

An Extended Kron Method for Power System Applications

B. Souza, L. Araujo, *Senior Member, IEEE*, and D. Penido, *Senior Member, IEEE*

Abstract—Due to the greater detailing in distribution systems modeling, it is necessary the seek for reliable reduction methods that improve the simulation time, while maintaining the precision of the power flow solution. This work considers the efficient idea regarding *Kron* reduction and establishes a mathematically exact reduction method to explicitly eliminate buses without loads and generation connection in a three-phase four-wire multi-grounded distribution feeder. Hence, the method is incorporated into the robust Four-conductor Current Injection Method (FCIM) and the results obtained for *Kersting's* NEV Test Feeder and IEEE 123 buses are quite encouraging, presenting both an excellent accuracy in the same order of the FCIM's tolerance and a significant improvement in its computational time. The proposed method is flexible to guarantee exactness and considerable time savings to utility companies when performing analyses that need power flow solutions, *e.g.*, planning studies in modern DS.

Index Terms—Distribution systems, Grounding, Reduction method.

I. INTRODUÇÃO

O SISTEMA de distribuição (SD) vem experimentando um crescimento considerável nos últimos anos, principalmente por causa da ampla inserção de geração distribuída e do desenvolvimento das *smart grids* [1]. Ambas as tendências têm levado alguns países a repensarem suas práticas operacionais e estas situações transformaram o SD em um sistema amplo e operacionalmente mais caro. Além disso, o controle e a operação se tornaram muito mais complexos, visto que a subestação unitária principal já não é mais a única fonte de energia no sistema [2], [3].

A complexidade do SD é única e difere dependendo do país e até mesmo de suas regiões. O sistema trifásico a quatro fios é um dos mais complexos e sua modelagem deve incluir o condutor neutro, conexão do aterramento, acoplamento mútuo, transformadores de baixa tensão, cargas monofásicas, bifásicas e trifásicas, entre outros [3]–[10]. Entretanto, há uma grande quantidade de nós do SD que, embora contribuam para a solução do fluxo de potência, não precisam estar no relatório final de resultados e, portanto, torna-se interessante buscar a

inclusão de suas contribuições para a resposta do sistema, sem propriamente representá-las na ferramenta de solução do fluxo de potência.

Assim, justifica-se a busca por métodos para representações do SD, visando reduzir o tempo computacional de simulação, enquanto preservam a precisão das soluções encontradas e sejam flexíveis aos diversos tipos de conexões e configurações do SD. Visando alcançar estas tarefas, métodos de redução de sistema elétricos já foram propostos em várias publicações [11]–[15] e a maioria é revisada em [16]–[18], mas não são flexíveis para incorporar todas as características do SD.

Em [12] um método foi apresentado para simplificar os alimentadores para apenas um conjunto de barras específicas, mantendo a topologia do alimentador. O método só pode ser utilizado em sistemas com cargas modeladas como uma fonte de corrente fixa e, embora possa ser utilizado em sistemas trifásicos (sem o condutor neutro), também assume que as cargas são equilibradas e a impedância do cabo é simétrica, não há mútuas entre as fases dos condutores e a capacitância em derivação do cabo deve ser desconsiderada. Ainda, o método não é capaz de eliminar a representação explícita dos nós das barras que conectam mais de um ramo do alimentador e a topologia deve ser sempre preservada.

A recente proposta de [15] estabelece um método analítico para reduzir alimentadores de distribuição multifásicos (sem o condutor neutro) para apenas um subconjunto de barras (barras críticas). O método pode ser aplicado a qualquer SD com cargas desequilibradas, painéis fotovoltaicos, cabos com impedâncias mútuas e desequilibradas. Entretanto, o método assume que todas as cargas e gerações devem ser modeladas como uma fonte de corrente fixa e também negligencia tanto as capacitâncias em derivação dos cabos quanto os diversos aterramentos existentes no SD. Além disso, barras onde estão conectados equipamentos especiais como banco de capacitores, reguladores de tensão e transformadores não podem ser reduzidas e são tratadas como barras críticas.

Sendo assim, o método de redução deste trabalho é proposto para lidar com os SDs trifásicos a quatro fios multiterrados, enquanto apresenta grande precisão na solução do sistema e reduz o tempo computacional de simulação da ferramenta de fluxo de potência, sendo estas as contribuições deste artigo. Destaca-se que, muitas vezes, uma grande precisão no processo de redução só é atingida com um grande tempo computacional. Entretanto, o conhecido método de redução de *Kron* surge aqui como um método matematicamente exato (*i.e.*, apresenta formulação matematicamente equivalente) e é incorporado ao Método de Injeção de Corrente a Quatro fios

Este trabalho foi apoiado por CAPES, CNPq, INERGE e UFJF. Bolsa de Pesquisa 88887.136409/2017-00.

B. C. Souza, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil, bruno.cortes@engenharia.ufjf.br.

L. R. Araujo, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil, leandro.araujo@ufjf.edu.br.

D. R. Penido, Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil, debora.rosana@ufjf.edu.br.

(MICQ) [5], permitindo a eliminação da representação explícita dos nós das barras que não possuem cargas e geração conectadas. A formulação é apresentada e o método é usado para a solução do sistema NEV Test Feeder proposto por *Kersting* [4], onde análises são realizadas para a condição nominal do sistema e variação da relação X/R das impedâncias dos cabos. Para demonstrar a importância prática e sua flexibilidade em solucionar SDs maiores, o método também é aplicado na solução do sistema teste IEEE 123 barras.

II. MÉTODO DE REDUÇÃO PROPOSTO APLICADO EM SISTEMAS A QUATRO FIOS MULTIATERRADOS

Esta seção apresenta a formulação do método de redução proposto. O método proposto aqui segue a ideia da redução *Kron* e é apresentado de forma genérica para que possa ser inserido em qualquer ferramenta de fluxo potência a quatro fios que lida com a matriz de admitância de barra em sua formulação. O intuito aqui é eliminar a representação explícita dos nós das barras que não possuem cargas e geração conectadas, criando um sistema reduzido equivalente ao original, compreendendo a inclusão do condutor neutro e da impedância de aterramento ao longo dos postes do SD no método de redução.

A partir da Fig. 1, define-se uma formulação genérica de forma matricial para a parcela de injeção de corrente em cada barramento proveniente da rede, denominado I_{rede} e calculada por (1). Já (2) estabelece a lei de *Kirchhoff* para cada barra, incluindo a contribuição das correntes injetadas pela carga e geração I_{ZIP} . Por fim, ao substituir (1) em (2) e isolar o termo de contribuição das cargas e geração, obtém-se a (3).

