entre vigas e pilares. Cada nó tem três graus de liberdade: horizontal, vertical e rotacional. A estrutura de 20 andares possui 414-DOF antes da aplicação das condições de fronteira. Esta estrutura pode ser vista na Fig. 8. A resposta livre do deslocamento da base do prédio de 20 andares pode ser observada na Fig. 9.

Como os parâmetros modais não podem ser obtidos analiticamente por se tratar de uma estrutura não linear, as frequências naturais serão comparadas aos valores ditos pelo trabalho de Ohtori et al. (2004), que define que as frequências naturais dos 10 primeiros modos são: 0.261, 0.753, 1.30, 1.83, 2.40, 2.44, 2.92, 3.01, 3.63, e 3.68 Hz.

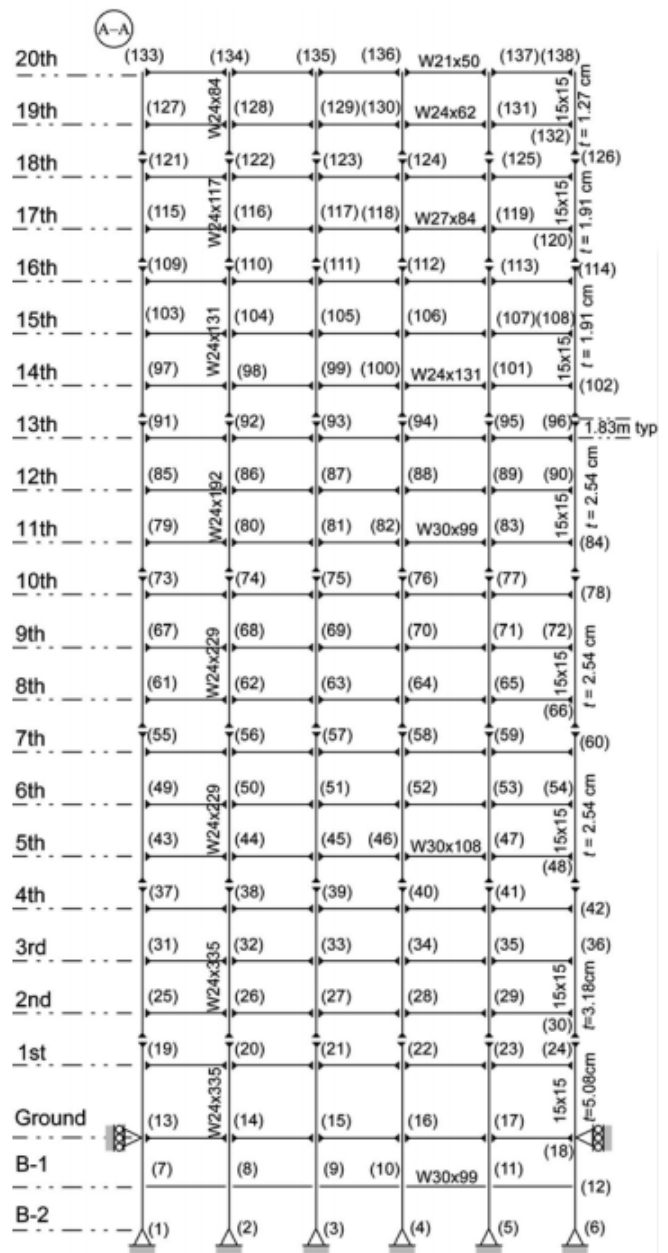


Fig. 8. Estrutura de 20 andares (Ohtori et al., 2004)

