

Output Feedback Robust Control with Anti-Windup Applied to the 3SSC Boost Converter

R. Rego, and M. Costa

Abstract—This paper deals with the problem of synthesizing an anti-windup compensator with the robust output feedback model predictive control (MPC) for uncertain systems using linear matrix inequalities (LMI) by incorporating Lyapunov functions. The proposed control is applied in the polytope modeling of three-state switching cell (3SSC) DC-DC converter. The approach involves an off-line design of a robust state observer. And the results shown in this study prove the effectiveness of the proposal MPC with anti-windup and the conditions guarantee the stability of the closed-loop system.

Index Terms—Output feedback MPC, Model predictive control, Boost converter, Anti-windup.

I. INTRODUÇÃO

OS conversores DC-DC são bastante utilizados nos sistemas de fornecimento de energia. Um dos conversores de interesse, principalmente na área de eletrônica de potência são os conversores *boost* [1]. O objetivo destes conversores é fornecer uma saída de tensão DC mesmo quando sujeito uma variação na carga ou na tensão de entrada [2]. Apesar do conversor possuir uma topologia simplificada ele apresenta algumas singularidades em sua modelagem, tais como as variações de resistência de carga e tensão de entrada [3], [4], [5]. E realizar o controle desses conversores é considerado uma tarefa complicada devido suas singularidades [6].

O controle preditivo baseado em modelo (*Model Predictive Control*, MPC) mostrou ser um tipo de controle bastante robusto na maioria das aplicações, tais como em conversores estáticos e em dispositivos de acionamentos elétricos [7], [8]. O MPC para sistemas incertos foi inicialmente proposto por [9] e explanado com aspectos teóricos por [7], a abordagem robusta do MPC com desigualdades de matriz linear (*linear matrix inequalities*, LMIs) permanece uma técnica de controle interessante devido à vantagem do desempenho robusto garantido. Entretanto quando implementado na prática, o sinal de controle pode permanecer diferente do sinal que realmente atua na planta. No caso de controle de conversores bem como em outros tipos de sistemas, o sinal de controle pode ficar na região de saturação, o que não é desejado pois ocorre uma deterioração do desempenho do sistema, isto é, o controlador não executa bem quando ocorre uma saturação [10], [11]. Esse fenômeno é conhecido como *windup* [12]. O efeito *windup*

pode chegar à outros pontos de equilíbrio do sistema, podendo causar instabilidade, afetando as margens de estabilidade do sistema em malha fechada [13], [14], [10].

De modo a evitar que o sinal de controle entre na região de saturação, existem técnicas conhecidas como *anti-windup* (AW) [10]. No trabalho [15] é discutido a relação entre a técnica AW e o MPC, em que o controle AW considerado no trabalho é baseado na lei de controle de malha fechada com estado saturado aplicado a sistema LTV (*linear time-varying*). Já no trabalho [16] é proposto um atuador AW para sistemas com atrasos sujeito a saturação incorporando funções de Lyapunov-Krasovskii. Em [17] é proposto um AW formulado em tempo discreto usando uma configuração que efetivamente dissocia partes linear nominal e não-lineares de um sistema de malha fechada com restrições.

Nas duas últimas décadas, o problema de projeto do compensador *anti-windup* que garante a estabilidade em malha fechada e satisfaz certos critérios de desempenho tem sido extensivamente explorado [17], [18], [19], [20], [16], [21]. Entretanto, aplicações de controladores robustos com compensadores *anti-windup* ainda são incipientes para estudos relacionados a conversores estáticos [12]. Trabalhos com a técnica *anti-windup* aplicada a conversores que podemos mencionar são [22], [23], [24], [25], [26], [27]. No trabalho [27] é proposto um novo controlador de corrente PI desacoplado para inversores vinculados à rede com um esquema AW que surge naturalmente no controlador, levando a um melhor desempenho transitório na presença de saturação. Já em [22] é apresentado uma análise e o projeto de um conversor de alta potência e o teste de diferentes esquemas *anti-windup* para um controlador PI (Proporcional integral).

Dessa forma, neste trabalho é proposto a formulação do MPC com realimentação na saída juntamente com um atuador *anti-windup*. A configuração de controle proposta, é aplicada a uma modelagem politópica do conversor *boost*. A abordagem baseia-se no uso de várias funções de Lyapunov, cada uma correspondendo a um diferente vértice do politopo do sistema do conversor *boost*. Para obtenção do ganho do controlador, propõe-se a utilização de elipsoides de estabilidade criados em uma *lookup table* conforme [28], [1]. O atuador *anti-windup* implementado é baseado no trabalho de [17], [12], que permite minimizar a degradação do sinal de controle devido as não-linearidades da entrada do sistema. Ou evitar o efeito *overlapping* que ocorre em conversores. Tal efeito ocorre quando o sinal de controle opera em uma região tal que exista a condução simultânea de duas ou mais chaves defasadas entre si [12].

O artigo está organizado da seguinte forma. Primeiro, na

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

R. C. B. Rego, Departamento de Engenharia e Tecnologia, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Brasil, rosana.rego@ufersa.edu.br.

M. V. S. Costa, Departamento de Engenharia, Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Brasil, marcus.costa@ufersa.edu.br.

seção 2, é apresentada a modelagem matemática do conversor *boost*. Na seção 3, a estratégia de controle é apresentada e alguns conceitos básicos sobre o MPC são lembrados. Na seção 4, a simulação numérica é mostrada. Finalmente, na seção 5, discutimos as conclusões do estudo.

