

# Mathematical Modeling with Friction of a SCARA Robot Driven by Pneumatic Semi-Rotary Actuators

M. Schlüter, and E. Perondi

**Abstract**—This article approaches the problem of the modeling of a SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm) manipulator designed by two semi-rotating pneumatic servo-actuators in the presence of friction in view of the precise control for a future application of a non-linear controller. Even though pneumatic systems are widely used in industry, it is found that the robustness of pneumatic servo-positioning solutions is limited by the positioning accuracy of the system controllers, that is, these controllers require complete knowledge of the system because they depend on sophisticated algorithms which should contemplate the highly non-linear nature of the operation of the pneumatic system. As precise model of Scara pneumatic driven robots are not found in the bibliography, present study deal with such task, being continuation of a modeling procedure executed for an isolated semi-rotary pneumatic actuator, where the dynamic relationship among the pressures in the semi-rotary actuator chambers, the rotational piston position and velocity, and the flow mass rate, was achieved. In that work, the friction was expressed through the LuGre model and curves of mass flow rate, pressures and control signal of the servovalve were obtained by means of experimental identification procedures. Therefore, current article uses the modeling of the same semi-rotary pneumatic actuator to consolidate a mathematical model of a SCARA manipulator consisting of two semi-rotary pneumatic actuators and a linear pneumatic actuator that will support the future development of non-linear controllers. Open loop validation was performed through comparisons between experimental and simulation results.

**Index Terms**—Mathematical modeling, Pneumatic servo system, SCARA manipulator, Semi-rotary pneumatic actuator.

## I. INTRODUÇÃO

Os manipuladores robóticos têm sido aplicados, ao longo do tempo, nas mais variadas atividades, sendo a indústria manufatureira que utiliza mais esta tecnologia. Entretanto, atualmente, a aplicação generalizada deste tipo de tecnologia, necessita aliar a estes dispositivos uma tecnologia limpa e de baixo custo. O uso do ar comprimido em acionamentos na indústria tem, além desses benefícios, a vantagem de possuir fácil manutenção, não apresentar riscos de centelhas em atmosfera explosiva e apresentar boa relação peso/potência [9, 15, 29].

Todavia, ainda é pouco comum o uso de manipuladores robóticos totalmente pneumáticos que possam substituir, com desempenho semelhante, manipuladores de acionamento elétrico ou hidráulico em diversas aplicações, inclusive em sistemas de posicionamento preciso. Assim, procurando avançar no esforço de viabilizar o uso da tecnologia pneumática no acionamento preciso de manipuladores, é fundamental realizar estudos sobre a modelagem de manipuladores constituídos de servoposicionadores pneumáticos, tecnologia que, segundo [8], tem potencial para substituir acionamentos eletromecânicos e hidráulicos em muitas aplicações. Os servoposicionadores pneumáticos, conforme [1], podem ser definidos como os elementos (com potência pneumática) que aplicam força sobre sua carga mecânica para que esta siga uma determinada trajetória ou para levá-la até a posição desejada. O principal objetivo do presente estudo, é o de apresentar um modelo matemático completo de um robô SCARA com acionamento realizado por meio de atuadores pneumáticos torcionais. O modelo proposto é estruturado de forma que é possível utilizá-lo no auxílio à síntese de controladores que se valem de técnicas baseadas em linearização por realimentação, como, por exemplo, Controle por Torque Computado. O robô modelado é constituído por dois atuadores pneumáticos rotacionais e um acionamento pneumático prismático para o terceiro grau de liberdade. É importante destacar que os atuadores pneumáticos mais utilizados na indústria ainda são os de movimentação linear, embora existam muitas aplicações que exigem um movimento de rotação ou torção, nas quais podem ser utilizados atuadores pneumáticos rotativos, assim como os aplicados no presente trabalho.

Os manipuladores robóticos apresentam duas principais fontes de não linearidades associadas ao seu sistema mecânico. Conforme [6], a primeira consiste nas não linearidades relativas ao comportamento da inércia, efeitos de Coriolis, gravitacionais e de atrito nas juntas, enquanto que a segunda fonte está diretamente relacionada ao comportamento do sistema de atuação. Segundo [9, 14], as principais não linearidades dos atuadores pneumáticos translacionais, os quais constituem todos os acionamentos do manipulador em estudo, concentram-se na dinâmica referente à compressibilidade do ar e no comportamento não linear do atrito entre o êmbolo e o atuador. Experimentos e análises realizadas no âmbito do presente trabalho permitem concluir que estes são também os efeitos mais importantes em atuadores rotativos.

