

Transient Stability Constrained Optimal Power Flow Based on Trajectory Sensitivity for Power Dispatch of Distributed Synchronous Generators

P. Wieler, R. Kuiava, *Member, IEEE*, and W. Souza

Abstract—This paper is focused on the transient stability constrained optimal power flow (TSC-OPF) problem and its application for determining the optimal dispatch of active and reactive powers of distributed synchronous generators. In order to deal with uncertainties related to the actual active and reactive load values and the network topology configuration, this paper proposes a TSC-OPF formulation that incorporates a set of mathematical constraints based on the trajectory sensitivity analysis (TSA) that represents the impact of different load scenarios and network topologies on the transient stability of the system. The TSC-OPF is solved by an iterative algorithm based on the primal-dual interior point method and the concept of rotor angle first swing (FS) stability. The proposed TSC-OPF is applied for a distribution network constituted by nine buses and two distributed synchronous generators.

Index Terms—Distributed synchronous generators, Transient stability constrained optimal power flow, Trajectory sensitivity analysis, First swing stability.

I. INTRODUÇÃO

O fluxo de potência ótimo (FPO) é uma ferramenta de otimização essencial para o planejamento operacional de sistemas elétricos de potência, tendo como objetivo minimizar (ou maximizar) um determinado critério de otimização (custo da geração de energia elétrica, por exemplo), sujeito a um conjunto de restrições e contingências postuladas [1]–[3]. Existem diversas abordagens propostas na literatura para a solução de problemas de FPO envolvendo a operação e planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica com a inserção de geração distribuída (GD).

A presença de GD e sua provável interferência tanto nas características elétricas, como no sistema de proteção da rede de distribuição leva a uma preocupação em contemplar restrições técnicas operacionais da rede elétrica ao modelo de FPO, tais como, limites de tensão e limites de carregamento de linhas. Essas restrições envolvem limites operacionais em regime permanente e aparecem em grande parte das formulações de FPO. Para citar alguns exemplos, [4] propõe duas formulações de FPO para despacho econômico de unidades de GD baseadas em geração solar fotovoltaica e eólica, sendo uma para programação de um dia a frente e outra para programação em tempo real. Já [1] apresenta uma formulação de FPO Reativo (FPOR), a qual é resolvida pelo método de ponto interiores

(MPI) primal-dual nas versões barreira logarítmica e barreira logarítmica modificada. Além disso, [5] propõe a utilização do MPI primal-dual com previsor-corretor para resolver um problema de despacho econômico e ambiental, no qual se busca minimizar simultaneamente o custo de geração e a emissão de poluentes de unidades termoeletrônicas e [6] utiliza algoritmos genéticos para solucionar um FPO que busca a melhor alocação de banco de capacitores em uma rede de distribuição, visando a redução das perdas dissipadas na rede de distribuição e melhoria no perfil de tensão da rede.

Embora o despacho centralizado de GD não seja uma prática comum, a alta inserção de produtores independentes aliado ao despacho descentralizado de geração realizado por parte deles pode trazer diversos problemas operacionais para a rede de distribuição, como a elevação dos níveis de tensão nas barras, presença e aumento do fluxo reverso de potência no sistema, impactos na coordenação dos sistemas de proteção e redução das margens de estabilidade das unidades geradoras. Assim, é de extrema importância a aplicação de técnicas para analisar e otimizar o planejamento e a operação de redes de distribuição com GD [7].

Neste sentido, embora a grande maioria dos problemas de FPO incorporem apenas restrições envolvendo limites operacionais estáticos (ou seja, de regime permanente) de geradores e da rede elétrica, como é o caso das referências citadas anteriormente [1], [4]–[6], tem crescido nos últimos anos, por conta da necessidade de garantir a proteção de unidades geradoras contra ocorrências de perturbações severas no sistema, o interesse em problemas de FPO envolvendo restrições de segurança dinâmica como, por exemplo, limites de estabilidade transitória dos geradores. Nesse sentido, observa-se uma maior preocupação com os impactos decorrentes da inserção de GD, não somente com relação aos critérios operacionais estáticos do sistema, mas sobretudo no que se refere à estabilidade transitória dos geradores distribuídos, principalmente quando os mesmos são baseados em geradores rotativos, como é o caso dos geradores síncronos (ou seja, geradores síncronos distribuídos (GSD)), como ocorre em pequenas centrais hidrelétricas (PCHs) e térmicas (PCTs).

Problemas de FPO com restrições de estabilidade transitória (FPO-RETA) visam, portanto, atender a requisitos de estabilidade transitória de geradores rotativos inseridos em sistemas de potência. Dentre os problemas de FPO-RETA já propostos, destacam-se as formulações que visam a operação ótima de geradores síncronos distribuídos em termos de despacho de geração de potência ativa e de potência reativa destas unidades,

P. L. C. Wieler, R. Kuiava e W. F. S. Souza estão com o Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, Brasil, e-mails: pablo.chen@ufpr.br, kuiava@eletrica.ufpr.br, e wagnerengeletricaesc@gmail.com.

como visto em [2], [8]–[12], que podem ser aplicadas, por exemplo, no contexto da programação da geração de um dia a frente ou em tempo real.

Uma ferramenta matemática que vem sendo bastante utilizada em estudos envolvendo o comportamento dinâmico de sistemas de potência é a análise de sensibilidade de trajetória (AST), a qual possui algumas aplicações no contexto de FPO, como pode ser visto em [11]–[13]. Pelo uso da AST é possível avaliar a variação da resposta em regime transitório de sistemas elétricos de potência em relação a variação de parâmetros de interesse, tais como, potência despachada por unidades de geração, demanda ativa e reativa, tempo de eliminação de falta, dentre outros. O FPO-RETA quando formulado em conjunto com a AST traz o benefício de evitar repetições nas simulações para diferentes cenários, tendo em vista que tais cenários estão incorporados em um único índice de sensibilidade [14], [15]. Nestas referências, o parâmetro de interesse na AST foi a geração de potência ativa, a qual foi maximizada garantindo a estabilidade transitória para certas condições operativas. Enquanto isso, [13] utilizou a sensibilidade do ângulo do rotor em relação à variação do tempo de eliminação da falta para identificar qual o tempo máximo de eliminação da mesma, de modo que o sistema alcance um novo ponto de equilíbrio após a perturbação.

Neste contexto, o presente artigo propõe uma formulação de FPO-RETA para determinação do despacho ótimo das potências ativa e reativa de GSDs. A originalidade do presente artigo está no uso da AST para desenvolver um conjunto de restrições matemáticas a serem incorporadas ao FPO-RETA que garantem estabilidade transitória dos geradores distribuídos frente a incertezas nas demandas de potência ativa e reativa nas barras, assim como, na topologia em operação da rede, devido a incertezas nos estados operativos de chaves de manobra. Isso é diferente de outros artigos que também propõem o uso da AST no contexto de FPO, como as referências já citadas [14], [15], que utilizam a AST para determinar o incremento máximo de geração de potência ativa entre as iterações do processo de resolução do problema de otimização para acelerar a convergência do FPO.