Notação: O símbolo * é usado em algumas expressões matriciais para induzir uma estrutura simétrica. Por exemplo

$$\begin{bmatrix} Q & * \\ S & P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q & S^T \\ S & P \end{bmatrix}.$$

O símbolo \parallel é utilizado para indicar associação em paralelo de resistores. Por exemplo: $R_1 \parallel R_2 = (R_1 R_2) / (R_2 + R_1)$

II. CONVERSOR DC-DC

A Figura 1 mostra o conversor *boost* usado conforme [29], [30], [8].

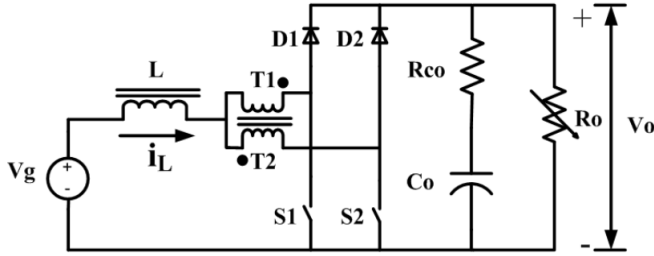


Fig. 1. Conversor *boost* com célula de comutação de três estados.

Esse conversor se caracteriza pelo método de chaveamento otimizado, garantindo assim um maior rendimento percentual na sua operação [1], [8]. O *boost* em estudo converte a faixa de tensão de entrada de 26V a 36V para 48V com carga variável de 380W a 1000W.

Os parâmetros utilizados para o conversor podem ser vistos na Tabela 1, os mesmos usados por [12].

TABELA I
PARÂMETROS DO CONVERSOR *BOOST*

| Parâmetros | Valores |
|-------------------------------------|-------------------------|
| Tensão de Entrada (V_g) | 26-36[V] |
| Tensão de saída (V_o) | 48[V] |
| D_{cycle} Ciclo de Trabalho | 0.25-0.46 |
| Frequência de chaveamento (f_s) | 22[kHz] |
| Indutor de Filtro (L) | 36[μH] |
| Resistência Indutiva (R_L) | 0 [Ω] |
| Capacitor de saída (C_o) | 4400[μF] |
| Resistência serie (R_{co}) | 26.7[$m\Omega$] |
| Carga (R_o) | 2.034-6.06 [Ω] |
| Potência de saída (P_{ot}) | 380-1000[W] |
| Passo de simulação | 1 μs |

A. Modelagem Matemática

As expressões no espaço de estados \mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} e \mathcal{D} operando no modo de condução contínua (CCM) [31] são:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \mathcal{A}(t)x + \mathcal{B}(t)u, \\ y &= \mathcal{C}(t)x + \mathcal{D}(t)u, \end{aligned} \quad (1)$$

onde,

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} -\frac{(1-D_{cycle})(R_{co} \parallel R_o)}{L} & -\frac{(1-D_{cycle})R_o}{L(R_{co}+R_o)} \\ \frac{(1-D_{cycle})R_o}{C_o(R_{co}+R_o)} & -\frac{1}{C_o(R_{co}+R_o)} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathcal{B} = \frac{V_g}{R'} \begin{bmatrix} \frac{R_o(1-D_{cycle})R_o+R_{co}}{L} \\ -\frac{R_o}{R_o+R_{co}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathcal{C} = \left[(1-D_{cycle})(R_{co} \parallel R_o) \quad \frac{R_o}{R_{co}+R_o} \right], \quad (4)$$

$$\mathcal{D} = -V_g \frac{R_{co} \parallel R_o}{R'}. \quad (5)$$

em que $R' = (1-D_{cycle})^2 R_o + D_{cycle}(1-D_{cycle})(R_{co} \parallel R_o)$, $x = [i_L V_c]^T$ onde i_L é a corrente no indutor, V_c é a tensão no capacitor, u é o sinal de controle, D_{cycle} é o ciclo de trabalho e $y = V_o$, V_o é a tensão de saída.

Esta modelagem do conversor é diretamente influenciado pelas variações dos parâmetros da tensão de entrada V_g e da carga R_o . Assim o ciclo de trabalho (D_{cycle}) muda conforme a tensão de entrada (V_g) varia no tempo. Dessa forma, o ciclo de trabalho e a carga são dados respectivamente por,

$$D_{cycle} = f(V_g) = 1 - \frac{V_g}{V_o} \quad V_g \in [V_{gmin} V_{gmax}], \quad (6)$$

$$R_o = f(Pot) = \frac{V_o^2}{Pot} \quad Pot \in [Pot_{min} Pot_{max}]. \quad (7)$$

Com essas variações na tensão de entrada V_g e na carga R_o , o sistema torna-se variante no tempo. Assim uma forma de representar este sistema é utilizando a modelagem por polítopos. Logo considerando as equações (6) e (7), o sistema (1) pertence ao seguinte polítopo formado pelos quatro modelos locais,

$$\begin{aligned} [\mathcal{A}(t)|\mathcal{B}(t)|\mathcal{C}(t)|\mathcal{D}(t)] &\in Co\{[\mathcal{A}_1, \mathcal{B}_1, \mathcal{C}_1, \mathcal{D}_1], \\ &[\mathcal{A}_2, \mathcal{B}_2, \mathcal{C}_2, \mathcal{D}_2], [\mathcal{A}_3, \mathcal{B}_3, \mathcal{C}_3, \mathcal{D}_3], \\ &[\mathcal{A}_4, \mathcal{B}_4, \mathcal{C}_4, \mathcal{D}_4]\}, \end{aligned} \quad (8)$$

onde $Co\{\cdot\}$ denota o casco convexo do polítopo e $[\mathcal{A}_j, \mathcal{B}_j, \mathcal{C}_j, \mathcal{D}_j]$ são vértices do conjunto polítopo.