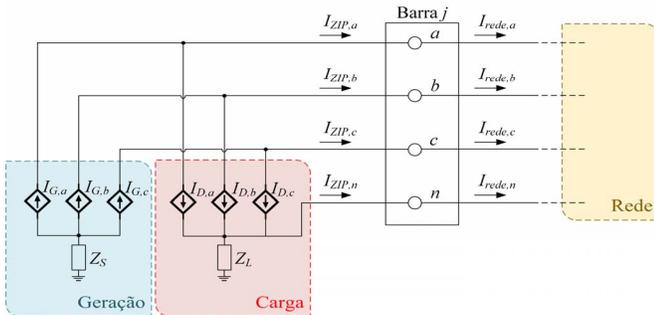


Fig. 1. Correntes injetadas na barra e absorvidas pela rede.

$$I_{rede} = Y_{barra} \cdot V \quad (1)$$

$$I_{rede} - I_{ZIP} = 0 \quad (2)$$

$$I_{ZIP} = Y_{barra} \cdot V \quad (3)$$

onde: I_{rede} é um vetor em que cada posição se tem o somatório das correntes que saem dos nós de cada barra do sistema, excluindo as correntes de carga e/ou geração que não estão representados na matriz admitância de barra. Desta forma, I_{rede} é dependente apenas da matriz admitância de barra Y_{barra} (matriz admitância de barra da rede) e do vetor V das tensões nodais das barras, incluindo a barra j . I_{ZIP} é um vetor que contém as contribuições de corrente referentes às cargas e

geração, calculadas para os nós de cada barra, possuindo valor nulo nos nós das barras que não possuem carga e/ou geração conectadas. Estas contribuições são modeladas como injeção de corrente nos nós da barra, seguindo as equações do modelo ZIP apresentado em [5], [19].

Utilizando a modelagem do sistema trifásico com o condutor neutro (três fases mais neutro), enfatiza-se que os vetores possuem dimensão $4B$, onde B é o número de total de barras do sistema. A matriz Y_{barra} tem dimensão $4B \times 4B$.

Supondo-se que o objetivo seja reduzir o número de barras representadas explicitamente, eliminando-se o subconjunto das e -barras na representação, sendo estas e -barras aquelas que não têm cargas e geração conectadas, e deixando-se apenas o subconjunto das r -barras representadas explicitamente, temos que a formulação vetorial apresentada em (4) é encontrada, separando (3) em relação às e -barras eliminadas e às r -barras restantes, onde e é o subconjunto de barras que serão eliminadas e r é o subconjunto de barras que permanecerão no sistema reduzido. Enfatiza-se que o conjunto total de barras do sistema é obtido pela união dos dois subconjuntos mencionados acima, *i.e.*, $b = r \cup e$.

$$\begin{bmatrix} I_r \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{rr} & Y_{re} \\ Y_{er} & Y_{ee} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ V_e \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$I_r = Y_{rr} \cdot V_r + Y_{re} \cdot V_e \quad (5)$$

$$0 = Y_{er} \cdot V_r + Y_{ee} \cdot V_e \quad (6)$$

Destaca-se que V_r e I_r são vetores formados pelas tensões nodais e contribuições de injeções de corrente referentes aos nós das r -barras, respectivamente; V_e e I_e são vetores formados pelas tensões nodais e contribuições de injeções de corrente dos nós do subconjunto das e -barras; Y_{rr} e Y_{ee} representam a contribuição das admitâncias conectadas aos nós das r -barras e aos nós das e -barras para a matriz admitância de barra, respectivamente; Y_{re} e Y_{er} representam a contribuição das admitâncias conectadas entre os nós das r -barras e os nós das e -barras.

No âmbito deste trabalho, como não existe nenhuma carga e geração conectada em algum nó do subconjunto de barras e , *i.e.*, a contribuição de injeção de corrente devido às cargas e geração nas barras a serem eliminadas é nula ($I_e = 0$). Assim, nestas condições, (4) pode ser subdividida em (5) e (6).

Isolando V_e em (6) e substituindo-o em (5), obtém-se de maneira equivalente (7) a (9).

$$Y_{red} = Y_{re} \cdot Y_{ee}^{-1} \cdot Y_{er} \quad (7)$$

$$I_r = (Y_{rr} - Y_{red}) \cdot V_r \quad (8)$$

$$V_e = -Y_{ee}^{-1} \cdot Y_{er} \cdot V_r \quad (9)$$

Finalmente, pode-se notar que não há nenhum acoplamento matemático entre o sistema reduzido em (8) formado pelas barras restantes e o sistema relativo às barras eliminadas dado por (9). A Equação (8) mostra que ao recalculer a matriz

admitância de barra equivalente através do termo $(Y_{rr} - Y_{red})$, onde Y_{red} é definido pela relação mostrada em (7), e aplicar uma ferramenta de fluxo de potência para solução iterativa deste sistema reduzido, o vetor de injeção de corrente I_r é encontrado a partir das tensões nodais fase-terra. Portanto, a eliminação da representação explícita do subconjunto das e -barras do sistema original resulta num sistema reduzido onde a matriz admitância de barra deve ser calculada pela relação mencionada acima. Ressalta-se que, neste caso em que não há carga e geração conectada nos nós das barras eliminadas, depois do processo de convergência do fluxo de potência, as tensões nos nós do subconjunto das e -barras eliminadas podem ser facilmente obtidas por meio de (9). Para ilustrar melhor a ideia do processo de redução, a Fig. 2 realça a eliminação da barra j de um subsistema radial genérico, destacando o sistema original e o sistema reduzido.

III. RESULTADOS

A. Sistema Trifásico a Quatro Fios Multiaterrado

Para ilustrar a aplicação do método proposto, deseja-se que o sistema teste NEV da Fig. 3 seja reduzido para o sistema equivalente mostrado na Fig. 4. Nota-se que apenas as barras de carga e a barra da subestação são mantidas no sistema reduzido. Ressalta-se que, embora não mostrado na Fig. 4, cada impedância destacada possui mútuas entre seus nós. Os resultados foram obtidos usando um computador Intel® Core™ i7-7700HQ de 2,8GHz e 16GB de memória RAM.

