

Q -Adaptive Control of the nonlinear dynamics of the cantilever-sample system of an Atomic Force Microscope

C. Fuhrhop, Member, IEEE, P. Mercorelli, Member, IEEE, and D. E. Quevedo, Senior Member, IEEE

Abstract— The article presents the control of the nonlinear dynamics of the cantilever-sample system of an atomic force microscope (AFM) by the combination of Q -control and model reference adaptive control, when the AFM operates in contact mode. In this mode the AFM is always in contact with the sample, being able to measure the topographic characteristics for different materials and structures at a nanometric scale. For this task, the AFM uses a cantilever with a micro tip at one end that explores the surface of the sample during scanning. During this process, the closed loop feedback control keeps the acting force on the cantilever beam constant, where the error between the reference and the output of the plant is equivalent to the topography of the sample. We know that the nonlinear dynamics of the cantilever beam system is complex, due to the different types of nonlinear forces that act. In the contact mode the interaction force is described by the modified Hertz model when the cantilever-sample distance is less than 0.2 nm. Here we use an approximate model of the interaction force to reduce the complexity of the model, which depends on the Q factor. The proposed method combine the adaptive control with the control Q , where the control Q allows to reduce the force of beam interaction cantilever-sample, reducing the probability of damage in the sample and in the micro tip due to permanent contact. The Q control is incorporated to the proposed method through the design of the reference model and also a design formula for the effective Q factor is obtained. As a result we have that the proposed control method is stable, showing good performance for different surfaces and reference inputs. The stability of the system is proved by the second Lyapunov method. To show the effectiveness of the proposed method a variety of simulations are presented. The proposed method is totally general and can be applied to any nonlinear complex system.

Keywords— Adaptive Control; Q -Control; Lyapunov stability; Nonlinear System; Atomic Force Microscope (AFM).

I. INTRODUCCIÓN

Sabemos que el controlador es una parte fundamental para el funcionamiento de un microscopio de fuerza atómica, que le permite lograr durante el escaneo una resolución del orden de los nanómetros llegando hasta el nivel atómico, de ahí la relevancia de esta herramienta. El microscopio de fuerza atómica es un instrumento poderoso y versátil que puede analizar cualquier tipo de material sin mayor preparación de

éstos bajo condiciones ambientales normales, en vacío o en soluciones acuosas [4,8,10]. Entre sus facultades el MFA puede analizar la topografía, la conductividad, la elasticidad, la función de trabajo, la magnetización, etc., de un material. Además puede usarse para manipular los materiales y producir nanoestructuras mediante el método de litografía. Hoy en día es también una herramienta importante en la biología y la en medicina, que investiga las propiedades mecánicas de las células cancerígenas y de patógenos como los virus. Unos de los objetivos en el área biomédica es que el MFA pueda escanear una muestra con una alta velocidad, manteniendo una buena calidad de imagen para ver los detalles de cambios de las células in situ. Otras posibles aplicaciones del MFA es como sensor de micro y nano partículas orgánicas e inorgánicas [4,10], además de sus aplicaciones en la inspección de fallas en espejos super púldos para telescopios y en el control de la calidad de fabricación de transistores y microprocesadores de última generación. El microscopio de fuerza atómica trabaja principalmente en dos modos, el de contacto (o de modulación de amplitud, MA-MFA), donde el voladizo siempre esta en contacto con la muestra. En modo intermitente (o de modulación de frecuencia, MF-MFA), donde la viga voladiza vibrar sobre la muestra, estando un breve tiempo en contacto con ésta. Ambos modos pueden ser descritos por un modelo simple de masa puntual (Fig. 1), que describe un sistema de oscilación armónica amortiguada. La mayoría de los MFA comerciales funcionan con un PID que tienen un buen desempeño, pero dan una velocidad de escaneo lenta. Una de las razones de su lentitud radica en el ajuste o sintonización manual de los parámetros del PID durante el escaneo, que se realiza para mejorar la calidad de la imagen de la topografía de la muestra. Por ejemplo, para una superficie de 100_μm² el escaneo toma entre 10 y 20 min, incluyendo el ajuste de los parámetros del PID [4,9]. Entonces, el objetivo es aumentar la velocidad de escaneo del MFA sin perder la calidad de imagen de la topografía, para lo cual se propone una estrategia de control basada en el control adaptativo Q que evita (o elimina) el ajuste manual de los parámetros del controlador, reduciendo el tiempo de escaneo del MFA. El método propuesto también se considera la incorporación de la fuerza de interacción no lineal entre la viga voladiza y la muestra en el modelo a controlar del MFA. Esta incorporación en el modelo de la planta prevé una mejora en la precisión (o la resolución) del MFA. Cabe destacar que no hay suficientes publicaciones que considere ésta fuerza de interacción en el modelo de la planta [10]. Aquí se propone una estrategia de control basada en la combinación del control adaptativo y del control Q , donde el método de control Q se incorpora a través

C. Fuhrhop, Universidad Austral, General Lagos 2086, Valdivia, Chile, carlos.fuhrhop@uach.cl, carlos.fuhrhop@leuphana.de.

P. Mercorelli, Leuphana University, 21339 Lueneburg, Alemania, paolo.mercorelli@leuphana.de.

D. Quevedo, Paderborn University, Warburger Str. 100, 33098 Paderborn, Alemania, daniel.quevedo@upb.de

Corresponding author: Carlos Fuhrhop.

del diseño del modelo de referencia del control adaptativo. La ventaja de incorporar la estructura del control Q, es que éste reduce la fuerza de interacción entre la viga voladiza y muestra, disminuyendo la probabilidad de daño en la superficie de ésta y en la micro punta de la viga voladiza [11,12]. En el presente trabajo se aplica un modelo aproximado de la fuerza de interacción [13], de manera de reducir la complejidad del modelo original y por consiguiente el de la planta. La estabilidad del sistema se prueba mediante el segundo método de Lyapunov [1,2,5]. Se presentan una variedad de simulaciones en MATLAB/SIMULINK para mostrar la eficacia del método de control propuesto. El trabajo está organizado como sigue; la sección II describe el modelo matemático de la viga voladiza y del modelo de la fuerza no lineal de interacción entre la viga levadiza y la muestra. La sección III describe el método de control propuesto. La sección IV muestra los resultados de las simulaciones y la sección V las conclusiones.

