

Suspension Effect in Tip-Over Stability and Steerability of Robots Moving on Sloping Terrains

J. García, A. Bohórquez, and A. Valero

Abstract—This article describes a model for a skid steer robot that quantifies the reaction forces between the wheels and the ground, which includes the effect of the passive suspension when the robot moves on flat and inclined terrains. In addition to the internal parameters of the suspension, this model included external parameters related to other components of robot and the robot-terrain relationship. With this model, which was validated through simulation, it was studied the effect that suspension produces in tip-over stability and steerability of robot when it moves on different terrain inclinations, specifically when the parameters of suspension system and wheel-ground contact are varied.

Index Terms—Passive suspension, Skid steer robot, Tip-over stability, Vehicle steerability.

I. INTRODUCCIÓN

LOS robots móviles se caracterizan por tener la capacidad de desplazarse en entornos desconocidos o parcialmente conocidos sin estar sujetos físicamente a una posición. Su desplazamiento es proporcionado mediante dispositivos de locomoción, tales como ruedas, patas y orugas en el caso de los robots móviles terrestres. Para estos, el campo de aplicación es amplio, pues pueden efectuar tareas de gran complejidad en ambientes de trabajo poco estructurados tales como: extinción de incendios [1], exploración planetaria [2], apoyo en la desactivación de bombas y minas, manipulación y traslado de cargas, tareas de remoción de escombros, búsqueda y rescate, exploración en terrenos de difícil acceso y peligrosos para la vida humana [3] y recolección de frutos.

Sin embargo, uno de los grandes retos de la robótica móvil durante años ha sido desarrollar robots que puedan desplazarse sobre terrenos irregulares de manera eficiente. Actualmente, los robots con ruedas son muy utilizados, pues por lo general se desplazan a grandes velocidades, poseen un mejor desempeño en cuanto a consumo energético y soportan mayores cargas que otros tipos de robots, pero su uso se limita a terrenos duros y con cierto grado de rugosidad. Por eso, las investigaciones recientes se han centrado en solucionar estos inconvenientes a través del desarrollo de mecanismos de tracción híbridos o estrategias que les permitan a estos robots desplazarse sobre terrenos irregulares sin perder funcionalidad.

This work was supported in part by the Decanato de Investigación of the Universidad Nacional Experimental del Táchira under the projects 01-025-2016 y 01-008-2018.

J. M. García, A. Bohórquez and A. Valero are with the Laboratorio de Prototipos, Universidad Nacional Experimental del Táchira, Av. Universidad, sector Paramillo, San Cristóbal, Venezuela (e-mail: jmgarcia@unet.edu.ve).

Una de esas estrategias es dotar al robot con un sistema de suspensión, pues este proporciona características de confort y maniobrabilidad durante la navegación. La suspensión puede ser pasiva si solo consiste en un sistema de resortes – amortiguadores, por tanto no reciben energía desde un medio externo [4]; por otra parte, puede ser activa [5] si se adicionan actuadores que permitan introducir o disipar energía del sistema; y por último, semiactiva [6] si el coeficiente de amortiguamiento en los amortiguadores es modificado por algún medio externo.

Un ejemplo de robot móvil con suspensión es Lázaro, el cual es un robot skid steer que pesa 255.1 N, magnitud que se considera apropiada tomando en cuenta que el robot puede ser levantado y transportado por una persona. Los robots skid steer poseen un sistema de locomoción con dos grados de libertad al igual que los robots diferenciales, pero se diferencian de estos últimos puesto que en cada lado del robot existen múltiples puntos de contacto con el suelo (todos traccionados a una misma velocidad), que generan una superficie de contacto extendida que mejora la robustez mecánica y la estabilidad del robot [7][8]. En el caso de Lázaro, posee un sistema de suspensión pasiva en cada rueda compuesto por una dupla resorte-amortiguador y un eslabón de aluminio acoplado al chasis a través de una articulación rotacional pasiva (Fig. 1) [9]. Ello permite a la rueda (acoplada en el otro extremo del eslabón) pivotar angularmente para amoldarse a pequeñas irregularidades del terreno. Este sistema de suspensión difiere de otros sistemas que poseen muchos vehículos donde la rueda solo se desplaza verticalmente. Además, posee un brazo articulado con una rueda como efector final, diseñado especialmente para propiciar un punto adicional de contacto con el suelo pudiendo ser utilizado para mejorar su estabilidad al vuelco y para superar obstáculos [10].



Fig. 1. Robot móvil Lázaro.

En este artículo se estudia el efecto que produce este sistema de suspensión sobre la navegabilidad del robot (estabilidad al vuelco y capacidad de direccionamiento) cuando este transita sobre superficies inclinadas. Para estimar la estabilidad al vuelco y direccionamiento existen múltiples métricas fundamentadas en principios de estática, dinámica e incluso geometría del robot móvil [11]. En este trabajo se hará uso de métricas definidas con base en las fuerzas de reacción de las ruedas con el suelo ya que estas pueden incorporar gran parte de los factores que pueden que afectan la navegabilidad del robot [12]. La cuantificación de estas fuerzas de reacción ahora incorporará el efecto de la suspensión pasiva de Lázaro, la cual no fue tomada en consideración en investigaciones previas (se asumió una suspensión rígida) [10] [11] [12]; por tanto, se espera verificar si el uso de la suspensión pasiva produce una variación apreciable y determinante en las métricas que permiten estimar la estabilidad al vuelco y la capacidad de direccionamiento.

Otros investigadores también han estudiado el efecto de la suspensión en la estabilidad al vuelco: en [13] se analizó la estabilidad en plataformas móviles con suspensión pasiva sobre terrenos horizontales mientras estaban sometidas a movimientos basculantes y había fuerzas reactivas producto del impacto, en [14] se utilizó la suspensión activa en rovers como medio para mejorar la estabilidad del robot y en [15] se utilizaron sistemas de control sobre la suspensión activa de vehículos para mejorar la sensación de confort y la estabilidad al vuelco. Este trabajo es distintivo ya que, en primer lugar, cuantifica el efecto de la suspensión en la capacidad del robot para direccionarse en superficies planas inclinadas; adicionalmente, estudia la navegabilidad del robot incorporando un sistema de suspensión pasiva mientras este se desplaza sobre superficies inclinadas utilizando una estrategia de reciente implementación diseñada para el mejoramiento de la navegabilidad: contacto rodante del efector final del brazo sobre el suelo. Las investigaciones que describen esta estrategia, no combinan los efectos de la suspensión y la fuerza de reacción ejercida sobre el efector final y como pueden ambos efectos modificar la navegabilidad del robot.

Para ello, este trabajo se centró en crear un modelo matemático que determina el comportamiento de la suspensión pasiva que posee Lázaro, este modelo incluye los parámetros internos de la suspensión y externos relacionados con otros componentes del robot y la relación robot-terreno. El modelo propuesto fue validado simulando el robot con el software MSC. Adams. Finalmente, se estudió el efecto que produce la suspensión en la navegabilidad del robot móvil Lázaro cuando se varían los parámetros del sistema de suspensión mientras el robot enfrenta distintas inclinaciones del terreno.