Considerando $R_{gr}=25\Omega$, $R_s=10m\Omega$, $R_{N1}=10m\Omega$ e $R_{L1}=100\Omega$, aplicou-se o método de redução proposto no sistema da Fig. 3 e obteve-se Y_{red} . Tal matriz inclui a contribuição dos efeitos dos nós das barras eliminadas para os nós das barras restantes no sistema reduzido.

Desta forma, seguindo a formulação de (8), Y_{red} deve ser subtraído da matriz Y_{rr} e, assim, o efeito dos nós das barras eliminadas é matematicamente incorporado aos nós das barras do sistema reduzido, permitindo que o sistema reduzido possa ser implementado em uma ferramenta de solução adequada.

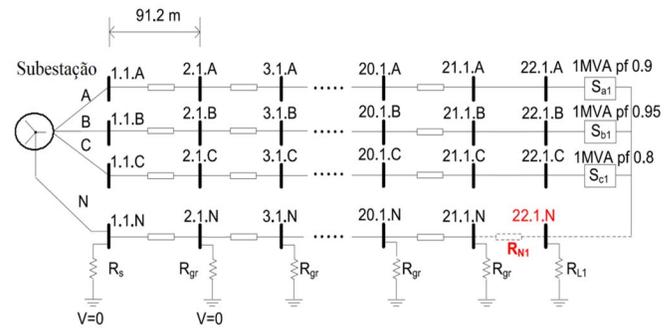


Fig. 3. Sistema NEV original baseado em Kersting [4].

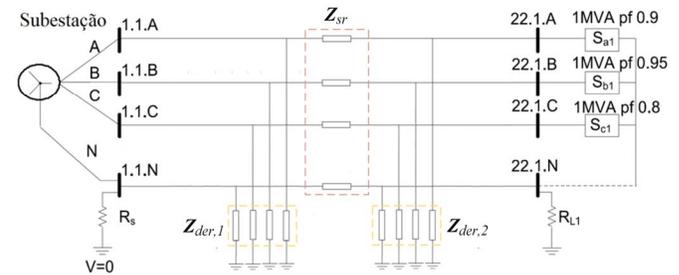


Fig. 4. Sistema reduzido.

A Tabela I e a Tabela II mostram os valores da parte real e imaginária de Y_{red} obtidos para o sistema da Fig. 4. O tempo computacional gasto para se obter Y_{red} foi de 36,53ms.

Seguindo a ideia tradicional da montagem da matriz admitância de barra, extraiu-se de Y_{red} os dados das matrizes de impedâncias em derivação ($Z_{der,1}$ e $Z_{der,2}$) e impedância série (Z_{sr}) ilustrados na Fig. 4. Tais dados são apresentados na Tabela III e na Tabela IV.

Conforme pode-se notar na Tabela IV, Y_{red} não representa exatamente impedâncias físicas, mas, sim, efeitos matemáticos representativos, visto que, ao extrair os dados, surgem valores negativos de resistência, bem como valores muito pequenos para a impedância em derivação, sugerindo que as fases a , b e c estão conectadas diretamente com a terra (e.g., valores de admitância da ordem de 10^{10} na Tabela I).

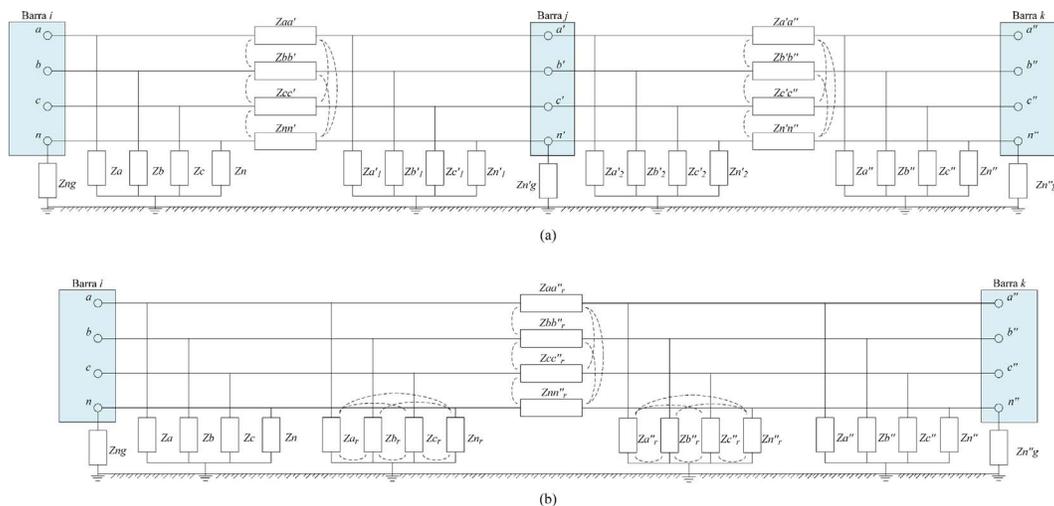


Fig. 2. Eliminação da representação explícita dos nós de uma barra num sistema trifásico a 4 fios multiaterrado (a) sistema original e (b) sistema reduzido.

TABELA I
PARTE REAL DE Y_{red}

		Barra 1.1				Barra 22.1			
		a	b	c	n	a	b	c	n
Barra 1.1	a	42,159437372	-20,479190643	-7,394160053	-10,272430615	2,219399486	-1,077392079	-0,388728523	-0,541665626
	b	-20,479190643	47,155999610	-12,550766979	-12,232971747	-1,077392079	2,482319345	-0,660172019	-0,644527663
	c	-7,394160053	-12,550766979	37,887982872	-13,187724445	-0,388728523	-0,660172019	1,994464962	-0,694566513
	n	-10,272430615	-12,232971747	-13,187724445	41,155718402	-0,543511096	-0,646754534	-0,696982130	1,610858674
Barra 22.1	a	2,219399486	-1,077392079	-0,388728523	-0,543511096	10 ¹⁰	1,077392079	0,388728523	0,541665626
	b	-1,077392079	2,482319345	-0,660172019	-0,646754534	1,077392079	10 ¹⁰	0,660172019	0,644527663
	c	-0,388728523	-0,660172019	1,994464962	-0,696982130	0,388728523	0,660172019	10 ¹⁰	0,694566513
	n	-0,541665626	-0,644527663	-0,694566513	1,610858674	0,541665626	0,644527663	0,694566513	514,6907635