O artigo está organizado da seguinte forma. A seção II apresenta a formulação matemática da AST. A Seção III apresenta o modelo de sistema elétrico de potência para análise de estabilidade transitória. A Seção IV apresenta e discute o problema proposto com a AST inserida no FPO-RETA. A seção V apresenta o algoritmo utilizado para solução da formulação proposta de FPO-RETA. A seção VI apresenta alguns testes realizados para uma rede de distribuição constituída por 9 barras e 2 GSDs. Por fim, a seção VII contém as conclusões finais.

II. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DA TRAJETÓRIA

Considere um sistema elétrico de potência descrito pelo seguinte modelo em espaço de estados [16]:

$$\dot{x}(t) = F(x(t), t, \alpha(t)), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

em que $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]'$ é o vetor de variáveis de estado, que inclui os estados da máquina, tais como ângulo do rotor

e velocidade angular. Além disso, $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n]'$ é o vetor dos parâmetros sujeitos a mudanças e incertezas, por exemplo, cargas ativas e reativas, potência gerada, impedância equivalente da linha devido à um curto-circuito, dentre outros. Define-se $x_{\alpha_0} = x(t, \alpha_0)$ como sendo a trajetória ou solução de (1) em relação a um valor nominal (ou base) de parâmetros (ou seja, para $\alpha = \alpha_0$).

As referências [13], [15] e [16] mostram que a sensibilidade da trajetória x_{α_0} com respeito à uma variação de α em relação a α_0 é dada pela solução da seguinte equação matricial (chamada de equação de sensibilidade):

$$\dot{S}(t) = A(t, \alpha_0)S(t) + B(t, \alpha_0), \quad S(t_0) = S_0 \quad (2)$$

em que, $S(t) = \frac{\partial x(t)}{\partial \alpha} \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ é a matriz de sensibilidade, enquanto que, A e B são matrizes de dimensões apropriadas calculadas por:

$$A(t, \alpha_0) = \left. \frac{\partial F(x(t), t, \alpha(t))}{\partial x} \right|_{x=x(t, \alpha_0)} \quad (3)$$

$$B(t, \alpha_0) = \left. \frac{\partial F(x(t), t, \alpha(t))}{\partial \alpha} \right|_{x=x(t, \alpha_0)} \quad (4)$$

Quando a matriz de sensibilidade S é encontrada, é possível obter uma expressão aproximada para a trajetória de (1), quando a mesma é perturbada por uma variação no parâmetro α em relação ao valor base α_0 . Tal aproximação é obtida via truncamento na primeira ordem da expansão em Séries de Taylor da trajetória do sistema, conforme discutido em [13], [15], [16]:

$$x(t, \alpha_0 + \Delta\alpha) = x(t, \alpha_0) + S(t)\Delta\alpha, \quad (5)$$

sendo $S(t)$ a matriz de sensibilidade, a qual é obtida através das equações (1) e (2), $x(t, \alpha_0 + \Delta\alpha)$ a aproximação da trajetória do estado e $x(t, \alpha_0)$ a trajetória original do sistema (1) para o valor base α_0 . Assim, o termo $S(t)\Delta\alpha$ fornece uma estimativa do impacto (ou variação) na trajetória x causada por uma variação $\Delta\alpha$ no parâmetro de interesse. No presente artigo os parâmetros de interesse são as demandas ativa e reativa das cargas da rede e o estado topológico da rede de distribuição. Como será discutido na próxima seção, tais parâmetros estão envolvidos nos elementos da matriz de admitâncias reduzida, a qual é utilizada na elaboração das restrições que garantem estabilidade transitória aos GSDs.

III. MODELO DE SISTEMA PARA ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

Nesta seção o modelo de máquina síncrona utilizado para análise de estabilidade transitória é apresentado. Utiliza-se o modelo clássico, constituído apenas pelas equações de *swing* da máquina. No modelo clássico, a i -ésima máquina síncrona conectada ao sistema é representada por uma fonte de tensão interna, com módulo E'_{qi} (constante) e ângulo de fase $\delta_i(t)$ (definido como sendo o ângulo do rotor), conectada em série com uma reatância x'_{di} . As equações de *swing* são dadas por [17]:

$$\dot{\delta}_i(t) = \Omega_b(\omega_i(t) - 1), \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_i(t) = \frac{1}{2H_i} [P_{G_i} - P_{e_i}(t) - D_i(\omega_i(t) - 1)], \quad (7)$$

em que ω_i é a velocidade do rotor (em pu) do i -ésimo gerador. Ainda, $\Omega_b = 2\pi f$, sendo $f = 60\text{Hz}$, é a base de frequência em rad/s e P_{G_i} , P_{e_i} , H_i e D_i são, respectivamente, a potência mecânica de entrada, potência elétrica de saída, o coeficiente de inércia e de amortecimento do i -ésimo gerador.

Embora este seja um modelo simples de gerador síncrono para estudos de estabilidade angular, o qual desconsidera as malhas de controle internas e outras dinâmicas do rotor e estator, o modelo clássico é geralmente adotado para estudos de estabilidade da primeira oscilação, em que se deseja avaliar se o ângulo do rotor dos geradores atinge um primeiro pico na oscilação após a perturbação ter sido eliminada [18].

A entrada de potência mecânica P_{G_i} é considerada constante no intervalo de tempo de interesse para estudos de estabilidade transitória. As cargas da rede de distribuição são representadas por um modelo de carga estática convencional com admitância constante. Considerando uma barra n , então, a admitância da respectiva carga pode ser calculada por:

$$Y_{L_n} = \frac{P_{L_n}}{|V_n|^2} - j \frac{Q_{L_n}}{|V_n|^2} \quad (8)$$

em que P_{L_n} , Q_{L_n} e $|V_n|$ são, respectivamente, as demandas de potência ativa e de potência reativa e a magnitude da tensão no barramento n em regime permanente. É importante enfatizar que V_n é uma variável dependente na formulação de FPO, o que significa que a admitância da carga no barramento n é previamente calculada usando apenas uma aproximação de V_n (geralmente 1 pu).

