

A Robust Model for the Bases Location and Ambulances Allocation Problem

R. Marques, T. Queiroz, and R. Borges

Abstract—In this work, a robust model is developed for the problem of locating bases and allocating ambulances in a fire department. The time of an emergency, which begins when a phone call is received and ends with the arrival of the ambulance at the base, is an uncertain parameter since this time may be influenced by the nature of the emergency, traffic conditions, distance to the emergency, immediate availability of ambulances, among others. A case study was performed with data from a fire department in the state of Goiás, Brazil. Results of the nominal model indicate that the current number of ambulances in the fire department can serve almost the double of the current number of emergencies. However, the results of the robust model suggest this number is not sufficient, depending on the level of uncertainty that is imposed.

Index Terms—Health information management, Optimization, Uncertainty.

I. INTRODUÇÃO

OS serviços de emergência móvel são de grande importância para a sociedade, sendo responsáveis, por exemplo, pelo salvamento de vítimas de acidente e de animais, incêndios urbanos ou de vegetação, e trabalhos preventivos e administrativos. De acordo com [1], o número de ambulâncias para atender as demandas provém da quantidade de habitantes na região, sendo estabelecida a relação mínima de uma ambulância para cada 100 mil habitantes.

Os problemas de alocação de ambulâncias vêm sendo formalmente investigados desde a década de 1970, conforme a revisão da literatura de Brotcorne *et al.* [2]. Mohaymany *et al.* [3] desenvolveram um modelo de programação linear inteira para a localização de bases e alocação de ambulâncias, com o objetivo de minimizar o custo total, dado um nível de disponibilidade das ambulâncias para cumprir adequadamente com a quantidade de demandas existentes. Outros trabalhos envolvendo a alocação de ambulâncias podem ser encontrados em Iannoni e Morabito [4], que propuseram um modelo de teoria de filas para sistemas de atendimento emergenciais em rodovias, e Jagtenberg *et al.* [5], que desenvolveram uma heurística para minimizar o tempo de atendimento a partir da realocação de ambulâncias.

McCormack e Coates [6] determinaram a quantidade de ambulâncias e a localização de bases utilizando algoritmos genéticos com modelos de simulação. Por sua vez, Westgate *et al.* [7] estimaram o tempo de viagem por meio de uma abordagem de regressão e verificaram o seu impacto na definição do número de ambulâncias. Em Zarkeshzadeh *et al.* [8] foi proposto um método para despachar ambulâncias com o menor tempo de atendimento considerando situações críticas dos serviços. Em Zhen *et al.* [9] há regras baseadas em tempo de atendimento e cobertura de uma região para a alocação de ambulâncias. Por sua vez, Endler *et al.* [10] discutiram modelos de programação linear inteira para avaliar a localização atual das creches públicas em Curitiba, Paraná, Brasil, bem como a necessidade de expansão das unidades existentes e a abertura de novas unidades.

No modelo proposto por Mohaymany *et al.* [3], bem como nos modelos determinísticos da literatura, o tempo de atendimento de uma emergência (também denominado por tempo de atendimento de uma ambulância), que inicia com o recebimento da chamada telefônica e finaliza com a chegada da ambulância na sua base, é considerado pré-fixado. Por outro lado, sabe-se que este tempo é incerto, sendo influenciado pela distância da base até ao local da emergência, a natureza da emergência, as condições de trânsito, o horário da emergência, entre outros fatores.

Soyster [11] é um dos pioneiros em otimização robusta no âmbito de programação linear. Por sua vez, Ben-Tal e Nemirovski [12] sugeriram uma abordagem cujo modelo resultante é não-linear. Bertsimas e Sim [13] sugeriram controlar a quantidade de dados que assumem o pior valor de variação por meio de um parâmetro denominado grau de conservadorismo, resultando em um modelo de programação linear. Trabalhos que consideraram otimização robusta em problemas na área de saúde são, por exemplo, planejamento de atendimento domiciliar [14] e planejamento de rotas médicas [15]. Outras aplicações de otimização robusta podem ser encontradas na determinação de catálogos de produtos em ambientes varejistas [16] e no planejamento de equipes de manutenção de estradas [17], considerando que o tempo de serviço das equipes é um dado incerto.

