

Evaluating Variability of Automatic Process Control of the Moisture Control in Medium Density Fibreboard Line, Using Statistical Process Control

M. Hernández, and F. Novoa

Abstract—This paper is about the use of the Statistical Process Control (SPC) to detect problems generated by the variability inside Automatic Process Control (APC). This paper tries to find a successful tool regarding to detect values out of control in automatic system. This kind of tool afford evaluated the control strategy and will be useful for the decision makers. Statistical process control, monitoring not only the quality variables but also, variables in the automatic processes that are controlling the quality. In order to test this tool, it will be tested checking the status of moisture control in a medium density fiberboard (MDF) line, this process, is one of the most important in this type of industry. Furthermore, this useful statistical tool could be use to evaluated the performance of any process inside of an organization to help in the improvement cycles.

Index Terms—Statistical process control, Automatic process control, MDF, PID.

I. INTRODUCCIÓN

LA reducción de la variabilidad en los procesos se entiende como un punto esencial de mejora en el control estadístico, un hecho clave es detectar rápidamente las causas asignables de variabilidad. La carta de control es una técnica de monitoreo para procesos en línea, que también proporciona información útil para mejorar el proceso cuando existen fuentes inusuales de variabilidad. El uso sistemático de las cartas de control es una forma efectiva de reducir la variabilidad [1].

Otro autor propone que la estadística de control de procesos (SPC, por sus siglas en inglés) es una técnica efectiva en detectar cambios del comportamiento natural de un proceso al monitorear en línea las variables de interés [2]. En [3] se menciona que el control automático de procesos (APC, por sus siglas en inglés) puede compensar las perturbaciones en el sistema y por otro lado SPC puede detectar causas asignables de variación.

Una visión más general propone que la SPC puede ser integrada en todas las actividades de una compañía, de esa manera involucra a todos sus empleados en el estudio de sus propios procesos, además se podría extender a toda la cadena de suministro, desde proveedores, fabricación, ventas, etc. [4].

Por otro lado, existen investigaciones que comparan el rendimiento de distintos tipos de estrategia de control como por ejemplo el presentado en [5], pero no se habla de la evaluación del controlador una vez que está funcionando en línea

con el proceso. A su vez, existen otros trabajos que buscan la eficiencia operacional a través del desarrollo de nuevas estrategias de control como el expuesto en [6]. También, dentro de las técnicas de control, está la teoría control de varianza mínima que es un desarrollo desde una perspectiva de series de tiempo, en [7] se detalla esta teoría de control, sin embargo, en la presente investigación se utilizan cartas de control para determinar el rendimiento del control durante la ejecución del proceso. Dicha evaluación es fundamental, pues le permite al tomador de decisiones buscar la causa raíz de las fuentes de variabilidad.

El Sistema de control con retroalimentación, mostrado en la Fig. 1, es el más común en la industria de manufactura y el algoritmo de control más usado es el proporcional integrativo derivativo (PID), este tipo de control es muy popular debido a: (a) su buen rendimiento en un amplio rango de condiciones de operación, (b) su simplicidad en la implementación, y también desde un punto de vista costo/beneficio [8]. El lazo de retroalimentación involucra un sensor que mide la salida del proceso (para esta investigación se trata de la variable humedad) esta señal se acondiciona para enviarla a través de un transmisor (esta variable se conoce como retroalimentación) a un controlador. Después, la humedad se compara con el valor deseado (el objetivo buscado por el proceso), la diferencia es utilizada por el controlador para intervenir en el proceso a través de una acción de control, esta acción manipula un elemento final de control el cual puede ser una válvula, un motor, etc. [9].

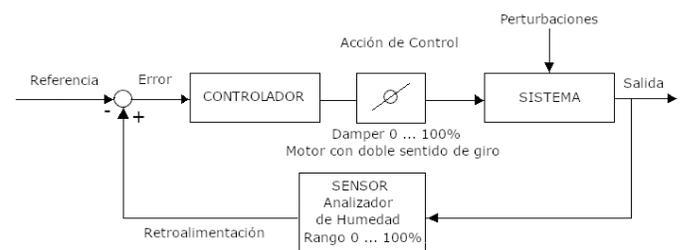


Fig. 1. Controlador retroalimentado.