II. DESARROLLO

En este estudio, la navegabilidad del robot está garantizada cuando este es capaz de desplazarse sin volcamiento y direccionarse para seguir una trayectoria. Estos dos criterios, serán evaluados a través de métricas que utilizan las fuerzas de reacción de las ruedas con el suelo [16]; lo cual hace vital la determinación de estas fuerzas para su implementación.

A. Modelo Matemático para la Obtención de las Fuerzas de Reacción de las Ruedas con el Suelo

Este modelo describe el comportamiento de las fuerzas de reacción en el robot Lázaro cuando este se desplaza sobre terrenos planos con distinta inclinación incluyendo el efecto del brazo acoplado y del contacto del efector final (rueda) con el suelo. Adicionalmente, en dichas ecuaciones se incluye el efecto de los parámetros internos de la suspensión y externos relacionados con otros componentes del robot. También toma en cuenta la relación rueda-terreno en la cual interviene el fenómeno de la fricción. Este conjunto de ecuaciones permite determinar las sumas de las fuerzas de reacción existentes en cada uno de los cuatro ejes de vuelco del robot una vez ha actuado la suspensión.

Este modelo se desarrolló asumiendo que las cuatro ruedas están siempre en contacto con el suelo; además, como la velocidad de viaje del robot es generalmente lenta (típicamente menos de 1 m/s), el modelo se consideró cuasi estático [17] por lo cual se pueden despreciar los efectos inerciales. Adicionalmente, considerando que cuando un robot se desplaza sobre superficies inclinadas sin irregularidades, el gradiente de las superficies varía lentamente, se asumió que la velocidad de actuación en el sistema de suspensión es pequeña, por lo tanto, despreciable. Esta última consideración implica que el efecto de la constante de amortiguamiento (C_s) de los amortiguadores y de la rueda (C_w), pueden despreciarse.

Por la complejidad del sistema, no se obtuvieron ecuaciones cerradas en el modelo de las fuerzas de reacción que incluye la suspensión, sino un conjunto de ecuaciones que logran este propósito a través de un procedimiento que contiene tres fases que se describen a continuación:

Fase 1: Obtención de las fuerzas normales F_{iz} de cada una de las cuatro ruedas del robot a través de (1) cuando la suspensión se supone rígida (estado inicial) y el robot se mueve sobre la superficie inclinada [17]. En esta situación, el polígono de soporte tendrá una pendiente definida por los ángulos roll (α) y pitch (ϕ) respecto a un plano horizontal $X_M Y_M$ (plano perteneciente al sistema fijo $X_M Y_M Z_M$; ver Fig. 2).

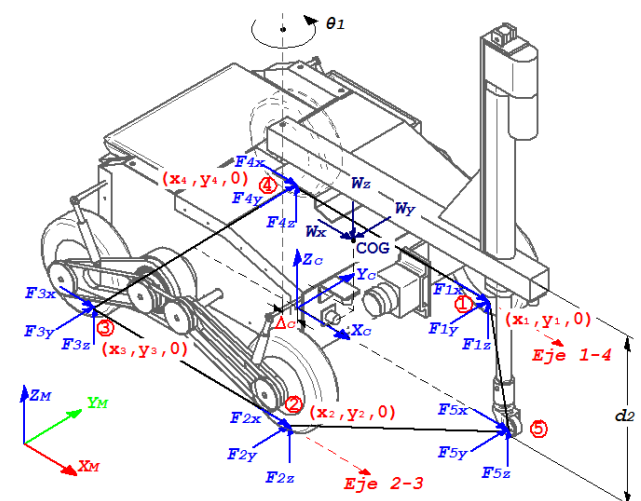


Fig. 2. Esquema del robot Lázaro mostrando las fuerzas de reacción en las ruedas.

$$\begin{aligned}
F_{1Z} &= \frac{W_z}{4} + \frac{W_z y_{cog}}{2 y_T} + \frac{W_z x_{cog}}{2 x_T} - \frac{F_{5z}}{4} - \frac{F_{5z} a_1 \sin(\theta_1)}{2 x_T} - \frac{F_{5z} a_1 \cos(\theta_1)}{2 x_T} + \frac{F_{5z} \Delta_C}{2 x_T} - \frac{W_y z_{cog}}{2 y_T} + \frac{W_z z_{cog}}{2 x_T} \\
F_{2Z} &= \frac{W_z}{4} - \frac{W_z y_{cog}}{2 y_T} + \frac{W_z x_{cog}}{2 x_T} - \frac{F_{5z}}{4} + \frac{F_{5z} a_1 \sin(\theta_1)}{2 x_T} - \frac{F_{5z} a_1 \cos(\theta_1)}{2 x_T} + \frac{F_{5z} \Delta_C}{2 x_T} + \frac{W_y z_{cog}}{2 y_T} + \frac{W_z z_{cog}}{2 x_T} \\
F_{3Z} &= \frac{W_z}{4} - \frac{W_z y_{cog}}{2 y_T} - \frac{W_z x_{cog}}{2 x_T} - \frac{F_{5z}}{4} + \frac{F_{5z} a_1 \sin(\theta_1)}{2 x_T} + \frac{F_{5z} a_1 \cos(\theta_1)}{2 x_T} - \frac{F_{5z} \Delta_C}{2 x_T} + \frac{W_y z_{cog}}{2 y_T} - \frac{W_z z_{cog}}{2 x_T} \\
F_{4Z} &= \frac{W_z}{4} + \frac{W_z y_{cog}}{2 y_T} - \frac{W_z x_{cog}}{2 x_T} - \frac{F_{5z}}{4} - \frac{F_{5z} a_1 \sin(\theta_1)}{2 x_T} + \frac{F_{5z} a_1 \cos(\theta_1)}{2 x_T} - \frac{F_{5z} \Delta_C}{2 x_T} - \frac{W_y z_{cog}}{2 y_T} - \frac{W_z z_{cog}}{2 x_T}
\end{aligned} \tag{1}$$

En la ecuación (1), Δ_C es la distancia en la dirección del eje X_c entre la intersección del eje de la primera articulación del brazo y el centro del polígono de soporte (que define el sistema de referencia local del vehículo $X_c Y_c Z_c$), a_1 es el alcance horizontal del brazo, θ_1 es el ángulo de rotación de la primera articulación del brazo, F_{5z} es el fuerza de reacción entre el efector final del brazo y el suelo, x_T es la distancia longitudinal entre las ruedas delanteras y traseras y y_T es la distancia transversal entre las ruedas. El vector de posición del centro de gravedad (x_{cog} , y_{cog} , z_{cog}) respecto al sistema $X_c Y_c Z_c$ se obtiene mediante (2) para el robot Lázaro.

$$\begin{bmatrix} x_{cog} \\ y_{cog} \\ z_{cog} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + r \cos \theta_1 \\ y_0 + r \sin \theta_1 \\ z_0 d_2 + z_1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Los parámetros x_0 , y_0 , z_0 y z_1 son constantes específicas para el robot Lázaro, y d_2 es el desplazamiento de la segunda articulación del brazo. De igual manera, el vector peso $\vec{W} = (W_x, W_y, W_z)$ se obtiene mediante:

$$\begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix} = W \begin{bmatrix} \sin \phi \\ \cos \phi \sin \alpha \\ \cos \phi \sin \alpha \end{bmatrix} \tag{3}$$

Fase 2: Análisis geométrico de las partes móviles del sistema de suspensión y su relación con algunos parámetros que inciden sobre el robot (fuerzas de reacción, fricción y deformación de las ruedas). Estas ecuaciones permiten obtener a partir de la posición inicial de los elementos que componen el sistema de suspensión, la posición final de dichos elementos una vez que el sistema ha actuado y se ha estabilizado (estado final).