Para determinar a potência elétrica de saída da máquina (P_{e_i}) é necessário o cálculo da matriz de admitância reduzida (Y_{red}) que transforma a rede de distribuição original em uma rede reduzida (mas, equivalente), cujos nós são os correspondentes aos nós internos dos geradores. Isso permite que P_{e_i} seja escrita como:

$$P_{e_i} = \sum_{j=1}^{N_g} E'_{qi} E'_{qj} (B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) + G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j)), \quad (9)$$

em que G_{ij} e B_{ij} são os elementos ij das matrizes de condutância (G_{red}) e susceptância (B_{red}), respectivamente, provenientes da matriz de admitância reduzida Y_{red} e N_g é o número de geradores inseridos no sistema. Neste ponto destaca-se que incertezas na demanda (ativa e reativa), bem como, incertezas na topologia da rede de distribuição correspondem a incertezas em elementos da matriz Y_{red} . Assim, o vetor α dos parâmetros sujeitos a mudanças e incertezas, conforme definido na seção anterior, é constituído pelos elementos das matrizes G_{red} e B_{red} .

IV. FORMULAÇÃO DO FPO-RETA COM AST

A formulação do problema de FPO-RETA é mostrada nas próximas subseções, contendo a função objetivo e as suas restrições.

A. Formulação da Função Objetivo

A função objetivo utilizada neste artigo é dado por [2], [10]

$$f(P_{G_i}, Q_{G_i}) = c_1 f_1(P_{G_i}) + c_2 f_2(P_{G_i}) + c_3 f_3(Q_{G_i})$$

$$= c_1 \sum_{i=1}^{N_{g+1}} (P_{G_i} - P_{D_i})^2 - c_2 \sum_{i=1}^{N_g} P_{G_i} + c_3 \sum_{i=1}^{N_g} Q_{G_i}, \quad (10)$$

em que Q_{G_i} , P_{D_i} e N_g são, respectivamente, a potência reativa de saída do gerador i , a potência ativa da carga da barra i e o número de GSDs operando na rede elétrica. Por esta função objetivo busca-se determinar a geração ótima de potência ativa e de potência reativa de todos os GSDs, de modo a minimizar as perdas nos ramos da rede (por meio da função f_1 - primeiro critério), maximizar a potência ativa de saída dos GSDs (por meio de f_2 - segundo critério) e minimizar a potência reativa de saída dos GSDs (por meio de f_3 - terceiro critério). O primeiro critério leva a menores custos operacionais da concessionária. Enquanto isso, o segundo critério reduz a quantidade de potência ativa injetada pela subestação na rede de distribuição, priorizando portanto a geração local proporcionada pelos GSDs, o que é interessante para os produtores independentes. Finalmente, o terceiro critério procura manter o fator de potência dos GSDs o mais próximo possível do valor unitário. Os pesos c_1 , c_2 e c_3 em (10) foram atribuídos a cada parte da função objetivo, f_1 , f_2 e f_3 , respectivamente.

B. Restrições Operacionais em Regime Permanente

As equações de balanço de potência, bem como, os limites máximos e mínimos da capacidade de geração de potência ativa e de potência reativa dos GSDs e os limites máximos e mínimos das magnitudes das tensões das barras da rede são dadas por:

$$\mathbf{P}_G - \mathbf{P}_D = \text{real} \{ \text{diag}(\mathbf{V})(Y_{bus} \mathbf{V})^* \}, \quad (11)$$

$$\mathbf{Q}_G - \mathbf{Q}_D = \text{imag} \{ \text{diag}(\mathbf{V})(Y_{bus} \mathbf{V})^* \}, \quad (12)$$

$$P_{G_{i_{min}}} \leq P_{G_i} \leq P_{G_{i_{max}}}, \quad (13)$$

$$Q_{G_{i_{min}}} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_{i_{max}}}, \quad (14)$$

$$V_{n_{min}} \leq |V_n| \leq V_{n_{max}}, \quad (15)$$

em que \mathbf{P}_G e \mathbf{Q}_G são, respectivamente, os vetores de potência ativa e reativa dos geradores da rede; \mathbf{P}_D e \mathbf{Q}_D são, respectivamente, os vetores de potência ativa e reativa das cargas da rede; \mathbf{V} é um vetor com os fasores das tensões de cada barra. As grandezas da esquerda e da direita das inequações são, respectivamente, os limites mínimo e máximo da geração de potência ativa e de potência reativa dos geradores, assim como, das tensões das barras.

C. Restrições Operacionais em Regime Transitório dos GSDs

As restrições operacionais em regime transitório são dadas pelas equações (6) e (7) que, para serem incorporadas ao conjunto de restrições do FPO, são transformadas em equações algébricas por meio da técnica de integração trapezoidal implícito. As equações algébricas resultantes da aplicação de tal técnica são [11], [19]:

$$\delta_i^{k+1} - \delta_i^k - \frac{\Delta t}{2} \Omega_b (\omega_i^{k+1} + \omega_i^k - 2) = 0, \quad (16)$$

$$\omega_i^{k+1} - \omega_i^k + \frac{\Delta t D_i}{4 H_i} (\omega_i^{k+1} + \omega_i^k - 2) -$$

$$\frac{\Delta t}{4H_i} (2P_{Gi} - P_{e_i}^{k+1} - P_{e_i}^k) = 0, \quad (17)$$

em que $\delta_i^k = \delta_i(t_k)$, $\omega_i^k = \omega_i(t_k)$, $k = 0, 1, \dots, m$ e $t_0, t_1, \dots, t_k, t_{k+1}, \dots, t_m \in I = [t_0, t_m]$, sendo $t_{k+1} - t_k = \Delta t$ para todo k . Ainda, I é o intervalo de tempo em que a análise em regime transitório deve ser realizada e Δt é o tamanho do passo de tempo (ou de integração). Além disso,

$$P_{ei}^k = \sum_{j=1}^{N_g} E'_{qi} E'_{qj} (B_{ij}^k \text{sen}(\delta_i^k - \delta_j^k) + G_{ij}^k \text{cos}(\delta_i^k - \delta_j^k)), \quad (18)$$

em que $P_{ei}^k = P_{ei}(t_k)$, $B_{ij}^k = B_{ij}(t_k)$ e $G_{ij}^k = G_{ij}(t_k)$. Considera-se aqui os elementos das matrizes G_{red} e B_{red} como sendo funções do tempo, pois em cada período de tempo de análise da estabilidade transitória, ou seja, período pré-falta, em falta e pós-falta, tais elementos podem assumir diferentes valores, dependendo da perturbação que inside no sistema.

A condição inicial do ângulo do rotor (δ_i^0) e a tensão interna (E'_{qi}) do i -ésimo gerador são calculadas de acordo com as seguintes equações:

$$E'_{qi} (e_i \text{sen}(\delta_i^0) - f_i \text{cos}(\delta_i^0)) - x'_{di} P_{Gi} = 0, \quad (19)$$

$$(e_i^2 + f_i^2) - E'_{qi} (e_i \text{cos}(\delta_i^0) + f_i \text{sen}(\delta_i^0)) + x'_{di} Q_{Gi} = 0, \quad (20)$$

em que $e_i + j f_i$ é a tensão da barra terminal i -ésimo do gerador escrita na forma retangular. Além disso, $\omega_i^0 = 1$ para todo os geradores, uma vez que assume-se que o sistema esteja operando em regime permanente no período de pré-falta.