III. ESTRATÉGIA DE CONTROLE

A Figura 2 mostra o diagrama de blocos proposto neste trabalho para obter o ganho do controle para o conversor. Para facilitar a análise, \mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} e \mathcal{D} do conversor são discretizados conforme [8] e representadas agora por A , B , C , e D .

As matrizes coprimas são dadas por,

$$\begin{bmatrix} M(z) - I \\ G(z)M(z) \end{bmatrix} \sim \left[\begin{array}{c|c} A + BK_{AW} & B \\ \hline K_{AW} & 0 \\ \hline C + DK_{AW} & D \end{array} \right], \quad (9)$$

em que K_{AW} é ganho *anti-windup*, e as matrizes A , B , C e D são as matrizes discretas politópicas da planta do conversor *boost*. As expressões do atuador *anti-windup* são definidas por,

$$x_d(k+1) = (A + BK_{AW})x_d(k) + B\tilde{u}(k), \quad (10)$$

$$u_d(k) = K_{AW}x_d(k), \quad (11)$$

$$y_d(k) = (C + DK_{AW})x_d(k) + D\tilde{u}(k), \quad (12)$$

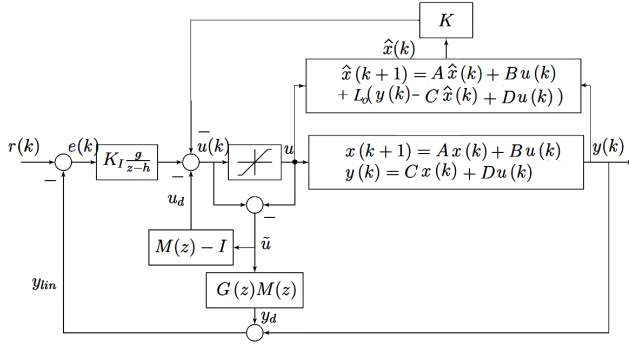


Fig. 2. Diagrama de blocos proposto.

em que $\tilde{u}(k)$ é definido por,

$$\tilde{u}(k) = Dz(\text{sat}(u(k)) - u(k)), \quad (13)$$

sendo Dz a designação de zona morta conforme modelagens definidas em [17], [32]. E $\text{sat}(u(k))$ é o sinal de controle limitado por saturação.

A derivada da ação integral é dada pela diferença da saída com a ação *anti-windup* do sistema e da referência,

$$v(k+1) = (r(k) - y_{lin}(k))h + gv(k). \quad (14)$$

O sinal $y_{lin}(k)$ é dado por,

$$y_{lin}(k) = y(k) + y_d(k). \quad (15)$$

Os estados do sistema são dados por,

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k). \quad (16)$$

O sinal de controle $u(k)$ é comum ao sistema e ao observador de estado, e é dado por,

$$u(k) = -K\hat{x}(k) + K_I v(k) - u_d(k), \quad (17)$$

onde $\hat{x}(k)$ é o estado observado definido por,

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L_o(y(k) - \hat{y}(k)). \quad (18)$$

Substituindo a eq. (17) em (18) tem-se,

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= (A - BK - L_o C)\hat{x}(k) \\ &+ L_o C x(k) + K_I B v(k) - BK_{AW} x_d(k). \end{aligned} \quad (19)$$

E substituindo a eq. (17) em (16),

$$x(k+1) = Ax(k) - BK\hat{x}(k) + BK_I v(k) - BK_{AW} x_d(k). \quad (20)$$

Obtemos a equação no espaço de estado do controlador com o observador, *anti-windup* e a ação integral dada por,

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \hat{x}(k+1) \\ v(k+1) \\ x_d(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BK & BK_I & -BK_{AW} \\ L_o C & (A - BK - L_o C) & BK_I & -BK_{AW} \\ -hC & hDK & g - hK_I D & hC \\ 0 & 0 & 0 & (A + B)K_{AW} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \\ v(k) \\ x_d(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h \\ 0 \end{bmatrix} r(k), \quad (21)$$

A saída do sistema e do observador de estado é dada por $y(k)$ e $\hat{y}(k)$ respectivamente,

$$y(k) = Cx(k) + Du(k), \quad (22)$$

$$\hat{y}(k) = C\hat{x}(k) + Du(k). \quad (23)$$

g , h são as matrizes que correspondem ao grau de liberdade da ação integral. $\hat{x}(k)$ é o estado observado e L_o é o ganho do observador. K_I e K são respectivamente o ganho de ação integral e ganho do controlador.

A. Anti-Windup

Teorema 1: Existe um compensador dinâmico no tempo discreto que soluciona o problema de *windup* se, e somente se, existe uma matriz $Q_a = Q_a^T > 0$, $U_a = U_a^T > 0$, $L_a \in R^{(m+q) \times m}$ e um escalar $\mu_a < 0$, de modo que a desigualdade matricial abaixo é satisfeita,

$$\begin{bmatrix} \min \gamma_a & & & & \\ -Q_a & * & * & * & * \\ -L_a & -2U_a & * & * & * \\ 0 & I & -\mu_a I & * & * \\ (C_j Q_a + D_j L_a) & D_j U_a & 0 & -I & * \\ (A_j Q_a + B_j L_a) & B_j U_a & 0 & 0 & -Q_a \end{bmatrix} < 0. \quad (24)$$

Em que $j = 1, 2, 3, 4$. $K_{AW} = L_a Q_a^{-1}$ é ganho de ação *anti-windup*, baseado em fatoração coprima. E $\gamma_a = \sqrt{\mu_a}$ [17].