Previo a este análisis se debe destacar que Lázaro posee un sistema de suspensión independiente para cada rueda: un eslabón de aluminio (brazo) está acoplado al chasis a través de una articulación rotacional pasiva y un sistema resorte amortiguador; esto permite a la rueda (acoplada en el otro extremo del eslabón) pivotar angularmente para amoldarse a pequeñas irregularidades del terreno (ver Fig. 3). Adicionalmente, se debe acotar que los sistemas de suspensión de las ruedas delanteras poseen el mismo principio de funcionamiento, pero difieren un poco respecto a la geometría

de los sistemas de suspensión de las ruedas traseras. Por tanto, se hicieron estudios de un cuarto de vehículo por separado para los dos tipos de sistemas entendiéndose que las variables dimensionales y las fuerzas reactivas en los sistemas delanteros generan un comportamiento distinto si se comparan con los sistemas traseros.

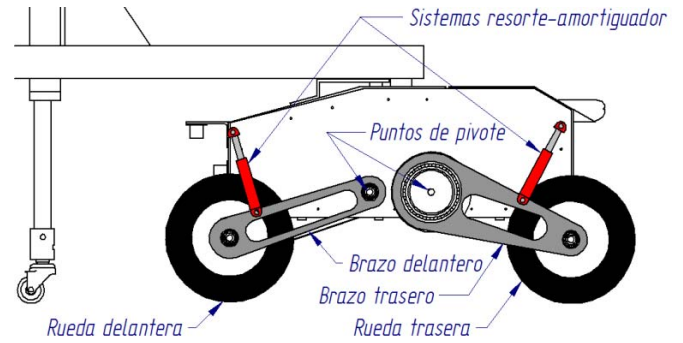


Fig. 3. Sistemas de suspensión pasiva del robot Lázaro.

Al inicio de este análisis se consideraron las posiciones 2D en el plano $X_c Z_c$ de los componentes de la suspensión suponiendo su estado rígido inicial. Luego, utilizando las fuerzas de reacción sobre cada rueda, fue posible obtener la fuerza F_{R_n} que actúa sobre cada sistema resorte-amortiguador:

$$F_{R_n} = \frac{[L_1(F_{nz} - W_r) - L_4 W_b] \cos \varphi_2 \pm L_1 \mu_l F_{nz} \sin \varphi_3}{L_2 \cos \varphi_1} \tag{4}$$

donde L_1 , L_2 y L_4 son dimensiones propias de cada sistema de suspensión (ver Fig. 4), los ángulos φ_1 (5), $\varphi_2 = \varphi_3 = \tan^{-1}(z_1/x_1)$ provienen de la geometría de cada sistema de suspensión en el estado inicial (considerándose rígido); F_{nz} es la fuerza de reacción sobre la rueda (1) que se está analizando en el estado inicial, W_r es el peso de la rueda, W_b es el peso del brazo, $\mu_l = W_x/(W_z - F_{5z})$ es el coeficiente de fricción longitudinal obtenido considerando que la fricción es igual en las cuatro ruedas y finalmente, el símbolo \pm adquiere signo positivo si se está analizando la rueda trasera y negativo, si el cálculo se realiza para la rueda delantera. Las variables x_1 , z_1 , x_2 , z_2 , x_3 y z_3 utilizadas en (5) y en φ_2 , corresponden a las posiciones (x , z) de algunos puntos relevantes del sistema de suspensión en su estado inicial, ubicados de acuerdo a un sistema de referencia XZ observado en la Fig. 4.

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \left(\frac{z_2 z_3 - z_2^2 + x_2 x_3 - x_2^2}{z_2 x_3 - x_2 z_3} \right) \quad (5)$$

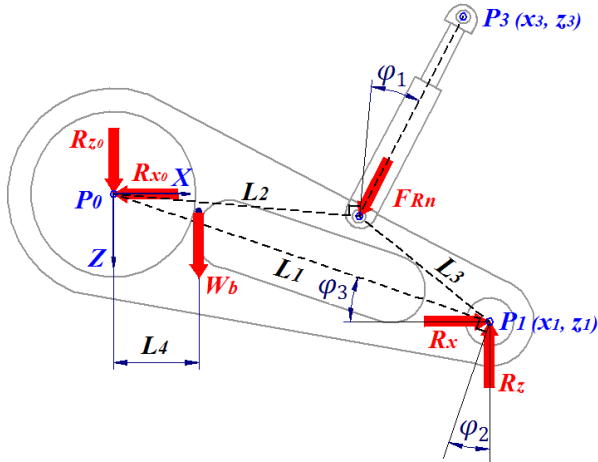


Fig. 4. Análisis de fuerzas sobre el brazo trasero del sistema de suspensión.

Conocidas las fuerzas de reacción F_{Rn} en cada resorte del sistema de suspensión, es posible obtener su deformación $\delta_s = F_{Rn}/K_s$, donde K_s es la constante de rigidez del resorte en el sistema de suspensión. A partir de esta deformación y la longitud inicial R_0 del sistema resorte amortiguador se puede obtener la longitud final del sistema $R' = R_0 - \delta_s$ después de haber actuado la suspensión (ver Fig. 5). Con esta longitud se puede determinar la posición final de todo el sistema de suspensión incluido el desplazamiento horizontal $\Delta x = x'_1 - x_1$ del punto de contacto de la rueda con el suelo y el desplazamiento vertical $\Delta z = z_1 - z'_1 + \delta_w$ de dicho punto; donde $\delta_w = F_{nz}/K_w$ es la deformación sobre la rueda debido al contacto con el suelo, (x'_1, z'_1) son las coordenadas de la nueva posición del punto P_1 (ahora llamado P'_1) después de haber actuado el sistema de suspensión y K_w es la constante de rigidez vertical o radial de la rueda. Las coordenadas z'_1 y x'_1 se obtienen a través de (8) y (9), donde (x'_2, z'_2) son las coordenadas de la nueva posición del punto P_2 (ahora llamado P'_2) obtenidas a partir de (6) y (7).