II. MODELO DE LA PLANTA

A. Modelo de la viga voladiza

La viga voladiza se modela como un sistema de masa puntual que es un sistema de oscilación armónico amortiguado, ver Fig. 1, que combinado con la fuerza de interacción $f_n(z)$ nos da el modelo de la planta para el modo de contacto del MFA cuando la distancia z entre la viga voladiza y muestra es menor que $0.19 \mu m$. La ecuación de la planta está dado por [8,9,10]:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = f_n + u(t) \tag{1}$$

Esta es una ecuación diferencial de segundo orden, donde z es la deflexión de la viga voladiza (distancia viga voladiza muestra). m es la masa efectiva de la viga voladiza dada por $m = k/\omega_n^2$ donde ω_n es la frecuencia natural, c es el coeficiente de amortiguamiento dado por $c = m\omega_n/Q$, donde Q es el factor de calidad, k es la constante de fuerza de la viga, $f_n(z)$ es la fuerza no lineal de interacción viga voladiza-muestra y $u(t)$ es la entrada de actuación. Cuando la ecuación diferencial (1) tiene una entrada de actuación $u(t) = A_0 \cos(\omega_0 t)$ y una fuerza de interacción $f_n(z) = 0$ (no hay contacto), queda descrita por la siguiente ecuación:

$$\ddot{z} + \frac{\omega_n}{Q}\dot{z} + \omega_n^2 z = A_0 \cos(\omega_0 t) \tag{2}$$

donde la solución de (2) es:

$$z = Z_T e^{-\frac{\omega_n t}{2Q}} \sin\left(\sqrt{1 - (1/2Q)^2} \omega_n t + \varphi_T\right) + Z_0 \cos(\omega_0 t)$$

La solución se compone de la combinación de un término transitorio de decaimiento exponencial y uno oscilatorio en

estado estacionario. El término de estado estacionario tiene la misma frecuencia ω_0 que la excitación (entrada $u(t)$) y fase φ . La amplitud y la fase del estado estacionario están dadas por:

$$Z_0 = \frac{A_0 \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_n^2)^2 + (\omega_0 \omega_n / Q)^2}} \tag{3}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{\omega_0 \omega_n}{Q(\omega_0^2 - \omega_n^2)}\right) \tag{4}$$

Cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia natural de la viga voladiza, $\omega_0 = \omega_n$, tenemos que la amplitud en estado estacionario es:

$$Z_0 = QA_0 \tag{5}$$

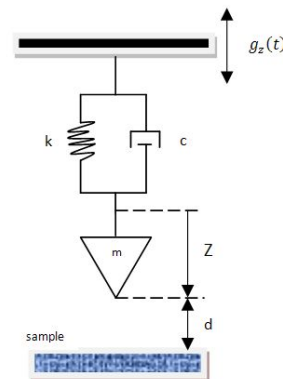


Fig. 1. Modelo de masa puntual de la viga voladiza. k es la constante de fuerza, c el coeficiente de amortiguamiento, m la masa efectiva, z la posición de la viga voladiza y d la distancia de separación entre la viga y la muestra. Para el modo de contacto $d = 0$.

B. Modelo de la fuerza de interacción

La fuerza no lineal de interacción está descrita por el modelo de Johnson-Kendall-Roberts (JKR), compuesto por el potencial de Lennard-Jones y el modelo modificado de Hertz [6,9,8]. La ecuación del modelo JKR está dada por:

$$f_n = \begin{cases} \gamma_0 R \left[\frac{1}{30} \left(\frac{\sigma}{z}\right)^9 - \left(\frac{\sigma}{z}\right)^2 \right] & \text{if } z > z_0 \\ \gamma_0 (z_0 - z)^{3/2} & \text{if } z \leq z_0 \end{cases} \tag{6}$$

La Fig. 2 muestra la curva fuerza vs. position z de la micro punta de la viga voladiza. El primer término de (6) representa el potencial de Lennard-Jones, cuando $z > z_0$, que consiste en el principio de repulsión de Pauli y la fuerza de Van der Waals. El segundo término representa el modelo modificado

de Hertz, cuando $z \ll z_0$, que describe la interacción entre dos esferas. Para el modelo modificado de Hertz se asume una interacción entre una esfera de radio infinito (que representa una muestra de superficie plana) y el radio esférico de la micro punta de la viga voladiza. El modelo de Hertz es válido para una indentación (penetración) en la muestra del orden de los nano metros, cumpliéndose la siguiente restricción: $|z_0 - z| \ll R$. Donde z_0 es el punto donde el potencial de Lennard-Jones se hace cero ($f_n(z_0) = 0$), z es la posición de la micro punta y R es el radio esférico de ésta. La constante f_0 del modelo de Hertz en (6) está dada por:

$$f_0 = \frac{8\sqrt{2}R}{3\pi \left(\frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2} \right)} \quad (7)$$

Donde R es el radio esférico de la micro punta, el par (ν_1, E_1) y (ν_2, E_2) son la constante de Poisson y el módulo de Young de la viga voladiza y de la muestra, respectivamente. El valor de las constantes es: $R \leq 25 \text{ nm}$, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$ (silicio); y $E_1 = E_2 = 179 \times 10^9 \text{ Nm}^{-2}$ (silicio). La constante f_0 (6) se define como: $f_0 = \frac{2}{3}\pi^2 \epsilon \rho_1 \rho_2 \sigma^4$, donde ϵ es la energía mínima del potencial Lennard-Jones, σ es la aproximación esférica del diámetro molecular, ρ_1 y ρ_2 son las densidades de la viga voladiza y la muestra respectivamente. El valor de las constantes son: $\sigma = 0.34 \text{ nm}$, $\epsilon = 3.79 \times 10^{-28} \text{ J}$, $\rho_1 = \rho_2 = 5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$.