Para obtenção do ganho AW o teorema 1 será utilizado. O ganho obtido será estático para todos os vértices do politopo.

B. Projeto do Observador Off-Line

Teorema 2: Se existe $G_e > 0$, e $Y_e = G_e L_o$ satisfazendo a seguinte restrição LMI

$$\begin{bmatrix} \rho^2 G_e - L_e & * \\ (G_e A_j - Y_{e_j} C_j) & G_e \end{bmatrix} > 0, \quad (25)$$

onde ρ é um parâmetro de projeto e L_e é uma matriz peso. O ganho do observador é dado por $L_o = G_e^{-1} Y_e$. E a estabilidade do erro é garantida para qualquer $[A_j, B_j] \in \Omega$ [33].

C. Controle Preditivo Baseado em Modelo

A formulação do MPC proposto por [33] é dada pelas seguintes LMIs:

$$\min_{u(k|k), Y(k), Q(k)} \zeta(k) \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} Q(k) & * & * & * \\ (A_j Q(k) + B_j Y(k)) & Q(k) & * & * \\ \Psi^{1/2} Q(k) & 0 & \zeta(k)I & * \\ R^{1/2} Y(k) & 0 & 0 & \zeta(k)I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & * & * & * \\ T(k) & Q(k) & * & * \\ \Psi^{1/2} \hat{x} & 0 & \zeta(k)I & * \\ R^{1/2} u & 0 & 0 & \zeta(k)I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (28)$$

$$\zeta(k) - \zeta(k-1) < 0, \quad (29)$$

$$\zeta(k)I - \epsilon Q(k) > 0, \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} U_{ii} & * \\ Y^T(k) & Q(k) \end{bmatrix} \geq 0 \quad (31)$$

onde $U_{ii} < u_{i,max}^2$, $i = 1, \dots, n_u$ e $Q = Q^T \geq 0$, com $j = 1, 2, \dots, n$, em que n é quantidade de vértices do politopo. $K = Y(k)Q(k)^{-1}$ é o ganho do controlador e $T(k) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + L_o(y(k) - C\hat{x}(k))$. $\zeta(k)$ é a função objetivo. Ψ e R são as matrizes pesos para saída e entrada do sistema respectivamente. E ϵ é um parâmetro de projeto.

A obtenção do ganho do controlador proposto em [33] é baseado no processo *online*, isto é, o ganho obtido no MPC *online* não é estático, ele varia a cada iteração. A implementação *online* requer um maior custo computacional, pois a cada instante o valor do ganho deve ser atualizado, como apresentado em [28], [34].

Para implementação do controle em um microcontrolador o ideal é obter um ganho estático, isto é, constante. No entanto, que garanta a robustez e estabilidade do sistema como já discutido em [1]. Assim, o processo da obtenção do ganho do MPC *off-line* já foi discutida em [28], [34], onde foi verificado que o processo *off-line* garante os mesmo princípios de estabilidade do processo *online* se utilizado o conceito de elipsoides de estabilidade criados em uma *lookup table*. Dessa forma, neste trabalho é proposto a implementação *off-line* do MPC descrito em [33] com um compensador *anti-windup*, como demonstrado na subseção D.

D. MPC com Anti-Windup

Para implementação do compensador *anti-windup* faz-se o seguinte procedimento: gera-se uma seqüência de minimizadores μ_{a_k} , U_{a_k} , L_{a_k} e Q_{a_k} baseado em (24). Faça $k := 1$

1. compute os minimizadores μ_{a_k} , U_{a_k} , L_{a_k} e Q_{a_k}
2. calcule o ganho *anti-windup* $K_{AW} = L_{a_k} Q_{a_k}^{-1}$.

Posteriormente para implementação do algoritmo para o MPC, faz-se o seguinte procedimento: para um sistema *off-line*, dado uma condição inicial x_0 de tamanho N , gera-se uma seqüência de minimizadores ζ_k , Q_k , U_k , Y_k baseado em (27) á (31). Faça $k := 1$

1. compute os minimizadores ζ_k , Q_k , U_k , Y_k , com restrição adicional de $Q_{k-1} > Q_k$. Armazene Q_k^{-1} , K_k e Y_k em uma *look-up table*.
 2. se $k < N$ escolha o estado x_{k+1} satisfazendo $\|x_{k+1}\|_{Q^{-1}}^2 \leq 1$. Faça $k := k + 1$ e retorne ao passo 1.
- Desenhando a Lookup table:* dado uma uma condição inicial $\|x(0)\|_{Q^{-1}}^2$, tome o estado $x(k)$ para o respectivo tempo k . Desenhe a busca envolta de Q^{-1} na *look-up table* para encontrar o maior índice k (ou equivalente, a menor elipsoide $\epsilon = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} | \bar{x}^T Q^{-1} \bar{x} \leq 1\}$) de modo que $\|\bar{x}(k)\|_{Q^{-1}}^2 \leq 1$. [28], [1]
3. calcule $K = Y_k Q_k^{-1}$.
 4. aplique a lei de controle $u(k) = -K\hat{x}(k) + K_I v(k) - K_{AW} x_d(k)$.

A vantagem de usar esse algoritmo, que consiste em um processo *off-line* baseado em [28], é que esse método não requer tanto processamento quanto o método *online* apresentando em [33]. Assim, pode ser facilmente aplicado em uma planta experimental como por exemplo no conversor *boost*.