TABELA II
PARTE IMAGINÁRIA DE Y_{red}

		Barra 1.1				Barra 22.1			
		a	b	c	n	a	b	c	n
Barra 1.1	a	-87,436887855	30,004340349	19,499005371	13,921552072	-4,600340859	1,580996821	1,028183019	0,723821687
	b	30,004340349	-90,608610095	23,799367544	15,109497521	1,580996821	-4,766806873	1,254775150	0,785204647
	c	19,499005371	23,799367544	-84,397370503	15,536540509	1,028183019	1,254775150	-4,439675963	0,807182576
	n	13,921552072	15,109497521	15,536540509	-61,468425749	0,726901617	0,788568926	0,810654039	-3,110114028
Barra 22.1	a	-4,600340859	1,580996821	1,028183019	0,726901617	4,600340859	-1,580996821	-1,028183019	-0,723821687
	b	1,580996821	-4,766806873	1,254775150	0,788568926	-1,580996821	4,766806873	-1,254775150	-0,785204647
	c	1,028183019	1,254775150	-4,439675963	0,810654039	-1,028183019	-1,254775150	4,439675963	-0,807182576
	n	0,723821687	0,785204647	0,807182576	-3,110114028	-0,723821687	-0,785204647	-0,807182576	3,306436796

TABELA IV
RESISTÊNCIA E REATÂNCIA PRIMITIVA DO SISTEMA REDUZIDO

		a	b	c	n			a	b	c	n
R_{sr}	a	-0,068645379	-0,000677579	-0,001171893	0,018124522	X_{sr}	a	-0,313410165	-0,190295035	-0,162884869	-0,185003188
	b	-0,000677579	-0,066840693	-0,000271934	0,019978226		b	-0,190295035	-0,313507282	-0,174684479	-0,193153043
	c	-0,001171893	-0,000271934	-0,067861297	0,018939934		c	-0,162884869	-0,174684479	-0,313453565	-0,188588168
	n	0,018120863	0,019978575	0,018938038	-0,082606385		n	-0,185741445	-0,193924251	-0,189340920	-0,408548837
$R_{der,1}$	a	0,004276083	0,000916098	0,000919303	0,000809742	$X_{der,1}$	a	0,015534964	0,009377929	0,008008137	0,008418101
	b	0,000916098	0,004264379	0,000913467	0,000798301		b	0,009377929	0,015537423	0,008596909	0,008798174
	c	0,000919303	0,000913467	0,004271000	0,000804709		c	0,008008137	0,008596909	0,015536040	0,008585288
	n	0,000810061	0,000798624	0,000805030	0,007143361		n	0,008419738	0,008799886	0,008586959	0,017470936
$R_{der,2}$	a	1,0 x 10 ⁻¹⁰	-9,9 x 10 ⁻³⁴	-9,9 x 10 ⁻³⁴	-2,6 x 10 ⁻²⁴	$X_{der,2}$	a	5,2 x 10 ⁻³⁴	-4,2 x 10 ⁻³⁴	-4,3 x 10 ⁻³⁴	-1,0 x 10 ⁻²³
	b	-8,6 x 10 ⁻³⁴	1,0 x 10 ⁻¹⁰	-1,1 x 10 ⁻³³	-2,6 x 10 ⁻²⁴		b	-6,0 x 10 ⁻³⁴	-1,6 x 10 ⁻³⁴	-6,3 x 10 ⁻³⁴	-1,0 x 10 ⁻²³
	c	-9,3 x 10 ⁻³⁴	-9,9 x 10 ⁻³⁴	1,0 x 10 ⁻¹⁰	-2,6 x 10 ⁻²⁴		c	-2,8 x 10 ⁻³⁴	-3,1 x 10 ⁻³⁴	-1,0 x 10 ⁻³³	-1,0 x 10 ⁻²³
	n	3,6 x 10 ⁻¹⁶	4,3 x 10 ⁻¹⁶	4,7 x 10 ⁻¹⁶	0,001936852		n	-6,0 x 10 ⁻¹⁶	-6,5 x 10 ⁻¹⁶	-6,7 x 10 ⁻¹⁶	-7,4 x 10 ⁻⁷

TABELA III
DADOS DE LINHA DO SISTEMA REDUZIDO

Elemento	Barra DE	Barra PARA	Z (pu)
1	1.1	22.1	$Z_{sr} = R_{sr} + jX_{sr}$
2	1.1	Terra	$Z_{der,1} = R_{der,1} + jX_{der,1}$
3	22.1	Terra	$Z_{der,2} = R_{der,2} + jX_{der,2}$

De fato, Y_{red} é simplesmente um equivalente matemático matricial que garante a mesma solução da formulação original do problema de fluxo de potência e pode apresentar qualquer valor em seus elementos, dependendo da concepção do sistema de distribuição analisado. Desta forma, recomenda-se armazenar Y_{red} e não suas representações por matrizes de impedâncias primitivas, visto que não há relação física entre a matriz e os componentes elétricos.

1) Resultados do Fluxo de Potência – Condição Nominal

Esta seção mostra, de maneira resumida, o resultado do fluxo de potência do sistema das Figs. 3 e 4, considerando

carga nominal. Por questões de espaço, os resultados das barras eliminadas foram omitidos nas tabelas referentes ao sistema original. São mostrados os erros (entre os resultados do sistema original e do sistema reduzido) para as potências injetadas, tensões fase-terra, correntes injetadas nessas barras, perdas totais e geração total do sistema. Assim, percebe-se a eficácia do método proposto.

Considerando uma tolerância de 10⁻⁵ para os resíduos de injeções de corrente, o tempo computacional para a redução do sistema foi de 33,67ms. Já a solução do fluxo de potência do sistema original e do sistema reduzido foi de 1,46s e 1,14s, respectivamente, e a convergência foi encontrada com apenas 2 iterações tanto para o sistema original, quanto para o sistema reduzido. Percebe-se pela Tabela V e pela Tabela VI que os erros entre os resultados do sistema original e reduzido são ínfimos e inferiores à ordem de grandeza da tolerância considerada. Tais erros são associados ao método numérico e às aplicações algébricas do processo de redução, e.g., inversão

de matriz. Desta forma, o ganho de tempo computacional obtido com a redução e consequente solução do sistema reduzido foi de $100 \cdot (1,46 - 1,17367) / 1,46 = 19,61\%$ em relação ao tempo necessário para a solução do sistema original.