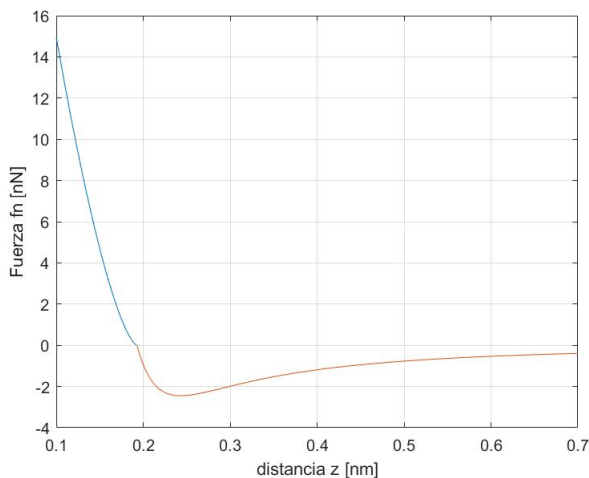


Fig. 2. Muestra la fuerza de interacción f_n versus la distancia de separación z . La sección en rojo corresponde al potencial de Lennard-Jones y la sección en azul al modelo modificado de Hertz.

C. Modelo de la fuerza de interacción promedio

Sabemos que la energía disipada por ciclo de oscilación es proporcional a la fuerza de interacción viga voladiza muestra y

que el factor Q es inversamente proporcional a la energía disipada por ciclo de oscilación, por lo tanto, la fuerza de interacción es inversamente proporcional a Q , ver (8). Entonces una viga voladiza con un factor Q pequeño actúa con una fuerza de interacción más grande que uno con un factor Q grande [12]. En el artículo [13] se obtuvo una ecuación para la fuerza de interacción que es más sencilla que (6), que es también no lineal, pero no depende de las propiedades geométricas, ni del material de la muestra y ni de la micro punta. Ésta depende de la posición $z(t)$ de la viga voladiza y de las constantes Q , k y z_0 , que es la amplitud de oscilación de la viga voladiza en el aire (amplitud de referencia). La ecuación para la fuerza promedio esta dada por:

$$f(z(t)) \propto \frac{k}{Q} \sqrt{z(t)^2 - z_0^2} \quad (8)$$

el valor de z_0 se calcula igualando a cero el primer término de (6), que corresponde al potencial Lennard-Jones. Entonces tenemos:

$$f_0 R \left[\frac{1}{30} \left(\frac{\sigma}{z} \right)^9 - \left(\frac{\sigma}{z} \right)^3 \right] = 0$$

$$z_0 = 30^{-1/6} \cdot \sigma = 30^{-1/6} \cdot 0.34 \text{ nm} \approx 0.1929 \text{ nm} \quad (9)$$

La ventaja de usar (8) es que es más sencilla de obtener que (6), dado que sólo depende de tres constantes. En cambio (6) depende de seis constantes y se necesita además conocer las propiedades del material de la viga voladiza y la muestra (ej. constante de Poisson y módulo de elasticidad de Young), como también la geometría del radio esférico de la micro punta de la viga voladiza. Éstas constantes son complejas de obtener, por ejemplo, para el cálculo del radio esférico se necesita un microscopio electrónico. Esto hace que el modelo (6) para la fuerza de interacción, sea más complejo de obtener.

D. Planta y modelo de referencia basado en el control Q

La planta se compone del modelo de la viga voladiza (modelado como un sistema de masa puntual), de la fuerza de interacción promedio $f_n(z)$ dada por (8) y de la perturbación $P(t)$. Donde $P(t)$ representa también la topografía de la superficie de la muestra. Luego, para aplicar el control adaptativo, representamos la ecuación de la planta (1) en el modelo de espacio de estado. Entonces tenemos:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1(t) &= z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) &= -\frac{\omega_{na}}{Q} z_2(t) - \frac{k}{m} z_1(t) + \frac{1}{m} f_n(z_1(t)) + P(t) + u(t) \end{aligned} \quad (10)$$

donde $u(t)$ es la actuación.

La ecuación (10) escrita de una forma más compacta queda:

$$\dot{z}_p(t) = A_p z_p(t) + C_p(t) f(z_1(t)) + D_p(t) P(t) + E_p(t) u(t) \quad (11)$$

Donde $z_p \in R^2$ es un vector, las funciones $f(z_1(t))$, $P(t)$ y $u(t)$ son funciones escalares en los reales y las matrices A_p , C_p , E_p y D_p , están definidas por:

$$A_p = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{\omega_n}{Q} \end{pmatrix}$$

$$E_p = C_p = D_p = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

La frecuencia natural ω_n y el factor Q de la viga voladiza se obtuvieron experimentalmente con el MFA (NanoWizard II, JPK) mediante el método termal. La constante de fuerza k se obtuvo con MFA por medio de la calibración de la viga voladiza en una superficie de Cuarzo [4,10]. Para la viga voladiza ElectriMulti75-G (Budget Sensors) se obtuvieron los siguientes valores para estas constantes: $\omega_n = 2\pi \cdot 74 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$; $k = 9.9 \text{ N/m}$. $Q = 211$. Con estos valores se calcularon; la masa efectiva $m = k/\omega_n^2$ y la constante de amortiguamiento $c = m\omega_n/Q$, de la planta.

