

# Simulation and Analysis of Complex Behaviors in a DC-DC Buck Converter

José D. Morcillo, Juan G. Muñoz and Gerard Olivar

**Abstract**—A new study of the Buck converter controlled by a smooth signal -changing the widely used non-smooth ramp signal by a smooth sine signal- operating in continuous conduction mode (CCM) is carried out in this paper, focusing on the analysis of bifurcation diagrams of relevant parameters that govern the system. Unexpectedly and contrary to what one would intuitively contemplate, new phenomena or complex dynamics of the non-smooth nature appear. Mainly border collisions and other non-smooth bifurcations are the main causes of the chaotic attractors and complex behaviors' emergence, even though the signal that controls the system is smooth. More importantly, a cascade of border collision bifurcations was discovered in the Buck converter controlled by a sine waveform, a kind of non-smooth bifurcation only reported in specific type of power inverters.

**Index Terms**—Buck converter, sine and ramp waveforms, smooth and non-smooth bifurcations, chaos.

## I. INTRODUCCIÓN

El modelado de sistemas dinámicos ha sido un tema de gran interés para la comunidad de ingeniería durante la última década. En particular, el modelado de circuitos electrónicos, y en especial los circuitos conmutados, ha permitido diseñar convertidores electrónicos mejorando en gran medida su operación, eficiencia y aplicaciones, tal como se puede ver en [1]–[4]. Los trabajos numéricos, analíticos y experimentales de convertidores básicos, pero con una amplia riqueza dinámica, como el Buck y el Boost, revelan diferentes y complejas dinámicas que no son deseadas en aplicaciones como las lámparas fluorescentes [5], paneles solares [6], aerogeneradores [1], [7] y varias aplicaciones de tracción [8], entre otras. Por tal razón, es importante conocer a profundidad todos los posibles modos de comportamiento de los convertidores de potencia, ya que su profundo entendimiento permite desarrollar mejores dispositivos y mejores técnicas de control que eviten o eliminen los comportamientos no deseados [4], [9], [10]. Debido a que el convertidor Buck es uno de los dispositivos más usados en distintas aplicaciones por su simplicidad y el uso de pocos componentes semiconductores, es de gran interés para la comunidad de ingeniería conocer todos sus posibles comportamientos dinámicos. En este sentido, el estudio del convertidor Buck controlado por PWM ha sido ampliamente abordado, principalmente aquel que usa una señal rampa para generar el PWM [11]–[13], a partir del cual se han

dado a conocer diferentes tipos de bifurcaciones suaves y no suaves, tales como las bifurcaciones por colisión de borde [14], [15] y las de doblamientos de período [16]–[18]. Sin embargo, tal como se ha demostrado en los trabajos anteriores, la señal rampa es una de las causas de dichos fenómenos, principalmente la de colisión de borde debido a su discontinuidad. Por esta razón, en el presente artículo se propone usar una señal completamente suave, que no posea discontinuidades para evitar los fenómenos anteriormente mencionados. La señal suave que usaremos, la cual podría ser una solución adecuada para evitar bifurcaciones como las de colisión de borde, es una señal sinusoidal. La señal sinusoidal es suave ya que su derivada existe en todos los puntos. La suavidad de la señal seno permite pensar que puede ser una solución factible para evitar las bifurcaciones por colisión de borde, sino también, puede ser apropiada para transformar el convertidor Buck CD-CD en un inversor (CD-CA) por su comportamiento similar a una señal de corriente alterna (CA). Por tal razón, el presente artículo estudiará la dinámica del convertidor Buck controlado por onda sinusoidal, de tal manera que se pueda comprobar la hipótesis anteriormente planteada.

Este artículo también examina algunos de los trabajos anteriormente mencionados y hace una nueva investigación del convertidor Buck controlado por onda sinusoidal, centrándose en el análisis del origen de los cambios abruptos exhibidos en la dinámica del sistema. El presente artículo se fundamenta principalmente de las investigaciones desarrolladas en [14], [18]–[21], ya que el sistema aquí estudiado presenta comportamientos tales como: doblamientos de período con ruta al caos, oscilaciones subarmónicas, omisión de ciclos y bifurcaciones por rozamiento o colisión de borde.

## II. CONVERTIDOR BUCK CONTROLADO POR ONDA SINUSOIDAL

El convertidor Buck controlado por PWM está compuesto normalmente de un lazo de control de voltaje, el cual consiste en una señal de control ( $v_{co}(t)$ ) obtenida del error entre el voltaje de referencia ( $V_{ref}$ ) y el voltaje de salida del condensador ( $v_C(t)$ ), donde la señal  $v_{co}(t)$ , se compara con una señal T-periódica ( $v_s(t)$ ), que en este caso será una onda sinusoidal en vez de una señal rampa. De esta manera, la acción de control conmuta el interruptor  $S_1$  y  $S_2$  cuando el voltaje de salida es igual al voltaje de referencia de manera complementaria, ver Fig. 1.