Estudo de síntese de controladores de robôs muitas vezes não

M. S. Schlüter, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil, melissa.schluter@hotmail.com.

E. A. Perondi, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, Brasil, perondi@mecanica.ufrgs.br.

Corresponding author: Melissa dos Santos Schlüter.

consideram a modelagem do atuador na síntese do controlador [43, 44, 45]. Apesar de muitas vezes utilizarem técnicas robustas que garantem um comportamento dinâmico adequado na presença de erros paramétricos, isso não é garantido na presença de dinâmicas não modeladas. Assim, torna-se importante, dependendo da estratégia de controle adotada, a modelagem também do sistema físico associado aos atuadores, principalmente se ele apresenta um comportamento significativamente não-linear. Desta forma, baseando-se em estudos prévios que trataram com relevância as características não lineares de servoposicionadores pneumáticos, como os de [9, 6, 15, 27, 28], apresenta-se a modelagem de um manipulador SCARA constituído por servoposicionadores pneumáticos semi-rotativos para o desenvolvimento de uma futura estratégia de controle robusto para o robô SCARA. Na referência [9], Nesse sentido, a partir de um estudo das publicações sobre controladores de sistemas de servoposicionamento pneumático, pode-se concluir que a precisão de posicionamento desse tipo de sistema depende de aplicação de algoritmos sofisticados que devem contemplar a natureza altamente não linear da operação do sistema pneumático, ou seja, controladores robustos e de alta precisão para sistemas pneumáticos usualmente exigem conhecimento profundo da dinâmica do sistema a ser controlado. Portanto, quanto mais fiel for o modelo utilizado na síntese do controlador, melhor será a resposta do mesmo, acentuando, portanto, a importância de um modelo acurado do sistema físico.

O desenvolvimento de modelos matemáticos tem motivado diversos trabalhos na área de sistemas de servoposicionamento acionados por atuadores pneumáticos, sendo a grande maioria dos sistemas de servoposicionamento constituídos por atuadores pneumáticos lineares, como, por exemplo, os modelos apresentados em [11, 12, 13, 15, 25, 37, 41], entre outros. Já, o estudo da modelagem de robôs constituídos por servoposicionadores pneumáticos semi-rotacionais com acionamento direto é abordado em um número reduzido de fontes [36], quando comparado com o número de publicações referente a robôs com acionamento pneumático composto de juntas rotacionais comandadas por cilindros lineares que acionam as juntas por meio de sistemas de transmissão por polias e cabos de aço, entre outros [5, 6, 20]. Na bibliografia encontram-se alguns trabalhos de desenvolvimento de robôs pneumáticos com atuadores translacionais operando por meio de sistemas de atuação direta, como é o caso de [38], onde um robô cartesiano é controlado por meio um Controle por Modos Deslizantes. Outros trabalhos abordam o desenvolvimento de robôs pneumáticos com movimentos de rotação, porém, utilizando atuadores lineares com um sistema apropriado de transmissão para transformar o movimento de translação no movimento rotacional necessário. Por exemplo, [18] utiliza atuadores translacionais para executar movimentos rotacionais utilizando uma transmissão por cabos e em [36] é utilizado um sistema com um articulado movimentado por um pistão – o mesmo ocorre em [39] e [40]. Já, nos trabalhos [32] e [6], é apresentado um robô pneumático com 5 graus de liberdade, onde existem dois movimentos de rotação, onde o primeiro deles é efetivado por meio de uma correia sincronizadora

conectada a um atuador linear, enquanto que o segundo movimento de rotação é executado por meio de um atuador rotacional semelhante ao utilizado no presente desenvolvimento. O principal acréscimo a este trabalho, dá-se por conta da modelagem mais precisa do atuador pneumático rotacional [27] incorporado ao modelo e por conta de que o acoplamento entre as dinâmicas dos dois graus de liberdade do robô Sacara é muito mais significativa no desempenho dinâmico do conjunto do que no robô de cinco graus de liberdade do robô desenvolvido em [32] e [6].

## II. MATERIAIS E MÉTODOS

### A. Ambiente de Desenvolvimento

Detalhes sobre a metodologia experimental utilizada podem ser encontrados em [10, 21, 35] e em [6, 23, 24, 26, 32]. Esta metodologia envolve a identificação das curvas estáticas da válvula de controle e comportamento do atrito, além de permitir o levantamento das outras características físicas do servoposicionador apresentadas na Seção II deste trabalho. Segundo esta metodologia, a vazão na válvula é determinada como uma função não linear inversível da tensão aplicada e das respectivas curvas de pressão nas câmaras do atuador. A possibilidade de inversão é importante quando um dos objetivos é a utilização do modelo na estratégia de controle para permitir a compensação desta (importante) não linearidade [6, 18].