No presente trabalho, considera-se o modelo desenvolvido por Mohaymany *et al.* [3] e Marques e Queiroz [18], para o qual se aplica a abordagem de Bertsimas e Sim [13], assumindo que o tempo de atendimento das emergências é incerto. Assim, o modelo robusto obtido é usado em um estudo de caso realizado no Batalhão Bombeiro Militar da cidade de Catalão, Goiás, Brasil. Ao melhor do nosso

This work was supported by the Brazilian funding agencies CAPES, CNPq (under Grant. 308312/2016-3), and FAPEG.

R. R. Marques, T. A. Queiroz, and R. A. Borges are with the Programa de Pós-graduação em Modelagem e Otimização, Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão, Catalão, Goiás, 75708-560, Brasil (e-mail: rainamarques@hotmail.com, taq@ufg.br, romes@ufg.br).

conhecimento, não há trabalhos na literatura que consideram desenvolvimento similar.

Este artigo está organizado da seguinte maneira: na seção II, aplica-se a abordagem de Bertsimas e Sim [13] sobre o modelo nominal (isto é, sem incertezas) do problema de localização de bases e alocação de ambulâncias; na seção III, analisam-se os resultados obtidos sobre o estudo de caso realizado; e, na seção IV, apresentam-se as conclusões e indicações de trabalhos futuros.

II. MODELO DE LOCALIZAÇÃO DE BASES E ALOCAÇÃO DE AMBULÂNCIAS

O Problema de Localização de Bases e Alocação de Ambulâncias (PLBAA) busca identificar qual a melhor localidade para a abertura de bases (por exemplo, de saúde, policial, militar, bombeiros, entre outras) e, por conseguinte, quantas ambulâncias alocar (isto é, adquirir) em cada base, de forma a atender a demanda de clientes dispersos geograficamente, com um custo total mínimo relacionado à instalação das bases e aquisição das ambulâncias. A demanda de cada cliente está associada a uma chamada de emergência, sendo expressa pelo tempo de atendimento da emergência por uma ambulância.

Para tanto, considera-se o modelo de Mohaymany *et al.* [3], denominado UBUL (*Upper-Bound Unavailability Location*), que resolve o PLBAA com a restrição de que as demandas sejam atendidas dado um nível de confiabilidade do serviço. Este nível indica quanto tempo uma ambulância pode ficar em atendimento e, conseqüentemente, estará disponível na base a fim cumprir com novas demandas. O modelo UBUL usa os seguintes conjuntos e dados de entrada:

I : Conjunto de clientes, cada um representando um ponto de demanda (elementos de I são dados por i);

J : Conjunto de locais para abrir bases (elementos de J são dados por j);

A : Conjunto de ambulâncias (elementos de A são dados por a);

A_j : Conjunto de ambulâncias que podem ser alocadas na base j , sendo A_j um subconjunto de A ;

N_i : Conjunto de ambulâncias que podem atender o ponto de demanda i ;

B_a : Conjunto de pontos de demanda atendidos pela ambulância a , isto é, que estão dentro do raio de cobertura da ambulância;

q_i : Tempo médio de atendimento (em horas/dia) a uma emergência no ponto de demanda i ;

S : Raio de cobertura de atendimento de uma ambulância a localizada numa base j ;

α : Nível de confiabilidade mínimo para garantir o atendimento das demandas, sendo utilizado para calcular a fração máxima de tempo permitida para uma ambulância estar em serviço;

f : Número mínimo de ambulâncias necessário para atender as demandas conforme o nível de confiabilidade α ;

r : Fração máxima de tempo em que cada ambulância pode estar em serviço, em que $r = \sqrt[f]{1 - \alpha} - 0,01$;

L : Número máximo de ambulâncias que podem atender qualquer ponto de demanda;

ψ : Custo para alocar uma ambulância, isto é, para comprar a ambulância e disponibilizá-la na base. Assume-se que esse custo seja igual para qualquer ambulância;

γ : Custo para abrir uma base em uma localidade, podendo incluir a compra do local e a construção física da base. Assume-se que esse custo seja igual para qualquer base;

M : Número inteiro grande;