La señal rampa, que es no suave, normalmente se utiliza para controlar el convertidor Buck [17], [18], [20]–[22]. En este trabajo se cambiará por una señal periódica sinusoidal, no sólo porque la primera ha sido ampliamente estudiada, sino

J.D. Morcillo is with Departamento de Ingeniería y Tecnologías, Universidad de Monterrey, Monterrey, 66238 Mexico (e-mail: jose.morcillo@udem.edu.mx).

J.G. Muñoz is with Escuela de Ciencias Básicas, Tecnología e Ingeniería – GIDESTEC Research Group, Universidad Nacional Abierta y a Distancia, Medellín, 050012, Colombia (e-mail: juan.munoz@unad.edu.co).

G. Olivar is with Department of Natural Sciences and Technology, University of Aysen, Coyhaique Chile, (email: gerard.olivar@uaysen.cl).

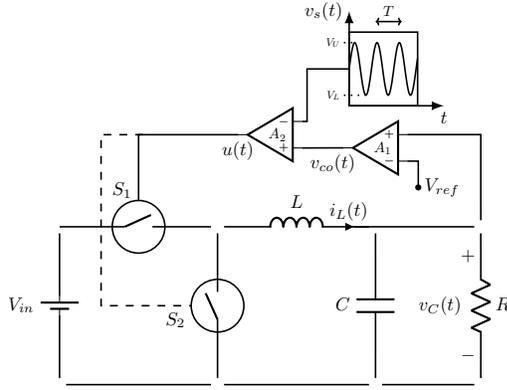


Fig. 1. Convertidor Buck controlado por onda sinusoidal.

también porque resulta interesante analizar la respuesta del convertidor Buck usando una señal suave en lugar de una no suave, y, porque intuitivamente se puede pensar que al usar una señal suave para controlar el sistema es posible evitar los fenómenos de bifurcación no suaves causados principalmente por la forma de la señal rampa. Tal como se menciona en [14], [15], [20], las bifurcaciones por colisión de borde en el convertidor Buck controlado por rampa se originan cuando la señal de control colisiona con el borde superior (no suavidad de la señal rampa) de la señal rampa, lo que a su vez da origen a bifurcaciones no suaves. Esto conlleva a considerar que cambiar la señal rampa no suave por una señal sinusoidal suave evitaría dichos fenómenos de colisiones de borde, y, por tanto, la desaparición de bifurcaciones no suaves. No obstante, como se verá más adelante, nuevos fenómenos complejos, que aún no han sido reportados en este tipo de convertidores CD-CD, aparecen producto de un tipo de bifurcación no suave llamada “grazing bifurcation” [19].

La Fig. 1 muestra el convertidor Buck controlado por una señal sinusoidal, la cual se utiliza para generar el PWM que acciona los interruptores. El circuito se describe mediante el siguiente sistema de ecuaciones [4]:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_C(t) \\ \dot{i}_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{V_{in}}{L} \end{bmatrix} u(t) \quad (1)$$

donde  $v_C(t)$  e  $i_L(t)$  son las variables de estado del sistema que representan el voltaje en el capacitor y la corriente en el inductor, respectivamente. La Eq. (1) representa el funcionamiento del convertidor en MCC (Modo de Conducción Continua). Los interruptores  $S_1$  y  $S_2$  conmutan de manera complementaria.  $R$ ,  $L$  y  $C$  representan la resistencia de carga, inductor y capacitor, respectivamente.  $V_{in}$  es el voltaje de entrada y  $u(t)$  es la señal de control que toma valores del conjunto discreto 0, 1. En la Fig. 1 se puede ver que  $A_1$  es un amplificador operacional con ganancia  $a$ , como sigue:

$$v_{co}(t) = a(v_C(t) - V_{ref}) \quad (2)$$

Ahora, teniendo en cuenta que  $A_2$  es un comparador, podemos definir la acción de control como:

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } v_{co} < v_s(t) \\ 0 & \text{si } v_{co} > v_s(t) \end{cases} \quad (3)$$

La señal sinusoidal de la Fig. 1  $v_s(t)$  está dada por:

$$v_s(t) = V_L + \left( \frac{V_U - V_L}{2} \right) \left( 1 + \sin \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \right) \quad (4)$$

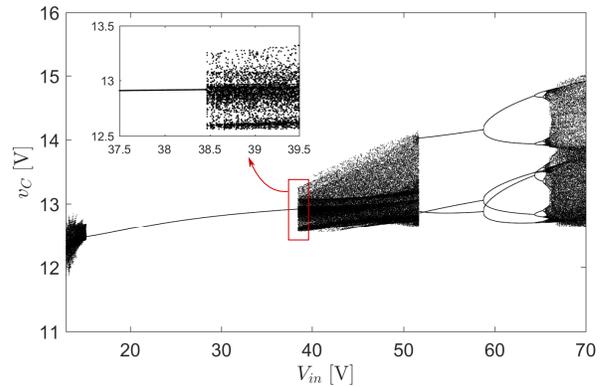
donde  $V_L$  y  $V_U$  representan el voltaje inferior y superior de la onda sinusoidal, y  $T$  su período.