$$z'_2 = \frac{4(L_2^2 - R'^2 + x_3^2 + z_3^2)z_3}{2(4x_3^2 + 4z_3^2)} + \sqrt{\frac{[4(L_2^2 - R'^2 + x_3^2 + z_3^2)z_3]^2 - 4(4x_3^2 + 4z_3^2)[(L_2^2 - R'^2 + x_3^2 + z_3^2)^2 - 4x_3^2 L_2^2]}{2(4x_3^2 + 4z_3^2)}} \quad (6)$$

$$x'_2 = \sqrt{L_2^2 - z'_2{}^2} \quad (7)$$

$$z'_1 = L_1 \sin \left[\tan^{-1} \left(\frac{z_1}{x_1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{z'_2}{\sqrt{L_2^2 - z'_2{}^2}} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{z_2}{x_2} \right) \right] \quad (8)$$

$$x'_1 = \sqrt{L_1^2 - z'_1{}^2} \quad (9)$$

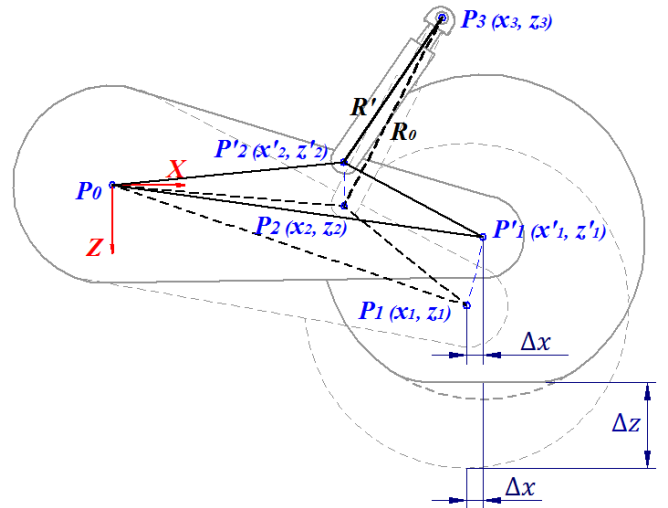


Fig. 5. Nueva posición del sistema de suspensión luego de la actuación de la fuerza F_{Rn} sobre el resorte-amortiguador.

Posteriormente, la actuación del sistema de suspensión puede modificar la inclinación del robot respecto a la inclinación del terreno. Si se observa el robot desde un plano XZ paralelo al plano $X_c Z_c$ (ver Fig. 2), cada lado del robot podrá experimentar una variación del ángulo pitch $\Delta\phi_{lado\ n-m}$ definido por (10) donde n y m corresponden a la numeración de la rueda de acuerdo a la nomenclatura dada en la Fig. 2. De manera que del lado derecho, el robot puede sufrir un $\Delta\phi_{lado\ 3-2}$ y a su vez, un $\Delta\phi_{lado\ 4-1}$ en el lado izquierdo. Consecutivamente, y considerando que el robot se moverá sobre superficies planas, se obtuvo una variación del ángulo pitch global para todo el robot $\Delta\phi$ calculada a través de (11).

A su vez, por efecto de la suspensión, el robot también podrá experimentar una variación en el ángulo roll observable desde un plano $Y_M Z_M$. Esta variación $\Delta\alpha_{lado\ n-m}$ definido por (12) podrá visualizarse desde el lado frontal del robot ($\Delta\alpha_{lado\ 1-2}$) o desde su lado posterior ($\Delta\alpha_{lado\ 3-4}$); y de igual manera, considerando el movimiento del robot sobre superficies planas, se asumió una variación global del ángulo roll obtenida a través de (13).

$$\Delta\phi_{lado\ n-m} = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta Z_{rueda\ n} - \Delta Z_{rueda\ m}}{x_T + \Delta x_{rueda\ n} + \Delta x_{rueda\ m}}\right) \quad (10)$$

$$\Delta\phi = \frac{\Delta\phi_{lado\ 3-2} + \Delta\phi_{lado\ 4-1}}{2} \quad (11)$$

$$\Delta\alpha_{lado\ n-m} = \tan^{-1}\left(\frac{\Delta Z_{rueda\ n} - \Delta Z_{rueda\ m}}{y_T}\right) \quad (12)$$

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta\alpha_{lado\ 1-2} + \Delta\alpha_{lado\ 4-3}}{2} \quad (13)$$

De manera que, la inclinación del robot sobre el terreno posterior a la estabilización del sistema de suspensión queda definida por los nuevos ángulos pitch $\phi' = \phi + \Delta\phi$ y roll $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$, los cuales deberán ser utilizados para la definición de un nuevo vector peso $\vec{W}' = (W'_x, W'_y, W'_z)$ obtenido también mediante (3).

Case 3: Obtención de las sumas de reacciones en los cuatro ejes de vuelco (16) calculadas cuando la suspensión se estabiliza completamente (estado final). Estas ecuaciones son necesarias para analizar la estabilidad al vuelco y direccionamiento del robot. Donde Δx_1 y Δx_3 son los desplazamientos horizontales de los puntos de contacto de las rueda 1 y 3 con el suelo. Adicionalmente, se debe mencionar que en la definición de (16) se asumió que $\Delta x_1 - \Delta x_2 \cong 0$ debido a que los desplazamientos horizontales en las ruedas 1 y 3 son pequeños y tienden a ser similares dada la simetría del robot. Esta misma suposición se asumió para las ruedas 3 y 4, por tanto $\Delta x_3 - \Delta x_4 \cong 0$. Con base en esto, en (16) se utilizaron los promedios $\Delta x_{12} = (\Delta x_1 + \Delta x_2)/2$ y $\Delta x_{34} = (\Delta x_3 + \Delta x_4)/2$ para simplificar las ecuaciones.

B. Análisis de la Estabilidad al Vuelco y Direccionamiento

La determinación de índices de estabilidad y direccionamiento son vitales para cualquier sistema de control que evalúe la navegabilidad del robot sobre terrenos irregulares ya sea de manera simultánea con el desplazamiento [18] o de manera predictiva [19] (cuando se dispone del relieve del terreno previamente), con el propósito de ejecutar estrategias para mejorar la navegabilidad o definir trayectorias seguras que permitan evitar condiciones riesgosas de vuelco o pérdida de direccionamiento que impedirán o retrasarán el cumplimiento de la tarea asignada al robot.

En este trabajo, las cargas obtenidas en (16) que incluyen el efecto de la suspensión, son utilizadas para el análisis de la estabilidad al vuelco y el direccionamiento. En [12] se describen dos índices normalizados con base en las fuerzas de reacción y adecuados para el caso del robot Lázaro, que permiten evaluar la propensión al vuelco y pérdida de direccionamiento. En el caso de estabilidad se define un índice normalizado I_t (14) que toma los valores desde 1 para la máxima estabilidad hasta cero para considerar la condición de vuelco inminente (inestabilidad):

$$I_t = \frac{F_{min}}{|\vec{W}'|/2} \quad (14)$$

donde $F_{min} = \min(F_{ij})$ obtenida a partir de (16). Pero, cuando el brazo toca el suelo generando cinco puntos de contacto y la fuerza de contacto del brazo con el suelo F_{5z} es muy grande, puede ocurrir que $F_{5z} > F_{mn}$ siendo F_{mn} la fuerza en el eje de vuelco F_{ij} más cercano al punto de contacto del efector final con el suelo. En este caso se considera que hay una transición de cinco puntos de contacto a tres puntos de contacto (condición estable donde el brazo y dos ruedas tocan el suelo). De manera que para este caso, la fuerza F_{5z} sustituye a la fuerza F_{mn} en el cálculo de F_{min} .

Nótese que hay un caso de estabilidad adicional que ocurre cuando existen tres puntos de contacto con el suelo (dos ruedas del robot más el efector final del brazo) [12]. Pero este caso queda fuera de este estudio puesto que el análisis hecho en este trabajo se hace cuando el robot toca el suelo con sus cuatro ruedas.

