

# Game Theory Application in Hydropower's Firm Energy Monthly Allocation Process

L. Leonel, M. Balan, L. Camargo, E. Rego, D. Ramos, and R. Lima

**Abstract**—In the Brazilian Power System, due to its hydrothermal characteristics and centralized dispatch operation, there is a specific mechanism designed for hydroelectric power generators, named Energy Reallocation Mechanism. It aims to mitigate individual's hydro generation risk by sharing the overall hydro generation with all participants, proportionally with its individual's share in the Mechanism. Individual's participation is represented by the Firm Energy or Physical Guarantee, which represents its share in the overall System and works as a type of energy credit that sets the amount of energy a generator unit can trade by contracts. In the regulatory framework context, the Firm Energy must be allocated along the twelve months of the year, when the hydro generator must define its strategy in advance, every December. The point is that the individual's monthly allocation influences the overall allocation and, as consequence, how the quotas are shared in the Mechanism accounting process. Hence, a strategy applied by a representative agent, in terms of Firm Energy, can affect the result obtained by the other participants. Therefore, the monthly allocation decision can be understood as player's competition and can be studied in the light of the Game Theory. Based on that, our study presents a simplified ERM simulation model aiming to analyze the impacts caused from one agent over another, under specific strategies of the monthly allocation decision and by applying the Nash Equilibrium method. The results obtained evidence that the application of Game Theory tools is efficient for this type of decision studied.

**Index Terms**—Energy Allocation Process, Game Theory, Hydropower, Nash Equilibrium.

Este Artigo deriva da execução de Projeto de P&D denominado "Modelos de Maximização de Resultados do Processo de Sazonalização da Garantia Física de Usinas Hidrelétricas"; código ANEEL PD-07514-0117/2017, patrocinado pela CTG Brasil, no âmbito do Programa de P&D da ANEEL.

L. D. Leonel, Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Dep. de Engenharia de Energia e Automação Elétrica. Av. Prof. Almeida Prado s/n°, Cidade Universitária, CEP: 05508-900, São Paulo/SP, Brasil (e-mail: lais.dleonel@gmail.com).

M. H. Balan, Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Dep. de Engenharia de Energia e Automação Elétrica. Av. Prof. Almeida Prado s/n°, Cidade Universitária, CEP: 05508-900, São Paulo/SP, Brasil (e-mail: mateus.balan@usp.br).

L. A. S. Camargo, Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Dep. de Engenharia de Energia e Automação Elétrica. Av. Prof. Almeida Prado s/n°, Cidade Universitária, CEP: 05508-900, São Paulo/SP, Brasil (e-mail: luiz.steinle@usp.br).

E. E. Rego, Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Dep. de Engenharia de Produção. Av. Prof. Luciano Gualberto, 1380, Cidade Universitária, CEP: 05508-010, São Paulo/SP, Brasil (e-mail: erikreg@usp.br).

D. S. Ramos, Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Dep. de Engenharia de Energia e Automação Elétrica. Av. Prof. Almeida Prado s/n°, Cidade Universitária, CEP: 05508-900, São Paulo/SP, Brasil (e-mail: dorelram@usp.br).

R. M. F. Lima, Grupo CTG Brasil. Rua Funchal 418, CEP: 04551-060, São Paulo/SP, Brasil (e-mail: rodolfo.lima@ctgbr.com.br).

## I. INTRODUÇÃO

O SISTEMA elétrico brasileiro é composto predominantemente pelas fontes hidrelétrica e termoelétrica, sendo a primeira a principal. Segundo a Empresa de Pesquisa Energética (EPE), as hidrelétricas foram responsáveis por aproximadamente 65,2% da geração de eletricidade no país no ano de 2017 [1].

A predominância da fonte hidrelétrica na matriz energética, implica em forte dependência de afluentes, e as características do sistema tornam as atividades de planejamento e operação do Sistema Elétrico Nacional (SIN) bastante complexas, posto que o despacho centralizado da geração elétrica tem o intuito de otimizar o recurso hidráulico existente no país [2].

Sem a existência de algum mecanismo de compensação, as unidades geradoras encontradas a montante de um rio estariam em vantagem consideráveis por serem as primeiras a serem despachadas no despacho otimizado e centralizado. No intuito de compartilhar os benefícios e ônus associados à produção hidrelétrica global, o Decreto nº 2655, de 2 de julho de 1998, estabeleceu o Mecanismo de Realocação de Energia (MRE), que realoca contabilmente a energia, transferindo o excedente das usinas que geraram além de sua garantia física para aquelas que geraram abaixo [3].

O conceito de garantia física (GF), de acordo com a EPE, corresponde à quantidade de energia que uma unidade de geração consegue suprir dado um critério de garantia de suprimento estabelecido. A GF de uma usina geradora corresponde a quantidade máxima de energia que pode ser comercializada e, no caso de usinas hidrelétricas, define sua cota de participação no MRE [4]. Como alternativa estratégica, os agentes participantes do MRE podem realizar a sazonalização da GF ao longo dos meses do ano, que corresponde a conversão dos valores anuais médios, definidos por regulamentação, para valores mensais, objetivando a contabilização mensal no Mercado de Curto Prazo (MCP) [5].

O processo de sazonalização de GF das usinas hidrelétricas participantes do MRE influencia nas estratégias comerciais dos agentes e traz impactos aos resultados das operações, uma vez que a sazonalização pode levar a exposições involuntárias, liquidadas no MCP. Ou seja, os agentes estão sujeitos à incerteza do Preço de Liquidação de Diferenças (PLD), além da incerteza de geração (alocação de energia como resultado da contabilização do MRE). Como efeito deste quadro, cada agente participante do MRE define sua estratégia de sazonalização da GF com o objetivo de maximizar seu retorno frente aos riscos de exposições involuntárias ao MCP.

Em complemento, a definição da sazonalidade individual de cada agente forma a sazonalização do MRE, utilizada no processo de realocação de energia de cada agente. Isto é, a estratégia individual de um agente, sobretudo aqueles com grande representatividade no sistema em termos de GF, pode afetar a estratégia dos outros agentes e vice-versa, podendo um agente obter vantagens em relação aos demais, mesmo todos buscando um único objetivo principal representado pela maximização do retorno e minimização das perdas financeiras.