1) *Control Q*: El control activo Q aplica el concepto de velocidad de realimentación para modificar el factor Q de la viga voladiza [12], obteniendo un factor Q efectivo. En este caso se aumenta Q para disminuir la fuerza de interacción entre la viga voladiza y muestra, reduciendo la probabilidad de dañar la superficie de la muestra con la micro punta de la viga voladiza, y a la vez el desgaste de ésta. Entonces, aplicando el control Q a (1), se obtiene:

$$m\ddot{z} + \frac{m\omega_n}{Q} \dot{z} + kz = f_n(t) + u(t) \quad G\dot{z} \quad (12)$$

$$m\ddot{z} + \left(\frac{m\omega_n}{Q} + G\right) \dot{z} + kz = f_n(t) + u(t) \quad (13)$$

$$m\ddot{z} + \frac{m\omega_n}{Q^*} \dot{z} + kz = f_n(t) + u(t) \quad (14)$$

donde definimos el factor Q^* efectivo como:

$$Q^* = \frac{1}{\frac{1}{Q} + \frac{G}{m\omega_n}} = \frac{Q}{1 + \frac{QG}{m\omega_n}} \quad (15)$$

De la ecuación (15) se deduce que el factor Q efectivo decrece cuando la ganancia G es positiva y se incrementa cuando G es negativo [12].

Luego, si en (15): $\frac{QG}{m\omega_n} \ll 1$, tenemos que $Q^* \approx Q$ (para G pequeño y positivo). En este caso no hay un cambio en el factor Q . Si $\frac{QG}{m\omega_n} \gg 1$ y sabiendo que $\frac{c}{m} = \frac{\omega_n}{Q}$, tenemos que el factor Q efectivo se aproxima como:

$$Q^* \approx \frac{\omega_n}{Q} = \frac{cQ}{G} \quad (16)$$

La ecuación (16) nos permite diseñar el factor Q^* efectivo por medio de la variable G , donde las constantes Q y c son parámetros conocidos de la planta.

2) *Modelo de referencia*: Basado en el control Q, se escoge el modelo de referencia en base a la ecuación (14):

$$m\ddot{z} + \frac{m\omega_n}{Q^*} \dot{z} + kz = r(t) \quad (17)$$

donde $r(t)$ es la entrada de referencia. La ecuación (17) en el modelo de espacio de estado queda descrita por:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{1m}(t) &= z_{2m}(t) \\ \dot{z}_{2m}(t) &= -\frac{\omega_n}{Q^*} z_{2m}(t) - \frac{k}{m} z_{1m}(t) + r(t) \end{aligned} \quad (18)$$

Luego (18) escrita vectorialmente queda resumida por:

$$\dot{z}_m(t) = A_m z_m(t) + B_m r(t) \quad (19)$$

Donde el vector $z_m \in R^{2 \times 1}$, la función escalar $r(t) \in R$ y las matrices $A_m \in R^{2 \times 2}$ y $B_m \in R^{2 \times 1}$.

III. CONTROL ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERENCIA

En el presente trabajo proponemos la combinación de un controlador adaptativo no lineal por modelo de referencia (CAMR) y el control Q para el control del sistema viga voladiza-muestra, ver Figs. 3 y 5. La complejidad de la planta a controlar radica en la fuerza no lineal de interacción entre la viga voladiza y muestra, y en las incertidumbres de modelamiento de ésta. En el modelo de la planta, para reducir la complejidad, se usa un modelo aproximado de la fuerza no lineal de interacción, dado por la ecuación (8), que describe la fuerza promedio de interacción entre la micro punta y la superficie de la muestra [13]. Para superar esta complejidad proponemos un controlador adaptativo no lineal de segundo orden con un modelo de referencia lineal basado en el control Q [12]. La estrategia de control propuesta asegura la estabilidad global del sistema por medio de la función de

Lyapunov basada en la ley adaptativa que asegura que la salida de la planta siga el modelo de referencia propuesto [10]. La Fig. 3 muestra el esquema de control del MFA.

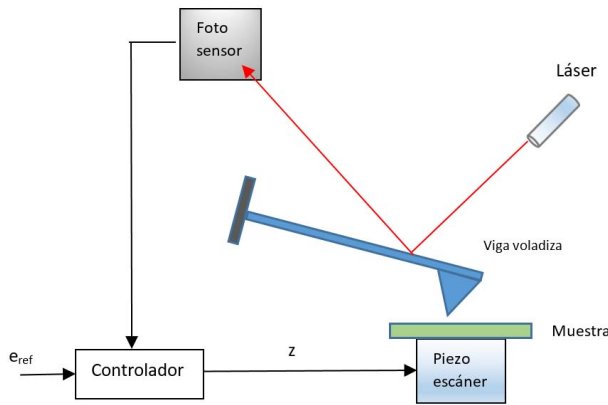


Fig. 3. Esquema de control de un microscopio de fuerza atómica (MFA).

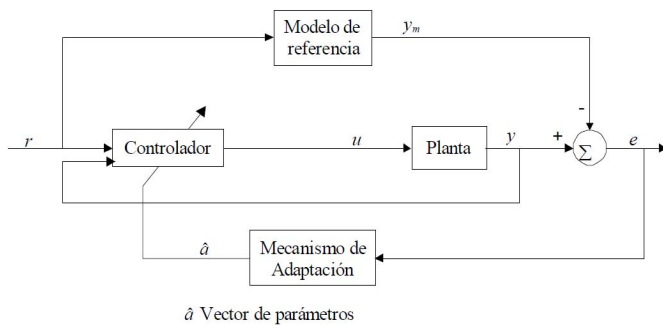


Fig. 4. Esquema de control adaptativo por modelo de referencia.