O modelo de programação linear inteira do UBUL considera as seguintes variáveis de decisão: x_a que é igual a 1 se a ambulância a é usada, caso contrário, assume o valor 0; w_j que é igual a 1 se uma base está aberta na localidade j , caso contrário, assume o valor 0; e, y_{ik} que é igual 1 se k ambulâncias atendem a emergência do ponto de demanda i , caso contrário, assume o valor 0. Assim, o modelo UBUL para o PLBAA é:

$$\text{Minimizar } z = \psi \sum_{a \in A} x_a + \gamma \sum_{j \in J} w_j \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in B_a} (q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k}) + (x_a - 1)M \leq 24r, \quad \forall a \in A \quad (2)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a = \sum_{k=1}^L y_{ik} k, \quad \forall i \in I \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^L y_{ik} = 1, \quad \forall i \in I \quad (4)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a \geq f, \quad \forall i \in I \quad (5)$$

$$Mw_j \geq \sum_{a \in A_j} x_a, \quad \forall j \in J \quad (6)$$

$$x_a, w_j, y_{ik} \in \{0,1\}, \quad \forall a \in A, \forall j \in J, \forall i \in I, k = 1, 2, \dots, L \quad (7)$$

A função objetivo (1), a ser minimizada, modela o custo total de alocação (isto é, aquisição) de ambulâncias e localização (isto é, abertura) de bases. As restrições (2) estão relacionadas com o atendimento das demandas, sabendo da indisponibilidade das ambulâncias no período de 24 horas por dia e que o tempo de atendimento é dividido igualmente entre as k ambulâncias que servem o ponto de demanda i . A interpretação do nível de confiabilidade é dada para um exemplo de nível $\alpha = 99\%$ e no mínimo $f = 2$ ambulâncias para atender as demandas, resultando na fração de indisponibilidade $r = \sqrt[f]{1 - \alpha} - 0,01 = 0,09$. Assim, embora as ambulâncias estejam disponíveis 24 horas por dia,

elas podem estar em operação no máximo $24 \times 0,09 = 2,16$ horas por dia, devendo ficar o restante do tempo em estado de espera nas bases, que é de 21,84 horas. À medida que o valor de α aumenta e o de f diminui, as ambulâncias ficam mais tempo nas bases em estado de espera.

As restrições (3) definem a quantidade de ambulâncias para atender cada ponto de demanda. As restrições (4) impõem que exatamente k ambulâncias são necessárias para atender cada ponto de demanda i . As restrições (5) asseguram que no mínimo f ambulâncias são necessárias para atender cada ponto de demanda i . As restrições (6) impõem que todas as ambulâncias adquiridas devem ser alocadas em bases abertas. Por fim, as restrições (7) definem o domínio das variáveis de decisão, sendo elas binárias.

Marques e Queiroz [18] observaram que nas restrições de (2) a (4) existe um parâmetro L que indica a quantidade máxima de ambulâncias que atendem qualquer ponto de demanda i de acordo com o raio de cobertura S . Porém, L não necessariamente é igual para todo ponto de demanda, uma vez que depende do raio de cobertura S . Então, o modelo UBUL foi modificado para conter um parâmetro L_i para cada ponto de demanda i , resultando no modelo UBUL-M (UBUL-Modificado).

No modelo UBUL-M os dados são determinísticos, porém por associar a demanda com o tempo de atendimento, que por sua vez é um dado incerto na prática, os resultados podem não condizer com a realidade do problema. Dessa forma, aplica-se a abordagem de Bertsimas e Sim [13] sobre o modelo UBUL-M diante da incerteza associada ao tempo de atendimento q_i . Com isso, apenas as restrições (2) são modificadas, considerando que: Γ_a é o total de pontos de demanda, servidos pela ambulância a , que podem sofrer variação no seu tempo de atendimento; \mathbb{J}_a é o conjunto com todos os pontos de demanda que possuem incerteza em q_i , dada a ambulância a ; S_a é um subconjunto de \mathbb{J}_a ; e, \hat{q}_i é o desvio que uma variável aleatória (simétrica e limitada) pode assumir em relação ao seu respectivo valor nominal q_i .