O conjunto de restrições (16) e (17) descreve o comportamento do ângulo do rotor dos geradores em um intervalo de tempo I . Para garantir a estabilidade na primeira oscilação, ou seja, a existência de um pico na primeira oscilação no período pós-falta, uma restrição adicional é inserida no FPO-RETA. Tal restrição consiste em limitar o ângulo do rotor de cada máquina por um valor máximo δ_{max} e um valor mínimo δ_{min} em cada passo de tempo k , ou seja [8]:

$$\delta_{min} \leq \delta_i^k - \delta_{ref} \leq \delta_{max}, \quad (21)$$

em que $k = 0, 1, \dots, m$ e δ_{ref} é o ângulo de referência estabelecido pela subestação da rede de distribuição, a qual é modelada como sendo um barramento infinito. Na formulação de FPO-RETA proposta neste artigo, a restrição (21) é alterada para incluir a AST, conforme discutido na próxima seção.

D. Restrições da AST

A equação de sensibilidade da trajetória (2) descrita na seção II transformada em um conjunto de equações algébricas por meio da técnica de integração trapezoidal implícita é dada por:

$$0 = S^{k+1} - S^k - \frac{\Delta t}{2} [A^{k+1} S^{k+1} + B^{k+1} + A^k S^k + B^k], \quad (22)$$

em que $A^k = A(t_k, \alpha_0)$, $B^k = B(t_k, \alpha_0)$ e $S^k = S(t_k)$. Entre todos os tipos de aplicações de sensibilidades de trajetória, utilizou-se neste trabalho a AST inserida no FPO, com o objetivo principal de levar em consideração a influência de variações ou incertezas nos valores das cargas (ativa e reativa) na trajetória do ângulo do rotor dos geradores, ou ainda,

de outras pequenas perturbações ou incertezas que causem variações nos elementos da matriz de admitância reduzida Y_{red} , como por exemplo, modificações na topologia da rede por conta da atuação de chaves de manobra. Assim, considera-se o seguinte vetor de parâmetros α :

$$\alpha = [p_1 \ p_2]', \quad (23)$$

em que

$$p_1 = [G_{11} \ \dots \ G_{1l} \ G_{21} \ \dots \ G_{2l} \ \dots \ G_{j1} \ \dots \ G_{jl}] \quad (24)$$

$$p_2 = [B_{11} \ \dots \ B_{1l} \ G_{21} \ \dots \ B_{2l} \ \dots \ B_{j1} \ \dots \ B_{jl}] \quad (25)$$

A expressão aproximada do ângulo do rotor dos geradores quando o mesmo é perturbado por variações nos parâmetros do vetor α pode ser obtida por meio da equação (5) apresentada na Seção II. O vetor de parâmetros α é constituído por todos os elementos destas duas matrizes G_{red} e B_{red} , conforme definido por (23). A expressão resultante é:

$$\delta_i^k = \delta_i^{b_k} + \sum_{r=1}^j \sum_{s=1}^l \frac{\partial \delta_i}{\partial G_{rs}} (G_{rs}^k - G_{rs}^{b_k}) + \sum_{r=1}^j \sum_{s=1}^l \frac{\partial \delta_i}{\partial B_{rs}} (B_{rs}^k - B_{rs}^{b_k}), \quad (26)$$

em que,

δ_i^k : trajetória aproximada do ângulo do rotor do i -ésimo gerador após uma perturbação nos elementos das matrizes G_{red} e B_{red} ;

$\delta_i^{b_k}$: ângulo do rotor do i -ésimo gerador referente ao caso base (ou seja, referente a α_0);

$\frac{\partial \delta_i}{\partial G_{rs}}$: índice de sensibilidade de trajetória ângulo do rotor do i -ésimo gerador em relação ao elemento rs da matriz de condutância G_{red} ;

$G_{rs}^{b_k}$: elemento rs da matriz de condutância G_{red} , que integra o vetor de parâmetros referente ao caso base (ou seja, do vetor α_0);

G_{rs}^k : elemento rs da matriz de condutância G_{red} , que integra o vetor de parâmetros referente ao caso base com a adição da perturbação $\Delta\alpha$ (ou seja, $\alpha_0 + \Delta\alpha$);

$\frac{\partial \delta_i}{\partial B_{rs}}$: índice de sensibilidade de trajetória de ângulo do rotor do i -ésimo gerador em relação ao elemento rs da matriz de susceptância B_{red} ;

$B_{rs}^{b_k}$: elemento rs da matriz de susceptância B_{red} , que integra o vetor de parâmetros referente ao caso base (ou seja, do vetor α_0);

B_{rs}^k : elemento rs da matriz de susceptância B_{red} , que integra o vetor de parâmetros referente ao caso base com a adição da perturbação $\Delta\alpha$ (ou seja, $\alpha_0 + \Delta\alpha$);

É importante destacar que os índices de sensibilidade $\frac{\partial \delta_i}{\partial G_{rs}}$ e $\frac{\partial \delta_i}{\partial B_{rs}}$ são elementos da matriz de sensibilidade S , a qual é obtida pela resolução da equação (22).

A equação (26) caracteriza a abordagem de aplicação da AST, avaliando a vizinhança da trajetória para o caso base

de acordo com o efeito de mudanças nos parâmetros do sistema. A restrição (21) do FPO-RETA é então modificada para incorporar a informação da trajetória aproximada (26):

$$\delta^{min} \leq \delta_i^{bk} + \sum_{r=1}^j \sum_{s=1}^l \frac{\partial \delta_i}{\partial G_{rs}^k} (G_{rs}^k - G_{rs}^{bk}) + \sum_{r=1}^j \sum_{s=1}^l \frac{\partial \delta_i}{\partial B_{rs}^k} (B_{rs}^k - B_{rs}^{bk}) - \delta_{ref} \leq \delta^{max}, \quad (27)$$

A formulação proposta de FPO-RETA é então dada pela função objetivo (10), sujeita às restrições (11)-(20), (22) e (27). Na próxima seção discute-se sobre o algoritmo utilizado para resolução do FPO-RETA.