De acordo com a estratégia desenvolvida, o atrito é descrito por intermédio do modelo conhecido como LuGre [7], que, além de levar em conta as principais não linearidades macroscópicas do atrito, mostrou-se bastante adequado para o uso em esquemas de observação e compensação das forças de atrito em servoposicionadores hidráulicos [2] e servoposicionadores pneumáticos translacionais [9]. Deve ser destacado que o modelo dinâmico do servoposicionador semi-rotativo utilizado no presente trabalho, foi objeto de estudo de [26], onde foi elaborado um modelo matemático detalhado que inclui a possibilidade de inversão da relação entre a vazão de ar e a tensão de controle visando a elaboração estratégica de controle de tal atuador. Além disso, no trabalho de [26], a modelagem do atrito permite sua compensação por meio de algoritmos de observação e controle de trajetória baseada na dinâmica inversa.

### B. Bancada Experimental

Devido às suas características de movimentação e operação, os robôs SCARA são usualmente utilizados em tarefas de montagem. Uma qualidade maior do produto final é demandada pelas características modernas da indústria manufatureira, trazendo a necessidade de processos de fabricação com operações de montagem mais precisas e com maior repetibilidade. A modelagem proposta é parametrizada em função das principais características mecânicas do sistema, de forma que eventuais alterações no sistema podem ser consideradas alterando-se valores nos diversos parâmetros utilizados no modelo. Assim, como características básicas, modela-se um robô SCARA com um volume de trabalho constituído por raio mínimo de 0,3 m e altura mínima de 0,05

m e uma capacidade máxima de carga estática de 3 kg, tendo em vista que os robôs do tipo SCARA são os mais encontrados em operações de montagem, nas quais 80% das peças pesam menos que 4 kg, [34]. Nesse sentido, [29] complementa que os atuadores pneumáticos são amplamente utilizados na indústria quando as massas a serem movimentadas são de até 20 kg.

Dentre as principais características do manipulador robótico, destaca-se que o mesmo possui uma estrutura autossustentável, sendo seus elos compostos por viga caixão de alumínio, diferindo-se entre si apenas no comprimento. O acionamento pelos atuadores pneumáticos é efetuado de forma direta. Na Fig. 1 está apresentada a configuração geométrica do robô, bem como uma imagem do manipulador construído.

O elo do primeiro grau de liberdade foi definido em 0,25 m de comprimento enquanto o segundo grau de liberdade com 0,22 m e a altura total em 0,49 m. Desta forma, o volume de trabalho do manipulador resulta em 0,024 m<sup>3</sup>, visto que o curso máximo do pistão do atuador prismático é de 0,04 m.

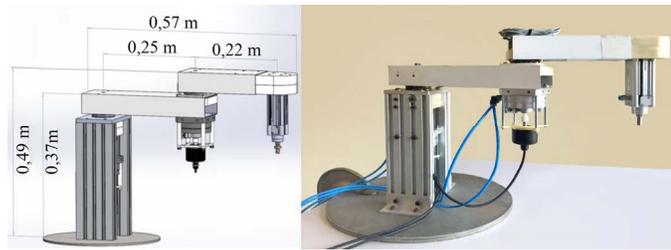


Fig. 1. Manipulador SCARA.

Os acionamentos pneumáticos do manipulador são compostos por dois atuadores semi-rotativos e um linear, ambos do fabricante *FESTO*®. Os atuadores semi-rotativos são controlados por meio de servoválvulas, do mesmo fabricante, por meio de estratégia de controle executada em uma placa de controle da empresa *dSPACE*®. O atuador prismático é controlado por eletroválvula de duas posições, do fabricante *FESTO*®. Para fins de modelagem, esse atuador é considerado desacoplado dos demais graus de liberdade no que diz respeito à movimentação do robô no plano xy, sendo seu controle efetuado de forma *on/off*.

### C. Volume de Trabalho e Capacidade de Carga

Em decorrência das dimensões e capacidade previamente definidos, configuram-se os comprimentos do elo primário de 0,2498 m e do elo secundário de 0,2230 m, conforme ilustra a Fig. 1. Com estas dimensões, obtém-se uma área máxima de trabalho de 0,5934 m<sup>2</sup> e, considerando a junta prismática com posicionamento binário (posição avançada ou recuada), obtém-se duas áreas de trabalho iguais e paralelas, uma para a posição do terceiro grau de liberdade avançada e outra para o terceiro grau de liberdade recuada, conforme ilustra a Fig. 2.

### D. Arquitetura de Controle

A arquitetura de controle proposta para cada uma das juntas semi-rotacionais engloba o circuito pneumático de potência, o circuito elétrico de alimentação das eletroválvulas e condicionamento de sinais e os sistemas de processamento dos algoritmos de controle e de instrumentação de medição. O

processamento dos sinais de controle é realizado por meio da placa *dSPACE*® *DS-1104*, que, por sua vez, disponibiliza os dados adquiridos para o usuário em uma interface gráfica customizada por meio do software *Controldesk*®.