IV. SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Na simulação as LMIs implementadas foram: (24), (25), (27) a (31). As LMIs foram implementadas com o *toolbox* YALMIP e solucionador SEDUMI. Os gráficos obtidos foram plotados no *software* MATLAB.

Para simulação numérica da planta do conversor *boost* considerou-se o modelo contínuo não linear aproximado com o método numérico *Runge-Kutta 4*. Já no observador foi considerado o modelo linear discreto.

Para testar e comparar a eficácia da técnica MPC com *anti-windup* (MPC-AW) em relação ao MPC, foi utilizado o modelo do conversor *boost* descrito na seção 2. Os estados iniciais do sistema (1) e o observador é assumido como $x = [38.4615 \ 26]^T$ e $\hat{x} = [30 \ 20]^T$, respectivamente. A tensão de referência definida foi de $V_o = 48V$. O valor máximo do sinal de controle foi $u_{max} = 0.5$ e os pontos operacionais do conversor são $380W - 1000W$ para um tempo de amostra de $T_s = 1ms$ e passo de simulação de $1\mu s$, foi utilizado $g = h = 1$.

Assim, considerando a função $f(V_g, Pot)$, o sistema (1) pertence ao seguinte politopo formado pelos quatro modelos discretos locais,

$$\begin{aligned} & - f(36V, 1000W) \\ A_1 &= \begin{bmatrix} -0.2838 & -7.7479 \\ 0.0634 & -0.1137 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 580.4780 \\ 65.2800 \end{bmatrix}, \\ C_1 &= [0.0198 \ 0.9886], D_1 = -0.7304. \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & - f(26V, 1000W) \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0.0958 & -8.4507 \\ 0.0692 & 0.2660 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 851.9920 \\ 53.4470 \end{bmatrix}, \\ C_2 &= [0.0143 \ 0.9886], D_2 = -1.0054. \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} & - f(36V, 380W) \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -0.3102 & -7.9646 \\ 0.0652 & -0.1119 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 542.7340 \\ 68.8140 \end{bmatrix}, \\ C_3 &= [0.0199 \ 0.9956], D_3 = -0.2802. \end{aligned} \quad (34)$$

$$-f(26V, 380W)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} 0.0759 & -8.7329 \\ 0.0715 & 0.02873 \end{bmatrix}, B_4 = \begin{bmatrix} 814.2740 \\ 58.5880 \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$C_4 = [0.0144 \quad 0.9956], D_4 = -0.3871.$$

As matrizes de ponderação são

$$\Psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, L_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } R = 1. \quad (36)$$

O ganho estático do observador de estado L_o obtido foi,

$$L_o = [-8.296781 \quad 0.078378]^T, \quad (37)$$

com $\rho = \sqrt{0.7}$. O ganho estático do atuador *anti-windup* obtido foi,

$$K_{AW} = [-0.000530 \quad 0.0003382]. \quad (38)$$

E o ganho do controlador para $N=10$ obtido foi,

$$K_{MPC} = \underbrace{[0.0179 \quad -0.7031]}_K \underbrace{[-0.1134]}_{K_I} \times 10^{-2} \quad (39)$$

Realizou-se uma variação degrau da tensão de entrada de $26V - 36V$, no instante de 0.075 e $0.225s$ como mostrado na Figura 3. Também foi realizado uma variação degrau na potência de $380W - 1000W$ como mostrado na Figura 4. E para uma melhor visualização do desempenho dos controladores atuando com o efeito da saturação no conversor, considerou-se os intervalos de tempo de $0.22s$ a $0.27s$.

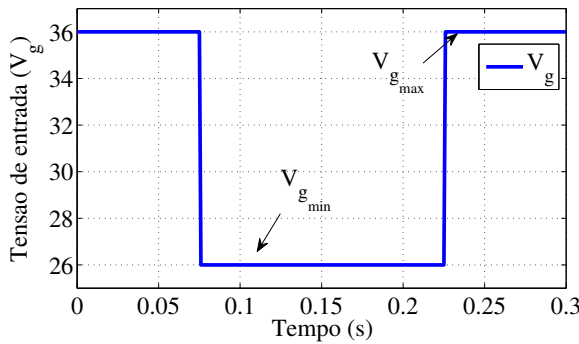


Fig. 3. Variação aplicada na tensão de entrada V_g .

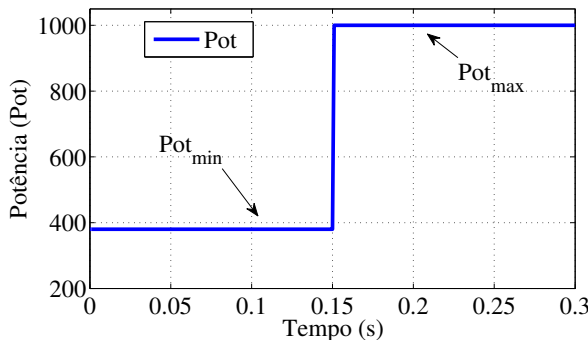


Fig. 4. Variação aplicada na potência Pot .