### III. ANÁLISIS DINÁMICO

El estudio y la manera de evidenciar la aparición de comportamientos complejos es a través de los bien conocidos diagramas de bifurcaciones, los cuales nos permiten mostrar los cambios en el comportamiento del sistema cuando se varía alguno de sus parámetros. Para computar los diagramas de bifurcaciones, se usaron los siguientes valores de los parámetros:  $L = 20$  mH,  $C = 47$   $\mu$ F,  $R = 22$   $\Omega$ ,  $V_L = 3.8$  V,  $V_U = 8.2$  V,  $V_{ref} = 12$  V,  $a = 8.4$  y  $T = 400$   $\mu$ s.

#### A. Bifurcaciones Suaves y no Suaves

En el convertidor Buck,  $V_{in}$  siempre ha sido el principal parámetro de estudio [2], [4], [11], [12], [14], [18]–[21] debido a que este es muy susceptible de ser perturbado en sus diferentes aplicaciones. En la Fig. 2, se ha obtenido un diagrama de bifurcaciones variando  $V_{in}$  con el objetivo de analizar su comportamiento.

Fig. 2. Diagrama de bifurcaciones para  $v_C(t)$  variando  $V_{in}$ .  $V_{ref} = 12$  V.

En la literatura se han reportado ampliamente las bifurcaciones que aparecen en el convertidor Buck controlado por rampa cuando  $V_{in}$  es el parámetro de bifurcación [4], [11], [12], [14], [18]–[21]. Sin embargo, aún no se ha reportado la aparición de bifurcaciones, ya sean suaves o no suaves, en el convertidor Buck controlado por onda sinusoidal, la cual, como se mencionó antes, podría ser el recurso para evitar los comportamientos complejos del sistema por su naturaleza suave. No obstante a lo anterior, la Fig. 2 muestra un comportamiento contra intuitivo, ya que se observa que el sistema presenta bifurcaciones suaves y no suaves. Como se puede ver en la Fig. 2, para valores entre  $V_{in} = 13$  V y  $V_{in} = 15.21$  V, el sistema ya comienza con un comportamiento caótico en forma de picos. Después ocurre una transición repentina del caos hacia una órbita 1T-periódica gracias a

una bifurcación no suave por colisión de borde. Algo que aparentemente parecía poco posible debido a la suavidad de la señal sinusoidal que controla el sistema.

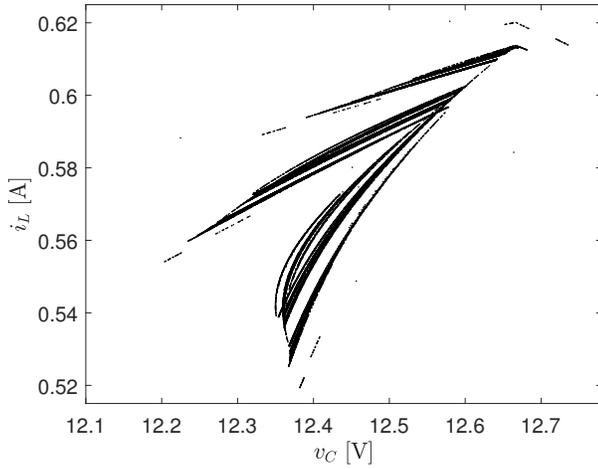


Fig. 3. Mapa de Poincaré obtenido para  $V_{in} = 14V$ .

En la Fig. 3 se muestra el atractor caótico que se forma para  $V_{in} = 14V$ , el cual posee los mismos picos observados en el diagrama de bifurcaciones de la Fig. 2. De igual manera, en la Fig. 4 se observa la bifurcación por colisión de borde que causa la repentina transición en la dinámica, donde  $v_{co}(t)$  roza o es tangencial al voltaje inferior ( $V_L$ ) de la onda sinusoidal; dicho rozamiento genera una bifurcación no suave del mismo tipo que generaría una señal rampa [14], [16], causando el cambio repentino de caos hacia la órbita 1T-periódica. Como se puede observar, una señal suave también puede producir bifurcaciones de tipo colisión de borde.

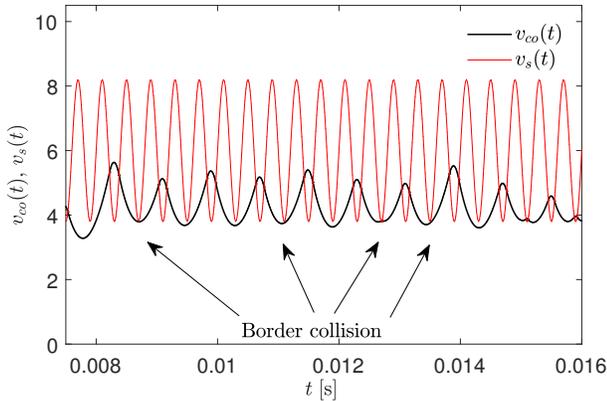


Fig. 4. Atractor caótico experimentando una bifurcación por colisión de borde o tangencial en  $V_{in} = 15.16V$ .