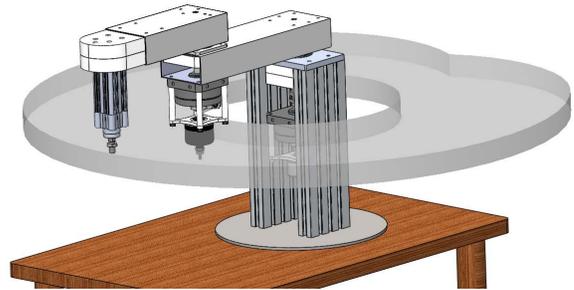


Fig. 2. Volume de trabalho.

Em cada grau de liberdade semi-rotacional, os sensores de pressão são ligados e alimentados diretamente pela placa *dSPACE*®, enquanto que o encoder óptico necessita de uma placa de condicionamento de sinais específica para ajuste da amplitude dos sinais e para sua alimentação. O acionamento da servoválvula necessita de um circuito de isolamento com alimentação independente a fim de que o sinal de potência não cause ruídos excessivos ou danifique a placa *dSPACE*®. Este circuito está acoplado ao conversor Analógico/Analógico, que converte o sinal da placa *dSPACE*® que é de -10 Vcc a +10 Vcc para um sinal de 0 Vcc a +10 Vcc, faixa do sinal de controle da servoválvula. A Fig. 3 ilustra a arquitetura de controle proposta para o primeiro e segundo graus de liberdade do robô, os quais são modelados no presente trabalho.

A placa *dSPACE*® encontra-se hospedada no computador apresentado na Fig. 3, ilustrando também a unidade de tratamento de ar do fabricante *FESTO*®, modelo *LFR-1/4-D-MINI*.

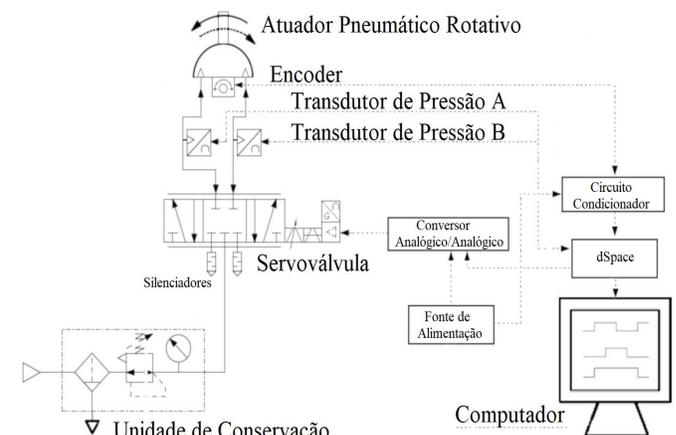


Fig. 3. Arquitetura de controle proposta para o primeiro e segundo GDL (grau de liberdade).

A arquitetura de controle proposta para o terceiro grau de liberdade, isto é, para o controle do atuador pneumático linear de dupla ação, possui sensores magnéticos (*Reed Switch*) que determinam a posição do pistão.

Estes sensores são ligados e alimentados por uma placa de condicionamento de sinais que está conectada à *dSPACE*® (na

interface de entradas e saídas digitais), a qual, por sua vez, aciona as válvulas solenoides valendo-se de uma placa de potência.

As placas de condicionamento de sinal e de potência são alimentadas por uma fonte externa que disponibiliza energia a esses circuitos. Estes circuitos foram projetados e construídos visando a esta aplicação específica. Mais detalhes podem ser encontrados em [26].

### E. Descrição do Sistema de Atuação

O manipulador é acionado de forma direta pelos atuadores, os quais são fixados diretamente sobre as juntas, não sendo, portanto, necessário o uso de sistemas de transmissão. Essa configuração decorre das características dinâmicas dos atuadores pneumáticos, os quais permitem obter sistemas mecanicamente mais simples e com poucas partes móveis. Os atuadores semi-rotativos pneumáticos selecionados, responsáveis pelo acionamento do primeiro e do segundo grau de liberdade do robô, possuem curso de  $270^\circ$ , constituindo produtos comerciais do fabricante *FESTO*®, modelo *DSM-25-270-P-A-B*.

Dado que os atuadores não possuem dispositivos para medição de deslocamento, optou-se pela utilização de encoders acoplados aos eixos dos mesmos, os quais estão diretamente relacionados aos movimentos de rotação das juntas e, conseqüentemente, aos movimentos dos elos do robô. A uma pressão de suprimento de 0,6 MPa, apresentam capacidade de torque de 5 Nm. O princípio de funcionamento desse tipo de atuador é simples, pois possui duas câmaras isoladas entre si por meio uma aleta giratória, a qual tem função semelhante à do êmbolo de um pistão linear. Ao aplicar uma diferença de pressão entre as câmaras, a aleta tende a movimentar-se na direção da maior para a menor pressão aplicada.