Desta forma, sob os preceitos da teoria dos jogos [6], o processo de sazonalização da GF de um agente hidráulico pode ser descrito como um jogo, pois, o ganho, ou *payoff*, de cada agente depende não somente da sua estratégia adotada, como também das estratégias realizadas pelos demais agentes.

Alguns trabalhos aplicam teoria dos jogos na modelagem de problemas envolvendo o setor elétrico, como o processo de despacho de usinas por ordem de mérito [7], [8] e [9], na otimização de um modelo de competição com várias empresas com sistemas de resposta de demanda atuando em vários mercados [10], ou na solução de uma situação onde um gerador de energia renovável compete com um gerador térmico em mercado “*day-ahead*” [11].

Em relação ao processo de sazonalização de GF de UHEs para fins do MRE, em [12] os Autores utilizam os conceitos de Equilíbrio de Nash e Competição de Stackelberg com objetivo de realizar a maximização da receita dos agentes geradores, representados como jogadores, advinda da exposição ao mercado de curto prazo. Entretanto, o modelo de Stackelberg é representado por um jogo com dois estágios, onde o jogador líder toma sua decisão antes dos demais, característica esta distinta da que ocorre no processo de sazonalização de GF.

Outras metodologias inovadoras podem ser encontradas em [13], onde são utilizados os conceitos de Algoritmos Genéticos e em [14] onde o modelo de otimização é composto por várias funções objetivos. Porém, tais trabalhos possuem aspectos limitantes, como não incorporar a diferenciação de comportamento entre os agentes, não considerar limites de exposição e não avaliar melhores possibilidades de contratação.

Na prática os agentes utilizam projeções de preço e geração hidroelétrica como premissas no momento de tomada de decisão, eventualmente considerando um cenário de sazonalização realizada no passado sem que algum método de mínimo arrependimento seja aplicado para mitigar perdas quando as projeções não se afirmaram.

Neste contexto, o presente trabalho possui como objetivo estudar o comportamento dos agentes em suas tomadas de decisões no processo de sazonalização e apresenta um modelo conceitual simplificado de simulação do MRE desenvolvido como suporte para o estudo.

A aplicação do modelo serve como suporte teórico para que sejam verificadas as hipóteses de classificação do jogo em epígrafe (denominado “Jogo-MRE”), com base na literatura de teoria dos jogos e funciona como uma calculadora de simulação de um MRE simplificado composto por dois players, em que o conjunto de soluções a serem obtidas são exploradas de maneira discreta.

## II. METODOLOGIA

O modelo conceitual simplificado de simulação do MRE foi desenvolvido utilizando uma abordagem especializada, de modo a permitir calcular o Equilíbrio de Nash entre as estratégias aplicadas por agentes no processo de sazonalização de suas GFs para fins do MRE. No modelo conceitual, para efeito de simplificação e investigação dos comportamentos individuais, considera-se que o MRE é composto por apenas dois agentes, embora a estrutura permita avaliar simultaneamente um número maior.

Para se analisar a melhor estratégia a ser aplicada para fins do MRE o ferramental considera a existência de contratos de venda de longo prazo firmados pelos agentes com o mercado e analisa o risco associado através da aplicação da métrica *Conditional Value at Risk* (CVaR). Para mais sobre ver [15].

Os dados de entrada utilizados no modelo são: valores de GF, portfólio de contratos e estratégia de sazonalização de GF para fins do MRE adotada por cada agente e os cenários de preço e geração obtidos pelo NEWAVE.

O NEWAVE é o modelo “oficial” de simulação energética do SIN, baseado em algoritmo de programação dinâmica dual estocástica, utilizado pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) e pela Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) para a formação de preços no MCP, o PLD.

Com a posse dos dados de entrada, o modelo calcula a Receita Fixa do agente, constituída pela receita advinda através do estabelecimento de contratos de venda de longo prazo, e a Receita Variável, representada pelo retorno obtido na liquidação no mercado spot.

Ao final, o modelo obtém como saída a Receita Total determinada pela soma entre a Receita Variável e a Receita Fixa, o risco associado (representado pela métrica CVaR) e a Função Convexa entre a Receita Esperada e o CVaR. A Fig. 1 resume as entradas e saídas existentes do modelo.

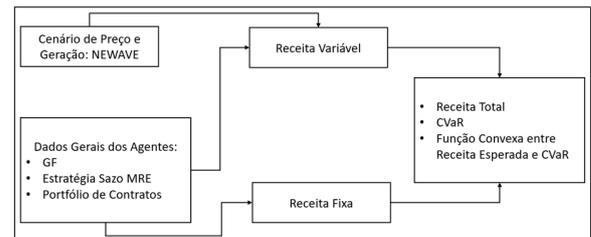


Fig. 1. Dados de entrada e saídas do modelo.

### A. Equacionamento

A modelagem matemática do “Jogo-MRE” constitui-se em uma série de equacionamentos matemáticos relacionados entre si. A Fig. 2 apresenta o equacionamento de forma ilustrativa e na sequência apresenta-se em maior detalhe o processo de aferição dos resultados financeiros da operação desenvolvido.

No primeiro passo é calculada a receita obtida no mercado spot ( $R_{i,m,s}^{Spot}$ ), em R\$/MWh, para cada agente  $i$ , cenário  $s$  e mês  $m$ , conforme especificado na equação (1):

$$R_{i,m,s}^{Spot} = (E_{i,m,s}^{MRE} - E_{i,m}^{CV}) * \pi_{m,s} * h_m \quad (1)$$

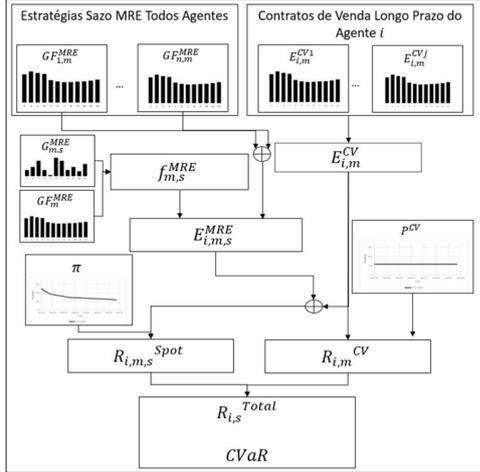


Fig. 2. Equacionamento do modelo.