TABELA V

ERRO ENTRE OS RESULTADOS DO SISTEMA ORIGINAL E DO SISTEMA REDUZIDO - VALORES ENTRE FASE-TERRA

		P (pu)	Q (pu)	Vreal (pu)	Vimag (pu)	Ireal (pu)	Iimag (pu)
Barra 1.1	a	$-2,4 \times 10^{-6}$	$-4,7 \times 10^{-8}$	$3,4 \times 10^{-9}$	$-1,6 \times 10^{-9}$	$-2,4 \times 10^{-6}$	$4,7 \times 10^{-8}$
	b	$5,0 \times 10^{-7}$	$1,3 \times 10^{-7}$	$3,4 \times 10^{-9}$	$-1,6 \times 10^{-9}$	$-3,6 \times 10^{-7}$	$-3,7 \times 10^{-7}$
	c	$3,9 \times 10^{-7}$	$9,1 \times 10^{-7}$	$3,4 \times 10^{-9}$	$-1,6 \times 10^{-9}$	$5,9 \times 10^{-7}$	$7,9 \times 10^{-7}$
	n	$-5,9 \times 10^{-11}$	$1,9 \times 10^{-11}$	$3,4 \times 10^{-9}$	$-1,6 \times 10^{-9}$	$4,1 \times 10^{-7}$	$3,6 \times 10^{-7}$
Barra 22.1	a	$-1,1 \times 10^{-6}$	$-7,8 \times 10^{-9}$	$3,1 \times 10^{-7}$	$6,5 \times 10^{-7}$	$-1,1 \times 10^{-6}$	$-5,0 \times 10^{-8}$
	b	$5,1 \times 10^{-7}$	$6,7 \times 10^{-7}$	$1,4 \times 10^{-7}$	$4,2 \times 10^{-7}$	$-8,1 \times 10^{-7}$	$-7,2 \times 10^{-8}$
	c	$-9,4 \times 10^{-7}$	$-2,8 \times 10^{-7}$	$2,3 \times 10^{-7}$	$1,4 \times 10^{-7}$	$1,9 \times 10^{-7}$	$-9,6 \times 10^{-7}$
	n	$4,2 \times 10^{-9}$	$3,5 \times 10^{-9}$	$1,7 \times 10^{-7}$	$2,1 \times 10^{-7}$	$-1,9 \times 10^{-8}$	$4,1 \times 10^{-8}$

TABELA VI

ERRO ENTRE OS RESULTADOS DO SISTEMA ORIGINAL E DO SISTEMA REDUZIDO - POTÊNCIA DA GERAÇÃO E PERDAS TOTAIS

	P _{geração} (pu)	Q _{geração} (pu)	P _{perdas} (pu)	Q _{perdas} (pu)
a	$1,4 \times 10^{-6}$	$1,2 \times 10^{-8}$	$2,2 \times 10^{-6}$	$2,8 \times 10^{-8}$
b	$6,3 \times 10^{-8}$	$3,3 \times 10^{-7}$	$3,8 \times 10^{-7}$	$-1,1 \times 10^{-6}$
c	$3,2 \times 10^{-7}$	$9,2 \times 10^{-8}$	$2,4 \times 10^{-7}$	$2,6 \times 10^{-7}$
n	$2,9 \times 10^{-11}$	$4,1 \times 10^{-12}$	$-6,4 \times 10^{-10}$	$-2,6 \times 10^{-9}$

Já que o método de redução abordado não requer alteração nenhuma na metodologia de formulação do MICQ, obter tal ganho de tempo computacional é de grande relevância. A robustez do MICQ já permite a análise adequada dos SDs e, incorporando o método de redução, o usuário será capaz de efetuar estudos adequados num tempo hábil mais interessante com uma precisão excepcional.

2) Resultados da Variação da Relação X/R

Nesta seção, é apresentada um método para testar o impacto da variação da relação X/R das impedâncias dos cabos no método de redução proposto. Este é um estudo importante visto que o SD apresenta baixo valor para a relação X/R dos alimentadores e alguns métodos, nesta situação, encontram dificuldade em convergirem ou até mesmo não conseguem. Como o MICQ apresenta um bom desempenho sob a relação X/R da impedância do cabo [20], o método de redução deve ser capaz de manter e até mesmo melhorar tal característica.

O algoritmo usado junto ao MICQ para cada teste da simulação da variação da relação X/R da impedância dos condutores é mostrado na Fig. 5. Durante o teste, a impedância mútua é considerada fixa no valor nominal pois seu cálculo é dependente principalmente da distância entre os condutores do alimentador [20], sendo que esta distância é bem definida na maioria dos alimentadores. Assim, o algoritmo da Fig 5. altera apenas impedância própria do condutor.

Na Fig. 5, as novas impedâncias são calculadas por (10). Note que a resistência é a mesma que a relatada no caso nominal (R_{ac}) multiplicada pelo fator k_Z , mas uma nova reatância é calculada toda vez que o ângulo α_Z muda. Vale advertir que vários valores calculados podem não ser viáveis em aplicações do mundo real, mas o objetivo principal é levar o método ao limite.

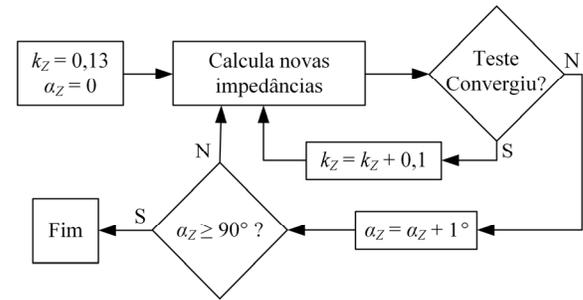
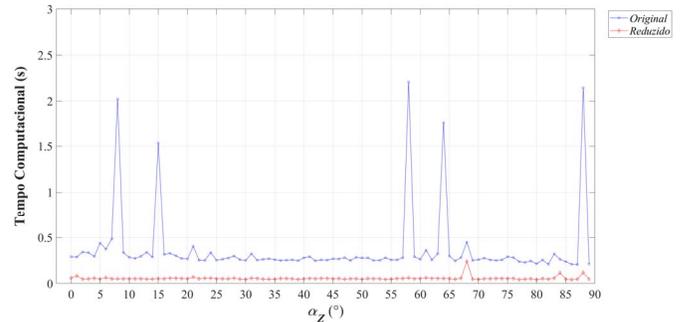
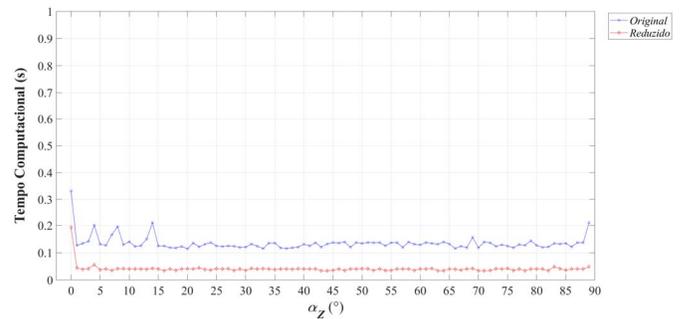