Esses atuadores são acionados por meio de uma válvula proporcional também da marca *FESTO*®, modelo *MPYE-5-1/8-HF-010-B* (do tipo 5 vias e 3 posições), que controla a vazão mássica de ar comprimido em suas vias de passagem. Esta válvula é do tipo centro crítico, e apresenta grande precisão no controle de vazão de ar, conforme [6, 9], a qual deve-se à utilização de um sistema interno de controle em malha fechada que possibilita a movimentação do carretel de forma aproximadamente diretamente proporcional a um sinal de controle aplicado em sua entrada. Este tipo de válvula já foi utilizado em diversos estudos sobre controle de servoposicionadores pneumáticos, tais como [3, 6, 9, 22, 27, 32]. Para sua operação, a válvula recebe um sinal analógico de tensão de 0 a 10 Vcc e o traduz em um sinal pneumático por meio da movimentação de um carretel interno que limita a área de passagem de ar. A modelagem matemática de um conjunto de servoposicionamento composto pela válvula proporcional descrita e pelo atuador pneumático semi-rotativo supra-descrito está apresentado em [27].

Conforme já comentado, o atuador aplicado no comando do terceiro grau de liberdade do manipulador consiste em um cilindro pneumático translacional de dupla ação que efetua o movimento linear da junta prismática. Esse atuador é da marca *FESTO*® (*DNC-32-40-PPV*) e, para o seu acionamento, são

utilizadas duas eletroválvulas 3/2 vias com retorno por mola, acionadas por solenoide, também da marca *FESTO*®.

### III. MODELAGEM MATEMÁTICA

Utilizando uma modelagem matemática precisa de um determinado sistema, é possível elaborar e programar algoritmos a fim de realizar simulações computacionais com capacidade de representar adequadamente características operacionais do mesmo.

Um modelo matemático é um conjunto de equações que representa algumas ou a maioria das características observadas em um sistema real. Desta forma, dado um conjunto de dados de entrada, as soluções deste conjunto de equações são representativas das respostas do processo real [30]. Além disso, os modelos matemáticos podem ser usados para auxiliar a síntese de controladores dos sistemas que eles representam.

A fim de desenvolver o modelo matemático do robô que represente as principais características do sistema, é conveniente subdividi-lo em duas partes: uma específica para os sistemas de servoacionamento semi-rotativo pneumático e outra para dinâmica do manipulador SCARA, a qual foi realizada valendo-se do método de Euler-Lagrange. A modelagem do atrito nos atuadores pneumáticos também foi contemplada, por meio do conhecido modelo LuGre, que leva em conta diversas propriedades do atrito identificadas em testes experimentais realizados em atuadores pneumáticos.

Portanto, a modelagem desenvolvida por meio da ferramenta computacional *Simulink*® está estruturada em cinco blocos, conforme ilustra a Fig. 4. As modelagens dos servoposicionadores pneumáticos estão contempladas individualmente nos blocos “Modelo Pneumático 1GDL” e “Modelo Pneumático 2GDL”. Por sua vez, a modelagem da dinâmica do robô está contida no bloco “Modelo Mecânico SCARA”, o qual está acoplado aos blocos da modelagem dos servoposicionadores pneumáticos de forma a compor um sistema representativo do manipulador SCARA. Por fim, os blocos “Saídas 1GDL” e “Saídas 2GDL” são representativos dos sinais de posição, velocidade, aceleração, torque, pressão nas câmaras A e B e torque de atrito.

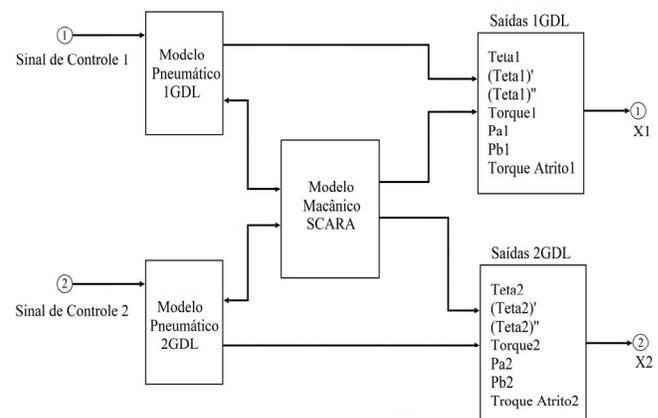


Fig. 4. Diagrama representativo do Modelo Matemático completo do SCARA.

Cada um dos blocos denominados Modelo Pneumático inclui

o equacionamento de um dos graus de liberdade contemplando o equacionamento dinâmico do respectivo atuador, incluindo os parâmetros de atrito e as funções das pressões e vazão da servoválvula.

Esses blocos de equacionamento pneumático estão interligados ao bloco de equacionamento mecânico de forma com que os sinais fluam em ambos os sentidos, conforme ilustram as setas de interligação entre eles.