V. ALGORITMO PROPOSTO

O algoritmo utilizado baseia-se em um processo iterativo de solução do problema de FPO-RETA via métodos dos pontos interiores, versão primal-dual, proposto pelos autores em [2], [10]. O algoritmo tem a função de encontrar a solução para o FPO-RETA com o menor número de passos de integração decorrente da discretização tanto das equações de *swing*, como das equações da AST. O objetivo é garantir a estabilidade na primeira oscilação após a eliminação da falta. A Figura 1 ilustra o fluxograma do algoritmo utilizado. Maiores detalhes a respeito deste fluxograma podem ser obtidos em [2], [10].

Todos os testes descritos neste artigo foram realizados para uma rede de distribuição adaptada da referência [20]. Tal rede é conectada em um sistema de subtransmissão de 132 kV, 60 Hz, por meio de um transformador na configuração Δ/Y_g , 132 / 33 kV, conforme ilustrado na Figura 2. A rede elétrica é composta por dois geradores síncronos distribuídos (GD1 e GD2) conectados nas barras 8 e 9 através de um transformador Δ/Y_g , 33/0,69-kV. Os parâmetros do modelo dos geradores são: $H = 1,5000$ s, $x'_d = 0,2310$ p.u. e $D = 5,0$.

A contingência considerada para todos os casos analisados foi um curto-circuito trifásico terra próximo à barra 7, aplicado no instante 30 ms e eliminado após 80 ms pela desconexão da linha entre as barras 6 e 7. Os limitantes mínimo e máximo presentes nas restrições (13)-(15) foram os seguintes: $P_{G_{i_{min}}} = 5$ MW, $P_{G_{i_{max}}} = 20$ MW, $Q_{G_{i_{min}}} = -10$ MVar, $Q_{G_{i_{max}}} = 10$ MVar, $V_{n_{min}} = 0.90$ pu e $V_{n_{max}} = 1.05$ pu, para $i = 1, 2$ e para todo n .

Todas as simulações foram implementadas no *software* Matlab versão 2018a, em um computador com processador Intel(R) Core(TM) i5-3570 CPU @ 3.40 Ghz, 8 GB de memória RAM.

A. Caso A

O Caso A é caracterizado pelos pesos da função objetivo $c_1 = 1$, $c_2 = 5$ e $c_3 = 1$. A Tabela I apresenta o despacho ótimo das duas unidades de GD (Potência ativa e reativa) obtido pela aplicação do algoritmo apresentado na seção anterior. Esta mesma tabela mostra os tempos de processamento computacional para solução do FPO-RETA a partir do algoritmo proposto na Figura 1.

As Figuras 3 e 4 mostram as trajetórias do ângulo do rotor das unidades GD1 e GD2 para os períodos pré-falta,

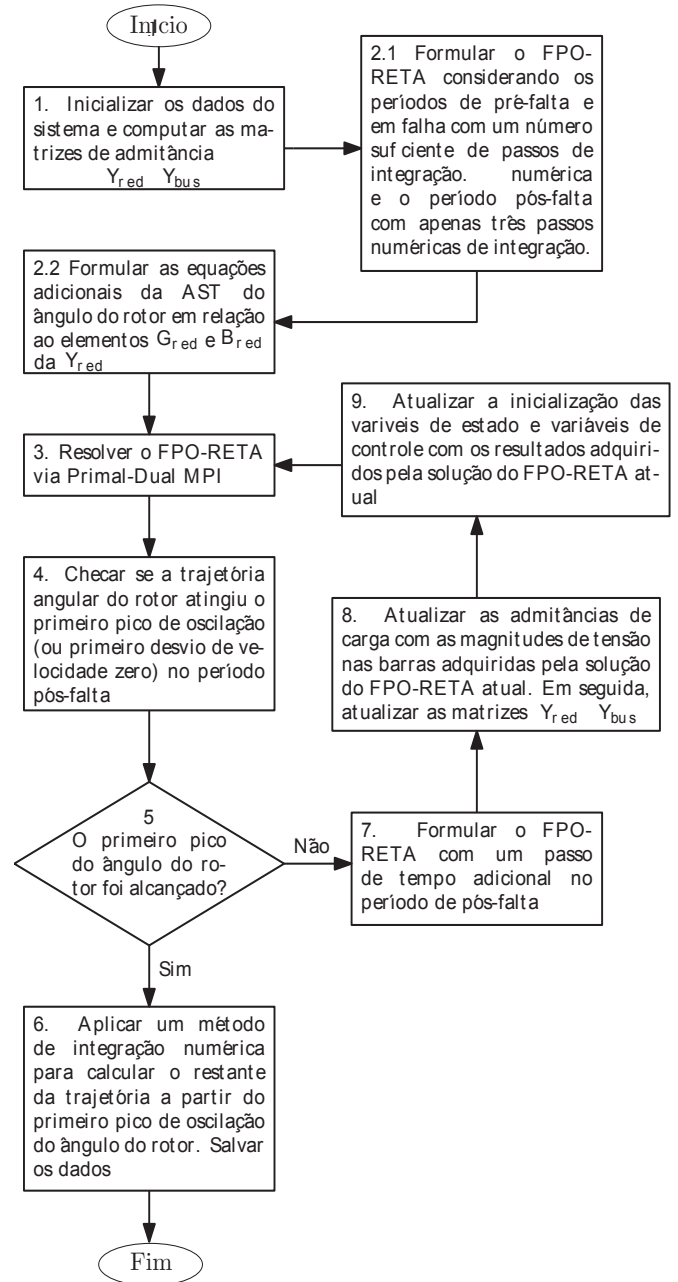


Fig. 1. Fluxograma do algoritmo proposto para resolução do FPO-RETA com AST.

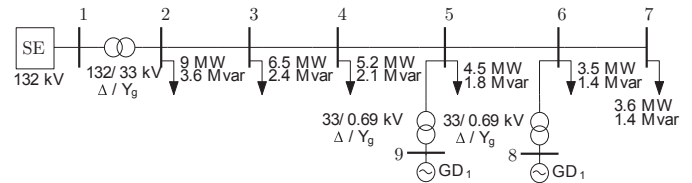


Fig. 2. Diagrama do sistema de estudo contendo duas geração síncronas.

em falta e pós-falta, com destaque para as trajetórias dos ângulos dos rotores até alcançar o primeiro pico de oscilação. A simulação contempla o intervalo de tempo total de 1,5 s, onde a simulação até o primeiro pico foi obtida através da resolução do FPO-RETA (em torno de 180 ms), enquanto que,

TABELA I
DESPACHO ÓTIMO (P_g^* E Q_g^*) DA GD1 E GD2 PARA O CASO A

Geração (MW ou Mvar)	Variação da carga P_D e Q_D			
	10%	50%	100%	0F%
P_g^* - SE (Barra 1)	4,91	4,67	4,55	2,54
P_g^* - GD1 (Barra 8)	11,98	12,09	12,15	13,27
P_g^* - GD2 (Barra 9)	15,56	15,69	15,45	16,70
Q_g^* - SE (Barra 1)	4,98	5,01	5,00	5,56
Q_g^* - GD1 (Barra 8)	0,21	0,25	0,32	0,21
Q_g^* - GD2 (Barra 9)	9,83	9,80	9,76	9,80
Tempo (min)	40,39	50,52	49,14	14,76

o restante das trajetórias foi obtido pelo método de integração numérica Runge-Kutta de 4ª ordem (RK).