Na Figura 5 têm-se as elipsóides de estabilidade definidas por Q^{-1} com 10 pontos discretos. A escolha das elipsóides é feita pela aplicação do Algoritmo MPC. Para isto, é estabelecida uma resposta ao impulso com cerca de 10 pontos da saída do modelo. Considera-se o modelo com as condições iniciais no modo de condução contínua para as condições nominais de carga. Portanto $x = [38.4615 \quad 26]^T$ para plena carga de $1000W$ e $V_g = 26V$. Para resposta ao impulso do conversor, obteve-se um conjunto de 10 pontos de tensão, sendo $x_0 = [48.0000 \quad -3.6942 \quad -23.6553 \quad 11.3360 \quad 7.8756 \quad -9.0638 \quad -0.5195 \quad 4.9506 \quad -1.6958 \quad -1.9171]$, obtidos através do algoritmo MPC. Q^{-1} assume um comportamento elipsoidal no plano geométrico e sua estabilidade robusta é garantida com o conjunto x_0 em regime permanente pois as elipses convergem para origem. Quanto mais próxima da origem estiver a elipse, o sistema terá uma resposta estável conforme [28], [1]. Os estados x_1 e x_2 são respectivamente os pontos discretos da corrente do indutor (i_L) e tensão no capacitor (V_C).

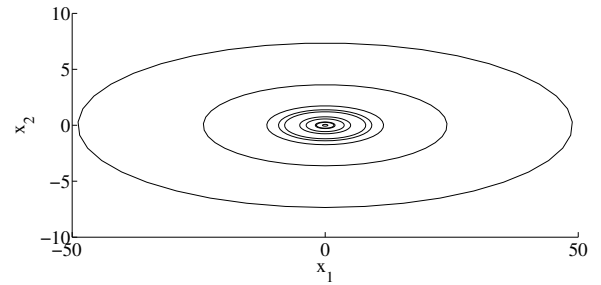
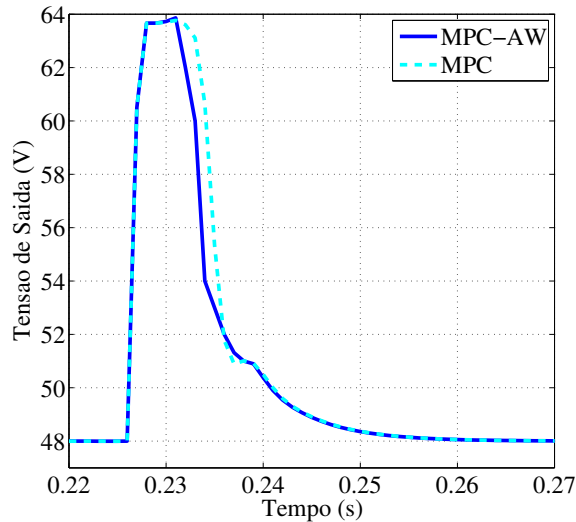


Fig. 5. Elipsóides de estabilidade.

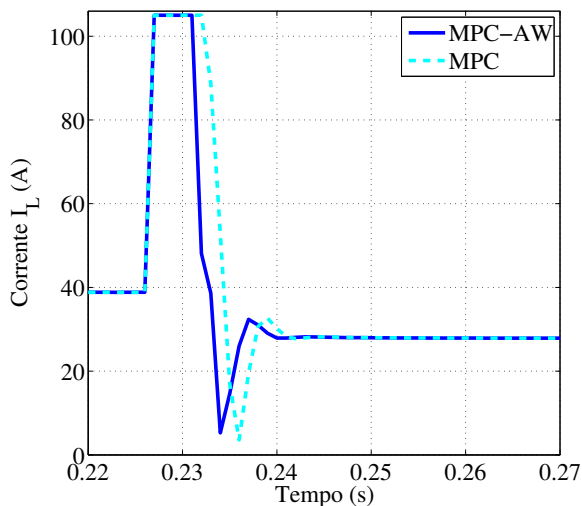
A resposta ao impulso do conversor *boost* consiste de uma condição de pior caso, porque sua característica oscilatória requer mais esforço do processo de otimização LMI [8]. No entanto, o processo de otimização *off-line* do MPC com realimentação na saída garante a estabilização. Como mostrado na Figura 5 os tamanhos dos elipsóides para cada valor de N (em que N é quantidade de pontos no conjunto x_0) também podem variar de maneira oscilante, de modo que o procedimento de restrição seja obedecido. Logo, com o $N \Rightarrow \infty$, implica que a elipsóide tende a estabilizar. Deve-se escolher dentre o conjunto x_0 o ganho que melhor atende as especificações e necessidades de implementação. Recomenda-se escolher o n -ésimo valor, já que o resultado encontra-se em uma condição de norma estável do ganho [8], [34].

Na Figura 6 tem-se a tensão de saída V_o . É possível ver que os controles conseguem seguir a referência. Entretanto o *MPC - AW* apresenta melhores resultados quando comparado com o *MPC*. Isto é, o sistema de controle com atuador AW possui uma recuperação de regime mais rápida que o circuito operando sem o AW. A recuperação de regime do controlador acontece cerca de 70 ms depois que o mesmo sistema controlado pelo MPC-AW.

Na Figura 7 tem-se a corrente no indutor. Apesar de ambas as estratégias atingirem um pico de corrente no indutor instantânea de cerca de $105A$, o *MPC - AW* começa a atuar mais rápido depois de atingida a corrente de pico, diferente

Fig. 6. Tensão de saída V_o .

do modelo controlado apenas pelo MPC, que apenas começa a atuar cerca de 70 ms depois.