En la producción de tableros de fibra de madera de densidad media (MDF, por sus siglas en inglés) la humedad de la fibra de madera debe estar controlada entre un 9% y 11% antes de ingresar al proceso de prensado en caliente. El proceso de secado de fibra de madera es un proceso complejo, que

Mauricio Hernández, Universidad del Bío-Bío (UBB), Concepción, Chile, mauricio.hernandez.v@hotmail.com.

Francisco Novoa Muñoz, Universidad del Bío-Bío (UBB), Concepción, Chile, fnovoa@ubiobio.cl.

involucra el paso de una masa de fibra de madera, adhesivos, agua y gases calientes por un equipo llamado secador de fibras, Fig. 2, el cual consta de dos etapas una horizontal y otra vertical [10]. La interacción entre APC y SPC produce un

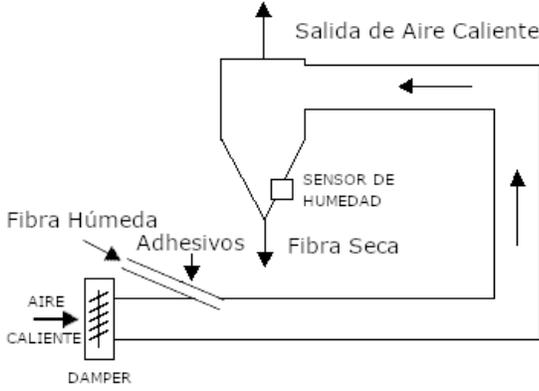


Fig. 2. Esquema simplificado del secador de fibras de madera.

proceso de constante mejora, el efecto buscado, por un lado APC regula el proceso con una acción de control y, por el otro lado, SPC indica cuándo el proceso ha salido de control estadístico, esto último implica la búsqueda de la causa y su eliminación [8].

II. MODELO

Un trabajo pionero en utilizar la estadística en el control de procesos fue desarrollado por [11], se trata de un modelo estadístico aplicado a una carta de control, dicho modelo se expresa mediante el siguiente sistema

$$\begin{aligned} LCS &= \hat{\mu}_w + k\hat{\sigma}_w \\ LC &= \hat{\mu}_w \\ LCI &= \hat{\mu}_w - k\hat{\sigma}_w \end{aligned} \quad (1)$$

donde k es la distancia desde los límites de control hasta la línea central LC , LCS es el límite de control superior, LCI es el límite de control inferior, $\hat{\mu}_w$ y $\hat{\sigma}_w$ son la media y la desviación estándar del sistema, respectivamente.

III. ESTIMADORES

Un estimador insesgado de la varianza poblacional σ^2 está dado por la varianza muestral

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}, \quad (2)$$

donde \bar{X} es la media de la muestra aleatoria de tamaño n , X_1, \dots, X_n . Sin embargo, S no es un estimador insesgado de σ , en [12] se aborda la estimación de la desviación estándar. Ahora, si la distribución es normal, entonces las variables aleatorias X_i , $i = 1, \dots, n$ también se distribuyen normal, por lo tanto,

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \quad (3)$$

donde χ_k^2 es la distribución Chi-cuadrado con k grados de libertad cuya función de densidad de probabilidad es

$$p(x) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{k}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)} x^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} \quad (4)$$

donde Γ es la función gamma dada por $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt$.

Para obtener la esperanza de S , observar que

$$E(S) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} E\left(\sqrt{\frac{S^2(n-1)}{\sigma^2}}\right). \quad (5)$$

Aplicando la definición de esperanza, se obtiene

$$E(S) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n-1}} \int_0^\infty \sqrt{x} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} x^{\frac{n-1}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} dx \quad (6)$$

$$= \sqrt{\frac{2\sigma^2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \int_0^\infty \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{n}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} dx \quad (7)$$

Como el valor de la integral de la ecuación (7) es igual a 1, resulta que S no es insesgado, como ya se había anticipado, esto es,

$$E(S) = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \sigma = c_4 \sigma, \quad (8)$$

donde $c_4 = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$ se denomina factor de corrección. Como se puede apreciar c_4 solo depende de n , por lo tanto, dado n se puede hallar el valor para c_4 , por ejemplo, si $n = 10$, entonces $c_4 = 0.9727$.