Para estimar el direccionamiento del robot skid steer, se tomó un índice normalizado que toma en consideración las características del sistema de locomoción de estos robots, ya que su direccionamiento depende del contacto de las ruedas con el suelo, de manera que si el contacto de un lado lateral se pierde, no existe posibilidad de direccionamiento, solo avance en línea recta. A partir de esto se definió un índice de direccionamiento normalizado que toma valores de uno para una máxima capacidad de direccionamiento y cero para la pérdida total del mismo. Las fuerzas F_{14} y F_{23} son obtenidas a partir de (16).

$$I_s = \frac{\min(F_{14}, F_{23})}{|\vec{W}'|/2} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} F_{14} &= F_{1Z} + F_{4Z} = \frac{1}{y_T} \left[W'_z \left(\frac{y_T}{2} + y_{cog} \right) - F_{5z} \left(\frac{y_T}{2} + a_1 \sin \theta_1 \right) - W'_y z_{cog} \right] \\ F_{23} &= F_{2Z} + F_{3Z} = \frac{1}{y_T} \left[W'_z \left(\frac{y_T}{2} - y_{cog} \right) - F_{5z} \left(\frac{y_T}{2} - a_1 \sin \theta_1 \right) + W'_y z_{cog} \right] \\ F_{34} &= F_{3Z} + F_{4Z} = \frac{1}{x_T + \Delta x_1 + \Delta x_{34}} \left[W'_z \left(\frac{x_T}{2} - x_{cog} + \Delta x_1 \right) - F_{5z} \left(\frac{x_T}{2} + \Delta_c + \Delta x_1 - a \cos \theta_1 \right) - W'_x z_{cog} \right] \\ F_{12} &= F_{1Z} + F_{2Z} = \frac{1}{x_T + \Delta x_3 + \Delta x_{12}} \left[W'_z \left(\frac{x_T}{2} + x_{cog} + \Delta x_3 \right) - F_{5z} \left(\frac{x_T}{2} - \Delta_c + \Delta x_3 + a \cos \theta_1 \right) - W'_x z_{cog} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

III. RESULTADOS

A. Validación del Modelo Matemático

La validación del modelo matemático se hizo simulando a Lázaro en software MSC. Adams mientras se desplazaba sobre superficies inclinadas (Fig. 6). Se realizaron 378 simulaciones donde se variaron los parámetros: roll (α), pitch (ϕ), ángulo de rotación de la primera articulación del brazo (θ_1), la fuerza de contacto del efector final con el suelo (F_{sz}), la constante de rigidez del resorte (K_s) y la constante de rigidez de contacto entre la rueda con el suelo K_c , la cual se utilizó en lugar de K_w , ya que en Adams, el contacto de la rueda con el suelo y la deformación que pudiera ocurrir como consecuencia de esto se modela utilizando la función *IMPACT* [20] que se fundamenta en la teoría de contacto Hertziano.

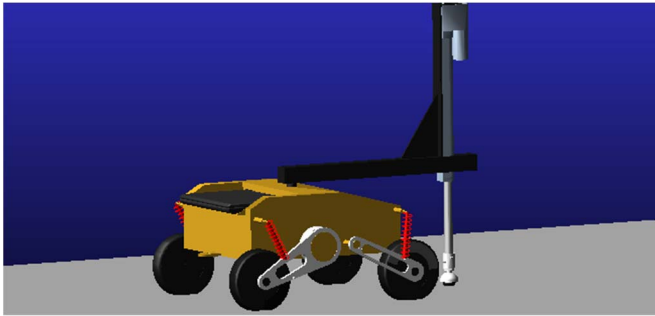


Fig. 6. Modelo del robot Lázaro en el entorno Adams.

El análisis posterior de las 378 simulaciones arrojó, para el caso de la deformación sufrida por cada resorte de las 4 ruedas, un error medio (e_m) máximo entre los resultados obtenidos con el modelo y aquellos obtenidos con las simulaciones de 0.016 mm con una desviación estándar de 0.461 mm (obtenidos en el análisis del resorte correspondiente a la rueda 4; Tabla). En este caso, el error medio absoluto (e_{ma}) correspondió a 0.353 mm, el cual puede considerarse pequeño al compararse con la magnitudes que normalmente presentan están deformaciones, ya que los mayores errores se presentan frecuentemente en las simulaciones donde hay mayor deformación en los resortes ($\delta_s > 2 \text{ mm}$; Fig. 7).

TABLA I

COMPARACIÓN ESTADÍSTICA DE LA DEFORMACIÓN EN LOS RESORTES DE LAS 4 RUEDAS (δ_s) ENTRE LOS RESULTADOS DEL MODELO Y LA SIMULACIÓN

δ_s (mm)	e_m (mm)	σ (mm)	e_{ma} (mm)
δ_{s1}	-0.004	0.211	0.159
δ_{s2}	-0.001	0.202	0.154
δ_{s3}	0.018	0.423	0.321
δ_{s4}	0.016	0.461	0.353

De igual manera, se analizaron las fuerzas de reacción en los 4 ejes de vuelco obtenidas después de la actuación del sistema de suspensión a través de (16). Al comparar los resultados de estas ecuaciones con los resultados de simulación, se obtuvo un error medio máximo de -0.820 N con una desviación estándar de 1.798 N (obtenida para la fuerza F_{14} en la Tabla 2), que corresponde a un error medio absoluto de 1.523 N, el cual es pequeño respecto a las magnitudes de

estas fuerzas (Fig. 8). Cabe destacar que para otro caso crítico (F_{12}), se obtuvo un error porcentual absoluto medio (MAPE) máximo de 2.729 % el cual permite, por su baja magnitud, garantizar la validez de estas ecuaciones y una estimación acertada de la estabilidad al vuelco y direccionamiento que se analizarán a través de las cuatro fuerzas de reacción en los ejes de vuelco obtenidas a través de estas ecuaciones.

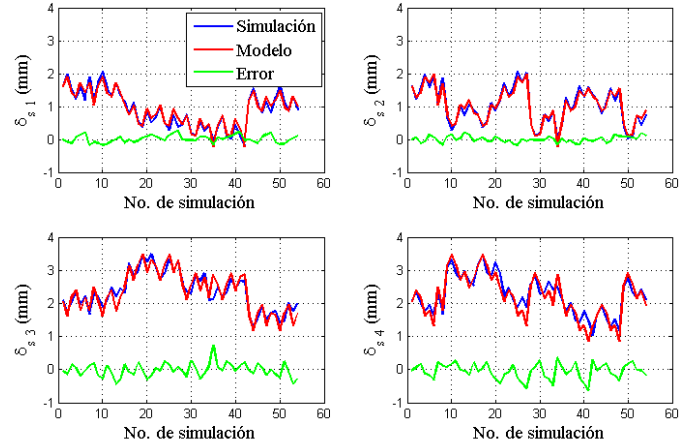


Fig. 7. Deformación en los resortes de las 4 ruedas (δ_s) para un grupo de 54 simulaciones con $K_s=39,07 \text{ N/mm}$ y $K_c=3017,15 \text{ N/mm}$.