Nessa equação,  $\pi_{m,s}$  corresponde ao PLD, em R\$/MWh, e  $h_m$  refere-se ao número de horas existentes no mês  $m$ .

O montante alocado de energia no MRE ( $E_{i,m,s}^{MRE}$ ), em MWh, é calculado pela equação (2) a seguir:

$$E_{i,m,s}^{MRE} = \left( \frac{GF_i * f_{i,m}^{sazo\_mre}}{\sum_{k=1}^n GF_k * f_{k,m}^{sazo\_mre}} \right) * \sum_{k=1}^n GF_k * f_{m,s}^{MRE} \quad (2)$$

Na notação utilizada,  $GF_i$  representa a GF total do agente  $i$  e o fator  $f_{i,m}^{sazo\_mre}$  corresponde ao fator de sazonalização para fins do MRE do agente  $i$  no mês  $m$ . O risco hidrológico do MRE, representado pelo fator MRE ( $f_{m,s}^{MRE}$ ), em p.u., é calculado pela divisão entre a geração verificada ( $G_{m,s}^{MRE}$ ) e a GF total ( $GF_m^{MRE}$ ) dos agentes pertencentes ao MRE.

No modelo simplificado do MRE, apresentado nesse artigo, o fator MRE é calculado considerando os cenários projetados pelo NEWAVE, conforme mostrado na equação (3):

$$f_{m,s}^{MRE} = \frac{G_{m,s}^{MRE}}{GF_m^{MRE}} \approx \frac{GHTOT_{m,s}}{GF^{NEWAVE}} \quad (3)$$

Nessa expressão,  $GHTOT_{m,s}$  corresponde à geração hidrelétrica projetada pelo NEWAVE, em MWh, e  $GF^{NEWAVE}$  representa a GF total das usinas hidrelétricas simuladas no NEWAVE, em MWh.

A variável  $E_{i,m}^{CV}$ , apresentada na equação (1), equivale ao montante de energia comprometido em contratos de venda de longo prazo do agente  $i$  no mês  $m$ .

Após calculada a receita obtida pelo agente  $i$  no MCP, dada pela equação (1), calcula-se a receita oriunda de contratos de venda de longo prazo ( $R_{i,m}^{CV}$ ), em R\$/MWh, conforme mostrado na equação (4):

$$R_{i,m}^{CV} = E_{i,m}^{CV} * P_i^{CV} * h_m \quad (4)$$

Na citada equação,  $P_i^{CV}$  denota o preço do contrato de venda de energia de longo prazo do agente  $i$ , em R\$/MWh.

Por fim, calcula-se a receita total do agente  $i$  ( $R_{i,s}^{Total}$ ) pelo somatório da receita spot e a receita obtida através dos contratos

de venda de energia, equação (5). A Média das Receitas Totais ( $\bar{R}_i^{Total}$ ) representa a média dos resultados totais de todos os 2000 cenários obtidos do NEWAVE, conforme equação (6).

$$R_{i,s}^{Total} = \sum_{m=1}^{12} (R_{i,m,s}^{Spot} + R_{i,m}^{CV}) \quad (5)$$

$$\bar{R}_i^{Total} = \frac{\sum_{s=1}^{2000} R_{i,s}^{Total}}{2000} \quad (6)$$

Pela formulação é possível observar que no caso dos agentes aplicarem a mesma estratégia de sazonalização de GF para fins do MRE, ou seja, aplicarem o mesmo fator de sazonalização de GF para fins do MRE ( $f_{i,m}^{sazo\_mre}$ ), tiverem o mesmo valor de GF e o mesmos portfólios de contratos, o resultado financeiro dos agentes seriam iguais. Também pode-se notar que a estratégia aplicada por cada agente influencia no resultado dos demais devido ao cálculo do valor da energia do MRE e, conseqüentemente, da receita spot considerar a estratégia adotada pelos demais agentes representadas pelo fator de sazonalização de GF para fins do MRE ( $f_{k,m}^{sazo\_mre}$ ), onde  $k$  representa cada agente pertencente ao MRE.

### B. Conditional Value-At-Risk

A métrica de risco *Value-at-Risk* (VaR) pode ser definida como o valor que, para um dado  $\alpha \in (0,1)$ , é igual ao maior valor  $\eta$  que garante que a probabilidade de se obter um resultado menor que  $\eta$  é menor que  $1 - \alpha$ . Isto é, o VaR ( $\alpha, x$ ) é o  $(1-\alpha)$ -quantil da distribuição dos resultados. Enquanto a métrica de risco *Conditional Value-at-Risk* (CVaR) é definida como a média dos retornos da carteira contidos no  $(1 - \alpha\%)$ -quantil da distribuição dos resultados [16]. As equações (7) e (8) mostram a formulação para cômputo do CVaR.

$$CVaR = \frac{1}{1-c} \int_{-\infty}^{VaR} x * p(x) dx \quad (7)$$

$$x = R_{i,s}^{Total} \quad (8)$$

Onde  $p(x)dx$  é a probabilidade de se obter o valor  $x$ , sendo  $x$  a Receita total do agente  $i$  no cenário  $s$  e  $c$  é o número de cenários dentro do quantil.

A vantagem da utilização do CVaR em relação ao VaR reside em indicar o potencial de perdas que excedem o valor do VaR. Como resultado, sua aplicação permite que se obtenha uma carteira menos exposta do que a obtida utilizando o VaR [17].

### C. Função Convexa entre Receita Esperada e CVaR

Uma forma de se analisar o retorno de um investimento considerando o risco associado é avaliar o resultado da operação com base na função convexa entre a Receita Esperada e a métrica de risco CVaR, ponderada por um parâmetro, rho ( $\rho$ ), que representa a aversão ao risco do agente [15].