Fig. 5. Algoritmo para a simulação da variação X/R.

$$Z = k_Z \cdot (R_{ac} + j \cdot R_{ac} \cdot \tan(\alpha_Z)) \quad (10)$$

As Figs. 6 e 7 mostram a evolução do tempo computacional na simulação do sistema original e reduzido para $k_Z = k_{Z,m}$ e $k_Z = k_{Z,conv}$, respectivamente. Já a Fig. 8 mostra a evolução do tempo computacional na simulação do sistema original e reduzido para todos os valores de k_Z gerados. A Tabela VII mostra um breve resumo dos resultados obtidos para a variação X/R no sistema original e no sistema reduzido. Onde: TC se refere ao tempo computacional da simulação de cada α_Z , i.e., tempo total da variação de k_Z de 0,13 até $k_{Z,m}$; $k_{Z,m}$ é o maior valor de k_Z em que o método converge para um dado α_Z ; $k_{Z,conv}$ é o maior valor de k_Z em que o método converge para todos α_Z ; $iter_m$ é o número de iterações para $k_Z = k_{Z,m}$; $iter_{conv}$ é o número de iterações para $k_Z = k_{Z,conv}$.

Fig. 6. Tempo computacional para $k_Z = k_{Z,m}$.Fig. 7. Tempo computacional para $k_Z = k_{Z,conv}$.

Como a Fig. 6 mostra resultados para o limiar da simulação X/R, constata-se que o MICQ apresentou maior dificuldade em solucionar o sistema original, fato demonstrado pelos aumentos súbitos do tempo computacional em determinados valores de α_Z . Isto também pode ser observado na Fig. 7, mas de maneira mais branda, já que $k_Z = k_{Z,conv}$ estabelece valores

mais factíveis nesta situação.

TABELA VII
RESUMO DOS RESULTADOS DA VARIAÇÃO X/R

α_Z (°)	Sistema Original					Sistema Reduzido				
	TC (s)	$k_{Z,conv}$	$iter_{conv}$	$k_{Z,m}$	$iter_m$	TC (s)	$k_{Z,conv}$	$iter_{conv}$	$k_{Z,m}$	$iter_m$
0	61,0333	0,13	2	27,2	5	14,1271	0,13	2	27,2	5
10	40,9436	0,13	2	25,3	5	10,6684	0,13	2	25,3	5
20	36,0027	0,13	2	23,2	5	10,0575	0,13	2	23,2	5
30	32,8127	0,13	2	21	5	8,93737	0,13	2	21	5
40	29,7555	0,13	2	18,5	5	7,90331	0,13	2	18,5	5
50	26,0574	0,13	2	15,7	5	6,71062	0,13	2	15,7	5
60	21,3643	0,13	2	12,6	5	5,46872	0,13	2	12,6	5
70	15,5207	0,13	2	9	5	3,89811	0,13	2	9	5
80	9,31307	0,13	2	4,8	4	2,1583	0,13	2	4,8	4

Pela Fig. 8, percebe-se que a evolução do tempo computacional total de simulação para o sistema reduzido foi praticamente linear em relação a cada valor de α_Z , enquanto que o sistema original apresentou algumas variações, indicando que o MICQ apresenta maior dificuldade para solucionar o sistema original. Ressalta-se que o tempo de simulação nesta figura foi dezenas de segundos pois se refere ao tempo acumulado da solução de diversos fluxo de potências desde $k_Z=0,1$ até $k_Z=k_{Z,m}$ para cada α_Z considerado.

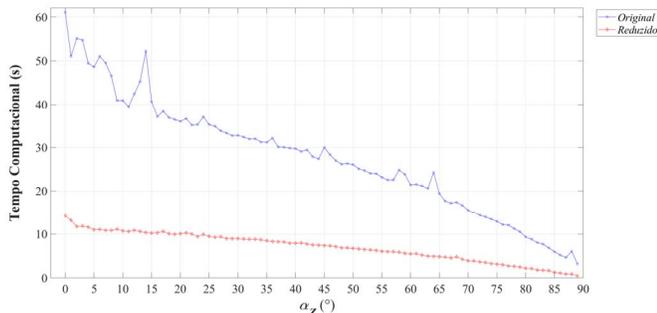


Fig. 8. Tempo computacional total da variação da relação X/R.

Nota-se na Tabela VII que os resultados obtidos para o sistema reduzido estão de acordo com os do sistema original, enquanto apresenta um tempo computacional muito inferior para cada um dos ângulos destacados. Proporcionalmente ao sistema original, o menor e o maior tempo computacional para o sistema reduzido foram encontrados em $\alpha_Z=0^\circ$ e $\alpha_Z=20^\circ$, respectivamente. Nessas condições, o ganho de tempo computacional do sistema reduzido em relação ao sistema original foi 76,85% e 72,06%, respectivamente.

Como o MICQ foi executado diversas vezes para um dado α_Z , o ganho de tempo computacional com o método de redução se torna cumulativo a cada execução, o que permitiu obter um ganho de até 76,85%, valor este muito superior aos 19,61% encontrados na execução única da condição nominal.

B. Sistema IEEE 123 Barras

Com o intuito de verificar o apelo prático da metodologia

em SDs maiores, aplicou-se o método na solução do sistema IEEE 123 barras. Destaca-se que existem trechos de linhas trifásicas, bifásicas e monofásicas em tal sistema. Assim, como o MICQ possui sua formulação em blocos de ordem 4, representando as três fases e o condutor neutro, deve-se fazer um tratamento matricial para realizar a adequada representação dos trechos mencionados acima. Desta forma, para evitar que ocorra problemas de inversão de matriz durante a solução numérica, as impedâncias mútuas da(s) fase(s) que não existem em determinado trecho de linha é definida igual a 0Ω e a impedância própria dessa(s) fase(s) iguais a 1Ω , sendo este valor muito superior à impedância própria dos demais trechos existentes no sistema.