As simulações foram feitas com um acréscimo de potência consumida (P_D e Q_D) de 10%, 50% e 100%. Para fins de comparação foi também aplicado o FPO convencional sem restrição de estabilidade transitória, cujos resultados estão na coluna identificada como 0F na Tabela I e nas trajetórias de ângulo de rotor (Figuras 3 e 4) que possuem uma maior excursão ao longo do tempo, o que mostra que os geradores estão mais próximos de seus limites de estabilidade, quando se compara com as trajetórias resultantes do sistema operando com o despacho proveniente do FPO-RETA.

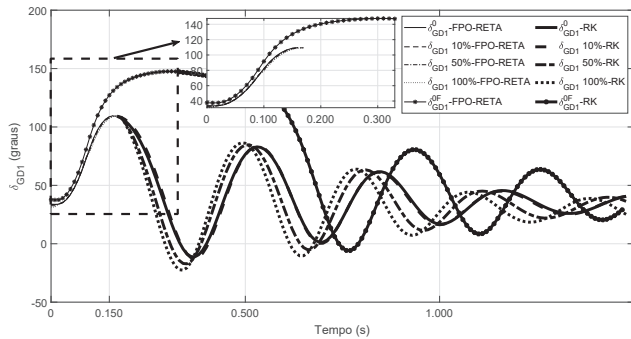


Fig. 3. Ângulo do rotor do gerador GD1 referente ao Caso A.

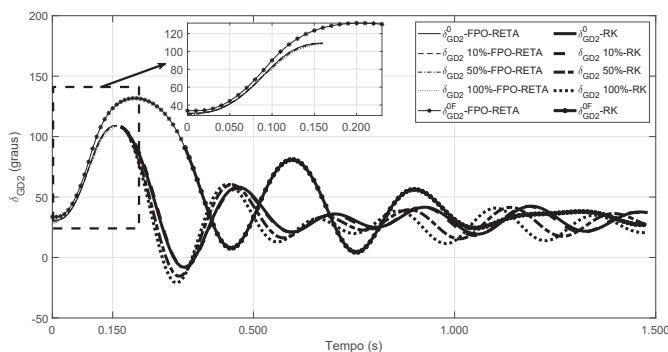


Fig. 4. Ângulo do rotor do gerador GD2 referente ao Caso A.

A Figura 5 mostra o número de vezes em que o FPO-RETA foi resolvido durante o processo iterativo, conforme descrito no fluxograma da Fig. 1, até que o primeiro pico de oscilação seja atingido.

A Figura 6 mostra a variação nos elementos da matriz G em relação ao caso base, para cada acréscimo da potência

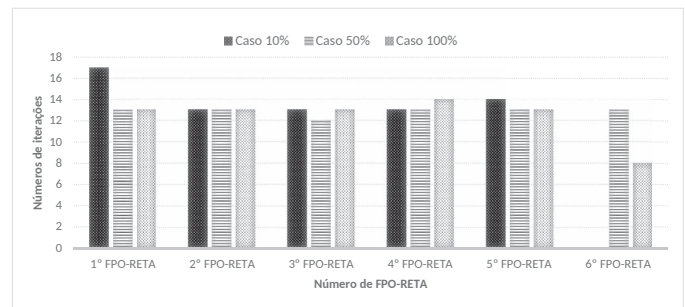


Fig. 5. Números de FPO-RETA executados referente ao Caso A.

consumida. O uso da AST consegue captar a influência dessa variação dos elementos das matrizes G_{red} e B_{red} no ângulo do rotor dos geradores e a simulação com 100% de potência adicional contempla a variação dos casos com menores variações de cargas.

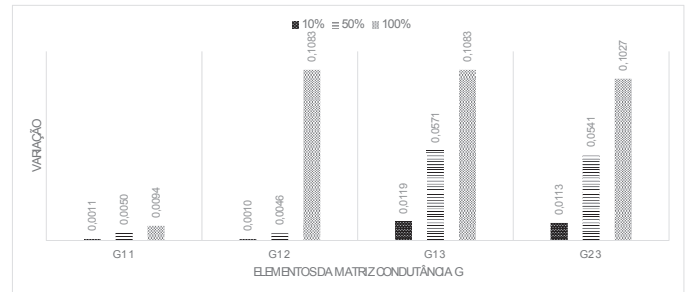


Fig. 6. Números de FPO-RETA executados referente ao Caso A.

B. Caso B

O Caso B é caracterizado pelos pesos da função objetivo $c_1 = 1$, $c_2 = 0.5$ e $c_3 = 0.5$. A Tabela II apresenta o despacho ótimo das duas unidades de GD (Potência ativa e reativa). Os resultados do ângulo do rotor dos geradores GD1 e GD2 para este caso são apresentados nas Figuras 7 e 8.

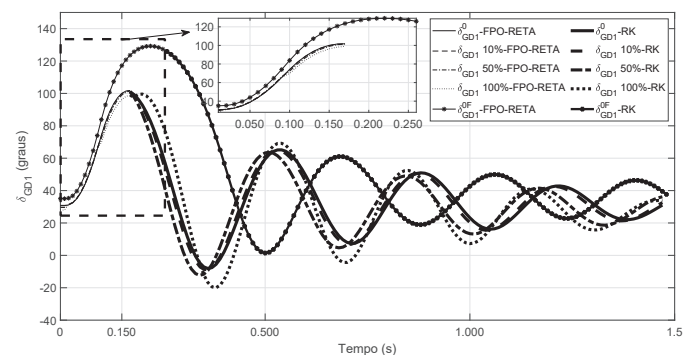


Fig. 7. Ângulo do rotor do gerador GD1 referente ao Caso B.