A. Control adaptativo

La planta no lineal a controlar está descrita por (20) y el modelo de referencia por (21), entonces tenemos:

$$\dot{z}_p(t) = A_p z_p(t) + C_p(t)f(z_p) + B_p u(t) \tag{20}$$

$$\dot{z}_m(t) = A_m z_m(t) + B_m r(t) \tag{21}$$

Donde las matrices de la planta \$A_p\$ y \$C_p\$ son constantes desconocidas, \$A_p \in R^{n \times n}\$ y \$C_p \in R^{1 \times n}\$ y la matriz \$B_p \in R^{n \times 1}\$ es una matriz constante conocida. Se asume que la variable de estado n-dimensional \$z_p(t)\$ es accesible y las funciones \$f(z_p(t))\$ y \$u(t)\$ son conocidas y continuamente diferenciables, tal que, la ecuación (20) tiene soluciones acotadas para una entrada \$u(t)\$ acotada. Para el modelo (21) tenemos que; \$A_m \in R^{n \times n}\$ es una matriz asintóticamente estable, \$B_m \in R^{n \times 1}\$, y \$r(t)\$ es una entrada de referencia acotada. Se asume que \$z_m(t)\$, para todo \$t \ge t_0\$, representa la trayectoria deseada a seguir por \$z_p(t)\$. El objetivo es

determinar un método para controlar la planta de manera que [1,10,14]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |z_p(t) - z_m(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \tag{22}$$

Donde \$e(t)\$ es el error entre la planta y el modelo, y la salida \$z_p(t)\$ de la planta sigue la salida \$z_m(t)\$ del modelo. Se escoge la siguiente entrada de control \$u(t)\$ dada por:

$$u(t) = \theta(t)z_p(t) + \hat{C}_p(t)f(z_p) + Q(t)r(t) \tag{23}$$

Donde \$\theta(t) \in R^{1 \times n}\$, \$\hat{C}_p(t) \in R^{1 \times n}\$ constantes de parámetros ajustables y por definición \$Q^* \in R^{1 \times 1}\$, tal que, se asume: \$B_p Q^* = B_m\$; \$A_p + B_p Q^* = A_m\$ \$B_p C_p^* = C_p\$.

Luego la ecuación diferencial del error puede expresarse como:

$$\dot{e}(t) = A_m e(t) + B_p \phi(t)z_p(t) + B_p \psi(t)f(z_p) + B_p \Gamma(t)r(t) \tag{24}$$

Donde \$\phi(t) = \theta(t) - \theta^*\$, \$\psi(t) = \hat{C}_p(t) - C_p^*\$ y \$\Gamma(t) = Q(t) - Q^*\$, son los parámetros de error.

Luego, el objetivo es determinar leyes adaptativas que ajusten los parámetros \$\theta(t)\$, \$\hat{C}_p(t)\$ y \$Q(t)\$ de la entrada de control (23), de manera que se cumpla (22). Las leyes adaptativas son:

$$\dot{\theta}(t) = -B_p^T P e(t) z_p^T(t) \tag{25}$$

$$\dot{\hat{C}}_p(t) = -B_p^T P e(t) f^T(z_p) \tag{26}$$

$$\dot{Q}(t) = -B_p^T P e(t) r^T(t) \tag{27}$$

donde \$P\$ es una matriz simétrica positiva-definida y es solución de la ecuación de Lyapunov dada por:

$$A_m^T P + P A_m = -Q_0, \quad Q_0 \succ 0 \tag{28}$$

donde \$Q\$ es una matriz simétrica positiva-definida.

B. Obtención de las leyes adaptativas para el caso en estudio

En el diseño del controlador se necesita calcular la matriz \$P\$ de las leyes adaptativas (25-27), que se obtiene por medio de la resolución de la ecuación de Lyapunov (28). Para el cálculo usamos el modelo de referencia lineal (19) y se escogen las matrices \$A_m\$ y \$Q_0\$ de (28) como:

$$A_m = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1.6 \end{pmatrix}; \quad Q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 \\ 0.1 & 1 \end{pmatrix}$$

Luego, \$P\$ se obtiene por medio del comando de Matlab, \$P = \text{lyap}(A_m^T, Q_0)\$, el cual nos da el siguiente valor:

$$P = \begin{pmatrix} 1.325 & 0.5 \\ 0.5 & 0.625 \end{pmatrix}$$

C. Análisis de estabilidad

Para probar la estabilidad del sistema adaptativo, definimos la siguiente función candidata de Lyapunov [1,10,15]:

$$V(e, \phi, \psi, \Gamma) = e^T P e + Tr(\phi^T \phi) + \psi^T \psi + \Gamma^T \Gamma \tag{29}$$

donde $P = P^T$ y $P \succ 0$ es la solución de la ecuación (28) de Lyapunov. Esto asegura que la función $V(e, \phi, \psi, \Gamma) = V$; $V \succ 0$ sea una función de Lyapunov para el sistema de ecuaciones (24-28). Para probar la estabilidad del Sistema necesitamos mostrar que $\dot{V} \leq 0$. Entonces derivando (29) obtenemos:

$$\dot{V} = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + 2Tr(\dot{\phi}^T \phi) + 2Tr(\dot{\psi}^T \psi) + 2Tr(\dot{\Gamma}^T \Gamma) \tag{30}$$

Reemplazando la ecuación de error (24), la ecuación de Lyapunov (28) y las leyes adaptativas (25-27) en la ecuación (30) obtenemos:

$$\dot{V}(t) = -\dot{e}^T Q_0 e + 2e^T P B_p \dot{\phi} c_p + 2e^T P B_p \dot{\psi} f(z_p) + 2e^T P B_p \dot{\Gamma} r - 2e^T P B_p \dot{\phi} c_p - 2e^T P B_p \dot{\psi} f(z_p) - 2e^T P B_p \dot{\Gamma} r$$

entonces se obtiene:

$$\dot{V}(t) = -\dot{e}^T Q_0 e \leq 0 \tag{31}$$

Por lo tanto, en base al resultado de la ecuación (31) tenemos que el estado de equilibrio dado por las ecuaciones (24-27) es uniformemente estable en grande ($V(t)$ es negativa semidefinida). Entonces la salida de la planta seguirá la salida del modelo de referencia cuando $t \rightarrow \infty$, pero sin asegurar cero errores en estado estacionario. Queda así establecido la prueba de estabilidad del sistema de control [1,10].