Seguindo a abordagem de Bertsimas e Sim [13], considera-se uma função de proteção para as restrições (2), sabendo que as variáveis de decisão são inteiras não-negativas, resultando em (30).

$$\sum_{i \in B_a} \left(q_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \right) + \max_{\{S_a | S_a \subseteq \mathbb{J}_a, |S_a| = \Gamma_a\}} \left\{ \sum_{i \in S_a} \left(\hat{q}_i \sum_{k=1}^L y_{ik} \frac{1}{k} \right) \right\} + (x_a - 1)M \leq 24r, \quad \forall a \in A \quad (8)$$

O modelo robusto para o PLBAA com tempos de atendimento incertos passa a ter função objetivo (1) e restrições (3)-(8). Dado y^* , a solução ótima desse modelo para as variáveis de decisão do tipo y , tem-se que a a -ésima restrição é protegida pela função de proteção β_a descrita no problema de programação linear (9)-(11).

$$\beta_a(y^*, \Gamma_a) = \text{Maximizar} \sum_{i \in \mathbb{J}_a} \left(\hat{q}_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik}^* \frac{1}{k} \right) z_{ai} \quad (9)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in \mathbb{J}_a} z_{ai} \leq \Gamma_a \quad (10)$$

$$0 \leq z_{ai} \leq 1 \quad \forall i \in \mathbb{J}_a \quad (11)$$

Obtém-se o modelo linear dual do problema (9)-(11) a fim de evitar a parcela não linear relacionada a função de proteção em (8). Para tanto, definem-se as variáveis duais $\lambda_a \geq 0$, associada a restrição (10), e $\rho_{ai} \geq 0$, associadas às restrições (11), para cada restrição $a \in A$ e $i \in \mathbb{J}_a$. Com isso, reescreve-se o modelo UBUL-M, agora denominado UBUL-MR (de UBUL-M Robusto), da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } Z = \Psi \sum_{a \in A} x_a + \gamma \sum_{j \in J} w_j \quad (12)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in B_a} \left(q_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} \frac{1}{k} \right) + \sum_{i \in \mathbb{J}_a} \rho_{ai} + \Gamma_a \lambda_a + (x_a - 1)M \leq 24r, \quad \forall a \in A \quad (13)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a = \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} k, \quad \forall i \in I \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} = 1, \quad \forall i \in I \quad (15)$$

$$\sum_{a \in N_i} x_a \geq f, \quad \forall i \in I \quad (16)$$

$$Mw_j \geq \sum_{a \in A_j} x_a, \quad \forall j \in J \quad (17)$$

$$\lambda_a + \rho_{ai} \geq \hat{q}_i \sum_{k=1}^{L_i} y_{ik} \frac{1}{k}, \quad \forall a \in A, i \in \mathbb{J}_a \quad (18)$$

$$\rho_{ai} \geq 0 \quad \forall a \in A, i \in \mathbb{J}_a \quad (19)$$

$$\lambda_a \geq 0 \quad \forall a \in A \quad (20)$$

$$x_a, w_j, y_{ik} \in \{0,1\}, \quad \forall a \in A, \forall j \in J, \forall i \in I, k = 1, 2, \dots, L_i \quad (21)$$

III. METODOLOGIA

A. Estudo de Caso

A cidade de Catalão, localizada no estado de Goiás, Brasil, conta com uma área de aproximadamente 3.778 km² e possui uma população de 98.737 habitantes [19]. De acordo com [1], seria preciso o mínimo de uma ambulância para suprir as demandas de uma cidade do porte de Catalão.

O estudo que se segue ocorreu com os dados reais fornecidos pelo 10º Batalhão Bombeiro Militar (10º BBM) de Catalão, o qual conta com quatro ambulâncias, todas alocadas em uma única base de atendimento. O recebimento de ocorrências pelo 10º BBM dá-se através de chamadas telefônicas ao número 193, em que a emergência é repassada para uma equipe composta geralmente por um sargento e dois soldados. As emergências geralmente são do tipo: resgate, busca e salvamento, incêndio urbano e incêndio em vegetação.

B. Dados para os Experimentos

Para realização do estudo foram consideradas as emergências atendidas em Catalão no ano de 2015. Uma rede com 84 pontos de demanda, que são os bairros da cidade, é utilizada. Segundo informações da própria corporação, uma emergência requer tempo médio de atendimento de 45 minutos (isto é, de 0,75 horas), que é contado a partir do recebimento da chamada, incluindo o acionamento da equipe e ambulância, deslocamento da ambulância da base para o local da emergência, tempo de permanência da ambulância no local, até o momento de chegada da ambulância na sua base. Assume-se um raio de cobertura total para as ambulâncias, ou seja, as ambulâncias podem atender qualquer ponto de demanda da cidade.