Os gráficos do ângulo do rotor mostram as unidades GD1 e GD2 até alcançar o primeiro pico de oscilação, ilustrados com destaque nas Figs. 7 e 8. A simulação contempla o intervalo de tempo total de 1,5 s, onde o primeiro pico foi obtida através do MPI via primal-dual (em torno de 160 ms) e o restante da

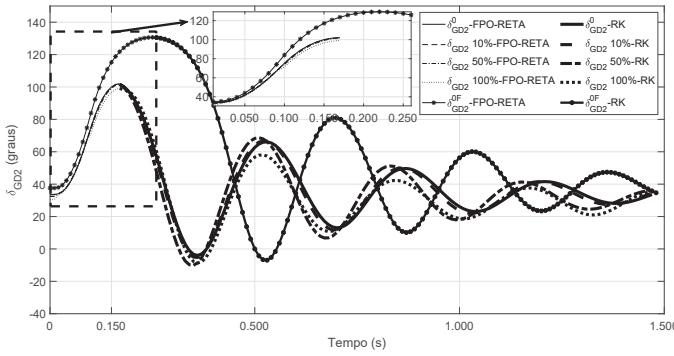


Fig. 8. Ângulo do rotor do gerador GD2 referente ao Caso B.

trajetória de cada ângulo do rotor foi obtido pelo método de integração numérica Runge-Kutta de 4ª ordem (RK).

TABELA II
DESPACHO ÓTIMO (P_g^* E Q_g^*) DA GD1 E GD2 PARA O CASO B

Geração (MW ou Mvar)	Variação da carga P_D e Q_D			
	10%	50%	100%	0F%
P_g^* - SE (Barra 1)	10,161	9,977	10,002	7,66
P_g^* - GD1 (Barra 8)	10,17	10,28	10,27	11,42
P_g^* - GD2 (Barra 9)	12,09	12,17	12,15	13,3
Q_g^* - SE (Barra 1)	12,41	12,34	11,90	12,92
Q_g^* - GD1 (Barra 8)	0,36	0,38	0,40	0,34
Q_g^* - GD2 (Barra 9)	1,46	1,53	1,91	1,39
Tempo (min)	47,84	48,03	59,3	7,87

A Tabela III mostra as tensões (magnitudes e ângulos de fase) de todas as barras da rede, evidenciando que todos os valores obtidos atendem ao critério estabelecido pela restrição (15) do FPO-RETA.

C. Caso C

O Caso C contempla incertezas nos parâmetros das matrizes G_{red} e B_{red} em decorrência de incertezas no estado operativo de chaves de manobra localizadas na rede de distribuição. Para isso foram acrescentadas três chaves (S_1 , S_2 e S_3) no sistema teste, conforme ilustrado na Figura 9. Evidentemente, a matriz de admitância reduzida da rede é diferente para cada combinação de estado operativo das chaves de manobra. Foi considerado como caso base a topologia de rede com

TABELA III

MAGNITUDES ($|V|$, EM PU) E ÂNGULOS DE FASE (θ , EM GRAUS) DAS TENSÕES DAS BARRAS DA REDE, OBTIDOS PELA SOLUÇÃO DO FPO-RETA PARA OS CASOS A E B

Caso Barra	A		B	
	$ V $	θ	$ V $	θ
1	1.000	0.000	1.000	0.000
2	0.999	-0.002	0.999	-0.002
3	0.972	-0.021	0.973	-0.021
4	0.956	-0.026	0.958	-0.026
5	0.951	-0.023	0.953	-0.023
6	0.948	-0.024	0.950	-0.024
7	0.946	-0.027	0.948	-0.026
8	0.948	-0.001	0.950	0.000
9	0.954	0.007	0.957	0.008

todas as chaves de manobra abertas. As demais topologias foram consideradas na forma de incertezas nos elementos das matrizes G_{red} e B_{red} .

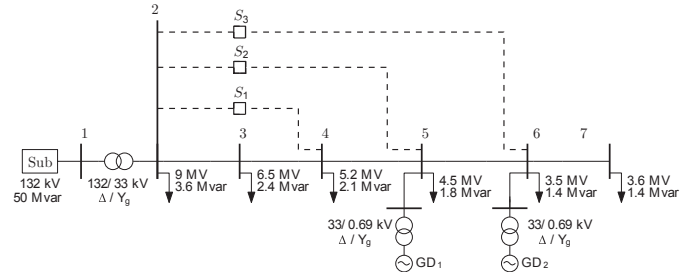


Fig. 9. Diagrama do sistema de estudo para o Caso C.

Foram considerados os pesos da função objetivo como sendo iguais a $c_1 = 1$, $c_2 = 5$ e $c_3 = 1$. Os resultados do ângulo do rotor para este caso são apresentados nas Figuras 10 e 11. Estas figuras mostram as trajetórias para diferentes topologias de rede: S_1 fechada, S_1 e S_2 fechadas e por fim S_1 , S_2 e S_3 fechadas.

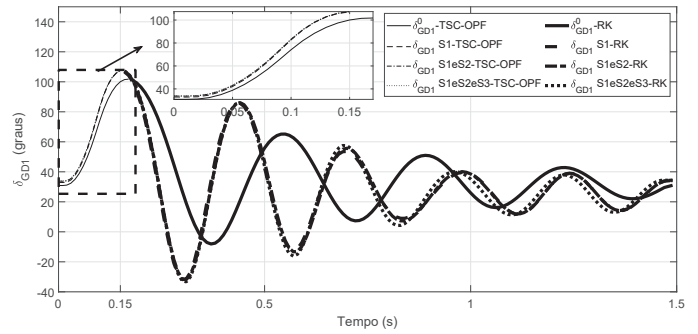


Fig. 10. Ângulo do rotor do gerador 1 referente ao Caso C.

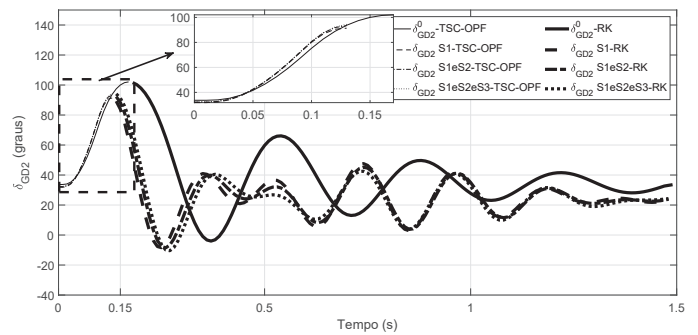


Fig. 11. Ângulo do rotor do gerador 2 referente ao Caso C.

A Tabela IV apresenta o despacho ótimo das duas unidades de GD (Potência ativa e reativa) com a AST contendo a variação do estado operativo das chaves de manobra e os tempos de processamento computacional para solução do FPO-RETA a partir do algoritmo proposto na Figura 1.