La órbita 1T-periodica permanece estable hasta  $V_{in} = 38.42V$ , donde pierde la estabilidad causando un cambio dinámico de una órbita 1T-periódica a una 2T-periódica a través de una bifurcación por doblamiento de período. Después, la órbita 2T-periodica permanece estable hasta  $V_{in} = 38.45V$ , donde pierde nuevamente la estabilidad y bifurca inmediatamente al caos. Este cambio repentino también se da

por una bifurcación de tipo colisión de borde (ver Fig. 5). En este caso,  $v_{co}(t)$  roza el voltaje superior de la onda sinusoidal ( $V_U$ ) y pierde inmediatamente su estabilidad.

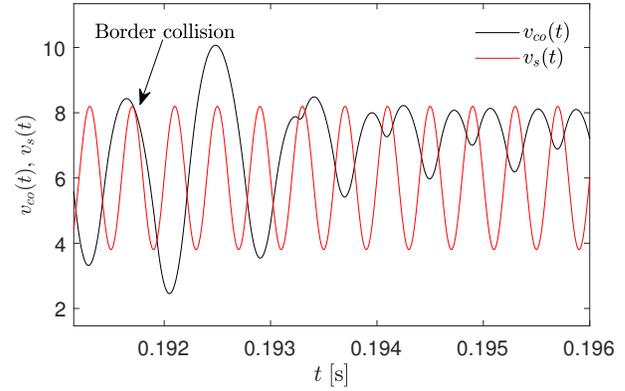


Fig. 5. Bifurcación por colisión de borde que conduce al sistema hacia un comportamiento caótico en  $V_{in} = 38.45V$ .

Nótese que el nuevo régimen caótico que exhibe el sistema es diferente al primero; este posee una estructura uniforme. En la Fig. 6 se muestra el atractor caótico, el cual presenta una estructura más definida con un aparente patrón y una uniformidad predominantemente suave.

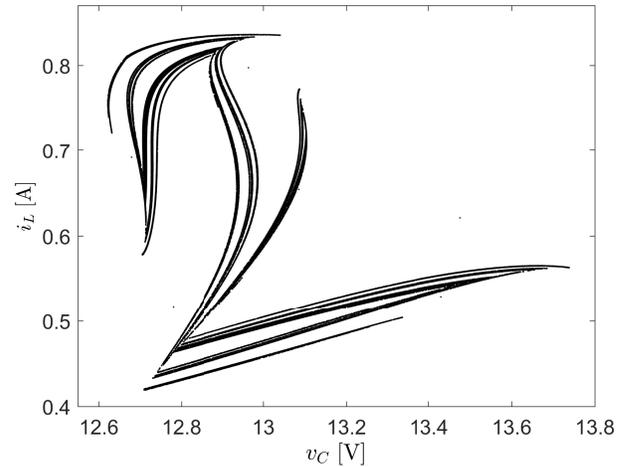


Fig. 6. Mapa de Poincaré para  $V_{in} = 45V$ .

Posteriormente, como se puede notar en la Fig. 2, cuando  $V_{in} = 51.68V$  ocurre otro cambio repentino de tipo no suave. La transición del caos hacia una órbita 3T-periódica, producto de una bifurcación por colisión de borde como se muestra en la Fig. 7. La órbita 3T-periódica permanece estable hasta  $V_{in} = 58.62V$ , donde una vez más pierde estabilidad y la solución 3T-periódica sufre una cascada de doblamientos de período a medida que  $V_{in}$  se incrementa, presentándose de manera continua órbitas 6T-periódicas, 12T-periódicas, e incluso 22T-periódicas, hasta que el atractor principal colisiona con un punto de silla; como resultado, la silla caótica se vuelve estable hasta el punto de abarcar todo el rango cubierto por el atractor principal. Es así, como finalmente se forma el subsiguiente