TABLA II

COMPARACIÓN ESTADÍSTICA DE LAS FUERZAS EN LOS EJES DE VUELCO (F_{ij}) ENTRE LOS RESULTADOS DEL MODELO Y LA SIMULACIÓN

F_{ij} (N)	e_m (N)	σ (N)	e_{ma} (N)	MAPE (%)
F_{14}	-0.820	1.798	1.523	1.800
F_{23}	0.596	1.765	1.459	1.409
F_{34}	0.265	1.527	1.275	0.984
F_{12}	-0.489	1.622	1.374	2.729

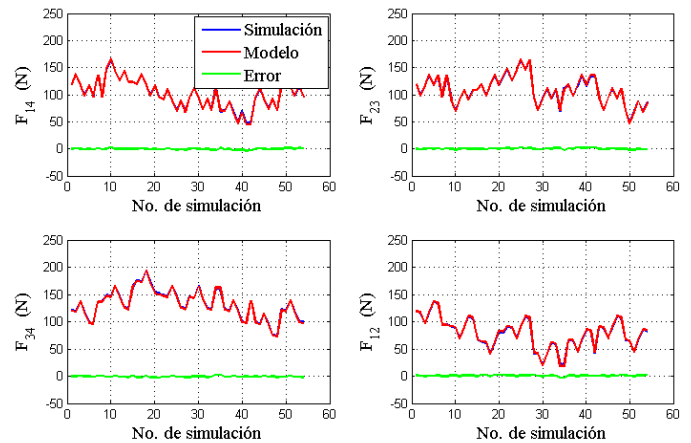


Fig. 8. Fuerzas en los ejes de vuelco del robot Lázaro (F_{ij}) para un grupo de 54 simulaciones con $K_s=39,07 \text{ N/mm}$ y $K_c=3017,15 \text{ N/mm}$.

B. Efecto de la Suspensión Sobre la Estabilidad al Vuelco y Direccionamiento del Robot Lázaro

Utilizando el modelo matemático de la suspensión pasiva anteriormente descrito, se hizo un estudio comparativo variando los parámetros del sistema de suspensión ($10 \leq K_s \leq 55 \text{ N/mm}$) para distintas configuraciones de

funcionamiento en el robot: posición del brazo $-180^\circ \leq \theta_l \leq 180^\circ$ y fuerza de contacto entre el brazo con el suelo $0 \leq F_{sz} \leq 50 \text{ N}$, mientras que este se enfrenta a distintas pendientes de terreno (ángulos α y ϕ variando -20 y 20°). Posteriormente y para cada configuración de funcionamiento (K_s , K_w , θ_l , y F_{sz} fijos) se calcularon los índices de estabilidad y direccionamiento para todas las combinaciones de pendiente posibles, siempre que se pudiese asegurar que el robot se encontrara apoyado sobre sus cuatro ruedas para garantizar la validez de los resultados de acuerdo al modelo propuesto. En la Fig. 9 se muestran los resultados obtenidos considerando los parámetros de funcionamiento (K_s y K_w) reales en el robot Lázaro.

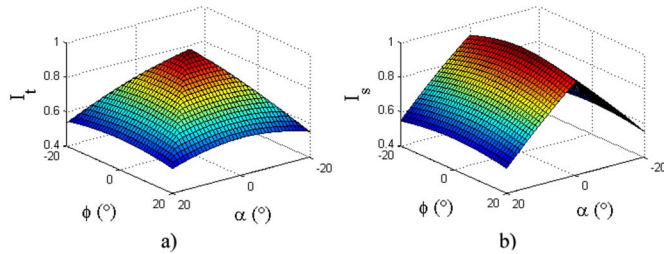


Fig. 9. Índices de a) Estabilidad y b) direccionamiento, evaluados para pendientes con α y ϕ entre -20 y 20° , utilizando $F_{sz}=0 \text{ N}$, $\theta_l=0^\circ$, $K_w=3017,15 \text{ N/mm}$ y $K_s=55 \text{ N/mm}$.

Se establecieron diferentes comparaciones al modificar estos parámetros considerando también variadas configuraciones de funcionamiento. Al variar la constante de rigidez del resorte K_s , se encontró que, para cualquier configuración de funcionamiento, el índice de estabilidad máximo ($I_{t \text{ max}}$: punto más alto en la superficie 3D) era mayor mientras K_s fuese menor, es decir, mientras menos rígido es el resorte, se genera un polígono de soporte más grande propiciando un aumento de la estabilidad estática. La Fig. 10 permite evidenciar esta situación. Cabe destacar que en esta figura no se muestran superficies tridimensionales como en la Fig. 9 ya que no se podrían visualizar las diferencias en estos índices, alternativamente, se muestran cortes cuando $\phi=0^\circ$, los cuales permiten superponer varias curvas y evidenciar las diferencias entre I_t . De este análisis se verifica la idoneidad de incluir la suspensión en el análisis de la estabilidad ya que, al considerar una suspensión rígida (investigaciones previas), se subestima la capacidad del robot para desplazarse evitando el volcamiento.

Adicionalmente, se debe resaltar que la diferencia entre los I_t se hace evidente en las zonas centrales de cada gráfica en la Fig. 10, pero no sucede igual en las zonas donde α se aleja de 0° . Fundamentalmente este acontecimiento ocurre puesto que, en la zona central, I_t está asociado a las fuerzas en los ejes de vuelco frontal (F_{12}) o posterior (F_{34}), las cuales dependen fuertemente del sistema de suspensión; mientras que en las zonas continuas a la central, no se vislumbra mayor diferencia entre los I_t para los distintos valores de K_s ; esto debido a que en estas zonas, I_t depende de las fuerzas en los ejes vuelco laterales del robot (F_{23} y F_{14}), los cuales no están prácticamente afectados por el sistema de suspensión de acuerdo a las ecuaciones para dichas fuerzas en (16). En estas zonas las diferencias de I_t pueden ser imperceptibles y sin

tendencias definidas respecto al mejoramiento de I_t por efecto de la suspensión ya que, las variaciones de F_{23} y F_{14} con mayor o menor suspensión, dependen fundamentalmente de la reconfiguración del vector peso \vec{W} que solo se ve afectado por pequeños $\Delta\phi$ y $\Delta\alpha$.

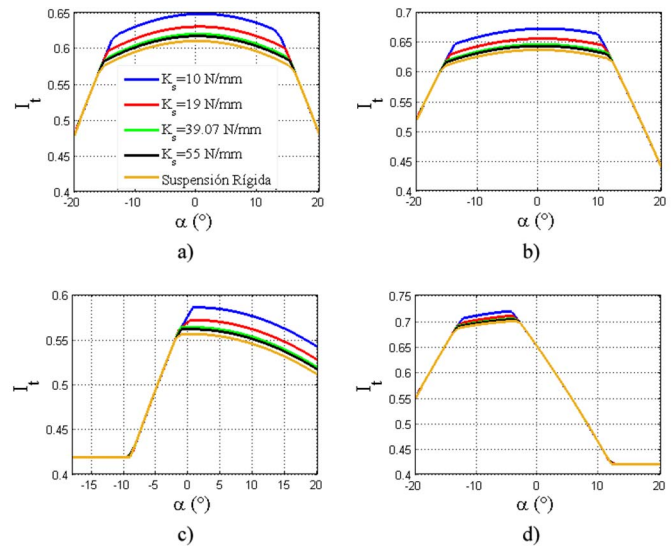


Fig. 10. Índices de estabilidad considerando pendientes con $\phi=0^\circ$ y diferentes configuraciones de operación: a) $F_{sz}=30 \text{ N}$ y $\theta_l=0^\circ$; b) $F_{sz}=30 \text{ N}$ y $\theta_l=90^\circ$; c) $F_{sz}=50 \text{ N}$ y $\theta_l=-90^\circ$; d) $F_{sz}=50 \text{ N}$ y $\theta_l=135^\circ$.