VI. CONCLUSÃO

Este artigo propôs uma formulação de FPO-RETA baseada no conceito de estabilidade transitória da primeira oscilação e

TABELA IV
DESPACHO ÓTIMO (P_g^* e Q_g^*) DA GD1 E GD2 CONSIDERANDO A MUDANÇA DE ESTADO OPERATIVO DAS CHAVES PARA O CASO C

Geração (MW ou Mvar)	Mudança(s) de posição(ões) da(s) chave(s)		
	S1	S1 e S2	S1, S2 e S3
P_g^* - SE (Barra 1)	12,06	11,02	10,04
P_g^* - GD1 (Barra 8)	13,77	13,98	14,25
P_g^* - GD2 (Barra 9)	18,25	18,12	17,94
Q_g^* - SE (Barra 1)	10,950	12,740	14,086
Q_g^* - GD1 (Barra 8)	1,27	0,60	0,33
Q_g^* - GD2 (Barra 9)	3,96	3,04	2,13
Tempo (min)	42,27	45,54	42,39
Número de FPO-RETA	6	6	7

na análise de sensibilidade da trajetória para determinação do despacho ótimo da geração de potência ativa e de potência reativa de geradores síncronos distribuídos. A inclusão da AST permitiu representar o impacto de diferentes cenários de carregamento de rede e diferentes topologias através de um conjunto adicional de restrições matemáticas incorporadas ao FPO-RETA.

Em geral, todas as simulações apresentadas (Casos A, B e C) apresentam como solução um despacho de geração de potência ativa e reativa que atende aos critérios de regime permanente da rede estabelecidos no FPO, destacando que as tensões de barra permaneceram dentro da faixa delimitada por 0.90 pu e 1.05 pu.

É importante observar pela Figura 6 também que, se for considerado na AST o cenário de aumento de 100% de carga para se determinar a variação de parâmetro $\Delta\alpha$ (sendo α definido em (23)) na restrição (27), os demais cenários com aumentos de 10% e 50% estarão também sendo contemplados na própria restrição (27). Conclusão semelhante pode ser obtida para o Caso C, em que a inclusão da AST no FPO-RETA permitiu representar diferentes topologias de rede.

Em relação as influências dos pesos da função objetivo tem-se, para Caso A, que os pesos foram ajustados para se ter como prioridade a maximização do despacho de geração de potência ativa por parte da GD. Enquanto isso, no Caso B foi priorizada a minimização das perdas ativas da rede. Comparando-se as Tabelas I e II, observa-se que as prioridades estabelecidas pelos pesos nos Casos A e B foram atendidas.

Para futuros trabalhos, destaca-se a utilização da formulação proposta na programação da geração de um dia a frente de geradores distribuídos e, também, na extensão da formulação para aplicações em microrredes, de forma a maximizar o despacho da microrrede como um todo, avaliando aspectos de estabilidade.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

[1] J. A. Delgado, E. C. Baptista, G. F. Bregadioli, L. Nepomuceno, A. R. Balbo, and E. M. Soler, "A modified barrier and barrier method and

the optimal power flow problem," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 9, pp. 1629–1638, 2017.

[2] K. Fuchs, R. Kuiava, T. S. P. Fernandes, P. A. B. Block, and R. A. de Souza Benedito, "Transient stability constrained optimal power flow based on multi-time scale power system models," *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 418–427, Jun 2017.

[3] J. Carpentier, "Contribution a l'étude du dispatching économique," *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens*, vol. 3, no. 1, pp. 431–447, 1962.

[4] S. S. Reddy and P. Bijwe, "Day-ahead and real time optimal power flow considering renewable energy resources," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 82, pp. 400 – 408, 2016.

[5] M. R. B. dos Santos, A. R. Balbo, E. Goncalves, E. M. Soler, R. B. N. M. Pinheiro, L. Nepomuceno, and E. C. Baptista, "A proposed methodology involving progressive bounded constraints and interior-exterior methods in smoothed economic/environmental dispatch problems," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 15, no. 8, pp. 1422–1431, 2017.

[6] W. M. da Rosa, P. Rossoni, J. C. Teixeira, E. A. Belati, and P. T. L. Asano, "Optimal allocation of capacitor banks using genetic algorithm and sensitivity analysis," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 8, pp. 3702–3707, 2016.

[7] H. F. G. Gomes, "Análise do despacho ótimo de geradores distribuídos e da conservação de energia por redução de tensões em sistemas híbridos," Mestrado, UFSJ, S ao Jo ao Del Rei, Brasil, 2017.

[8] G. Geng, V. Ajarapu, and Q. Jiang, "A hybrid dynamic optimization approach for stability constrained optimal power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 5, pp. 2138–2149, 2014.

[9] A. Pizano-Martínez, C. Fuerte-Esquivel, E. Zamora-Cárdenas, and D. Ruiz-Vega, "Selective transient stability-constrained optimal power flow using a time and trajectory sensitivity unified analysis," *Electric Power Systems Research*, vol. 109, pp. 32–44, 2014.

[10] K. Fuchs, R. Kuiava, and T. S. Fernandes, "Optimal operation of distribution networks with synchronous generators via transient stability constrained optimal power flow," in *Power & Energy Society General Meeting, 2015 IEEE*. IEEE, 2015, pp. 1–5.

[11] S. Abhyankar, G. Geng, M. Anitescu, X. Wang, and V. Dinavahi, "Solution techniques for transient stability-constrained optimal power flow—part i," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 11, no. 12, pp. 3177–3185, 2017.

[12] G. Geng, S. Abhyankar, X. Wang, and V. Dinavahi, "Solution techniques for transient stability-constrained optimal power flow—part ii," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 11, no. 12, pp. 3186–3193, 2017.

[13] L. Tang and W. Sun, "An automated transient stability constrained optimal power flow based on trajectory sensitivity analysis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 1, pp. 590–599, 2017.

[14] T. B. Nguyen and M. A. Pai, "Dynamic security-constrained rescheduling of power systems using trajectory sensitivities," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 2, pp. 848–854, May 2003.

[15] G. Hou and V. Vittal, "Determination of transient stability constrained interface real power flow limit using trajectory sensitivity approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 3, pp. 2156–2163, Aug 2013.

[16] I. A. Hiskens and M. A. Pai, "Power system applications of trajectory sensitivities," in *2002 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.02CH37309)*, vol. 2, Jan 2002, pp. 1200–1205 vol.2.

[17] P. Kundur, *Power System Stability and Control*, segunda edição ed. McGraw-Hill, 1994.

[18] M. Haque, "Novel method of finding the first swing stability margin of a power system from time domain simulation," *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, vol. 143, no. 5, pp. 413–419, 1996.

[19] K. Fuchs, "Operação ótima de redes de distribuição com geradores síncronos via fluxo de potência ótimo com restrições de estabilidade transitória angular," Dissertação de mestrado, UFPR, Curitiba, Brasil, 2015.

[20] W. Freitas, J. C. Vieira, A. Morelato, L. C. Da Silva, V. F. Da Costa, and F. A. Lemos, "Comparative analysis between synchronous and induction machines for distributed generation applications," *IEEE transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 301–311, 2006.