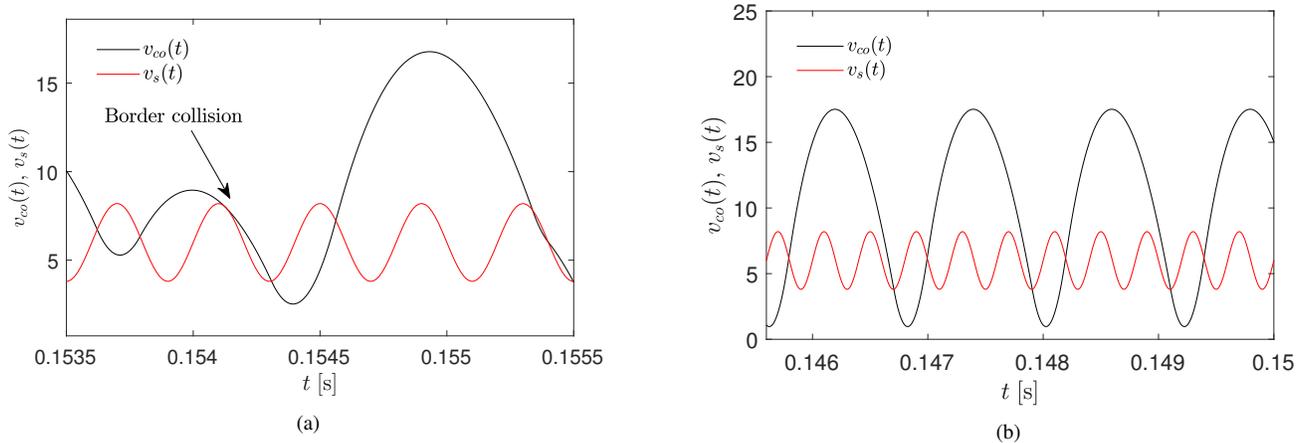


Fig. 7. Bifurcación por colisión de borde y la resultante órbita 3T-periódica. (a)  $v_{co}(t)$  y  $v_s(t)$  exhibiendo una bifurcación por colisión de borde. (b) Órbita 3T-periódica para  $V_{in} = 55V$ .

atractor caótico que se puede observar en la Fig. 8. Este atractor es diferente de los dos anteriores y tiene una estructura aún más suave y uniforme que el de la Fig. 6.

La forma cualitativa del atractor podría estar relacionada con el tipo de bifurcaciones que lo originan, en este último caso debido a una cascada de doblamientos de período, un conjunto de bifurcaciones de tipo suave. Mientras que en el caso de la Fig. 6 tan sólo se presenta una bifurcación de tipo suave, luego la bifurcación por colisión de borde no permite que evolucione hacia una cascada de doblamientos de período y se presenta el cambio abrupto al régimen caótico.

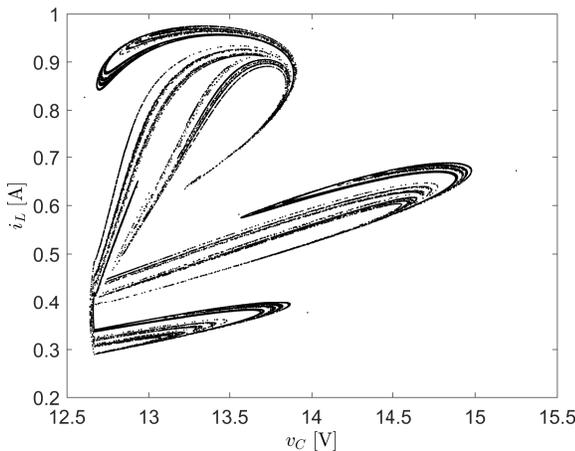


Fig. 8. Mapa de Poincaré para  $V_{in} = 69V$ .

Por otro lado, si comparamos el comportamiento del diagrama de bifurcaciones del convertidor controlado por rampa [18]–[21] con el analizado en el presente artículo, hay varias diferencias que merecen ser destacadas. En primer lugar, el sistema controlado por rampa tiene una región de órbitas 1T-periódicas más corta que el sistema controlado por onda sinusoidal, lo cual significa una mejora en la estabilidad de la órbita 1T-periódica.

Además, y contrario a lo que se pensaría, el sistema controlado por rampa, para el caso de variación de  $V_{in}$ , no presenta

bifurcaciones de tipo no suave, como si se da en el sistema aquí analizado. En segundo lugar, el sistema controlado por onda sinusoidal presenta una mayor variedad de comportamientos complejos, ya que se observa una interacción de bifurcaciones suaves y no suaves que dan origen a diferentes tipos de atractores caóticos y órbitas periódicas con períodos más altos. Finalmente, es importante resaltar que cuando se cambia la señal periódica que genera el PWM, por una señal suave, no se garantiza que se pueda evitar las bifurcaciones de tipo no suave; contrario a ello, aparecen en mayor medida e incluso interaccionan con las bifurcaciones suaves para formar comportamientos aún más complejos.

Adicionalmente, en el sistema controlado por onda sinusoidal no sólo se presentan los comportamientos anteriormente encontrados, sino que se pudo evidenciar varios tipos de comportamientos diferentes que aún no han sido reportados, en especial de tipo no suave.

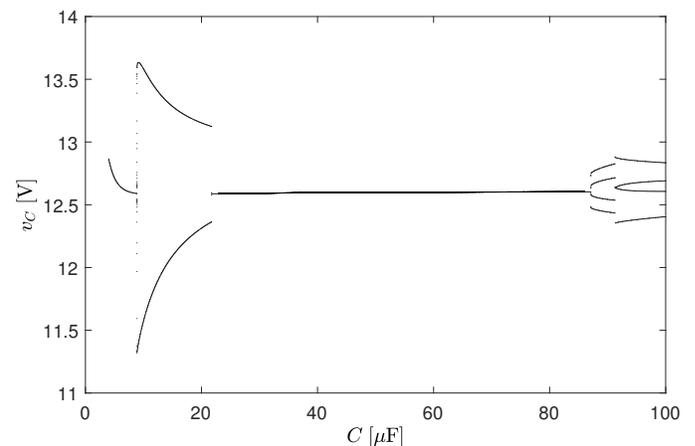


Fig. 9. Diagrama de bifurcaciones variando  $C$ .