Na aplicação do modelo simplificado do MRE, o resultado da operação é definido pela expressão (9), no qual representa a função convexa entre a Média da Receita Total e o CVaR ( $f(\rho)_i$ ), ponderado pelo parâmetro de aversão ao risco, rho.

Para rho igual a 0%, o agente toma sua decisão com base na média dos resultados (Média da Receita Total). No extremo

oposto, de rho igual a 100%, a decisão é tomada considerando apenas o risco. A variação entre os extremos representa o quanto o agente é mais conservador (mais avesso ao risco) ou mais arrojado (mais indiferente ou neutro ao risco).

$$f(\rho)_i = (1 - \rho) * \bar{R}_i^{Total} + \rho * CVaR_i \quad (9)$$

### III. TEORIA DOS JOGOS

No campo da teoria dos jogos, um jogo em sua forma estratégica ou normal, define-se por três elementos básicos, conforme [6]:

- (i) um conjunto finito de  $n$  jogadores  $\{1, 2 \dots n\}$ ,
- (ii)  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_n\}$  o espaço de estratégias puras  $S_i$  para cada jogador  $i$  e
- (iii) A função utilidade  $u_i(s)$  que representa o ganho ou *payoff* do jogador para cada perfil de estratégias  $s = (s_1, \dots, s_n)$ .

Com base nestes preceitos, o modelo desenvolvido neste trabalho considera a função utilidade de cada agente como sendo a receita total obtida, ou o risco associado (CVaR) ou a função convexa entre a receita esperada e o CVaR, onde o resultado depende do fator de sazonalização da GF para fins do MRE ( $f_{sazo\_mre}^{i,m}$ ), sendo que o fator de sazonalização corresponde exatamente às estratégias de cada jogador no jogo.

#### A. Caracterização do “Jogo-MRE”

Na teoria dos jogos, um jogo pode ser classificado como completo ou incompleto. Um jogo incompleto é aquele onde os jogadores podem não possuir todas as informações associadas aos outros jogadores, por exemplo, sobre (i) os *payoffs* dos demais participantes; (ii) quem são os outros jogadores; (iii) quais estratégias serão tomadas; (iv) quais as informações que o oponente dispõe sobre os demais jogadores; e (v) o que os demais sabem que o agente não. Por outro lado, o jogo completo baseia-se naquele em que todas essas informações são conhecidas por todos os jogadores [8].

No processo de sazonalização de GF de usinas hidrelétricas para fins do MRE, o jogo aplicado é considerado incompleto em razão dos agentes não possuírem todas as informações dos demais, como, cenarização para o ano em estudo (ex.: projeções de cada agente para o PLD e GSF), a função utilidade, o nível de contratação em função do comprometimento com contratos de longo prazo, possíveis recompras de lastro no ambiente livre de contratação de energia e as estratégias que podem ser adotadas pelos demais agentes, por exemplo, antecipação ou atraso do fluxo de caixa da empresa.

Outra característica que define um jogo se refere ao fato dele ser considerado perfeito ou imperfeito. Um jogo perfeito é definido como aquele onde todos os jogadores possuem o conhecimento das estratégias tomadas pelos demais em estados anteriores, enquanto no jogo imperfeito não.

Outra característica é se o jogo é cooperativo ou não cooperativo, sendo o cooperativo aquele em que os jogadores combinam estratégias ou fazem acordos entre eles para melhores resultados.

O jogo desenvolvido no modelo conceitual do MRE caracteriza-se por ser imperfeito (uma vez que apresenta apenas um estágio em que os jogadores realizam suas estratégias de forma simultânea), incompleto (os agentes não possuem total informação dos demais) e não-cooperativo (a princípio, não há acordos ou coalizações entre os agentes).

Quando em um jogo a soma das funções *payoff* para cada jogador e para cada estratégia são iguais a zero, ou seja, quando  $\sum_{i=1}^2 u_i(s) = 0$  para todo  $s$ , se diz que o jogo é de “soma zero”. Nesse tipo de jogo, o ganho de um jogador consiste em perda para o outro, sendo caracterizado como um jogo em que os jogadores são naturalmente oponentes [18].

No jogo desenvolvido (“Jogo-MRE”) assume-se a premissa de que o caso em estudo é um jogo de “soma zero”, devido ao fato das ações realizadas por um agente influenciar no retorno obtido pelos demais.

#### B. Equilíbrio de Nash

O Equilíbrio de Nash ocorre em um ponto em que o *payoff*, ou seja, o benefício ou ganho de um jogador, não melhora ao mudar a estratégia do agente, caso os demais não a fizerem [19].

Pela definição, um perfil de estratégia  $s^* = (s_1^*, \dots, s_{(i-1)}^*, s_i^*, s_{(i+1)}^*, \dots, s_n^*) \in S$  é um Equilíbrio de Nash se:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_{ij_i}, s_{-i}^*) \quad (10)$$

Para todo  $i = 1, \dots, n$  e para todo  $j_i = 1, \dots, m_i$ , com  $m_i \geq 2$  [19]. Onde  $S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{im_i}\}$  representa o espaço de estratégias puras do jogador  $g_i$ , com  $m_i \geq 2$  e  $S_i = \{s_{1j_1}, s_{1j_2}, \dots, s_{nj_n}\}$  corresponde ao vetor perfis de estratégias puras, em que  $s_{ij_i}$  é uma estratégia pura do jogador  $g_i \in G$ .

A solução de um jogo se caracteriza por uma prescrição ou previsão das estratégias a serem adotadas pelos agentes (resultado do jogo) [19]. Na teoria dos jogos vários métodos são conhecidos com o propósito de se encontrar soluções dos problemas com base nos preceitos do Equilíbrio de Nash, entre eles, encontra-se o método Dominância Estrita Iterativa, aplicado nesse trabalho para encontrar o Equilíbrio de Nash dos casos estudados.

#### C. Dominância Estrita Iterativa

Em relação ao método Dominância Estrita Iterativa (DEI), Sartini et al [19] definem que uma estratégia pura  $s_{ik} \in S_i$  do jogador  $g_i \in G$  pode ser definida como estritamente dominada pela estratégia  $s_{ik'} \in S_i$  se  $u_i(s_{ik'}, s_{-i}) > u_i(s_{ik}, s_{-i})$ , para todo  $s_{-i} \in S_{-i}$ .