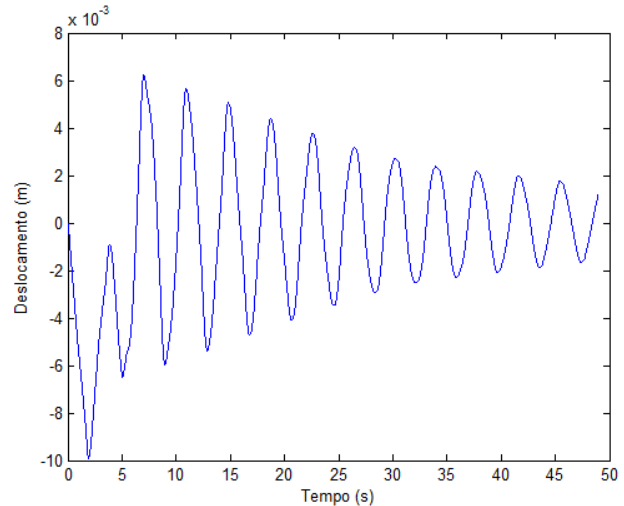


Fig. 9. Resposta livre do deslocamento da base do prédio de 20 andares

Os quatro primeiros modos também podem ser comparados ao PSD (*Power Spectral Density*) ou espectro de frequência do sinal de resposta livre no primeiro modo de vibração, como pode ser visto na Fig. 10.

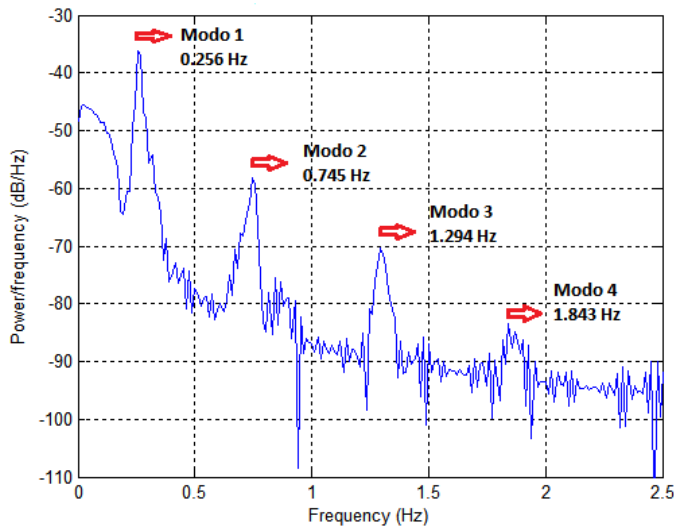


Fig. 10. Espectro de frequência do sinal de resposta livre da estrutura não linear

Já as taxas de amortecimento serão calculadas pela relação de amortecimento de Rayleigh (Ohtori *et al.*, 2004):

$$\zeta_i = \frac{\zeta_1(\omega_1\omega_5 + \omega_i^2)}{\omega_i(\omega_1 + \omega_5)} \quad (15)$$

sendo que $\zeta_1 = 0.02$.

Para verificar a validade da análise Wavelet na detecção de parâmetros modais em estruturas não lineares, foram estimados apenas os modos 1, 2, 3 e 4, somente para demonstração. A frequência de ajuste para o modo 1 foi $\omega_0 = 5$, já para os modos 2, 3 e 4 foi $\omega_0 = 20$. A CWT dos 4 primeiros modos pode ser vista nas Fig. 11, Fig. 12 e Fig. 13. A análise foi dividida em três partes para que todos os picos pudessem ser observados. O diagrama de contorno é mostrado na Fig. 14.