Assumem-se nove níveis de confiabilidade e considera-se na função objetivo (1) que $\Psi = 1$ e $\gamma = 0$, visando apenas minimizar o número de ambulâncias a serem adquiridas. Além disso, testes preliminares mostraram que a escolha de $f = 2$ geralmente fornece os melhores resultados, assim como foi feito por Mohaymany *et al.* [3]. Assim, as frações de ocupação (r) para um nível (α) de 80%, 82,5%, 85%, 87,5%, 90%, 92,5%, 95%, 97,5% e 99% são, respectivamente, 0,44, 0,41, 0,38, 0,34, 0,31, 0,26, 0,21, 0,15 e 0,09.

Os valores de Γ_a e J_a usado no modelo UBUL-MR, considerando 1% de probabilidade de violação da restrição, são apresentados na Tabela I. Conforme Bertsimas e Sim [13], o valor de Γ_a vem da solução de $\exp\left(\frac{-\Gamma_a^2}{|J_a|}\right) - \phi = 0$, sendo ϕ a probabilidade de violação da restrição, em que é aplicado o método de Newton. A partir disto, dois casos foram considerados, a saber:

(i) Caso 1: uma base pode ser aberta. Considera-se apenas o local da base atual, não podendo abrir bases em outros locais. Busca-se verificar se a quantidade atual de ambulâncias da corporação é suficiente para atender a demanda da cidade.

(ii) Caso 2: duas bases podem ser abertas. Considera-se a localidade atual e o DIMIC (um bairro industrial), que deverá receber uma segunda base da corporação, não podendo abrir outras bases. O intuito deste caso é estudar a real necessidade de uma nova base para uma cidade do porte de Catalão.

TABELA I

VALOR DE Γ_a CONSIDERANDO ATÉ 84 PARÂMETROS q_i COMO INCERTOS

J_a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Γ_a	0	3	4	5	6	7	7	8	9	9	10
J_a	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Γ_a	10	11	11	11	12	12	13	13	13	14	14
J_a	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
Γ_a	14	15	15	15	15	16	16	16	17	17	17
J_a	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
Γ_a	17	18	18	18	18	19	19	19	19	20	20
J_a	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54
Γ_a	20	20	21	21	21	21	21	22	22	22	22
J_a	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
Γ_a	23	23	23	23	23	24	24	24	24	24	24
J_a	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76
Γ_a	25	25	25	25	25	26	26	26	26	26	26
J_a	77	78	79	80	81	82	83	84			
Γ_a	27	27	27	27	27	27	28	28			

O computador utilizado nos experimentos tem processador Intel Inside™ Core i5, 8 GB de memória RAM e Sistema operacional Linux. Considera-se uma implementação em C++, utilizando o *Gurobi Optimizer* na versão 6.5.1 para resolver os modelos UBUL-M e UBUL-MR. Todos os dados dos testes estão disponíveis mediante solicitação aos autores.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A. Resultados do Modelo UBUL-M

A Tabela II tem os resultados dos dois casos considerando o modelo sem incertezas, isto é, UBUL-M. Na tabela estão as quantidades de ambulâncias e bases instaladas, bem como a localidade das bases. Nota-se que quanto maior o nível de confiabilidade imposto, maior é a quantidade de ambulâncias exigidas para servir as demandas. Para os níveis de confiabilidade entre 80 a 97,5% foram instaladas apenas duas ambulâncias. Porém, para o nível de 99% foram requeridas três ambulâncias.

TABELA II

RESULTADOS PARA O ESTUDO DE CASO COM O MODELO UBUL-M

Nível de confiabilidade (%)	Caso 1		Caso 2	
	#Amb.	Localidade	#Amb.	Localidade
80	2	10º BBM	2	10º BBM
82,5	2	10º BBM	2	10º BBM
85	2	10º BBM	2	10º BBM
87,5	2	10º BBM	2	10º BBM
90	2	10º BBM	2	10º BBM
92,5	2	10º BBM	2	10º BBM
95	2	10º BBM	2	DIMIC
97,5	2	10º BBM	2	DIMIC
99	3	10º BBM	3	DIMIC

As soluções para os Casos 1 e 2 indicam que a situação atual da corporação é confortável, já que conta com quatro ambulâncias. Para certos níveis de confiabilidade, houve uma redução de até duas ambulâncias, enquanto, no maior nível,

uma ambulância estaria sempre à disposição na corporação e, assim, poderia ser realocada para outra região/cidade vizinha. Além disso, no Caso 2, observa-se que as localidades das bases diferem de acordo com o nível de confiabilidade. Para níveis entre 80 e 92,5%, as ambulâncias devem ficar na base atual. Já para níveis entre 95 e 99%, as ambulâncias devem ser alocadas no setor DIMIC. Todavia, os resultados indicam que uma base é suficiente para suprir as demandas (relativas ao ano de 2015), seja na localidade atual, para um nível de confiabilidade menor, ou no setor DIMIC, quando se impõe alta disponibilidade das ambulâncias.