IV. LÍMITES DE CONTROL Y NÚMERO DE MUESTRAS

En [13] se abordó el número de muestras necesarias para hacer un gráfico de control 3σ y estimar sus límites. Para ello se consideraron m muestras aleatorias de tamaño n , X_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, cada una tomada de un proceso estable con distribución normal, $N(\mu, \sigma^2)$, entonces las medias están dadas por:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{ij}, \quad i = 1, \dots, m \quad (9)$$

Con esta información se puede dibujar un gráfico de control según las especificaciones dadas en las siguientes ecuaciones

$$LCS = \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (10)$$

$$LCI = \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

La estimación de los límites de control descritos en las ecuaciones (10) y (11) quedan dadas por las siguientes expresiones.

$$\widehat{LCS} = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{n}} \quad (12)$$

$$\widehat{LCI} = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{n}} \quad (13)$$

donde

$$\bar{\bar{X}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{X}_i \quad (14)$$

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i. \tag{15}$$

La esperanza y la desviación estándar del estimador dado en la ecuación (12) resultan ser

$$E(\widehat{LCS}) = \mu + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{16}$$

$$DS(\widehat{LCS}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{q}, \tag{17}$$

donde $q = \frac{1}{m} \left[1 + \frac{9(1-c_4^2)}{c_4^2} \right]$. Así, la probabilidad que una media $\bar{X}_i, i \in \{1, \dots, m\}$ exceda a \widehat{LCS} para un proceso estable está dada por

$$P(\bar{X}_i > \widehat{LCS}) = 1 - \Phi\left(\frac{3}{\sqrt{1+q}}\right). \tag{18}$$

donde Φ mide la probabilidad acumulada de la distribución normal estándar.

Puesto que $P(\bar{X}_i < \widehat{LCI}) = P(\bar{X}_i > \widehat{LCS})$ y considerando la ecuación (18), entonces la probabilidad que un punto quede fuera de los límites de control estimados está dada por

$$P(A) = 2 \left[1 - \Phi\left(\frac{3}{\sqrt{1+q}}\right) \right]. \tag{19}$$

donde $A = \{\bar{X}_i : \bar{X}_i < \widehat{LCI} \vee \bar{X}_i > \widehat{LCS}\}$.

La ecuación (19) solo depende de m y n , por lo tanto, si son fijos, entonces la probabilidad es una constante. En particular, para $m = 30$ y $n = 5$, se obtiene que $c_4^2 = 0.94$ y su probabilidad queda dada por

$$P(A) = 2 [1 - \Phi(2.8964)] = 0.00378. \tag{20}$$

V. CAPACIDAD DEL PROCESO

El objetivo de encontrar un índice de capacidad para un proceso es identificar la variabilidad no aleatoria y así poder intervenir y eliminar la causa raíz que generó el problema. Después de lograr eliminar la variabilidad aleatoria se puede estimar la verdadera capacidad potencial del proceso [1].

El índice de capacidad \widehat{C}_p se define como:

$$\widehat{C}_p = \frac{LES - LEI}{6\hat{\sigma}} \tag{21}$$

donde LES y LEI son el límite de especificación superior y el límite de especificación inferior, respectivamente, $\hat{\sigma}$ representa la desviación estándar real del proceso. Como se ve en la ecuación (21) el índice \widehat{C}_p compara el ancho de las especificaciones con la amplitud de la variación real del proceso. Este índice es útil si el proceso está centrado alrededor del intervalo de especificaciones.

Con un poco de álgebra se puede encontrar la probabilidad de tener puntos fuera de especificación (F) que está dada por

$$P(F) = 1 - P(LEI \leq \bar{X}_i \leq LES) = 2\Phi(-3\widehat{C}_p). \tag{22}$$

Ahora, si el proceso no está centrado, entonces el uso del índice \widehat{C}_p no es el adecuado. Es por lo anterior que se ha

introducido el índice \widehat{C}_{pk} para procesos no centrados calculado mediante

$$\widehat{C}_{pk} = \min\left(\frac{LES - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}}, \frac{\hat{\mu} - LEI}{3\hat{\sigma}}\right) \tag{23}$$

Recordando que $\min(x, y) = \frac{1}{2}(|x + y| - |x - y|)$, entonces

$$\widehat{C}_{pk} = \left(1 - \frac{|\hat{\mu} - \frac{1}{2}(LES + LEI)|}{d}\right) \widehat{C}_p \tag{24}$$

donde $d = \frac{1}{2}(LES - LEI)$.