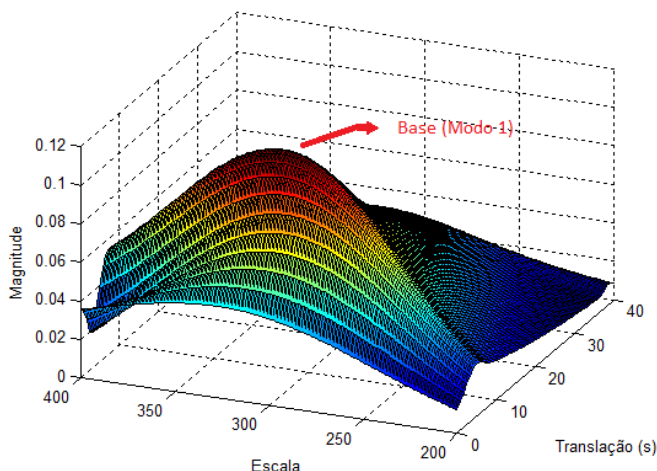


Fig. 11. CWT do sinal para valores de escala de 200 a 400 e $\omega_0 = 5$

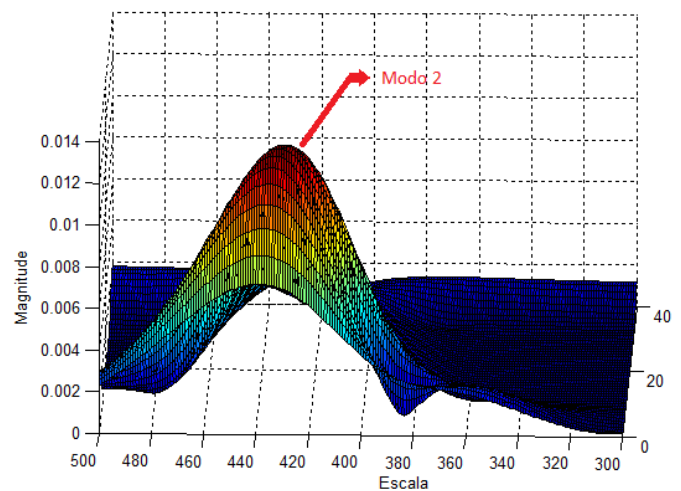


Fig. 12. CWT do sinal para valores de escala de 300 a 500 e $\omega_0 = 20$

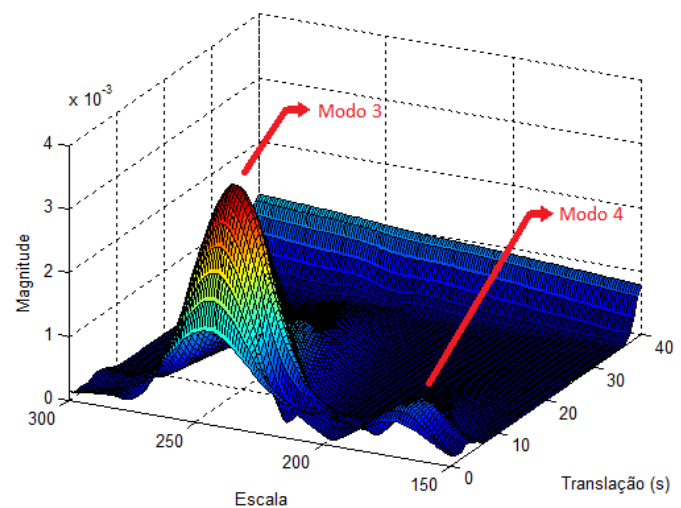


Fig. 13. CWT do sinal para valores de escala de 150 a 300 e $\omega_0 = 20$

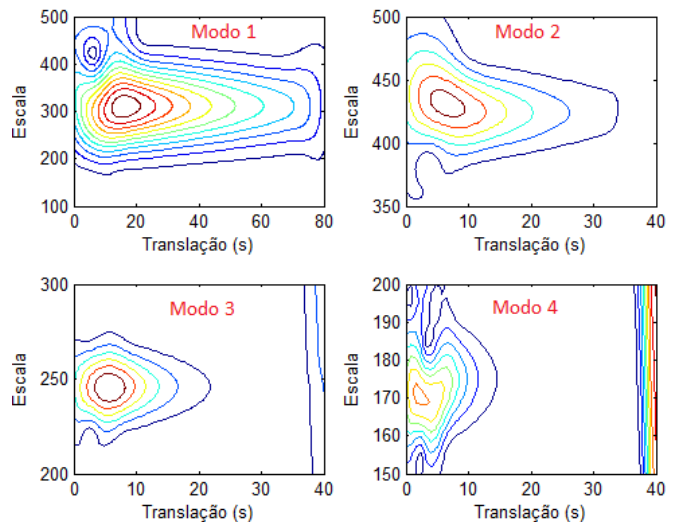


Fig. 14. Diagramas de contorno para os quatro primeiros modos

Nas Fig. 15 e Fig. 16 encontram-se os gráficos do logaritmo natural do módulo e da fase da CWT do primeiro modo da estrutura não linear, os outros modos podem ser obtidos da mesma forma.