En este orden de ideas, en la Fig. 9, se puede observar el diagrama de bifurcaciones variando el parámetro  $C$  (capacitancia), donde el sistema controlado por onda sinusoidal también exhibe comportamientos netamente de tipo no suaves, las cuales son producto de bifurcaciones por colisión de borde

o rozamientos de la señal  $v_{co}(t)$  sobre la señal  $v_s(t)$ , similares a los mostrados en las Figs. 4, 5 y 7. En este caso se puede observar cómo las bifurcaciones de tipo no suave, no sólo causan un cambio abrupto de órbitas periódicas a caos, sino también, causan cambios abruptos de órbitas nT-periódicas a otras órbitas nT-periódicas, ya sean de período menor, mayor o incluso se pueden sostener en el mismo período, presentando discontinuidades o saltos en el diagrama de bifurcaciones.

Por otra parte, aún más interesante, cuando se toma  $L$  (inductancia) como parámetro de bifurcación, se encontró un fenómeno de bifurcaciones no suaves que se producen en cascada a medida que el parámetro  $L$  se incrementa, un fenómeno que sólo ha sido reportado en la literatura para un tipo específico de inversores electrónicos de potencia [23], [24], y se les conoce como cascada de bifurcaciones por colisión de borde. En la Fig. 10 se puede evidenciar este fenómeno.

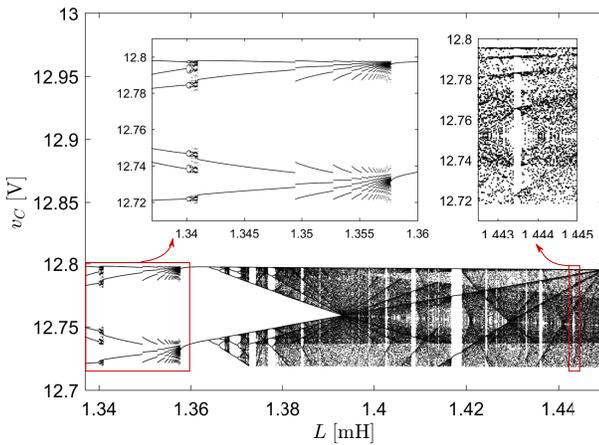


Fig. 10. Diagrama de bifurcaciones variando  $L$ .

El fenómeno de cascada de bifurcaciones por colisión de borde es un fenómeno que no se espera encontrar en un sistema controlado por una señal suave. Es importante resaltar que ni en el convertidor controlado por rampa (señal no suave) se ha reportado este tipo de comportamientos. Además, vale la pena notar que el diagrama muestra una gran variedad de comportamientos complejos producto de la interacción de las bifurcaciones no suaves y suaves: cascadas de doblamientos de período y cascadas de bifurcaciones por colisiones de borde (ocurriendo al mismo tiempo). Todo esto causa una gran diversidad de fenómenos continuos y discontinuos que no habían sido reportados previamente en un convertidor controlado por voltaje y, además, controlado por una señal sinusoidal suave, lo que resulta bastante contra intuitivo. Para el caso del convertidor controlado por onda sinusoidal, el fenómeno de rozamiento de la señal  $v_{co}(t)$  sobre la señal  $v_s(t)$  se presenta de manera casi continua, por lo cual, aparece un gran número de cascadas de bifurcaciones no suaves. En particular, se aprecia como la órbita 4T-periódica en  $L = 1.3495\text{mH}$ , experimenta un salto abrupto hacia una órbita 6T-periódica, que luego se convierte en una 8T-periódica, y

así sucesivamente hasta convertirse en un atractor caótico de tipo no suave. Sin embargo, el atractor caótico no alcanza a evolucionar y otra bifurcación por colisión de borde lo dirige hacia una órbita 2T-periódica.

El tipo de bifurcación por colisión de borde que frecuentemente ocurre en el sistema se puede ver en la Fig. 11.

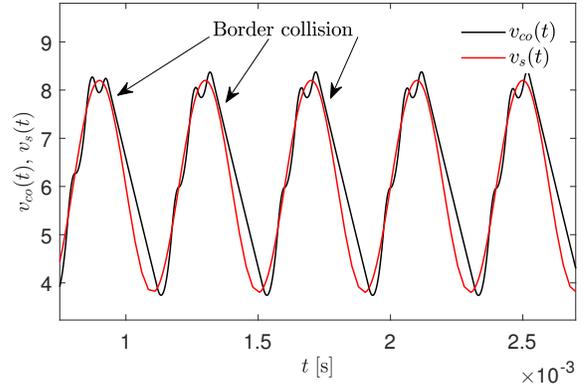


Fig. 11.  $v_{co}(t)$  rozando  $v_s(t)$ . Fenómeno considerado colisión de borde o bifurcación tangencial [19].