IV. SIMULACIONES Y RESULTADOS

El método de control propuesto es validado por simulaciones en MATLAB/SIMULINK. Los resultados de las simulaciones se muestran en las figuras 6 a 11. El movimiento del voladizo se simuló en modo de contacto, en donde se integra la fuerza promedio como modelo aproximado de la fuerza de interacción viga voladiza-muestra. Para la simulación del control de la viga voladiza en modo de contacto se consideró una perturbación o topografía dada por una grilla de calibración sinusoidal y una superficie rugosa (construida por la suma de sinusoides y ruido blanco). Las simulaciones muestran buenos resultados en términos de tiempo de crecimiento, tiempo de establecimiento y sobrepaso, y una buena respuesta a perturbaciones. comparando el desempeño en estado estacionario del controlador para diferentes entradas de referencia, encontramos que el error en estado estacionario es proporcional a la diferencia entre la salida del modelo y la planta, donde el error es el doble del valor de la salida del modelo de referencia en estado estacionario.

Esto se observa en las figuras 10 y 11 que muestran el error de seguimiento en estado estacionario para una referencia de 0.2 mm y 0.01 mm respectivamente. En las figuras 6 y 7, tenemos que el error es de $e = 0.4 \text{ mm}$ y $e = 0.02 \text{ mm}$ cuando la salida del modelo de referencia alcanza el valor de 0.2 mm y 0.01 mm respectivamente. Los mismo se observa para las figuras 8 y 9. Los resultados de desempeño presentados aquí muestran una mejora comparados con los resultados en [10], dado que en el presente trabajo se eliminaron las oscilaciones de la viga voladiza y se redujo el error en estado estacionario. Sin embargo, el error en estado estacionario distinto de cero podría ser crítico cuando se escanea una estructura de una altura menor a 5 mm (por ejemplo, ADN).

Por lo tanto, para obtener una resolución $\leq 0.1 \text{ mm}$, se necesita que la salida del modelo de referencia en estado estacionario sea $\leq 0.05 \text{ mm}$. Para el caso de estructuras con una altura $\geq 200 \text{ mm}$, un error de 0.1 mm no es estadísticamente relevante, dado que es relativamente pequeño comparado con la altura de la estructura. Entonces, en base a los resultados se podría ajustar el controlador según los requerimientos del experimento.

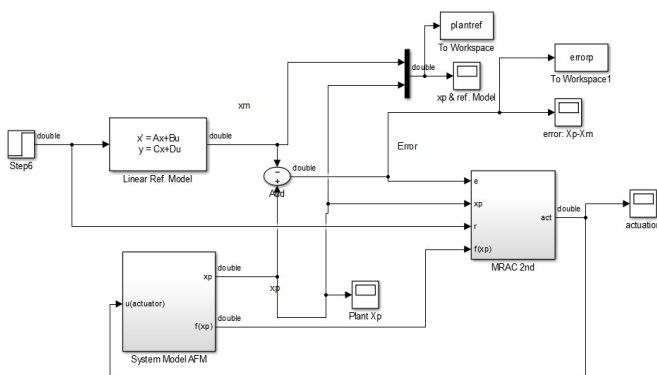


Fig. 5. Esquema en SIMULINK del control del MFA por medio del control adaptativo Q .

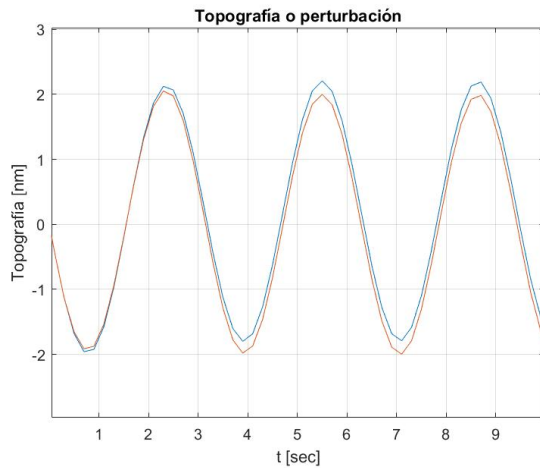


Fig. 6. Simulación del control adaptativo para una topografía sinusoidal con una referencia $z = 0.2 \text{ nm}$. En rojo la topografía, en azul la salida del sistema.

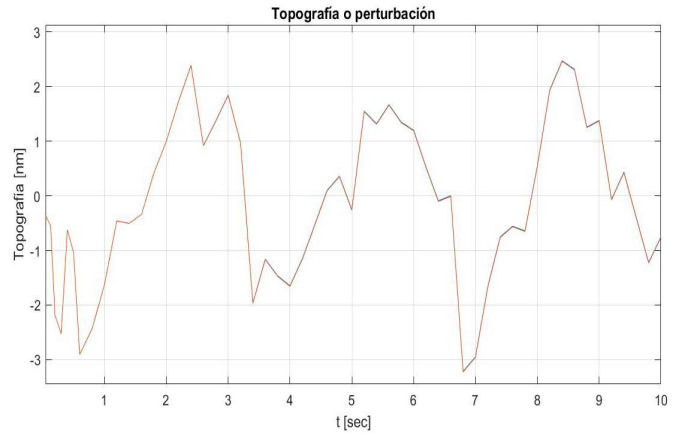


Fig. 9. Simulación del control adaptativo para una topografía rugosa con una referencia $z = 0.1 \text{ nm}$. En rojo la topografía, en azul la salida del sistema.