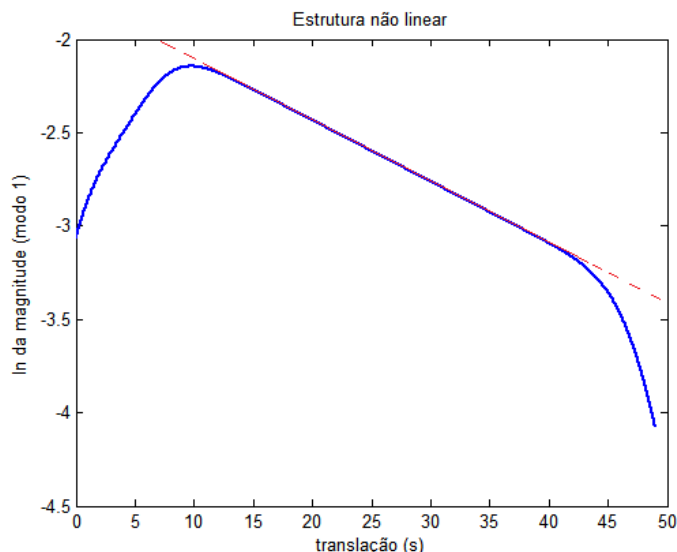


Fig. 15. Logaritmo natural da magnitude da CWT do sinal da estrutura não linear com $\alpha_1 = 310$

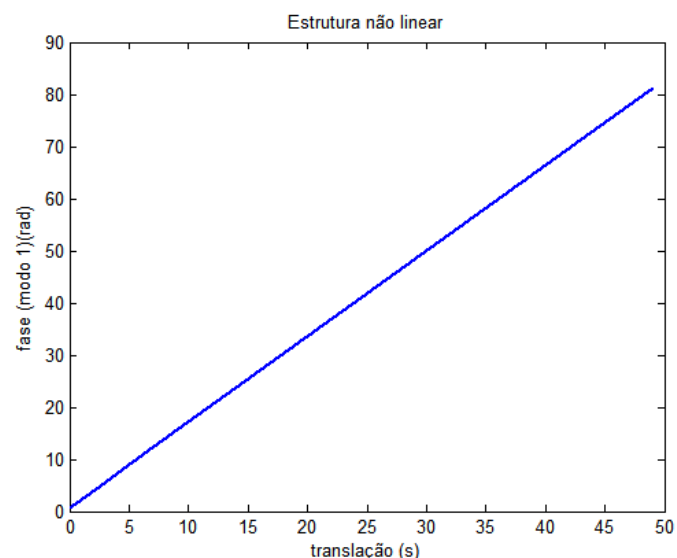


Fig. 16. Fase da CWT do sinal da estrutura não linear com $\alpha_1 = 310$

Na Tab. 2 encontram-se os resultados estimados das frequências naturais e taxa de amortecimento dos 4 primeiros modos da estrutura não linear da análise Wavelet, taxas de amortecimento calculadas pela relação de amortecimento de Rayleigh, frequências naturais estimadas por PSD e definidas pelo trabalho de Ohtori et al. (2004).

TABELA II

PARÂMETROS MODAIS ESTIMADOS DA ESTRUTURA NÃO LINEAR

Modos	ω_n (Hz)	$\hat{\omega}_n$ (Hz)		ζ (%)	
		PSD	Wavelet	Rayleigh	Wavelet
Modo 1	0.261	0.256	0.2611	2.00	2.00
Modo 2	0.753	0.745	0.7516	1.19	1.19
Modo 3	1.30	1.294	1.2972	1.34	1.34
Modo 4	1.83	1.843	1.8239	1.63	1.62

Com a análise dos resultados e fazendo a comparação na Tab. II, conclui-se que o método conseguiu identificar bem as frequências naturais e taxas de amortecimento dos primeiros modos de vibração da estrutura não linear. Maiores discussões sobre este trabalho e uma análise mais detalhada dos resultados podem ser obtidos em [24].

IV. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo a detecção de parâmetros modais de sistemas estruturais utilizando uma técnica que faz uso tanto da análise no tempo, quanto da frequência: a transformada contínua de Wavelet.

Os estímulos para a criação da análise Wavelet foram as limitações impostas por algumas técnicas de análises de sinais, como a transformada de Fourier. A análise Wavelet é capaz de obter localização tanto no tempo quanto na frequência, e pode usar as grandes escalas para mostrar as características mais globais do sinal e as pequenas escalas para mostrar seus detalhes. Além disso, uma grande vantagem desta técnica é de somente precisar de um acelerômetro, normalmente localizado no primeiro modo, para obter as respostas de todos os modos.