#### IV. CONCLUSIONES

El presente artículo estudia el convertidor Buck controlado por onda sinusoidal haciendo especial énfasis en los comportamientos complejos.

El sistema fue controlado haciendo uso de una señal sinusoidal suave, en lugar de una señal rampa no suave, como normalmente se acostumbra. El objetivo era analizar si el uso de una señal suave podría evitar la aparición de bifurcaciones no suaves que frecuentemente experimenta el convertidor controlado por rampa [4], [11], [12], [14], [15], [18]–[22]. Contrario a lo que se esperaba, el sistema controlado por onda sinusoidal experimenta o exhibe una mayor cantidad de fenómenos suaves y no suaves en comparación con el convertidor controlado por rampa [4], [11], [12], [14], [15], [18]–[22]. Particularmente, el sistema presenta diferentes atractores caóticos, bifurcaciones de tipo cascada de doblamientos de período, bifurcaciones por colisión de borde, y aún más importante e inesperado, se encontró un tipo de bifurcación que sólo ha sido reportado para un tipo específico de inversores de potencia [23], [24], cascada de bifurcaciones por colisión de borde, que no sólo obligan al sistema a pasar abruptamente de una órbita periódica al caos, sino que también causan que el sistema presente cambios abruptos desde una órbita nT-periódica hacia otras órbitas periódicas de menor, mayor o incluso de igual periodicidad; es decir, el sistema experimenta cambios o saltos abruptos en su dinámica. A pesar de que se pensaba que aparecerían más bifurcaciones suaves que no suaves, las bifurcaciones por cascada de doblamientos de período aparecen en menor medida, pero sí interactúan con las no suaves para formar la gran variedad de fenómenos complejos que se evidenciaron en este artículo.

*Finalmente, con este trabajo se demuestra que el considerar una señal suave en lugar de una no suave para*

**la generación del PWM, no garantiza una eliminación de las bifurcaciones por colisión de borde; siguen apareciendo bifurcaciones no suaves debido al fenómeno de grazing o rozamiento. A diferencia de lo observado en el convertidor Buck controlado por rampa en donde los comportamientos son mayoritariamente 1T-, 2T-periódicos y caóticos, el convertidor Buck controlado por onda sinusoidal produce una mayor variedad de comportamientos complejos y transiciones entre caos y órbitas nT-periódicas. De hecho, el sistema evidencia cascadas de bifurcaciones por colisión de borde, algo que no había sido reportado antes en convertidores CD-CD. En resumen, usar una señal suave no parece ser lo más adecuado si se desea evitar dinámicas complejas.**

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad de Monterrey por el apoyo a esta investigación.