Na resolução por DEI, a cada passo as estratégias estritamente dominadas são descartadas até que reste apenas aquela que é considerada a dominante, que corresponde a solução do jogo.

## IV. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

As simulações apresentadas nesse trabalho foram executadas com suporte do ferramental desenvolvido.

### A. Caso 1

O estudo de Caso 1 analisa o modelo para dois agentes com o mesmo valor de GF. Procura-se verificar se existe ou não o Equilíbrio de Nash para os resultados de receita total, CVaR e da função convexa entre Receita Esperada e CVaR. Além disso, é avaliado se o ponto encontrado como Equilíbrio de Nash constitui-se no ponto de melhor resultado entre risco x retorno.

Como premissa, é considerado que o MRE é composto por apenas dois agentes (AG1 e AG2) com GFs de 1.000 MWm. As possíveis estratégias para fins do MRE de cada agente correspondem a maiores alocações nos períodos úmido, seco, ou sazonalizar a GF de forma *flat*, como é mostrado na Fig. 3.

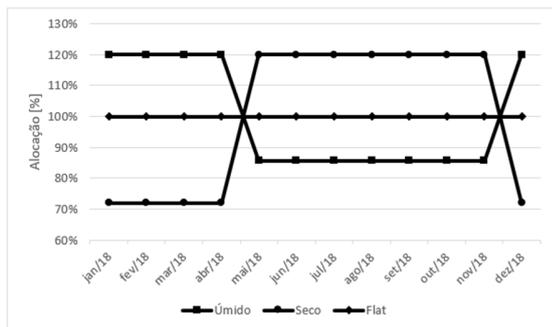


Fig. 3. Estratégias sazonalização de GF para fins do MRE.

Para os dados de PLD e geração do MRE, utiliza-se os valores obtidos para a projeção do ano de 2018, processado com base no deck de dezembro de 2017 do NEWAVE, disponível em [20], considerando os 2000 cenários. A Fig. 4 ilustra os valores médio, P05 e P95 do PLD para o ano de 2018 utilizado na simulação.

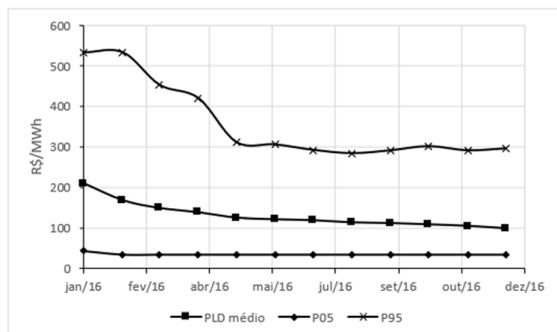


Fig. 4. PLD 2018.

Por simplificação, foi considerado que os agentes não possuem nenhum contrato de venda de longo prazo.

Considera-se inicialmente que a função utilidade de cada agente é representada somente pela Média das Receitas Totais (agente indiferente ao risco), equação (6) do capítulo II.

A Tabela I apresenta a matriz *payoff* obtida no caso estudado considerando nove perfis de estratégias representadas pelas combinações das estratégias úmido, *flat* ou seco de cada agente.

Como pode ser observado na Tabela I, se os dois agentes seguissem a mesma estratégia, ou seja, para os perfis de estratégias (úmido, úmido), (flat, flat), (seco, seco), os resultados obtidos de receita esperada seriam os mesmos para

os dois agentes (1,005; 1,005). Isso está de acordo com a formulação, tendo o fator  $f_{sazo,mre}^{i,m}$  igual para os dois agentes e, nesse caso estudado, o mesmo valor de GF para os agentes.

TABELA I  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – RECEITA ESPERADA. [R\$\*BILHÕES].  
PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido	Flat	Seco
Úmido	(1.005 ; 1.005)	(1.014 ; 0.996)	(1.052 ; 0.958)
Flat	(0.996 ; 1.014)	(1.005 ; 1.005)	(1.044 ; 0.966)
Seco	(0.958 ; 1.052)	(0.966 ; 1.044)	(1.005 ; 1.005)

Pela aplicação do método DEI na matriz, pode-se verificar que as estratégias *flat* e *seco* do AG 1 são estritamente dominadas pela estratégia *úmido*, eliminando-se no processo as linhas 2 e 3 da matriz. A Tabela II mostra a matriz resultante após as eliminações das estratégias ‘dominadas’.

TABELA II  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – RECEITA ESPERADA (APÓS 1ª E 2ª  
ELIMINAÇÕES). [R\$\*BILHÕES]. PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido	Flat	Seco
Úmido	(1.005 ; 1.005)	(1.014 ; 0.996)	(1.052 ; 0.958)

Da Tabela II é possível observar que as estratégias *flat* e *seco* do agente AG 2 são estritamente dominadas pela estratégia *úmido*, eliminando assim as colunas 2 e 3 da matriz. A Tabela III apresenta a matriz resultante após eliminações.

TABELA III  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – RECEITA ESPERADA (APÓS 3ª E 4ª  
ELIMINAÇÕES). [R\$\*BILHÕES]. PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido
Úmido	(1.005 ; 1.005)

Como pode ser observado na Tabela III, o único perfil de estratégias obtido após as eliminações é o perfil (úmido, úmido), constituindo no único Equilíbrio de Nash do jogo. Trata-se de um equilíbrio de estratégias dominantes, pois independentemente da decisão que o outro irá adotar, o equilíbrio se dá pela escolha da estratégia do perfil úmido.

Curiosamente, a solução encontrada não deixa de ser uma estratégia eficiente de Pareto, que corresponde ao ponto onde um jogador não pode mudar de estratégia sem prejudicar o outro, visando a eficiência coletiva. Para mais sobre ver [6].

A Tabela IV apresenta a matriz *payoff* do caso 1, considerando agora como função utilidade de cada agente, somente o CVaR com nível de confiança de 5%, conforme equações (7) e (8) do capítulo II. Isto é, representando um agente totalmente avesso ao risco.