B. Resultados do Modelo UBUL-MR

O modelo UBUL-MR foi aplicado sobre os dois casos anteriores, porém considerando diferentes quantidades de parâmetros incertos. Com isso, um novo parâmetro \mathcal{D} , que varia de 0 a 100%, foi usado para indicar a porcentagem de parâmetros considerados incertos em cada restrição, ao invés de usar o mesmo valor de J_a para cada restrição a . Também, adotou-se um parâmetro ε , variando de 0 a 100%, para indicar a variação permitida no tempo de atendimento q_i . Além disso, apenas dois níveis de confiabilidade foram usados, o menor (de 80%) e o maior (de 99%), pois os resultados dos níveis intermediários não tiveram variação interessante e acompanham as mesmas conclusões para estes dois níveis.

Os resultados obtidos pelo modelo UBUL-MR, para os Casos 1 e 2, considerando o nível de 80% estão na Tabela III. Observa-se que o número de ambulâncias obtido pelo UBUL-MR é o mesmo dado pelo modelo nominal UBUL-M. Mesmo permitindo uma variação de 100% no tempo de atendimento das emergências e o máximo valor de J_a (isto é, $\mathcal{D} = 100\%$), o resultado continua apontando para o uso de apenas duas ambulâncias. Em outras palavras, se o tempo de atendimento das emergências dobrar em todos os pontos de demanda, tem-se que duas ambulâncias ainda serão suficientes, dado um nível de confiabilidade do serviço de 80%, que representa até 10,56 horas de operação diária permitida para cada ambulância.

TABELA III
RESULTADOS OBTIDOS PARA OS CASOS 1 E 2 COM NÍVEL DE CONFIABILIDADE DE 80% PARA O UBUL-MR

\mathcal{D} (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
20	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
30	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
40	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ε (%)	50	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	60	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	70	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	80	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	90	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	100	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Ao aumentar o nível de confiabilidade para 99%, os dois casos agora apresentaram resultados diferentes. Os resultados variam de acordo com a perturbação, podendo requerer entre duas e até cinco ambulâncias. A Tabela IV traz os resultados do Caso 1 dada a resolução do modelo UBUL-MR.

TABELA IV
RESULTADOS OBTIDOS PARA O CASO 1 COM NÍVEL DE CONFIANÇA DE 99% PARA O UBUL-MR

\mathcal{D} (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
10	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
20	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
30	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
40	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
ε (%)	50	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4
	60	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
	70	3	3	4	4	4	4	4	4	5	5
	80	3	3	4	4	4	4	4	5	5	5
	90	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5
	100	3	3	4	4	4	4	5	5	5	5

Observando a Tabela IV, nota-se que para os onze valores de \mathcal{D} testados, apenas há alteração no número de ambulâncias alocadas quando o tempo de atendimento das emergências é acrescido em pelo menos 30%. Observa-se que quando $\mathcal{D} = 80\%$ e $\varepsilon = 30\%$, a quantidade de ambulâncias passa a ser quatro, uma a mais que no modelo nominal. Além disso, quando $\mathcal{D} = 90\%$ e $\varepsilon = 70\%$, isto é, 90% dos tempos de atendimentos são acrescidos em 70% no seu valor nominal, exige-se o uso de cinco ambulâncias.

Logo, em comparação com a situação real da corporação, a quantidade atual de quatro ambulâncias não seria suficiente. Por fim, a Tabela V tem os resultados do Caso 2, para um nível de 99%.