A parte mecânica do atuador foi equacionada por meio da Segunda Lei de Newton. Partindo da consideração de que a aplicação da pressão na aleta é distribuída uniformemente pela área da mesma resultando em um torque efetivo, a equação de movimento pode ser expressa por meio de (1):

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0,5(R_e^2 - R_i^2)hP_\Delta - T_{at}(t), \quad (1)$$

onde  $J$  é o momento de inércia de massa da parte móvel do sistema com relação ao centro de rotação do eixo,  $T_{at}(t)$  é o torque de atrito,  $R_i$  é o raio do eixo,  $R_e$  é o raio do ponto de pivotamento até a extremidade da aleta,  $h$  é o parâmetro relativo à altura da aleta,  $P_\Delta$  é a diferença de pressão entre as câmaras do atuador pneumático exercida sobre a área da aleta, e  $\theta$  é o deslocamento angular da aleta. Estes parâmetros de dimensões  $R_i = 0,014$  m,  $R_e = 0,031$  m e  $h = 0,023$  m são apresentados no esquema do atuador semi-rotativo apresentado na Fig. 5a (no corte transversal do atuador) e na Fig. 5b (no corte longitudinal).

As vazões mássicas na servoválvula podem ser estudadas tendo como referência a teoria da mecânica de fluidos que trata do escoamento de fluidos compressíveis através de orifícios.

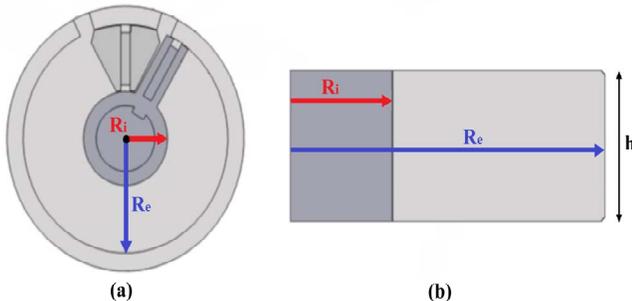


Fig. 5. Identificação dos parâmetros da aleta. Adaptado de [16].

A modelagem clássica das vazões mássicas em atuadores pneumáticos pode ser vista em [29, 33], onde as mesmas são equacionadas em situações de pressurização e exaustão de uma câmara, por meio de uma abordagem baseada na mecânica dos fluidos aplicada a gases que se deslocam através de um estrangulamento de uma seção de passagem.

A partir do princípio da conservação de energia e considerando que o processo termodinâmico da passagem de um fluido através de um orifício ocorre sem perdas energéticas, (2) descreve a vazão mássica  $q_m$  em função da relação de pressões a montante e jusante do orifício e da área de orifício de passagem de ar ( $A_o(u)$ ), a qual depende da tensão de controle  $u$ , assim:

$$q_{m(u,P_u,P_d)} = \begin{cases} A_o(u)P_u \sqrt{\frac{2r}{(r-1)} \frac{1}{RT} \left[ \left(\frac{P_d}{P_u}\right)^{\frac{2}{r}} - \left(\frac{P_d}{P_u}\right)^{\frac{1+r}{r}} \right]}; & \frac{P_d}{P_u} > P_{crit} \\ A_o P_u \sqrt{r(2/(r+1))^{(r+1)/(r-1)}/(RT)}; & \frac{P_d}{P_u} \leq P_{crit} \end{cases} \quad (2)$$

onde  $q_m$  é a vazão mássica,  $R$  é a constante do gás (286,9 J/kgK),  $T$  é a sua temperatura (293,15 K),  $P_{crit}$  é a relação de pressões de saturação e  $r$  é a relação de calores específicos do gás a pressão e volume constantes ( $r = C_p/C_v = 1,4$ , onde  $C_p$  é o calor específico do gás a pressão constante,  $C_v$  é o seu calor específico do gás a volume constante) e  $P_u$  e  $P_d$  são, respectivamente, a pressão a montante e a jusante do orifício de passagem de ar na servoválvula.

A Eq. (2) indica que para razão de pressões  $P_d/P_u$  maiores do que a razão crítica  $P_{crit}$ , a vazão mássica apresenta um comportamento não linear e variável com relação à razão de pressões, enquanto que por efeito do limite de propagação da onda de choque no ar, para razões menores ou igual à razão crítica  $P_{crit}$ , a vazão mássica satura, assumindo valor constante (vazão mássica máxima).

De acordo com [27], a dinâmica das pressões nas câmaras do atuador pode ser equacionada a partir da 1ª Lei da Termodinâmica. O equacionamento obtido permite relacionar o torque aplicado pelos atuadores com as pressões nas câmaras. A seguir, será equacionada a relação dinâmica entre a vazão que entra ou sai das câmaras com a variação das pressões ao longo do tempo e com o deslocamento da aleta, o qual, conforme já comentado, depende também da dinâmica do sistema mecânico. Assim, aplicando o princípio da conservação de energia, pode-se realizar um balanço entre a energia interna da massa que entra no volume de controle, a potência do movimento do eixo e a variação da energia interna no volume de controle. Para tanto, parte-se da consideração de que o sistema possui um comportamento adiabático, visto que as trocas de calor ocorrem em velocidade alta em relação ao fluxo de calor que ocorre nas paredes do atuador. Ademais, utiliza-se a hipótese de que os processos são reversíveis e, portanto, o sistema apresenta comportamento isentrópico. Por fim, considera-se o ar como um gás perfeito, garantido a validade da equação geral de estados para gases perfeitos.