Aplicando o método DEI na matriz acima é possível verificar que as estratégias perfil úmido e seco do AG1 são estritamente dominadas pela estratégia *flat*, permitindo eliminar as linhas 1 e 3 da matriz. A Tabela V apresenta a matriz resultante após as eliminações.

TABELA IV  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – CVAR. [R\$\*BILHÕES].  
PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido	Flat	Seco
Úmido	(0.2841 ; 0.2841)	(0.2839 ; 0.2842)	(0.2905 ; 0.2775)
Flat	(0.2842 ; 0.2839)	(0.2841 ; 0.2841)	(0.2910 ; 0.2771)
Seco	(0.2775 ; 0.2905)	(0.2771 ; 0.2910)	(0.2841 ; 0.2841)

TABELA V  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – CVAR (APÓS 1ª E 2ª ELIMINAÇÕES).  
[R\$\*BILHÕES]. PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido	Flat	Seco
Flat	(0.2842 ; 0.2839)	(0.2841 ; 0.2841)	(0.2910 ; 0.2771)

Analisando a matriz reduzida mostrada na Tabela V, é possível notar que as estratégias perfil úmido e seco do agente AG 2 são estritamente dominadas pela estratégia *flat*, eliminando assim as colunas 1 e 3 da matriz. A Tabela VI apresenta a matriz resultante após eliminações.

TABELA VI  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – CVAR (APÓS 3ª E 4ª ELIMINAÇÕES).  
[R\$\*BILHÕES]. PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Flat
Flat	(0.2841 ; 0.2841)

Como pode ser observado na Tabela VI, o único perfil de estratégias obtido após as eliminações é o perfil (*flat*, *flat*), constituindo no único Equilíbrio de Nash do jogo, que também é um equilíbrio de estratégias dominantes.

A Tabela VII mostra a matriz *payoff* quando considerado como *payoff* a função convexa entre a receita esperada e CVaR para  $\rho = 50\%$  (equação (9) do capítulo II). Isto é, neste caso o agente não é nem totalmente avesso, nem totalmente neutro ao risco, mas a média entre os extremos.

TABELA VII  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – FUNÇÃO CONVEXA ENTRE RECEITA  
ESPERADA E CVAR. [R\$\*BILHÕES].  
PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido	Flat	Seco
Úmido	(0.6444 ; 0.6444)	(0.6489 ; 0.6400)	(0.6711 ; 0.6177)
Flat	(0.6400 ; 0.6489)	(0.6444 ; 0.6444)	(0.6675 ; 0.6214)
Seco	(0.6177 ; 0.6711)	(0.6214 ; 0.6675)	(0.6444 ; 0.6444)

Examinando a Tabela VII, a Tabela VIII e a Tabela IX é possível notar que a aplicação do método DEI resulta no perfil de estratégias (úmido, úmido) como o único Equilíbrio de Nash em estratégias puras para a matriz *payoff* quando a função utilidade representa a função convexa entre receita esperada e CVaR, sendo também um equilíbrio de estratégias dominantes e Pareto eficiente.

Realizando uma análise de risco x retorno dos agentes é possível observar que para o conjunto (dois agentes) a adoção das mesmas estratégias pelos agentes leva ao resultado global

de menor risco.

TABELA VIII  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – FUNÇÃO CONVEXA ENTRE RECEITA  
ESPERADA E CVAR (APÓS 1ª E 2ª ELIMINAÇÕES). [R\$\*BILHÕES].  
PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido	Flat	Seco
Úmido	(0.6444 ; 0.6444)	(0.6489 ; 0.6400)	(0.6711 ; 0.6177)

TABELA IX  
MATRIZ PAYOFF CASO 1 – FUNÇÃO CONVEXA ENTRE RECEITA  
ESPERADA E CVAR (APÓS 3ª E 4ª ELIMINAÇÕES). [R\$\*BILHÕES].  
PERFIL: ÚMIDO, FLAT E SECO

AG1 ; AG2	Úmido
Úmido	(0.6444 ; 0.6444)

Entretanto, se avaliarmos os pares de estratégias possíveis de serem adotados entre eles, observamos que para o AG1 o melhor resultado risco x retorno (função convexa entre receita esperada e CVaR) será na estratégia conjunta (úmido, seco), isto é, quando ele opta pela estratégia úmido e o AG2 na estratégia seco. E para o AG2, o melhor resultado é quando o AG1 opta pela estratégia seco e ele a úmido.

Quando analisamos a receita esperada, é notado que o perfil de estratégias (úmido, seco) e (seco, úmido) trazem os maiores valores de receita esperada para o conjunto dos dois agentes.

### B. Caso 2

O estudo de caso 2 analisa a situação em que os dois agentes possuem GF diferentes. Procura-se verificar se neste caso existe ou não o Equilíbrio de Nash para os resultados de receita total, CVaR e função convexa entre receita esperada e CVaR.

Por premissa, considera-se que o MRE é composto por apenas dois agentes com GFs de 1000 MWm e 1700 MWm. Para os dados de PLD e geração do MRE, utiliza-se os valores obtidos para as projeções dos anos de 2018, 2017, 2016, 2015 e 2014 processados com base no deck do NEWAVE do mês de dezembro do ano anterior, disponível em [20], considerando os 2000 cenários. As possíveis estratégias para fins do MRE de cada agente correspondem a maiores alocações nos períodos úmido, seco, ou sazonalizar a GF de forma flat, como apresentado na Fig. 3.

Através da aplicação do método DEI foi possível encontrar o Equilíbrio de Nash em estratégias puras para algumas matrizes *payoff* e em outras não. A Tabela X resume os resultados obtidos em cada ano de projeção. Observa-se que das quinze matrizes *payoff* obtidas foi possível encontrar o Equilíbrio de Nash, através do método DEI, em cinco combinações. Vale ressaltar que todos os Equilíbrios de Nash encontrados nas matrizes correspondem ao perfil de estratégias (úmido, úmido).