El mejoramiento que la suspensión otorga a I_t puede ser cuantificado como un porcentaje de mejora en $I_{t \text{ max}}$ entre la suspensión evaluada y la suspensión rígida. En la

Tabla se muestran algunos casos de prueba, en estos casos se obtiene una mejora mayor de 3.44 % considerando una suspensión bastante suave con $K_s=10 \text{ N/mm}$. Para esta suspensión se logró una mejora máxima de 3.92 % (cuando $F_{sz}=0 \text{ N}$ y $\theta_l=-174^\circ$). Cabe resaltar que el robot Lázaro posee una suspensión más rígida con $K_s=39.07 \text{ N/mm}$. En este caso real, el mejoramiento máximo producto de la suspensión llegó a 1.03%, (cuando $F_{sz}=0 \text{ N}$ y $\theta_l=-172^\circ$) el cual puede considerarse pequeño frente a los requerimientos que implican la incorporación de un sistema de suspensión; pero, a partir de esto se infiere que, otros diseños con un sistema de suspensión que permita una ampliación mayor del polígono de soporte (mayores Δx en las ruedas), se puede lograr un mejoramiento sustancial en I_t .

TABLA III
 $I_{t \text{ max}}$ ENTRE UNA SUSPENSIÓN RÍGIDA Y UNA SUSPENSIÓN CON $K_s=10 \text{ N/mm}$

Configuración de funcionamiento						
θ_l ($^\circ$)	0 $^\circ$	90 $^\circ$	135 $^\circ$	0 $^\circ$	90 $^\circ$	135 $^\circ$
F_{sz} (N)	30	30	30	50	50	50
Suspensión	$I_{t \text{ max}}$					
Rígida	0.8308	0.8381	0.8455	0.6276	0.7378	0.7676
$K_s=10 \text{ N/mm}$	0.8350	0.8420	0.8475	0.6492	0.7401	0.7684
% Mejora	0.51	0.47	0.24	3.44	0.31	0.10

Respecto al índice de direccionamiento I_s , el efecto de la suspensión sobre este es mínimo al compararse con la suspensión rígida ya que, I_s depende de las fuerzas en los ejes

de vuelco laterales del robot (F_{23} y F_{14}), las cuales no están afectadas mayormente por la suspensión del robot. En la Tabla se muestran algunos casos donde se tabula $I_s \max$ (punto más alto en la superficie 3D) considerando la suspensión rígida y una suspensión suave con $K_s=10 \text{ N/mm}$. También se encuentra tabulado un porcentaje de mejora de $I_s \max$ entre la suspensión evaluada y la suspensión rígida. En primer lugar, se observó que los porcentajes de mejora son muy pequeños ($|\% \text{ Mejora}| \text{ mayor} = 0.07\%$ en la Tabla), reflejo de la poca dependencia de I_s respecto a la suspensión (Fig. 11a y 11b). Por otra parte, se evidencia que la mayoría de los $\%$ de mejora son negativos, hecho que indica que la suspensión suave en muchos casos no favorece la capacidad del robot para direccionarse, más bien la perjudica.

TABLA IV

 $I_s \max$ ENTRE UNA SUSPENSIÓN RÍGIDA Y UNA SUSPENSIÓN CON $K_s=10 \text{ N/mm}$

	Configuración de funcionamiento						
	θ_I ($^\circ$)	0°	90°	135°	0°	90°	135°
F_{sz} (N)	30	30	30	50	50	50	
Suspensión	$I_s \max$						
Rígida	0.8736	0.8658	0.8728	0.7897	0.7643	0.7722	
$K_s=10 \text{ N/mm}$	0.8733	0.8652	0.8726	0.7892	0.7641	0.7725	
% Mejora	-0.03	-0.07	-0.02	-0.06	-0.03	0.04	

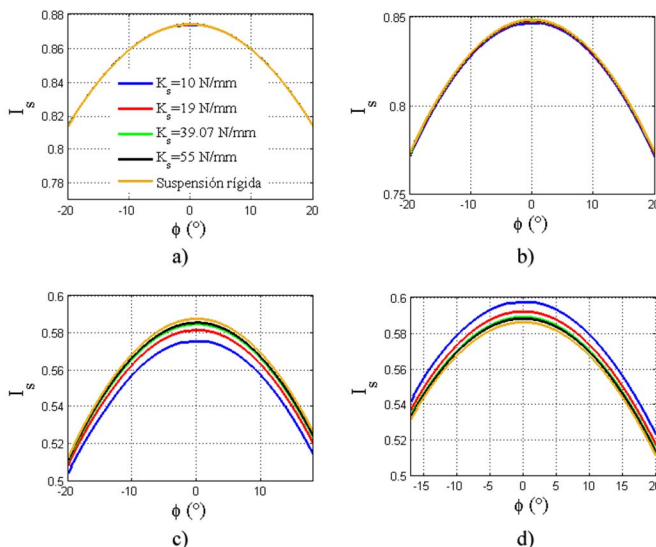


Fig. 11. Índices de direccionamiento considerando pendientes con $\alpha = 0^\circ$ y diferentes configuraciones de operación: a) $F_{sz} = 30 \text{ N}$ y $\theta_I = 0^\circ$; b) $F_{sz} = 30 \text{ N}$ y $\theta_I = 90^\circ$; c) $F_{sz} = 50 \text{ N}$ y $\theta_I = 90^\circ$; d) $F_{sz} = 50 \text{ N}$ y $\theta_I = -90^\circ$.

Específicamente, se encontró que la peor situación para la suspensión con $K_s=10 \text{ N/mm}$ genera un $\% \text{ Mejora} = -0.12\%$ (cuando $F_{sz} = 0 \text{ N}$ y $\theta_I = -178^\circ$), mientras que la mejor situación para esta suspensión genera un $\% \text{ Mejora} = 0.05\%$ (cuando $F_{sz} = 50 \text{ N}$ y $\theta_I = -168^\circ$). Para la suspensión real presente en el robot Lázaro la cual es más rígida ($K_s=39.07 \text{ N/mm}$), se encontró que la mejor situación genera un $\% \text{ mejora} = 0.02\%$ (cuando $F_{sz} = 50 \text{ N}$ y $\theta_I = -168^\circ$) y la peor situación produce un $\% \text{ mejora}$ de -0.02% (cuando $F_{sz} = 50 \text{ N}$ y $\theta_I = 28^\circ$). Estos resultados presentan una evidencia contundente del mínimo efecto de la suspensión en I_s ; pero también muestran que no existe una tendencia clara respecto al mejoramiento de I_s con

la suspensión. Las Fig. 11c y 11d muestran un cambio de tendencia respecto al mejoramiento de I_s . En estos casos, se evidencia que el cambio de tendencia obedece mayormente a factores externos a la suspensión: ubicación del brazo con o sin uso de F_{sz} en localizaciones que favorecen $\Delta\alpha$ con diferente sentido, el cual afecta de manera mínima el vector \vec{W}^i . La Fig. 11 también evidencia que mientras mayor sea F_{sz} , mayor será el efecto de la suspensión en I_s , aunque este efecto realmente es mínimo.