A partir de um programa específico desenvolvido para este trabalho, a análise Wavelet na detecção de parâmetros modais foi aplicada tanto para uma estrutura linear, quanto para uma estrutura não linear, um prédio de 20 andares. Em ambos os casos os valores estimados se aproximaram muito dos valores analíticos, no caso da estrutura linear, e dos valores calculados e predefinidos, no caso da estrutura não linear.

O trabalho foi baseado somente em simulações. Para a aplicação em um caso real, as principais dificuldades seriam a implementação fiel da estrutura e a aquisição do acelerômetro para obter os dados das respostas dos modos de vibração.

REFERÊNCIAS

- [1] Abrahao, D.C.; Cardoso, A.A.; Vieira, F.H.T. (2019). Adaptive Estimation of Parameters of a Gaussian Multifractal Model of Network Traffic in the Wavelet Domain. *IEEE Latin America Transactions*. 17(7): 1199-1206.
- [2] Alves, H.N.; Fonseca, R.N.B. (2014). An algorithm based on discrete wavelet transform for fault detection and evaluation of the performance of overcurrent protection in radial distribution systems. *IEEE Latin America Transactions*. 12(4): pp. 602-608.
- [3] Andrade, L.; Leao, M.T.P. (2014). Fault Location for Transmission Lines Using Wavelet. *IEEE Latin America Transactions*. 12(6): pp. 1043-1048.
- [4] Bayissa, W. L.; Haritos, N.; Thelandersson, S. (2008). Vibration-based structural damage identification using wavelet transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 22(5): pp. 1194-1215.
- [5] Chen, S.H.; Liu, J.J.; Lai, H.C. (2009). Wavelet analysis for identification of damping ratios and natural frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 323(1): pp. 130-147.
- [6] Da Silva, L. (2013). Análise Modal e Controle de Plataformas *Offshore* sujeitas a perturbações persistentes. *Tese de Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Sergipe*, São Cristóvão-SE, Brasil.
- [7] Dziejdzich, K.; Staszewski, W. J.; Uhl, T. (2015). Wavelet-based modal analysis for time-variant systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*. pp.50-51: pp.323-337.
- [8] Goswami, J.C.; Chan, A.K. (2011). *Fundamentals of Wavelets*, 2nd ed. Published by John Wiley & Sons, New Jersey.