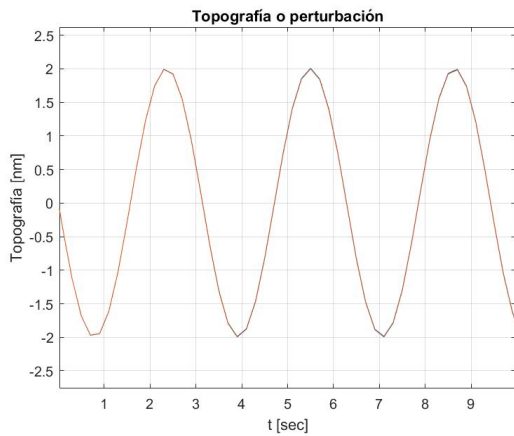


Fig. 7. Simulación del control adaptativo para una topografía sinusoidal con una referencia $z = 0.1 \text{ nm}$. En rojo la topografía, en azul la salida del sistema.

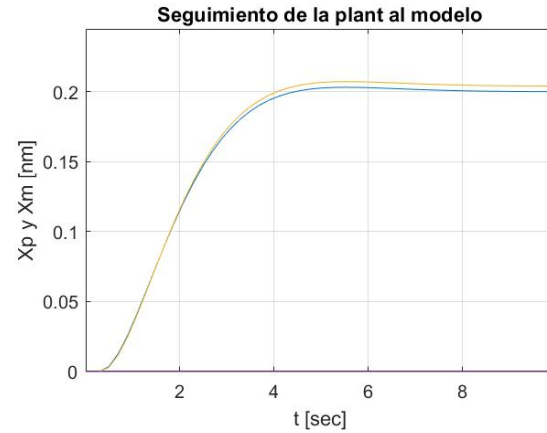


Fig. 10. Error de seguimiento en estado estacionario para una referencia $z=0.2 \text{ nm}$. En rojo la salida de la planta y en azul la salida del modelo de referencia.

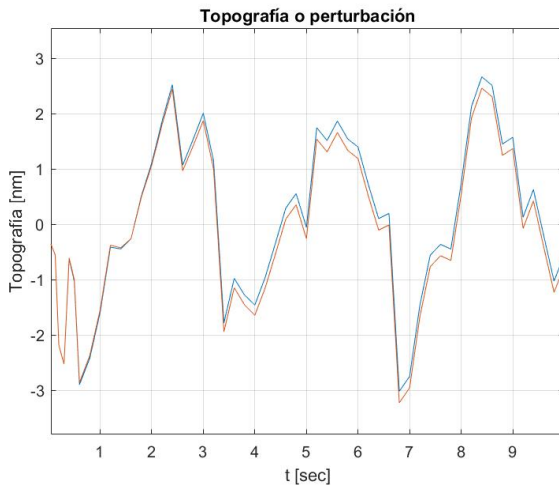


Fig. 8. Simulación del control adaptativo para una topografía rugosa con una referencia $z = 0.2 \text{ nm}$. En rojo la topografía, en azul la salida del sistema.

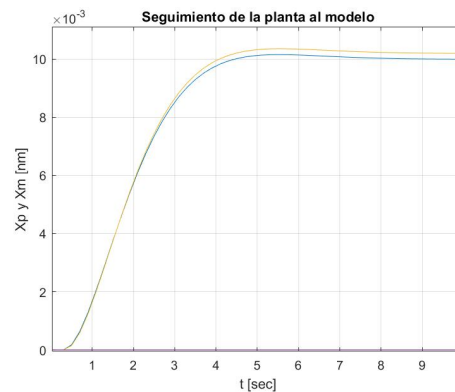


Fig. 11. Error de seguimiento en estado estacionario para una referencia $z=0.01 \text{ nm}$. En rojo la salida de la planta y en azul la salida del modelo de referencia.

V. CONCLUSIONES

El trabajo presenta el control adaptativo Q del Sistema viga voladiza-muestra de un microscopio de fuerza atómica. El control propuesto es validado por simulaciones en MATLAB/

SIMULINK. Tenemos que el controlador se comporta de manera estable con un buen desempeño de control y a respuesta a perturbaciones en estado estacionario, eliminando las oscilaciones de la viga voladiza. Además, se obtiene una resolución $\approx 0.2 \text{ nm}$ cuando la salida del modelo de referencia es $\approx 0.1 \text{ mm}$. Estos resultados a su vez decantan en una mejora en la precisión del escaneo de una superficie comparado con los resultados en [10]. También se observa que el error en estado estacionario es el doble de la salida del modelo de referencia, el cual se podría reducir optimizando el algoritmo de control. Sin embargo, aquí el sistema de control podría hacerse inestable, por consiguiente, este problema de optimización o de reducción del error en estado estacionario es un tema a desarrollar en trabajos futuros. Otro resultado es la obtención de la fórmula (16) que nos permite diseñar el factor Q^* efectivo según los requerimientos del sistema a controlar. La estabilidad del sistema se probó por medio del segundo método de Lyapunov. El procedimiento es totalmente general y puede aplicarse a otros sistemas complejos no lineales.