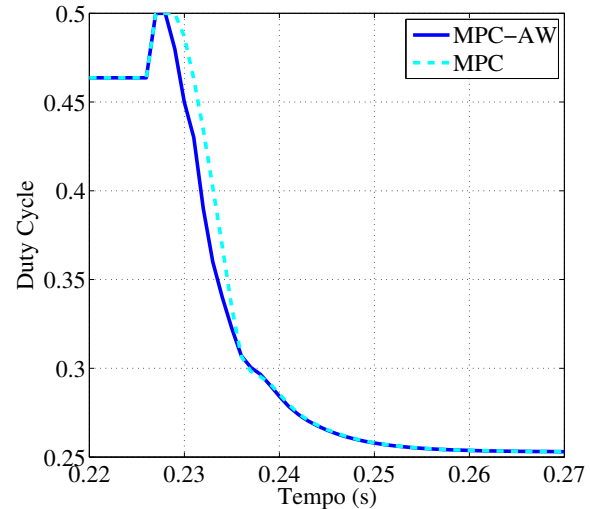
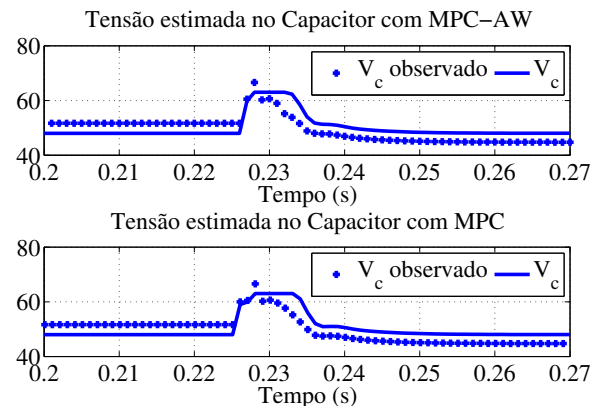
Fig. 7. Corrente no indutor i_L .

Na Figura 8 tem-se o sinal de controle $u(k)$. Nas duas técnicas de controle a restrição $u_{max} = 0.5$ foi atendida.

E na Figura 9 é mostrado a tensão estimada do capacitor V_c obtida com o observador de estado, esta é comparada com a tensão do vetor de estado.

V. CONCLUSÃO

Foi apresentado os resultados das simulações da configuração proposta para o controlador preditivo baseado em modelo com *anti-windup*. Para analisar o desempenho do controle proposto, realizou-se a comparação entre o MPC e MPC com *anti-windup*. E para testar o desempenho dos controladores aplicados a conversores, a planta do conversor *boost* foi utilizada. Com a análise dos resultados foi possível

Fig. 8. Sinal de controle $u(k)$.Fig. 9. Saída do observador \times saída da planta.

constatar que a configuração proposta *MPC - AW* com realimentação na saída mostrou-se mais eficaz que o controle operando apenas com *MPC* proposto por [33], considerando as condições saturadas de operação de modo a evitar o *overlapping* o qual o conversor não foi projetado. Portanto, pode-se concluir que o processo com *AW* apresentou resultados superiores, com uma resposta de controle mais rápida, mostrando assim sua eficiência no controle de conversores.

Acrescenta-se ainda, que é utilizada uma função de Lyapunov quadrática (Q_a) fixa na LMI do *AW*, o que é reconhecido na literatura por levar a resultados bastante conservadores. De modo a solucionar esse problema, para trabalhos futuros os autores pretendem estabelecer condições de relaxação no modelo *AW*, visando garantir a estabilidade sob condições menos conservadoras no ponto de vista da estratégia de controle.

REFERÊNCIAS

- [1] M. V. Costa, F. E. Reis, J. C. Campos *et al.*, "Controlador robusto mpc-lmi aplicado ao conversor boost com célula de comutação de três estados," *Eletrônica de Potência, Campo Grande*, pp. 81–90, 2017.