De acuerdo a [14], en la Tabla I se presenta un esquema para interpretar el índice \widehat{C}_{pk} . De la ecuación (24) se puede

TABLA I
NIVEL DE CONFIANZA DE LA CAPACIDAD DEL PROCESO

ÍNDICE	DESCRIPCIÓN
$\widehat{C}_{pk} < 1$	Proceso no capaz, inevitablemente la salida del proceso será no conforme
$\widehat{C}_{pk} = 1$	Proceso realmente no capaz, ya que cualquier cambio en el proceso resultará en una salida no conforme
$\widehat{C}_{pk} = 1.33$	Proceso aún lejos de ser aceptable, cambios en el proceso resultará en una salida no aceptable
$\widehat{C}_{pk} = 1.5$	Proceso aún no satisfactorio, ya que producirá salidas no satisfactorias
$\widehat{C}_{pk} = 1.67$	Se producirá una salida adecuada y existe gran posibilidad de detectar las no conformidades
$\widehat{C}_{pk} = 2$	Alto nivel de confianza en el proceso

desprender lo que se llama descentrado del proceso, k , cuya magnitud es como sigue.

$$k = \frac{|\hat{\mu} - \frac{1}{2}(LES - LEI)|}{d} \tag{25}$$

VI. APLICACIÓN

En esta etapa se utilizaron las herramientas de control descritas en este trabajo, nuestro objetivo fue considerar datos reales de la variable humedad y averiguar si el proceso estudiado estaba bajo control. Cabe destacar que los datos con que trabajamos fueron tomados desde una planta MDF y corresponden a la variable humedad de fibra de madera de una línea en funcionamiento, se trata de un proceso controlado mediante un lazo de control PID.

La información fue muestreada de manera aleatoria y todos los cálculos computacionales se hicieron usando el lenguaje de programación R [15]. Se tomaron 30 muestras de tamaño 5 y lo primero que se hizo fue averiguar si estos datos cumplían con los supuestos de probabilidad de obtener valores fuera de control.

El vector de muestras se puede ver en la Tabla II.

Para el análisis de los datos se usó el siguiente procedimiento:

- A. Se comprobó que los datos pudieran ser tratados como provenientes de una distribución normal.
- B. Se verificó que el proceso de humedad estuviera bajo control estadístico.
- C. Finalmente, se comprobó que el proceso fuese capaz de cumplir con las exigencias impuestas.

Cada uno de estos pasos se detalla a continuación usando los mismos literales.

TABLA II
VECTOR DE MUESTRAS

Muestra	1	2	3	4	5	6
Valor	11.54	11.82	12.22	11.78	11.76	12.04
Muestra	7	8	9	10	11	12
Valor	12.12	11.30	11.88	12.00	11.58	11.78
Muestra	13	14	15	16	17	18
Valor	11.40	11.86	11.22	11.46	11.38	11.58
Muestra	19	20	21	22	23	24
Valor	12.20	11.54	11.54	12.10	12.30	12.70
Muestra	25	26	27	28	29	30
Valor	11.78	12.28	11.70	11.76	11.90	11.92

A. Normalidad de los Datos

Para utilizar las herramientas estadísticas descritas anteriormente, fue necesario mostrar que se trabajó con datos provenientes de una distribución normal, para hacer esto se consideró una muestra aleatoria de tamaño n , X_1, X_2, \dots, X_n , de una población X que toma valores en el conjunto \mathbb{R} , de los números reales. Luego, se utilizó el siguiente contraste de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : X &\sim N(\mu, \sigma^2), \text{ para algún } \mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0 \\ H_1 : X &\not\sim N(\mu, \sigma^2), \forall \mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0 \end{aligned} \quad (26)$$

Enseguida se aplicó el test de Jarque Bera para normalidad y se utilizó la correspondiente librería del software R [15]. El test de Jarque Bera es una prueba de bondad de ajuste para datos que tienen asimetría y curtosis coincidentes con una distribución normal.