REFERENCIAS

- [1] K. S. Narendra and A. M. Annaswamy, Stable Adaptive System, 3rd ed. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ 07632, 1989.
- [2] K. Åström and B. Wittenmarck, Adaptive Control, 3rd ed. Addison Wesley, 1989.
- [3] Kumpati S. Narendra, Jeyendran Balakrishnan, and M. Kemal Ciliz, Adaptation and Learning Using Multiple Models, Switching, and Tuning. IEEE Control Systems, June 1995.
- [4] C. Fuhrhop, Electrical and Mechanical Characterization of Polymer Nanofibers for Sensor Application, 1st ed. Sierke Verlag, March 2016.
- [5] C. Fuhrhop, Reconfigurable Control of a High Variable Plants, Electronic Engineer Tesis. Technical University Federico Santa Mara, December 2001. Valparaíso, Chile.
- [6] G. Schitter and A. Stemmer, High performance feedback for fast scanning atomic force microscopes, Review of Scientific instruments, Nr.8, pag.:3320-3327, 2001.
- [7] K. Åström and M. Murray, Feedback System An Introduction for Scientists and Engineers. Princeton University Press, 2008.
- [8] C. Fuhrhop, P. Mercorelli, A. Georgiadis, Combining model predictive and adaptive control for an atomic force microscope piezo-scannercantilever system. 2013 IEEE International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives and Predictive Control of Electrical Drives and Power Electronics (SLED/PRECEDE), Munich, Germany, 2013.
- [9] B. Bhushan, H. Fuchs, S Kawata, Applied Scanning Probe Methods V. Springer, Berlin-Heidelberg, 2007.
- [10] C. Fuhrhop, P. Mercorelli, D. Quevedo, Adaptive Control of the Nonlinear Dynamic behavior of the cantilever-sample system of an Atomic Force Microscope. IEEE ICA/ACCA 2016 - ISSN 0719-5567, VOL. 22, Pages 247-252, CURIC, CHILE, 19-21 DE OCTUBRE 2016.
- [11] M. Fairbairn and R. Moheimani, Control Techniques for Increasing the Scan Speed and Minimizing Image Artifacts in Tapping-Mode Atomic Force Microscopy: Toward Video-Rate Nanoscale Imaging. IEEE Control Systems Year: 2013, Volume: 33, Issue: 6 Pages: 46 - 67, DOI: 10.1109/MCS.2013.2279471.
- [12] T. Rodriguez and R. García, Theory of Q control in atomic force microscopy. APPLIED PHYSICS LETTERS, VOLUME 82, NUMBER 26, 30 JUNE 2003.
- [13] A. San Paulo and Ricardo García, Tip-surface forces, amplitude, and energy dissipation in amplitude-modulation (tapping mode force microscopy. PHYSICAL REVIEW B, VOLUME 64, 193411.
- [14] R. Villafuerte et al., A Simple Implementation of an Intelligent Adaptive Control Systems for Human-Robot Interaction. IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS, VOL. 14, NO. 1, JAN. 2016.
- [15] C. Aguilar Ibanez et al., Stabilization Of The Inverted Cart-Pendulum System With Linear Friction. IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS, VOL. 16, NO. 6, JUNE 2018.



Carlos Fuhrhop. Desde el 2018 es profesor en el instituto de electricidad y electrónica de la Universidad Austral de Chile. Del 2015 al 2017 fue investigador postdoctoral en el área de control automático y docente en el área de la nanotecnología en el instituto de Innovación de Productos y Procesos en la Universidad Leuphana, Lueneburg, Alemania. En el 2002 recibió el título de Ingeniero Civil Electrónico de la Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile. En el 2008 recibió el título de Microsistemas y Nanotecnología con especialidad en Bioingeniería de la Universidad de Ciencias Aplicadas de Kaiserslautern, Zweibruecken, Alemania. En el 2015 obtuvo el grado de Doctor en Ciencias mención Física (Dr.rer.nat) con especialidad en Nanotecnología de la Universidad Leuphana, Lueneburg, Alemania. Sus intereses de investigación se centran en el control adaptativo y predictivo de sistemas complejos industriales y sus aplicaciones a sistemas de nano posicionamiento y precisión como los microscopios de fuerza atómica.



Paolo Mercorelli. En 1992 recibió el grado de M.Sc. (Laurea) en Ingeniería Electrónica de la Universidad de Florencia, Florencia, Italia y en 1998 el Ph.D. en Ingeniería de Sistemas por la Universidad Studiorum de Bolonia, Bolonia, Italia. En 1997, fue Investigador Visitante durante un año en el Departamento de Ingeniería Mecánica y Ambiental en la Universidad de California, Santa Barbara, EE. UU. Fue galardonado por el programa de becas de investigación Marie Curie Actions patrocinado por la Comisión Europea en el año 1998, para una beca de pasantía en investigación de 1998 a 2001 en la corporación ABB, Heidelberg. De 2002 a 2005, fue Investigador Senior en el Instituto de Automatización e Informática, Wernigerode, Alemania, donde fue el líder del Grupo de Control. De 2005 a 2011, fue profesor asociado de Automatización de Procesos en la Universidad de Ciencias Aplicadas de Ostfalia, Wolfsburg, Alemania. Desde 2012 es Profesor Titular de Control and Drive Systems en el Instituto de Innovación de Productos y Procesos, Leuphana University of Lueneburg, Lueneburg.



Daniel E. Quevedo. Ocupa la Cátedra de Control Automático (Regelungs- und Automatisierungstechnik) en la Universidad de Paderborn, Alemania. Recibió el título de Ingeniero Civil Electrónico y M.Sc. de la Universidad Técnica Federico Santa María, Chile, en 2000. En 2005, recibió el grado de Ph.D. de la Universidad de Newcastle en Australia. Recibió el Premio al mejor trabajo estudiantil de la Conferencia IEEE sobre Decisión y Control (CDC) en 2003 y también fue finalista en 2002. En 2009 fue galardonado con una beca de investigación de cinco años del Consejo de Investigación de Australia. El Prof. Quevedo es Editor del International Journal of Robust and Nonlinear Control del IEEE Control Systems Magazine, miembro y se desempeña como presidente del comité técnico de Redes y Sistemas de Comunicación del IEEE Control Systems Society. Sus intereses de investigación son el control de los sistemas de red y de los convertidores de potencia.