- [2] H. Guldemir, "Modeling and sliding mode control of dc-dc buck-boost converter," in *Proc. 6th Int. advanced technological Symp.*, vol. 4, 2011, pp. 475–480.
- [3] J. Linares-Flores, A. H. Mendez, C. Garcia-Rodriguez, and H. Sira-Ramirez, "Robust nonlinear adaptive control of a boost converter via algebraic parameter identification," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 8, pp. 4105–4114, 2014.
- [4] R. Ortega, J. A. L. Perez, P. J. Nicklasson, and H. J. Sira-Ramirez, *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: mechanical, electrical and electromechanical applications*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [5] L. Cheng, P. Acuna, R. P. Aguilera, J. Jiang, S. Wei, J. Fletcher, and D. D.-C. Lu, "Model predictive control for dc-dc boost converters with reduced-prediction horizon and constant switching frequency," *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2017.
- [6] R. Amirifar, "Extended dynamic matrix control design for a dc-dc power converter," in *System Theory, 2005. SSST'05. Proceedings of the Thirty-Seventh Southeastern Symposium on*. IEEE, 2005, pp. 191–195.
- [7] E. F. Camacho and C. B. Alba, *Model predictive control*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [8] M. V. S. Costa, "Controle mpc robusto aplicado ao conversor boost ccte otimizado por inequações matriciais lineares," Doutorado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.
- [9] M. V. Kothare, V. Balakrishnan, and M. Morari, "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities," *Automatica*, vol. 32, no. 10, pp. 1361–1379, 1996.
- [10] L. Zaccarian and A. R. Teel, *Modern anti-windup synthesis: control augmentation for actuator saturation*. Princeton University Press, 2011, vol. 36.
- [11] W. Qi, J. H. Park, G. Zong, J. Cao, and J. Cheng, "Anti-windup design for saturated semi-markovian switching systems with stochastic disturbance," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2018.
- [12] R. C. B. Rego, M. V. S. Costa, F. E. U. Reis, and R. P. T. Bascope, "Análise e simulação do controlador mpc-aw-lmi aplicado ao conversor ccte operando em condições de saturação no sinal de controle," *Congresso Brasileiro de Automática*, vol. XXII, 2018.
- [13] S.-K. Yang, "Observer-based anti-windup compensator design for saturated control systems using an lmi approach," *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 64, no. 5, pp. 747–758, 2012.
- [14] D. Öztürk, "An anti-windup compensator for systems with time delay and integral action," Ph.D. dissertation, bilkent university, 2017.
- [15] J. A. De Doná, G. C. Goodwin, and M. M. Seron, "Anti-windup and model predictive control: Reflections and connections," *European Journal of Control*, vol. 6, no. 5, pp. 467–477, 2000.
- [16] O. Lamrabet, E. H. Tissir, and F. El Haoussi, "Anti-windup compensator synthesis for sampled-data delay systems," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, pp. 1–17, 2018.
- [17] M. C. Turner, G. Herrmann, and I. Postlethwaite, "Discrete-time anti-windup: Part 1—stability and performance," in *European Control Conference (ECC), 2003*. IEEE, 2003, pp. 473–478.
- [18] M. Ran, Q. Wang, and C. Dong, "Anti-windup design for uncertain nonlinear systems subject to actuator saturation and external disturbance," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 26, no. 15, pp. 3421–3438, 2016.
- [19] A. A. Adegbege and R. M. Levenson, "Linear multivariable antiwindup control design: Singular perturbation approach," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 2, pp. 289–294, 2017.
- [20] N. Wada and M. Saeki, "Anti-windup synthesis for a model predictive control system," *IEEE Transactions on Electrical and Electronic Engineering*, vol. 11, no. 6, pp. 776–785, 2016.
- [21] J. Fang, W. Yao, Z. Chen, J. Wen, C. Su, and S. Cheng, "Improvement of wide-area damping controller subject to actuator saturation: a dynamic anti-windup approach," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 12, no. 9, pp. 2115–2123, 2018.
- [22] X. Huang, X. Wang, T. Nergaard, J.-S. Lai, X. Xu, and L. Zhu, "Parasitic ringing and design issues of digitally controlled high power interleaved boost converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, no. 5, pp. 1341–1352, 2004.
- [23] Z. Zhang, O. C. Thomsen, M. A. Andersen, J. D. Schmidt, and H. R. Nielsen, "Analysis and design of bi-directional dc-dc converter in extended run time dc ups system based on fuel cell and supercapacitor," in *2009 Twenty-Fourth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition*. IEEE, 2009, pp. 714–719.
- [24] E. Tomaszewski and J. Jiangy, "An anti-windup scheme for proportional resonant controllers with tuneable phase-shift in voltage source converters," in *2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)*. IEEE, 2016, pp. 1–5.
- [25] J. Moreno-Valenzuela, "A class of proportional-integral with anti-windup controllers for dc-dc buck power converters with saturating input," *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019.
- [26] K. S. Kumar, S. Sharma, and P. K. Padhy, "Voltage regulation of dc-dc boost converter using modified imc controller," in *2018 5th International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN)*. IEEE, 2018, pp. 836–841.
- [27] T. Tarczewski, Ł. J. Niewiara, M. Skiwski, and L. M. Grzesiak, "Gain-scheduled constrained state feedback control of dc-dc buck power converter," *IET Power Electronics*, vol. 11, no. 4, pp. 735–743, 2017.
- [28] Z. Wan and M. V. Kothare, "An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities," *Automatica*, vol. 39, no. 5, pp. 837–846, 2003.
- [29] G. T. Bascope and I. Barbi, "Generation of a family of non-isolated dc-dc pwm converters using new three-state switching cells," in *Power Electronics Specialists Conference, 2000. PESC 00. 2000 IEEE 31st Annual*, vol. 2. IEEE, 2000, pp. 858–863.
- [30] M. V. S. Costa, "Controladores robustos d-lqi e d-alocação de polos otimizados via lmi aplicados a um conversor boost alto ganho com célula de comutação três estados," Mestrado em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2012, 120f.
- [31] R. Middlebrook and S. Cuk, "A general unified approach to modelling switching-converter power stages," in *Power Electronics Specialists Conference, 1976 IEEE*. IEEE, 1976, pp. 18–34.
- [32] G. Herrmann, M. C. Turner, and I. Postlethwaite, "Discrete-time anti-windup: Part 2—extension to the sampled-data case," in *European Control Conference (ECC), 2003*. IEEE, 2003, pp. 479–484.
- [33] J.-H. Park, T.-H. Kim, and T. Sugie, "Output feedback model predictive control for lpv systems based on quasi-min-max algorithm," *Automatica*, vol. 47, no. 9, pp. 2052–2058, 2011.
- [34] Z. Wan and M. V. Kothare, "Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities," *Journal of Process Control*, vol. 12, no. 7, pp. 763–774, 2002.



Marcus V. S. Costa Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Ceará (2009), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Ceará (2012) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal do Ceará (2017). Atualmente é professor do magistério superior da Universidade Federal Rural do Semi-Árido. Tem experiência na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em Engenharia Elétrica, atuando principalmente nos seguintes temas: d-estabilidade, lmi optimization, controle lqr/lqi-lmi, controle robusto lmi, ltv systems e boost converter.



Rosana C. B. Rego Recebeu o título de bacharel em Ciência e Tecnologia (2015) e Bacharel em Engenharia de Computação pela Universidade Federal Rural do Semi-Árido (2017). Atualmente estudante de Mestrado em Engenharia Elétrica com área de concentração em Controle e Automação na Universidade Federal Rural do Semi-Árido com pesquisas na área de Controle Preditivo e LMIs. Possui conhecimentos na área de programação (C/C++, Java, Python, Fortran, MatLab/Scilab) e eletrônica digital/microcontrolada, lógico programável e analógica.