TABELA V
RESULTADOS OBTIDOS PARA O CASO 2 COM NÍVEL DE CONFIANÇA DE 99% PARA O UBUL-MR

\mathcal{D} (%)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
10	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
20	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
30	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4
40	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
ε (%)	50	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
	60	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4
	70	3	3	3	3	4	4	4	4	5	5
	80	3	3	3	3	4	4	4	5	5	5
	90	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5
	100	3	3	3	3	4	4	5	5	5	5

Pela Tabela V, assim como no Caso 1, a solução exige de três a cinco ambulâncias, porém a influência na variação dos dados é menor comparada ao Caso 1. Consequentemente, a decisão de usar a base no setor DIMIC traz mais folga para o uso das ambulâncias. Em relação a variação de \mathcal{D} , verifica-se que a solução nominal não é mais satisfatória para $\mathcal{D} = 40\%$ e $\varepsilon = 70\%$, sendo preciso quatro ambulâncias. Da mesma forma, para $\mathcal{D} = 70\%$ e $\varepsilon = 90\%$, passa-se a exigir cinco ambulâncias, sendo uma diferença de duas unidades em comparação com a solução nominal e uma unidade com relação a situação atual da corporação.

Portanto, embora altos níveis de confiabilidade e grandes aumentos nos tempos de atendimentos indiquem a alocação de mais ambulâncias, inclusive para ficarem em (longo) estado de espera nas bases, pensando a nível de população, tais considerações são sempre plausíveis e corroboram para um atendimento justo a população, inclusive para evitar a perda de vidas.

V. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, considerou-se a otimização robusta sobre um modelo de programação linear inteira da literatura para o problema de localização de bases e alocação de ambulâncias. Em seguida, um estudo de caso foi realizado na cidade de Catalão, Goiás, Brasil, a partir dos dados reais fornecidos pela corporação de bombeiros da cidade, considerando que o tempo de atendimento das emergências é um parâmetro incerto.

Os resultados sobre o modelo nominal, UBUL-M, mostram que a quantidade de ambulâncias existente na cidade é confortável. Os resultados indicam a necessidade de apenas duas ambulâncias para oito níveis de confiabilidade (iniciando com um nível de 80%). Apenas para o nível de 99%, a solução do modelo indica a necessidade de três ambulâncias. Por outro lado, os resultados do modelo com incertezas, UBUL-MR, nos Casos 1 e 2, indicam a necessidade de duas a cinco ambulâncias. Assim, quando se considera o máximo das variações torna-se preciso cinco ambulâncias, o que em termos práticos evidencia a falta de uma ambulância dada a situação atual da corporação.

Trabalhos futuros incluem outros casos a serem investigados, por exemplo, limitando o raio de cobertura das ambulâncias. Em termos de incerteza, pretende-se considerar variações no raio de cobertura e questões de tráfego, como nos horários de pico. Além disso, os modelos aqui discutidos podem ser adaptados para outras situações, como o Serviço de Atendimento Móvel de Urgência (SAMU).

REFERÊNCIAS

[1] BRASIL. Conselho Federal de Medicina, “Resolução CFM n° 1671/2003”, *Diário Oficial da União*, sec. I, pp. 75-78, Jul. 2003.

[2] L. Brotcome, G. Laporte, and F. Semet, “Ambulance location and relocation models”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 147, no. 3, pp. 451-463, Jun. 2003, DOI. 10.1016.S0377-2217(02)00364-8.

[3] A. S. Mohaymany, S. Moadi, and S. Mahdi, “Linear upper-bound unavailability set covering models for locating ambulances: application to tehran rural roads”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 222, no. 1, pp. 263-272, Aug. 2012, DOI. 10.1016.2012.03015.

[4] A. P. Iannoni and R. Morabito, “Modelo hipercubo integrado a um algoritmo genético para análise de sistemas médicos emergenciais em rodovias”, *Gest. Prod.*, vol. 13, no. 1, pp. 93-104, Jan. 2006, DOI. 10.1590.S0104-530X2006000100009.

[5] C. J. Jagtenberg, S. Bhulai, and R. D. Van Der Mei, “An efficient heuristic for real-time ambulance redeployment”, *Oper. Res. He. Care*, vol. 4, pp. 27-35, Mar. 2015, DOI. 10.1016.2015.01001.

[6] R. McCormack and G. Coates, “A simulation model to enable the optimization of ambulance fleet allocation and base station location for increased patient survival”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 247, no. 1, pp. 294-309, Nov. 2015, DOI. 10.1016.2015.05040.

[7] B. S. Westgate, D. B. Woodard, D. S. Matteson, and S. G. Henderson, “Large-network travel time distribution estimation for ambulances”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 252, no. 1, pp. 322-333, Jul. 2016, DOI. 10.1016.2016.01004.