#### REFERENCES

- [1] R. Melicio, V. Mendes, and J. Catalão, "Modeling and simulation of wind energy systems with matrix and multilevel power converters," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 7, no. 1, pp. 78–84, 2009.
- [2] Y. Chen, K. T. Chi, S.-S. Qiu, L. Lindenmuller, and W. Schwarz, "Coexisting fast-scale and slow-scale instability in current-mode controlled dc/dc converters: Analysis, simulation and experimental results," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 55, no. 10, pp. 3335–3348, 2008.
- [3] C. Busada and J. Solsona, "Nonlinear dynamic average model of a dc-dc converter," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 12, no. 5, pp. 904–909, 2014.
- [4] J. D. Morcillo, D. Burbano, and F. Angulo, "Adaptive ramp technique for controlling chaos and subharmonic oscillations in dc-dc power converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 31, no. 7, pp. 5330–5343, 2015.
- [5] J. Choi, H.-S. Han, and K. Lee, "A current-sourced led driver compatible with fluorescent lamp ballasts," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 30, no. 8, pp. 4455–4466, 2014.
- [6] H. Shao, X. Li, C.-Y. Tsui, and W.-H. Ki, "A novel single-inductor dual-input dual-output dc-dc converter with pwm control for solar energy harvesting system," *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, vol. 22, no. 8, pp. 1693–1704, 2013.
- [7] J. A. Baroudi, V. Dinavahi, and A. M. Knight, "A review of power converter topologies for wind generators," *Renewable energy*, vol. 32, no. 14, pp. 2369–2385, 2007.
- [8] S. Bernet, "Recent developments of high power converters for industry and traction applications," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 15, no. 6, pp. 1102–1117, 2000.
- [9] F. M. Vedula, M. J. L. Sanchez, and M. P. Rodriguez, "A pulsed control method for chaotic systems," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 7, no. 1, pp. 1–11, 2009.
- [10] Y.-X. Wang, D.-H. Yu, and Y.-B. Kim, "Robust time-delay control for the dc-dc boost converter," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 9, pp. 4829–4837, 2013.
- [11] S. Maity, D. Tripathy, T. K. Bhattacharya, and S. Banerjee, "Bifurcation analysis of pwm-1 voltage-mode-controlled buck converter using the exact discrete model," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 54, no. 5, pp. 1120–1130, 2007.
- [12] M. Di Bernardo and F. Vasca, "Discrete-time maps for the analysis of bifurcations and chaos in dc/dc converters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 2, pp. 130–143, 2000.
- [13] D. Giaouris, S. Banerjee, B. Zahawi, and V. Pickert, "Stability analysis of the continuous-conduction-mode buck converter via filippov's method," *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 4, pp. 1084–1096, may 2008.
- [14] G. Yuan, S. Banerjee, E. Ott, and J. A. Yorke, "Border-collision bifurcations in the buck converter," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 45, no. 7, pp. 707–716, 1998.
- [15] Z. T. Zhusubaliyev, E. A. Soukhoterlin, and E. Mosekilde, "Quasi-periodicity and border-collision bifurcations in a dc-dc converter with pulsewidth modulation," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 50, no. 8, pp. 1047–1057, 2003.
- [16] Y. Ma, H. Kawakami, and C. K. Tse, "Bifurcation analysis of switched dynamical systems with periodically moving borders," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 51, no. 6, pp. 1184–1193, 2004.
- [17] H. Iu and C. Tse, "Bifurcation behavior in parallel-connected buck converters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 48, no. 2, pp. 233–240, 2001.
- [18] S. Banerjee, "Coexisting attractors, chaotic saddles, and fractal basins in a power electronic circuit," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 44, no. 9, pp. 847–849, 1997.
- [19] M. di Bernardo, C. Budd, and A. Champneys, "Grazing, skipping and sliding: analysis of the non-smooth dynamics of the dc/dc buck converter," *Nonlinearity*, vol. 11, no. 4, p. 859, 1998.
- [20] M. di Bernardo, F. Garefalo, L. Glielmo, and F. Vasca, "Switchings, bifurcations, and chaos in dc/dc converters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 45, no. 2, pp. 133–141, 1998.
- [21] C. K. Tse and M. Di Bernardo, "Complex behavior in switching power converters," *Proceedings of the IEEE*, vol. 90, no. 5, pp. 768–781, 2002.
- [22] Y. Ma, C. Tse, T. Kousaka, and H. Kawakami, "Connecting border collision with saddle-node bifurcation in switched dynamical systems," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, vol. 52, no. 9, pp. 581–585, 2005.
- [23] V. Avrutin, E. Mosekilde, Z. T. Zhusubaliyev, and L. Gardini, "Onset of chaos in a single-phase power electronic inverter," *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 25, no. 4, p. 043114, 2015.
- [24] V. Avrutin, J. D. Morcillo, Z. T. Zhusubaliyev, and F. Angulo, "Bubbling in a power electronic inverter: Onset, development and detection," *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 104, pp. 135–152, 2017.



**José D. Morcillo** received the Electronic Engineer degree, and the M.Sc. degree in industrial automation from the National University of Colombia, Manizales, in 2010 and 2012, respectively. He got his Ph.D degree in Computer Science from National University of Colombia, Medellín, in 2018. He also worked as a postdoctoral researcher at the National University of Colombia, Manizales, in 2020. In 2010, he joined the Perception and Intelligent Control Group, and in 2014, joined the Systems and Informatics Group, working in different I + D projects. Currently, he is working as a full-time professor at University of Monterrey, Mexico, in the Engineering and Technologies Department. His research interests include modeling, simulation and control of power electronics and electricity markets, applying the theory of dynamical systems, system dynamics and data analytics.



**Juan Guillermo Muñoz** received the degree in Electronic Engineering and Msc. in Industrial Automation at the Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, in 2010 and 2012, respectively, and the Ph.D. degree in Automation from Universidad Nacional de Colombia, in 2019. Currently, he is a Professor at Universidad Nacional Abierta y a Distancia UNAD, Medellín, Colombia. He belongs to the research group in technological development GIDESTEC and his research interests include power electronics, control systems and renewable energy.



**Gerard Olivar** got his degree in Mathematics in 1987, Universitat de Barcelona (Barcelona, España) and Ph.D. in Science (Applied Mathematics) in 1997, Universitat Politècnica de Catalunya UPC (Barcelona, España). He was within the Department of Applied Mathematics IV, at UPC for 17 years, Associate Professor. By that time, he was interested in Nonlinear Dynamics and Chaos in DC-DC Converters. He moved in 2005 to Universidad Nacional de Colombia, at Manizales, where he was within the Department of Electrical and Electronics Engineering & Computer Science for 10 years, Full Professor. He moved in 2015 to the Faculty of Sciences, Department of Mathematics and Statistics, Full Professor. He added to his interests real applications of Applied Mathematics to Health and Development. He coordinates a Lab on Engineering Mathematics. He is the former and President of COSIAM (Colombian Section of SIAM). Now he is Full Professor within the Department of Natural Sciences & Technology at University of Aysen, Chile.