Analisando os resultados obtidos na Tabela X em conjunto com a Fig. 5 (comparação dos valores de PLD médio utilizados nas simulações com as alocações da estratégia úmido), observa-se que os pontos de Equilíbrios de Nash possuem forte relação com o PLD. No único perfil de estratégias encontrado como Equilíbrio de Nash (perfil úmido), tem-se os maiores valores de alocações nos meses de janeiro a abril e dezembro, onde

também são encontrados os maiores valores médios de PLD para os anos de 2015, 2017 e 2018. Podendo ainda ser observado que para o ano de 2016, onde não é encontrado valores médios de PLD maiores no período úmido, foi o único ano a não obter Equilíbrio de Nash pela aplicação do método DEI.

TABELA X  
EQUILÍBRIOS DE NASH ENCONTRADOS PELO MÉTODO DEI – CASO 2

PLD utilizado	Receita Esperada	CVaR	Função Convexa
2014	NE	(úmido, úmido)	NE
2015	NE	(úmido, úmido)	(úmido, úmido)
2016	NE	NE	NE
2017	NE	NE	NE
2018	(úmido, úmido)	NE	(úmido, úmido)

\*NE: Não encontrado

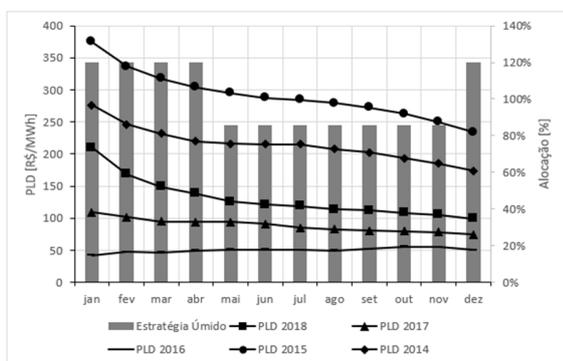


Fig. 5. Valores de PLD médio utilizados nas simulações x estratégia úmido

## V. CONCLUSÕES

Com base nos resultados obtidos nos estudos, conclui-se que as investigações realizadas por meio de modelo especializado de simulação do Jogo MRE contribuem para uma maior familiaridade com as metodologias aplicadas na Teoria dos Jogos, em particular, em relação ao Equilíbrio de Nash e Estratégias Dominantes. Em complemento, permitem estudar os racionais que envolvem a adoção da estratégia de sazonalização da GF dos agentes, contribuindo para melhor entendimento geral sobre as estratégias e suas implicações, tanto no retorno, quanto no risco.

Há limitações na aplicação desta metodologia quando se trata de resultados quantitativos, pois diferenças numéricas pequenas podem levar o decisor a excluir uma estratégia considerada “não-dominante” enquanto esta não é por uma diferença que na prática é irrelevante ao resultado global.

Uma alternativa para encontrar a solução em problemas onde não há Equilíbrio de Nash para estratégias puras é escolher um perfil de estratégias baseado na distribuição de probabilidade de suas estratégias puras, chamada “Estratégias Mistas”.

Considerando-se que a metodologia aplicada, embora apresente resultados interessantes, possui um viés simplificado, evidencia-se a possibilidade de aumentar sua complexidade em

duas formas: diversificando o número de estratégias analisadas ou aumentando o número de jogadores.

Diversificar o número de estratégias analisadas para ambos os agentes é benéfico na direção de aproximar o problema apresentado da prática vivenciada pelos agentes. Esta diversificação pode tanto envolver uma análise mais refinada dos próprios agentes quanto incorporar técnicas estatísticas de cenarização, como a de clusterização.

Em complemento, observa-se que o aumento no número de jogadores não resultaria em benefícios para a análise, uma vez que na prática um agente representando globalmente o MRE retrataria o impacto no resultado do agente a ser sazonalizado.

Outro ponto de atenção reside na identificação de quais critérios influenciam no momento de tomada de decisão dos agentes, por exemplo, os critérios de projeções de preço e geração advindos do NEWAVE, projeções apresentadas pela CCEE ou o Perfil de Carga das Distribuidoras.

Também se mostra interessante analisar a possibilidade de aplicação de Estratégias Mistas e resoluções por *Reinforcement Learning*, bem como introduzir novos condicionantes, como o nível de contratação dos agentes.

## REFERÊNCIAS

- [1] Empresa De Pesquisa Energética, EPE. “Balanço Energético Nacional 2018. Relatório Síntese, ano base 2017”. May 1, 2018. [Online]. Available: <<http://www.epe.gov.br>>. Accessed on: Oct 7, 2018.
- [2] Brasil. (1998, May). *Lei n° 9648*. [Online]. Available: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/19648cons.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/19648cons.htm)>. Accessed on: 06/22/18.
- [3] Brasil. (1998, July). *Decreto n° 2.655*. [Online]. Available: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto/d2655.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d2655.htm)>. Accessed date: 06/22/18.
- [4] Empresa De Pesquisa Energética, EPE. Available: <<http://www.epe.gov.br/pt/areas-de-atuacao/energia-eletrica/expansao-da-geracao/garantia-fisica>>. Accessed date: 06/22/2018.
- [5] Câmara de Comercialização de Energia Elétrica, CCEE. “Procedimentos de Comercialização. Módulo 3 – Contratação de Energia e Potência. Submódulo 3.3 – Sazonalização e Revisão da Sazonalização de Garantia Física”. Brasil. Agu. 2015.
- [6] Fudenberg, D. and Tirole, J. “Game Theory”. 5nd ed. Cambridge, MA: MIT Press, 1996.
- [7] Krause, T., et al. “Nash Equilibria and Reinforcement Learning for Active Decision Maker Modelling in Power Markets”. 6th IAEE European Conference: Modelling in Energy Economics and Policy. 2004. Zurich.
- [8] Ferrero, R. W., et al. “Application of games with incomplete information for pricing electricity in deregulated power pools”. IEEE Transactions on Power Systems. 1998.
- [9] Wang, Z.; Lo, K. L. “Game Theory Application and Strategic Bidding in Electricity Supply Market”. World Journal of Engineering and Technology. 2016.
- [10] Motalleb, M., et al. “A Game Theoretic Demand Response Market with Networked Competition Model”. IEEE. Power Symposium (NAPS), 2017 North American. Morgantown, WV, USA, 2017.
- [11] Zeinalzadeh, A., et al. “Using Natural Gas Reserves to Mitigate Intermittence of Renewables in the Day Ahead Market”. 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC). 2017. Melbourne, Australia.
- [12] Duse, A. C. S., et al. “Equilíbrio de Nash e competição de Stackelberg na sazonalização no mercado de energia brasileiro”. XXII SIMPEP. Simpósio de Engenharia de Produção. Bauru-São Paulo. 2015.
- [13] Sokei, C. T. “Modelo de sazonalização da energia assegurada de usinas hidrelétricas utilizando algoritmos genéticos”. 89p. Dissertação de Mestrado – Dep. Eng. de Energia e Automação Elétricas, USP, São Paulo, 2008.