- [9] Guclu, R. (2006). Sliding mode and PID control of a structural system against earthquake. *Mathematical and Computer Modelling*, 44(1-2): pp. 210-217.
- [10] Hoa, L.T.; Tamura, Y.; Yoshida, A.; Anh, N.D. (2010). Output-only System Identification using Wavelet Transform. In: *Proceedings of the ICEMA - International Conference on Engineering Mechanics and Automation*, Hanoi.
- [11] Huang, C.S.; Su, W.C. (2007). Identification of modal parameters of a time invariant linear system by continuous wavelet transformation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(4): pp. 1642-1664.
- [12] Juang, J.; Cooper, J.; & Wright, J.R. (1987). An Eigensystem Realization Algorithm Using Data Correlations (ERA/DC) for Modal Parameter Identification. *Control-Theory and Advanced Technology*. 4.
- [13] Lardies, J.; Gouttebroze, S. (2002). Identification of modal parameters using the wavelet transform. *International Journal of Mechanical Sciences*. 44(11): pp. 2263-2283.
- [14] Le, T. P. (2017). Use of the Morlet mother wavelet in the frequency-scale domain decomposition technique for the modal identification of ambient vibration responses. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 95: pp. 488-505.
- [15] Nagarajaiah, S.; Basu, B. (2009) Output only modal identification and structural damage detection using time frequency & wavelet techniques. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*. 8: pp. 583-605.
- [16] Ohtori, Y.; Christenson, R.E.; Spencer, B.F.; Dyke, S.J. (2004). Benchmark control problems for seismically excited nonlinear buildings. *Journal of Engineering Mechanics*. 130(4): pp. 366-385.
- [17] Peeters, B.; De Roeck, G.; Andersen, P. (1999). Stochastic System Identification: Uncertainty of the Estimated Modal Parameters, In: *Proceedings of the SPIE - The International Society for Optical Engineering*, Kissimmee, FL, USA.
- [18] Ramirez, C. A. P.; Cuellar, A. Y. J.; Rodriguez, M. V.; Gonzalez, A. D.; Rios, R. A. O.; Troncoso, R. J. R.; Sanchez, J. P. A. (2017). A Two-Step Strategy for System Identification of Civil Structures for Structural Health Monitoring Using Wavelet Transform and Genetic Algorithms. *Applied Sciences*. 7(2): 111.
- [19] Santos, J. C.; Palechor, E. U. L.; Vieira, L. L. (2016). Identificação de danos em vigas utilizando transformada discreta de wavelet. In: *Proceedings of the XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. Brasília, Brazil.
- [20] Sarparast, H.; Ashory M.R.; Hajiazizi, M.; Afzali, M.; Khatibi, M. M. (2014). Estimation of modal parameters for structurally damped systems using wavelet transform. *European Journal of Mechanics A/Solids*. 47: pp. 82-91.
- [21] Shahsavai V.; Chouinard, L. Bastien J. (2017). Wavelet-based analysis of mode shapes for statistical detection and localization of damage in beams using likelihood ratio test. *Engineering Structures*. 132: pp. 494-507.
- [22] Silva, R. S. Y. R. C. (2015). *Monitoramento e identificação numérico e experimental de danos em vigas e pontos de aço e concreto utilizando transformadas de wavelet*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília. DF, Brasil.
- [23] Sobral, T.E.L. (2009). Análise modal em estruturas com controle em malha fechada utilizando o método de identificação por subespaços. *Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Sergipe*. São Cristóvão-SE, Brasil.
- [24] Tannus, D.D. (2013). Identificação de Parâmetros Modais de Sistemas Estruturais Utilizando a Transformada de Wavelet. *Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Sergipe*. São Cristóvão-SE, Brasil.
- [25] Verboven, P.; Guillaume P.; Cauberghe B.; Vanlanduit S.; Parloo E. (2004). Modal parameter estimation from input-output Fourier data using frequency-domain maximum likelihood identification. *Journal of Sound and Vibration*. 276: pp. 957-979.
- [26] Yuan, M.; Sadhu A.; Liu K. (2017). Condition assessment of structure with tuned mass damper using empirical wavelet transform. *Journal of Vibration and Control*.



Danilo D. Tannus Possui graduação em Engenharia Elétrica - Eletrônica pela Universidade Federal de Sergipe (2013). Mestre em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Sergipe (2015). Atua como professor EBTT no Instituto Federal de Sergipe (IFS).



Diego D. G. B. Cruz Graduado em Engenharia Elétrica: Habilitação Eletrônica pela Universidade Federal de Sergipe (UFS). Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PROEE) da Universidade Federal de Sergipe (UFS). Especialista na área de petróleo e gás pelo Programa de Recursos Humanos (PRH-45). Atualmente é Professor Efetivo do Instituto Federal de Sergipe Campus Estância.



Oscar A. Z. Sotomayor Possui graduação em Engenharia Eletrônica pela Universidad Ricardo Palma (1993), Lima-Perú, Mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (1997) e Doutorado em Engenharia Química pela Universidade de São Paulo (2002). Tem dois Pós-doutorados em Engenharia Química pela Universidade de São Paulo (2006 e 2008, respectivamente). Atualmente é Professor Associado do Departamento de Engenharia Elétrica (DEL), Professor e Coordenador do Programa Multidisciplinar em Tecnologia de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (PRH-ANP 45) da Universidade Federal de Sergipe (UFS). Tem experiência na área de Automação & Controle, atuando principalmente nos seguintes temas: controle de processos, controle preditivo, detecção e diagnóstico de falhas, avaliação de desempenho e auditoria de controladores, identificação e otimização de sistemas, modelagem e simulação de processos, fusão e reconciliação de dados; com aplicações em processos químicos e petroquímicos, petróleo & gás, sistemas biológicos e sistemas estruturais.