Las expresiones de los estadísticos usados están dadas por:

$$k_3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{ns^3}, \quad (27)$$

$$k_4 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{ns^4} - 3, \quad (28)$$

$$JB = n \left(\frac{(k_3)^2}{6} + \frac{(k_4)^2}{24} \right), \quad (29)$$

donde $x_i, i \in \{1, 2, \dots, n\}$, es una observación, n es el tamaño de la muestra, s es la desviación estándar de la muestra, k_3 es asimetría, k_4 es la curtosis y JB es el valor muestral del estadístico Jarque Bera. El test entregó un *valor-p* de 0.6301, concluyendo que no existe evidencia en contra de la hipótesis nula, por lo tanto, no se pudo rechazar el hecho que los datos cumplen ser normales.

Este resultado permitió continuar con el análisis de los datos.

B. Control Estadístico para el Proceso de Humedad

El siguiente paso fue verificar si el proceso de humedad estaba bajo control estadístico. Se utilizó el modelo mostrado en la sección II y el desarrollo matemático de las secciones III y IV que sustentan el análisis. De acuerdo con la Fig. 3 el lazo que controla la humedad de este proceso no presenta evidencias de muestras que queden fuera de los límites de control, límite de control superior 12.75927% y límite de

control inferior 10.87006%, por lo tanto, de acuerdo con este criterio se pudo estimar que el lazo de control para el proceso de humedad estaba bajo control estadístico. Posteriormente se comprobó si el proceso era capaz de cumplir con los requerimientos exigidos por el proceso.

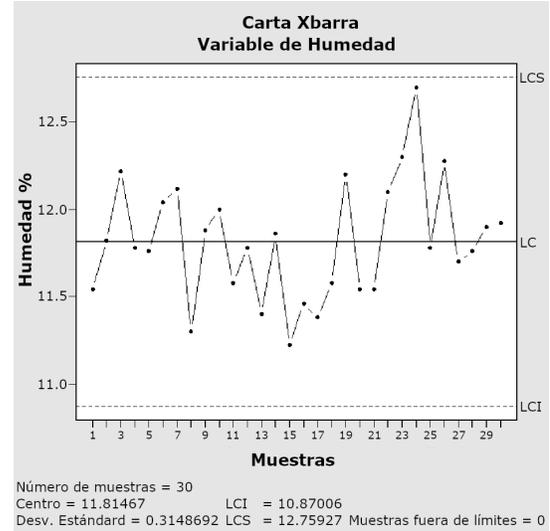


Fig. 3. Carta de control para la variable de proceso humedad.

C. Capacidad del Proceso de Humedad

La Fig. 4 muestra la información respecto de la capacidad del proceso. De acuerdo a la Fig. 4 se pudo determinar que el proceso no era capaz y sus salidas inevitablemente estarían fuera de especificación. Se aprecia un gran descentrado de los datos, de acuerdo a la ecuación (25) tiene un descentrado de un 31%. Además, el índice \hat{C}_{pk} , ecuación (24) tiene un valor de 0.439, indicando que se trata de un proceso que no era capaz de cumplir con los requerimientos y su salida estaría inevitablemente fuera de especificación, como se establece en Tabla I. Para poder conocer la capacidad potencial de este proceso el primer paso de mejora es su centrado, lo cual puede representar un desafío mayor.

VII. CONCLUSIÓN

En esta investigación se utilizó SPC para detectar problemas de variabilidad en el lazo de control de humedad de un sistema automático en línea de una fábrica de tableros MDF, esto fue factible a través del uso de una carta de control con muestras tomadas de forma aleatoria y extraída directamente desde el proceso. SPC es una herramienta útil para detectar procesos fuera de control y procesos con problemas de capacidad para cumplir con las especificaciones requeridas. SPC es una herramienta exitosa para determinar el rendimiento de los sistemas de control automático, para la detección de problemas en los lazos de control y un aliado para el tomador de decisiones, lo cual podría ser parte del ciclo de mejora continua de una compañía.

En particular, para los datos del proceso de humedad que fueron muestreados, se encontró que el proceso no fue capaz

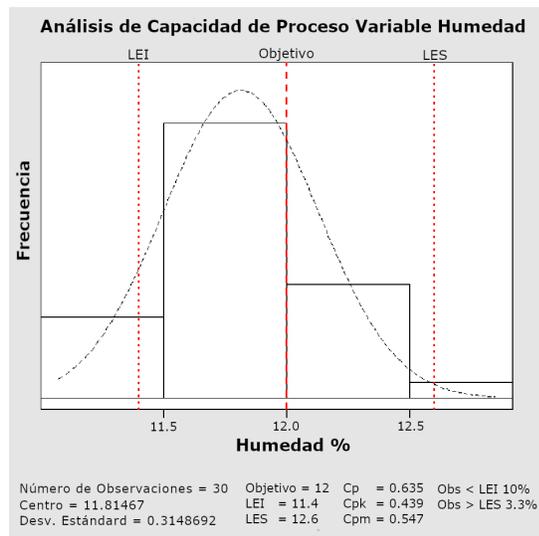


Fig. 4. Capacidad para el proceso de humedad.