[8] M. Zarkeshzadeh, Z. Heshmati, and M. Teimouri, “A novel hybrid method for improving ambulance dispatching response time through a simulation study”, *Simul. Model. Pract. Th.*, vol. 60, pp. 170-184, Jan. 2016, DOI. 10.1016.2015.10004.

[9] L. Zhen, Z. Xie, and K. Wang, “Decision rules for ambulance scheduling decision support systems”, *Appl. Soft Comput.*, vol. 26, pp. 350-356, Jan. 2015, DOI. 10.1016.2014.10001.

[10] K. D. Endler, C. T. Scarpin, and M. T. A. Steiner, “Evaluation of the of Public Network Location Day Care Center: Models and Case Study”, *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 16, no. 7, pp. 2013-2019, Jul. 2018, DOI. 10.1109.2018.8447370.

[11] A. L. Soyster, “Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming”, *Oper. Res.*, vol. 21, no. 1, pp. 1154-1157, Sep. 1973, DOI. 10.1287.21.51154.

[12] A. Ben-Tal and A. Nemirovski, “Robust solutions of Linear Programming problems contaminated with uncertain data”, *Math. Program.*, vol. 88, no. 3, pp. 411-424, Sept. 2000, DOI. 10.1007.PL00011380.

[13] D. Bertsimas and M. Sim, “The price of robustness”, *Oper. Res.*, vol. 52, no. 1, pp. 35-53, Feb. 2004, DOI. 10.1287.1030.0065.

[14] G. Carello and E. Lanzarone, “A cardinality-constrained robust model for the assignment problem in Home Care services”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 236, no. 2, pp. 748-762, Jul. 2014, DOI. 10.1016.2014.01.009.

[15] D. Shishebori and A. Y. Babadi, “Robust and reliable medical services network design under uncertain environment and system disruptions”, *Transp. Res. E-Log.*, vol. 77, pp. 268-288, May 2015, DOI. 10.1016.2015.02014.

[16] R. P. Rooderkerk and H. J. V. Heerde, “Robust optimization of the 0–1 knapsack problem: balancing risk and return in assortment to optimization”, *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 250, no. 3, pp. 842-854, May 2016, DOI. 10.1016.2015.10014.

[17] L. Chen, M. Gendreau, M. H. Hà, and A. Langevin, “A robust optimization approach for the road network daily maintenance routing problem with uncertain service time”, *Transp. Res. E-Log.*, vol. 85, pp. 40-51, Jan. 2016, DOI. 10.1016.2015.11006.

[18] R. R. Marques and T. A. Queiroz, “Estudo de um modelo de programação inteira para o problema de localização de estações e ambulâncias”, in *I Congresso Nacional de Matemática Aplicada à Indústria (CNMAI)*, Caldas Novas, Goiás, Brazil, Nov. 2014, pp. 410-419.

[19] IBGE (2015). Recuperado em 10 de março de 2016, de <http://cidades.ibge.gov.br>.



R. R. Marques nasceu em Catalão, Goiás, Brasil. Ela possui graduação em Matemática Industrial (2012) e mestrado em Modelagem e Otimização (2016), ambos obtidos na Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão.

Ela possui experiência como Professora Auxiliar, nível I, na Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão. Seus interesses de pesquisa estão relacionados a resolução de problemas de otimização linear na presença de incertezas.



T. A. Queiroz nasceu em Trindade, Goiás, Brasil. Ele possui graduação em Ciência da Computação pela Universidade Federal da Goiás (2007), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Uberlândia (2008) e doutorado em Ciência da Computação pelo Instituto de Computação, da Universidade Estadual de Campinas (2010).

Ele é professor na Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, desde 2010. Seus interesses de pesquisa estão relacionados com o desenvolvimento de métodos exatos e heurísticos para problemas de otimização combinatória, em especial, problemas de corte e empacotamento, roteamento de veículos, programação da produção, localização de facilidades e suas integrações. Ele é editor associado do periódico Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento.



R. A. Borges nasceu em Araguari, Minas Gerais, Brasil. Ele possui graduação em Matemática pela Universidade Federal da Goiás (1997), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Uberlândia (2003) e doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal de Uberlândia (2008).

Ele é professor na Universidade Federal de Goiás, Regional Catalão, desde 2010. Seus interesses de pesquisa estão relacionados com a quantificação de incertezas, a otimização e a dinâmica de sistemas mecânicos lineares e não lineares. Ele é atualmente coordenador do Programa de Pós-graduação em Modelagem e Otimização.