A seguir, na Tabela VIII, Tabela IX e Tabela X são mostrados os resultados de maneira resumida. Para as barras que exibiram os maiores e menores erros (entre os resultados do sistema original e do sistema reduzido) para o módulo de tensão fase-terra, são apresentados os resultados de potências injetadas, tensões fase-terra e correntes injetadas. Além disso, também são informados os trechos de linha que apresentaram os maiores e menores erros de perda de potência ativa, bem como o erro para a geração e perdas totais.

TABELA VIII
ERRO ENTRE OS RESULTADOS DO SISTEMA ORIGINAL E DO SISTEMA REDUZIDO - VALORES ENTRE FASE-TERRA

	P (pu)	Q (pu)	Vreal (pu)	Vimag (pu)	Ireal (pu)	Iimag (pu)	
Barra 48	a	$2,1 \times 10^{-8}$	$-3,3 \times 10^{-9}$	$6,9 \times 10^{-8}$	$5,7 \times 10^{-8}$	$2,3 \times 10^{-8}$	$1,6 \times 10^{-9}$
	b	$-4,4 \times 10^{-9}$	$1,9 \times 10^{-8}$	$2,6 \times 10^{-9}$	$-1,0 \times 10^{-8}$	$-1,4 \times 10^{-8}$	$1,4 \times 10^{-8}$
	c	$-1,4 \times 10^{-8}$	$-1,5 \times 10^{-8}$	$6,2 \times 10^{-8}$	$-1,7 \times 10^{-8}$	$-7,4 \times 10^{-9}$	$-2,1 \times 10^{-8}$
	n	$-9,1 \times 10^{-10}$	$7,8 \times 10^{-10}$	$-6,9 \times 10^{-7}$	$2,0 \times 10^{-7}$	$-1,1 \times 10^{-9}$	$5,0 \times 10^{-9}$
Barra 149	a	$-1,5 \times 10^{-7}$	$-3,7 \times 10^{-8}$	0	$-1,9 \times 10^{-17}$	$-1,5 \times 10^{-7}$	$3,7 \times 10^{-8}$
	b	$-3,3 \times 10^{-8}$	$-8,4 \times 10^{-8}$	0	$-1,1 \times 10^{-16}$	$9,0 \times 10^{-8}$	$-1,3 \times 10^{-8}$
	c	$7,7 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-8}$	0	$-1,1 \times 10^{-16}$	$-1,2 \times 10^{-9}$	$8,8 \times 10^{-8}$
	n	$9,0 \times 10^{-34}$	$-2,4 \times 10^{-33}$	$9,9 \times 10^{-18}$	$-1,9 \times 10^{-17}$	$-1,4 \times 10^{-22}$	$-3,3 \times 10^{-22}$

TABELA IX
ERRO ENTRE OS RESULTADOS DO SISTEMA ORIGINAL E DO SISTEMA REDUZIDO - VALORES ENTRE FASE-TERRA

	Barra DE	Barra PARA	P_{perdas} (pu)	Q_{perdas} (pu)
a	149	1	-1×10^{-7}	4×10^{-8}
b	149	1	9×10^{-8}	-1×10^{-8}
c	149	1	-1×10^{-9}	9×10^{-8}
n	149	1	-7×10^{-26}	-2×10^{-25}
a	19	20	-5×10^{-9}	3×10^{-9}
b	19	20	0	0
c	19	20	0	$-2,0 \times 10^{-18}$
n	19	20	$2,4 \times 10^{-21}$	$-7,0 \times 10^{-21}$

TABELA X
ERRO ENTRE OS RESULTADOS DO SISTEMA ORIGINAL E DO SISTEMA REDUZIDO - POTÊNCIA DA GERAÇÃO E PERDAS TOTAIS

	$P_{geração}$ (pu)	$Q_{geração}$ (pu)	P_{perdas} (pu)	Q_{perdas} (pu)
a	$-1,5 \times 10^{-7}$	$-3,7 \times 10^{-8}$	$-1,6 \times 10^{-8}$	$-2,4 \times 10^{-8}$
b	$-3,3 \times 10^{-8}$	$-8,4 \times 10^{-8}$	$6,3 \times 10^{-11}$	$-8,7 \times 10^{-9}$
c	$7,7 \times 10^{-8}$	$4,3 \times 10^{-8}$	$7,1 \times 10^{-9}$	$1,5 \times 10^{-8}$
n	$9,0 \times 10^{-34}$	$-2,4 \times 10^{-33}$	$1,8 \times 10^{-9}$	$1,8 \times 10^{-9}$

Novamente, os erros para as variáveis fase-terra da Tabela VIII foram ínfimos e inferiores à ordem de grandeza da

tolerância, sendo os maiores erros encontrados para a barra 48 (onde está conectada a maior carga trifásica do sistema) e o menor para a barra 149 (logo na saída da subestação). Nota-se na Tabela IX que o trecho de linha que apresentou maior erro de perda de potência ativa foi o que sai da subestação e o com menor erro foi o ramal monofásico que conecta as barras 19 e 20. Por fim, os erros da Tabela X para a potência gerada e as perdas totais do sistema também foram ínfimos. Neste caso, o ganho de tempo computacional obtido foi de $100 \cdot (10,6 - 7,27) / 10,6 = 31,41\%$.

IV. CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado um método de redução, com formulação baseada na redução de *Kron*, capaz de eliminar a representação explícita dos nós das barras sem carga e geração no sistema trifásico a quatro fios. O método foi incorporado numa ferramenta de solução e primeiramente aplicado num alimentador a quatro fios com o neutro multiterrado para verificar sua eficácia. Os resultados obtidos ao eliminar a representação dos nós de todas as barras existentes entre a barra da subestação e a barra de carga são animadores. O ganho de tempo computacional obtido na condição nominal foi de 19,61%, o que é bastante considerável para uma simulação de apenas um ponto operacional. Para a simulação da variação de X/R o maior ganho foi de 76,85%. Já os erros de tensão, corrente, potência gerada e perdas encontrados entre a solução usando o sistema original e usando o sistema reduzido foi inferior à ordem da tolerância considerada na ferramenta de solução do fluxo de potência.

Posteriormente, o apelo prático do método ao solucionar SDs maiores foi constatado pelos resultados do sistema teste IEEE 123 barras. Obteve-se um ganho no tempo de simulação de 31,41%, mantendo uma elevada precisão para todas as variáveis avaliadas; atributos estes que são de extrema importância ao estabelecer um método de redução para o SD.