- [14] Santos, F. G., et al. "Formação de um perfil de sazonalização baseada em otimização multiobjetivo". XIX SIMPEP. Simpósio de Engenharia de Produção. 2012. Bauru, São Paulo.
- [15] Camargo, L. A. S. "Estratégias de comercialização e investimento, com ênfase em energias renováveis, suportadas por modelos de otimização especializados para avaliação estocástica de risco x retorno". 223p. Tese de Doutorado – EP/USP- Dep. de Eng. de Energia e Automação Elétricas, São Paulo, 2015.
- [16] Pflug, G. and Römisch, W. "Modeling Measuring and Managing Risk". World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., p. 286, 2007.
- [17] Rockfellar, R. and Uryasev, S. P. "Optimization of Conditional Value-at-Risk". Journal of Risk, 2000, 21-41.
- [18] Abrantes, M. L. "A Teoria dos Jogos e os Oligopólios". 25º Aniversário da Faculdade de Direito de Angola da Faculdade Agostinho Neto. Luanda, Angola. Dezembro, 2004.
- [19] Sartini, B. A., et al. "Uma Introdução a Teoria dos Jogos". II Bienal da SBM. Universidade Federal da Bahia. Bahia. Outubro, 2004.
- [20] CCEE/ONS. "Deck de preço do modelo NEWAVE". Available: <<https://www.ccee.org.br/>> Accessed date: 07/10/2018.



**Laís Domingues Leonel** Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Juiz de Fora (2017). Atualmente cursa mestrado em Engenharia Elétrica na Universidade de São Paulo.

Trabalhou na empresa Arion Otimização em Energia na área de Gestão de Clientes no Ambiente de Comercialização Livre. Desde 2017 é consultora pela MRTS

Consultoria e Engenharia Ltda atuando nas áreas: Regulação do Setor elétrico, planejamento de investimentos em geração, complementariedade energética entre fontes renováveis, comercialização de energia elétrica e análise de riscos.



**Mateus Henrique Balan** Possui graduação em Engenharia Elétrica com ênfase em Energia e Automação pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (2014), onde cursa o mestrado atualmente. Trabalhou no grupo EDP na área de Risco e Planejamento Energético, também trabalhou na Clime Trading comercializadora de energia. Desde 2014 é

consultor pela MRTS Consultoria e Engenharia Ltda atuando nas áreas: Regulação do Setor elétrico, planejamento de investimentos em geração, revisões e reajustes tarifários, complementariedade energética entre fontes renováveis, comercialização de energia elétrica e análise de riscos.



**Luiz Armando Steinle Camargo** Doutor pelo Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétrica da Universidade de São Paulo - USP (2015), com estágio no Dep. of Industrial Economics and Technology Management - NTNU (2012-2013); Mestre em Engenharia de Infraestrutura pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA (2005) e

Engenheiro Civil pela Universidade de São Paulo - USP (2002). Trabalhou em empresas nacionais e internacionais nas áreas de engenharia, projetos e consultoria. Desde 2010 atua como consultor na MRTS Consultoria e Engenharia Ltda nas áreas de: geração e energias renováveis, regulação do setor elétrico,

estratégia empresarial, análise de risco, comercialização de energia e investimentos em geração, desenvolvimento de ferramentas para tomada de decisões complexas e modelagem institucional do setor elétrico.



**Erik Eduardo Rego** Professor Doutor da Escola Politécnica da USP, Erik é Engenheiro de Produção pela POLI-USP, Bacharel em Economia pela FEA-USP, Mestre em energia e Doutor em ciências pelo IEE-USP. Foi professor do departamento de economia da FEA-USP entre 2005-08 e pesquisador visitante na Universidade de Illinois, Estados Unidos,

em 2009. Com mais de 15 anos de experiência em consultoria no setor elétrico, destacam-se trabalhos de destaque nas áreas de: valuation de projetos/empresas, definição de estratégias para leilões; due diligence econômico-financeira e regulatória em processos de fusões e aquisições; análises e projeções do mercado de energia elétrica – oferta/demanda, preços, riscos.



**Dorel Soares Ramos** Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (1975), mestrado em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (1988) e doutorado em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (1996). Atualmente é Consultor do Grupo EDP Energias do Brasil, onde exerceu cargo de Diretor de Regulação até março de 2009,

tendo sido ainda Diretor Comercial (Aquisição de Energia) e de Regulação das Distribuidoras Bandeirante Energia / Escelsa (Espírito Santo) e Enersul (Mato Grosso do Sul), pertencentes ao mesmo Grupo Empresarial, além de Diretor de Regulação da Holding EDP Energias do Brasil. É Professor Doutor do Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo é Sócio Administrador da MRTS Consultoria e Engenharia Ltda. Tem atuado principalmente nos seguintes temas: planejamento de sistemas elétricos, regulação do setor elétrico, comercialização de energia e análise de riscos, geração de energia elétrica e modelagem institucional do setor elétrico.



**Rodolfo Moraes Fontes Lima** Possui graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade de São Paulo (2011) e pós-graduação em Gestão de Projetos pela Fundação Dom Cabral (2014). Atualmente é especialista de comercialização de energia no Grupo CTG Brasil. Tem atuado principalmente nos seguintes temas: planejamento energético, regulação do

setor elétrico, comercialização de energia e análise de riscos, otimização de portfólios e geração de energia elétrica.