Finalmente, también se analizó el efecto de la suspensión cuando se modifica la constante de rigidez de la rueda K_w . Se evidenció que su variación no produce efectos sobre I_t e I_s debido a que la deformación de la rueda es mínima y no genera $\Delta\alpha$ y $\Delta\phi$ apreciables. Además, la deformación de la rueda es paralela a Z_c , lo cual implica que $\Delta x = 0$, de manera que no se produce modificaciones en el polígono de soporte.

IV. CONCLUSIONES

A partir de un modelo matemático de las fuerzas de reacción en los ejes de vuelco del robot Lázaro, se evaluó el efecto de la suspensión en la estabilidad y el direccionamiento de robots skid steer. Se evidenció que la suspensión genera un mejoramiento en la estabilidad en la medida que esta sea más suave, siempre que produzca una ampliación del polígono de soporte. En el caso del robot Lázaro, este mejoramiento es pequeño debido a las características geométricas y constructivas de la suspensión. A su vez, se encontró que para este caso, el efecto sobre el direccionamiento es mínimo debido a que la suspensión actúa en dirección longitudinal del robot, no en la transversal, de manera que las fuerzas de contacto en los ejes de vuelco transversales no varían sustancialmente cuando la suspensión actúa. Los trabajos futuros están dirigidos a analizar la estabilidad cuando el robot supera irregularidades de terreno y obstáculos que generen cargas de impacto las cuales permitan considerar el efecto de la constante de amortiguamiento de los amortiguadores.

REFERENCIAS

- [1] M. Zhenming and L. Deliang, "Suspension System Design of All-terrain Fire-fighting Robot," in *International Conference on Virtual Reality and Intelligent Systems*, Changsha, 2018, pp. 466-468.
- [2] F. Cordes, A. Babu, and F. Kirchner, "Static Force Distribution and Orientation Control for a Rover with an Actively Articulated Suspension System," in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Vancouver, 2017, pp. 5219-5224.
- [3] A. Ellery, "Rover mobility and locomotion," in *Planetary Rovers, Springer Praxis Books*. Berlin: Springer, Heidelberg, 2016, pp. 71-132.
- [4] J. Hurel, A. Mandow, and A. García-Cerezo, "Los sistemas de suspensión activa y semiactiva: una revisión," *Revista iberoamericana de automática e informática*, vol. 10, no. 2, pp. 121-132, 2013.
- [5] A. Chokor, R. Talj, A. Charara, H. Shraim, and C. Francis, "Active Suspension Control to Improve Passengers Comfort and Vehicle's Stability," in *IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems*, Rio de Janeiro, 2016, pp. 296-301.
- [6] J. Funde, K. Wani, N. Dhote, and S. Patil, "Performance Analysis of Semi-active Suspension System Based on

Suspension Working Space and Dynamic Tire Deflection," in *Innovative Design, Analysis and Development Practices in Aerospace and Automotive Engineering (I-DAD 2018). Lecture Notes in Mechanical Engineering*, U. Chandrasekhar, L. Yang, and S. Gowthaman, Eds. Singapore: Springer, 2019, pp. 1-15.

- [7] S. Zuccaro, S. Canfield, and T. Hill, "Slip prediction of skid-steer mobile robots in manufacturing," in *ASME 2017 International Design Engineering Technical Conferences and*, Cleveland, 2017, pp. 1-8.
- [8] R. Ortigoza et al., "Wheeled mobile robots: a Review," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 10, no. 6, pp. 2209-2217, 2012.
- [9] J. García et al., "Lázaro: Robot Móvil dotado de Brazo para Contacto con el Suelo," *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 14, no. 1, pp. 174-183, 2017.
- [10] J. M. García, J. L. Martínez, A. Mandow, and A. García-Cerezo, "Caster-leg aided maneuver for negotiating surface discontinuities with a wheeled skid-steer mobile robot," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 91, pp. 25-37, 2017.
- [11] J. M. García, I. Medina, A. G. Cerezo, and A. Linares, "Improving the static stability of a mobile manipulator using its end effector in contact with the ground," *IEEE Latin American Transactions*, vol. 13, no. 10, pp. 3228-3234, 2015.
- [12] J. M. García, J. L. Martínez, A. Mandow, and A. García-Cerezo, "Steerability analysis on slopes of a mobile robot with a ground contact arm," in *Proc. 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation*, Torremolinos, Spain, 2015, pp. 267-272.
- [13] R. F. Abo-Shanab and N. Sephiri, "On dynamic stability of manipulators mounted on mobile platforms," *Robotica*, vol. 19, no. 04, pp. 439-449, 2001.
- [14] J. Zheng, Z. Liu, H. Gao, H. Yu, and Z. Deng, "A novel active deform and wheel-legged suspension of mars rover," in *IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, Qingdao, 2016, pp. 7-12.
- [15] X. Jin, G. Yin, N. Zhang, and J. Chen, "Improving Vehicle Handling Stability Performance via Integrated Control of Active Front Steering and Suspension Systems," in *IEEE Transportation Electrification Conference and Expo*, Busan, 2016, pp. 621-625.
- [16] M. Hatano and H. Obara, "Stability evaluation for mobile manipulators using criteria based on reaction," in *SICE Annual Conference*, Fukui, 2003, pp. 2050-2055.
- [17] G. Reina and R. Galati, "Slip-based terrain estimation with a skid-steer vehicle," *Vehicle Systems Dynamics*, vol. 54, no. 10, pp. 1384-1404, 2016.
- [18] J. Morales et al., "Center of gravity estimation and control for a field mobile robot with a heavy manipulator," in *IEEE International Conference on Mechatronics*, Málaga, 2009, pp. 1-6.
- [19] M. Norouzi, J. Miro, and G. Dissanayake, "Planning high-visibility stable paths for reconfigurable robots on uneven terrain," in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots Systems*, Vilamoura, 2012, pp. 2844-2849.
- [20] J. Giesbers, "Contact Mechanics in MSC Adams," University of Twente, Enschede, Bachelor Thesis 2012.

Universidad Nacional Experimental del Táchira and head of Laboratorio de Prototipos at that university.



Aldemar Bohórquez received his degree as Mechanical Engineer from the Universidad Nacional Experimental del Táchira, Venezuela in 2019. His main research interest focuses on mechanical design and mobile robotics.



Alex Valero is Mechanical Engineer graduated from the Universidad Nacional Experimental del Táchira, Venezuela in 2019. He has worked with multi-body simulation of mobile robots.



Jesús Marcey García received his PhD degrees from the Universidad de Málaga, Spain (2015), and Mechanical Engineer degree from Universidad Nacional Experimental del Táchira, Venezuela (2001). His main research interest focuses on mechanical design and mobile robotics, especially in analysis of navigability of skid steer robots. He is

Associate Professor of mechanical design and robotics at the