Desta forma, os autores consideram que tal metodologia é capaz de tratar as especificidades do SD e garantir uma solução exata ou sujeita a pequenos erros numéricos para o problema de fluxo de potência e, ainda, propiciar uma boa economia no tempo de processamento computacional. Destaca-se que a abordagem proposta não requer modificação nenhuma na ferramenta de solução utilizada, mantendo assim sua robustez enquanto garante uma precisão adequada da solução encontrada. Tais características estabelecem as contribuições do método abordado neste trabalho.

Embora os estudos apresentados por este trabalho tenham sido realizados ao considerar a condição de operação nominal do sistema e variações na relação X/R da impedância do alimentador, espera-se que a utilização do método de redução em estudos que requeiram que o MICQ seja executado diversas vezes proporcione um ganho de tempo computacional exponencialmente maior. Assim, a metodologia proposta é flexível o suficiente para realizar futuras análises em SDs modernos, e.g., avaliar o efeito da penetração de recursos de energia distribuídos em SD de grande porte, mas também será útil em estudos que aplicam técnicas inteligentes de otimização no sistema de potência.

REFERÊNCIAS

- [1] K. P. Schneider *et al.*, “Analytic Considerations and Design Basis for the IEEE Distribution Test Feeders,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 3, pp. 3181–3188, May 2018.
- [2] A. Barin, L. Canha, A. Abaide, and R. Machado, “Methodology for placement of Dispersed Generation Systems by analyzing its Impacts in Distribution Networks,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 10, no. 2, pp. 1544–1549, 2012.
- [3] R. M. Ciric, L. F. Ochoa, A. Padilla-Feltrin, and H. Nouri, “Fault analysis in four-wire distribution networks,” *IEE Proc. - Gener. Transm. Distrib.*, vol. 152, no. 6, pp. 977–982, 2005.
- [4] W. H. Kersting, “A three-phase unbalanced line model with grounded neutrals through a resistance,” in *Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 2008, pp. 1–2.
- [5] D. R. R. Penido, L. R. Araujo, S. Carneiro, J. L. R. Pereira, and P. A. N. Garcia, “Three-Phase Power Flow Based on Four-Conductor Current Injection Method for Unbalanced Distribution Networks,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 2, pp. 494–503, May 2008.
- [6] J. L. Choque, D. Rodas, and A. Padilha-Feltrin, “Distribution transformer modeling for application in three-phase power flow algorithm,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 7, no. 2, pp. 196–202, 2009.
- [7] L. R. Araujo, D. R. R. Penido, S. Carneiro, and J. L. R. Pereira, “A Methodology for Optimization of Unbalanced Distribution Systems,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 11, no. 5, pp. 1182–1189, 2013.
- [8] U. Ghatak and V. Mukherjee, “An improved load flow technique based on load current injection for modern distribution system,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 84, pp. 168–181, Jan. 2017.
- [9] L. R. Araujo, “Representation of Magnetic Coupling in Distribution System Feeders Using BW/FW,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 32, no. 2, pp. 1580–1581, Mar. 2017.
- [10] B. Cortes, L. R. Araujo, and D. R. R. Penido, “A study of grounding in a multiphase unbalanced distribution network with neutral conductor: An analysis on the IEEE NEV test feeder,” in *2018 Simposio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE)*, 2018, pp. 1–6.
- [11] F. Milano and K. Srivastava, “Dynamic REI equivalents for short circuit and transient stability analyses,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 79, no. 6, pp. 878–887, 2009.
- [12] M. J. Reno, K. Coogan, R. Broderick, and S. Grijalva, “Reduction of distribution feeders for simplified PV impact studies,” in *2013 IEEE 39th Photovoltaic Specialists Conference (PVSC)*, 2013, pp. 2337–2342.
- [13] E. Shayesteh, B. F. Hobbs, L. Söder, and M. Amelin, “ATC-Based System Reduction for Planning Power Systems With Correlated Wind and Loads,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 30, no. 1, pp. 429–438, Jan. 2015.
- [14] E. Shayesteh, D. F. Gayme, and M. Amelin, “System reduction techniques for storage allocation in large power systems,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 95, pp. 108–117, 2018.
- [15] Z. K. Pecenek, V. R. Disfani, M. J. Reno, and J. Kleissl, “Multiphase Distribution Feeder Reduction,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 2, pp. 1320–1328, Mar. 2018.
- [16] S. M. Ashraf, B. Rathore, and S. Chakrabarti, “Performance analysis of static network reduction methods commonly used in power systems,” in *18th National Power Systems Conference*, 2014, pp. 1–6.
- [17] A. Papaemmanouil and G. Andersson, “On the reduction of large power system models for power market simulations,” in *17th Power Systems Computation Conference (PSCC)*, 2011, pp. 1308–1313.
- [18] A. Akhavein, M. F. Firuzabad, R. Billinton, and D. Farokhzad, “Review of reduction techniques in the determination of composite system adequacy equivalents,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 80, no. 12, pp. 1385–1393, 2010.
- [19] D. R. R. Penido, “Uma Metodologia Para Análise De Sistemas Elétricos A N-Condutores Pelo Método De Injeção De Correntes,” Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, 2008.
- [20] L. R. Araujo, D. R. R. Penido, N. A. Amaral Filho, and T. A. P. Beneteli, “Sensitivity analysis of convergence characteristics in power flow methods for distribution systems,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 97, pp. 211–219, Apr. 2018.



Bruno Cortes de Souza possui graduação em Engenharia Elétrica (2014) e mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2017). Atualmente é aluno de doutorado em Engenharia Elétrica na Universidade Federal de Juiz de Fora. Atua nos seguintes temas: Modelos de componentes e metodologias para análise e síntese de

sistemas de distribuição e industriais.



Leandro Ramos de Araújo (M'2009; SM'2015) possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (1993), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2000) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE (2005). Professor adjunto

da Universidade Federal de Juiz de Fora. Atua nos seguintes temas: Metodologias de análise e síntese de sistemas de distribuição e industriais e programação computacional.



Débora Rosana Ribeiro Penido (S'1999; M'2009; SM'2013) possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2002), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2004) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE (2010). Professora

adjunto da Universidade Federal de Juiz de Fora. Atua nos seguintes temas: Modelos de componentes, metodologias de análise de sistemas de distribuição e planejamento de sistemas de transmissão.