Considerando que a energia interna que entra na câmara  $A$  do atuador é dada por (3):

$$E = C_p q_{mA} T, \quad (3)$$

onde  $q_{mA}$  é a vazão mássica na câmara  $A$  ( $d_{mA}/dt$ ) e  $T$  é a temperatura do ar de suprimento.

A potência do movimento do atuador é dada por  $P_A \dot{V}_A$ , onde  $P_A$  é a pressão na câmara  $A$ ,  $\dot{V}_A = dV_A/dt$  é a vazão volumétrica e a variação da energia interna do volume de controle é  $d(C_v \rho_A \dot{V}_A T)dt$ , e  $\rho_A$  é a massa específica do ar. Utilizando novamente a relação de calores específicos  $r = C_p/C_v$  e, recordando que a equação da massa específica para um gás ideal é  $\rho_A = P_A/(RT)$ , e desprezando a potência calorífica dissipada

através das paredes do atuador, o balanço energético resultante pode ser descrito por meio de (4):

$$q_{mA}T - \frac{P_A dV_A}{C_p dt} = \frac{1}{rR} \frac{d(P_A V_A)}{dt}. \quad (4)$$

O volume total da câmara  $A$  depende da posição angular da aleta, das dimensões da aleta e do volume morto das conexões e tubulação, o qual foi definido como  $V_A = 4,9 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ . Assim, o volume total da câmara  $A$  pode ser expresso por meio de (5):

$$V_A = \varphi\theta + V_{A0}, \quad (5)$$

onde  $\theta$  é o deslocamento angular,  $V_{A0}$  é o volume morto na câmara  $A$  incluindo as tubulações ( $1,9 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ ) e  $\varphi$  é uma constante que depende das dimensões do atuador ( $\varphi = h(Re^2 - Ri^2)/2 = 7,53 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ ). O equacionamento do volume da câmara  $B$  é equivalente ao apresentado em (5), resultando  $V_B = \varphi(\alpha - \theta) + V_{B0} = 4,9 \times 10^{-5} \text{ m}^3$ , onde  $\alpha$  é o curso angular máximo do atuador (4,71 rad) e  $V_{B0} = 1,9 \times 10^{-6} \text{ m}^3$ .

A taxa de variação do volume  $V_A$  é definida por  $\dot{V}_A = \omega\varphi$ , onde  $\omega = d\theta/dt$  é a velocidade angular. Definindo  $\alpha$  como o curso angular de operação do atuador e sabendo que a pressão de exaustão é a pressão atmosférica e a pressão de suprimento é mantida aproximadamente constante, verifica-se que as vazões mássicas são funções das pressões nas câmaras do atuador e da tensão de controle ( $u$ ) aplicada à servoválvula, isto é,  $q_{mA} = q_{mA}(P_A, u)$  e  $q_{mB} = q_{mB}(P_B, u)$ . A equação do balanço energético então pode ser redefinida em função das pressões das câmaras  $A$  e  $B$ , resultando respectivamente em (6) e (7):

$$\dot{P}_A = -\frac{\varphi r \omega}{\varphi\theta + V_{A0}} P_A + \frac{RrT}{\varphi\theta + V_{A0}} q_{mA}(P_A, u) e \quad (6)$$

$$\dot{P}_B = -\frac{\varphi r \omega}{\varphi(\alpha - \theta) + V_{B0}} P_B + \frac{RrT}{\varphi(\alpha - \theta) + V_{B0}} q_{mB}(P_B, u), \quad (7)$$

onde  $\dot{P}_A$  representa a variação da pressão na câmara  $A$  e  $\dot{P}_B$  representa a variação da pressão na câmara  $B$ .

Assumindo o comportamento de gás perfeito para o ar, considerando que a aleta está posicionada no meio do curso do atuador rotativo e que o volume total é composto pelo somatório dos volumes das duas câmaras, é possível equacionar a vazão mássica nas câmaras por meio de (8) e (9):

$$q_{mA} = -\dot{P}_A \frac{\varphi\theta + V_{A'}}{rRT} + P_A \dot{\theta} \frac{\varphi}{RT} \quad (8)$$

$$q_{mB} = \dot{P}_B \frac{\varphi\theta + V_{B'}}{rRT} + P_B \dot{\theta} \frac{\varphi}{RT} \quad (9)$$

onde  $q_{mA}$  é a vazão mássica na câmara  $A$ ,  $q_{mB}$  é a vazão mássica na câmara  $B$ ,  $V_{A'}$  é a metade do volume total do atuador acrescido de um volume morto  $V_A$  com curso definido entre  $-(\theta_{max}/2)$  e  $(\theta_{max}/2)$ ,  $V_{B'}$  é a metade do volume total do

atuador acrescido de um volume morto  $V_b$  com curso definido entre  $-(\theta_{max}/2)$  e  $(\theta_{max}/2)$ .