de cumplir con especificaciones. Por lo tanto, primero se llevó a cabo el centrado del proceso, lo cual involucra a un equipo de trabajo para establecer ciclos de mejora que logren este objetivo. Una vez que este proceso esté centrado se podrá conocer su capacidad potencial.

En este estudio, se usó información del proceso de control automático de humedad para la fabricación de tableros MDF, sin embargo, esta herramienta podría ser empleada para mejorar todos los procesos utilizados por una compañía a lo largo de toda su cadena de suministros.

AGRADECIMENTOS

Los autores agradecen a los siguientes departamentos de la Universidad del Bío-Bío,

- Dirección de Investigación y Creación Artística (Fondo de Apoyo a la Participación a Eventos Internacionales).
- Vicerrectoría Académica.
- Grupo de Investigación Matemática Aplicada GI 172409/C.

REFERENCIAS

- [1] D. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, 6th ed. John Wiley & Sons, Inc., 2009, pp. 14, pp. 185.
- [2] M. Donnoli, *On Line Detection of Faults in a Rolling Mill Process*, DSEA – Dept. Electrical Systems and Automation, University of Pisa, Italy, 2010.
- [3] Ch. Park, *Linear filter model representations for integrated process control with repeated adjustments and monitoring*, Journal of the Korean Statistical Society, 2010.
- [4] R. W. Hoerl and P. Adrew, *Discussion: Integrating SPC and APC*, Technometrics. Vol. 34, No. , pp 268-272. 1992.
- [5] S. Díaz and J. R. Pérez-Correa and M. Fernández-Fernández, *Automatic Control on Batch and Continuous Distillation Columns*, IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS, VOL. 16, NO. 9, SEP. 2018.
- [6] H. O. Gracés and A. J. Rojas and L. E. Arias, *Control of Total Radiation in an Industrial Furnace by Optical Sensing of Flame Emissions*, IEEE LATIN AMERICA TRANSACTIONS, VOL. 16, NO. 9, SEP. 2018.
- [7] K. Åström, *Introduction to Stochastic Control Theory*, Academic Press New York and London, 1970.
- [8] Š. Kozák, *State-of-art in control engineer*, Journal of Electrical System and Information Technology 1. 2014.

- [9] S. Pang, *Mathematical modeling of MDF fibre drying: drying optimisation*, Drying Technology. 2000.
- [10] W. Jiang and K. Tsui, *An economic model for integrated APC and control charts*, IEE Transactions. 2002.
- [11] W. A. Shewhart, *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, 7th ed. D. Van Nostrand Company, INC., 1931, chp VII and chap. XIX.
- [12] S. Ahn and J. A. Fessler, *Standard Errors of Mean, Variance, and Standard Deviation Estimators*, EECS Department The University of Michigan. 2003.
- [13] C. Quesenberry, *On the sample size for \bar{X} and x Shewhart control charts for mean and implications for designing q-charts*, Institution of statistics Mimeograph Series No. 2220. 1992.
- [14] J. S. Oakland, *Statistical Process Control*. Butterworth Heinemann, 5th ed Butterworth Heinemann, 2003.
- [15] Core Team, *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R. Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 5th ed <http://www.R-project.org>, 2017.



Mauricio Hernández Vivanco Licenciado en Ciencias de la Ingeniería Universidad del Bío-Bío, Chile (2011), Magister en Ingeniería Industrial y Sistemas por la Universidad del Desarrollo, Chile (2016) y Magister en Matemática con Mención en Estadística por la Universidad del Bío-Bío, Chile (2019).



Francisco Novoa Muñoz Posee los grados de Licenciado en Matemática (1990) y Magister en Ingeniería Agrícola (2000), y el título de Ingeniero Matemático (1990) por la Universidad de Concepción, Chile, y el título de Doctor en Matemática con mención en Estadística (2013) por la Universidad de Sevilla, España