Foram realizados experimentos a fim de identificar as funções de pressão e as funções de tensão. Para aproximar as curvas experimentais obtidas, em [27] são utilizadas funções polinomiais para as situações de enchimento e exaustão de cada câmara. O resultado completo contendo os polinômios para enchimento e exaustão das câmaras  $A$  e  $B$  do 1º Grau de Liberdade bem como os pontos de transição ( $P_{crit}$ ) entre os polinômios estão apresentados na Tabela I.

TABELA I  
POLINÔMIOS DE APROXIMAÇÃO PARA A SERVÓVALVULA 1

Câmara A enchendo	
Vazão versus Pressão	Vazão versus Tensão
$\bar{p}_a < 0,35502, f_{pa}^{ench}(\bar{p}_a) = 1$	$\bar{u} < 0,09064, f_{ua}^{ench}(\bar{u}) = 0,5413\bar{u} + 0,0034$
$\bar{p}_a \geq 0,35502, f_{pa}^{ench}(\bar{p}_a) = -2,0493\bar{p}_a^3 + 1,2598\bar{p}_a^2 - 0,2191\bar{p}_a + 1,0107$	$\bar{u} \geq 0,09064, f_{ua}^{ench}(\bar{u}) = 3,1095\bar{u}^3 - 7,1220\bar{u}^2 + 5,4289\bar{u} - 0,3834$
Câmara A exaurindo	
Vazão versus Pressão	Vazão versus Tensão
$\bar{p}_a < 0,67575, f_{pa}^{exau}(\bar{p}_a) = -0,3305\bar{p}_a^3 - 0,7399\bar{p}_a^2 + 2,1377\bar{p}_a - 0,0047$	$\bar{u} < 0,11693, f_{ua}^{exau}(\bar{u}) = 0,4505\bar{u} + 0,0086$
$\bar{p}_a \geq 0,67575, f_{pa}^{exau}(\bar{p}_a) = 1$	$\bar{u} \geq 0,11693, f_{ua}^{exau}(\bar{u}) = 1,085\bar{u}^3 - 3,4251\bar{u}^2 + 3,66\bar{u} - 0,3216$
Câmara B enchendo	
Vazão versus Pressão	Vazão versus Tensão
$\bar{p}_b < 0,40265, f_{pb}^{ench}(\bar{p}_b) = 1$	$\bar{u} < 0,08982, f_{ub}^{ench}(\bar{u}) = 0,3536\bar{u} + 0,0042$
$\bar{p}_b \geq 0,40265, f_{pb}^{ench}(\bar{p}_b) = -2,2174\bar{p}_b^3 + 1,4704\bar{p}_b^2 - 0,2636\bar{p}_b + 1,0125$	$\bar{u} \geq 0,08982, f_{ub}^{ench}(\bar{u}) = 3,0467\bar{u}^3 - 6,9571\bar{u}^2 + 5,3471\bar{u} - 0,3904$
Câmara B exaurindo	
Vazão versus Pressão	Vazão versus Tensão
$\bar{p}_b < 0,68039, f_{pb}^{exau}(\bar{p}_b) = -0,7223\bar{p}_b^3 - 0,2335\bar{p}_b^2 + 1,9721\bar{p}_b - 0,0062$	$\bar{u} < 0,11253, f_{ub}^{exau}(\bar{u}) = 0,4241\bar{u} + 0,0082$
$\bar{p}_b \geq 0,68039, f_{pb}^{exau}(\bar{p}_b) = 1$	$\bar{u} \geq 0,11253, f_{ub}^{exau}(\bar{u}) = 1,6742\bar{u}^3 - 4,5594\bar{u}^2 + 4,2528\bar{u} - 0,3673$

Essas curvas foram aproximadas, por partes, por meio de dois polinômios cada: um de grau zero e outro de 3º grau para o gráfico da relação vazão versus pressão; um de 1º grau e outro de 3º grau para o gráfico da relação vazão versus tensão. Para evitar redundância com relação às entradas, os ajustes das curvas interpoladas foram feitos de maneira tal que, no domínio de operação, houvesse apenas uma possibilidade de valor real das funções interpoladas para cada entrada. As equações cúbicas aproximadas, permitem, chegar ao conjunto de funções que definem a tensão de controle para cada caso em que a câmara  $A$  está enchendo e, concomitantemente, a câmara  $B$  está exaurindo e vice e versa, para os dois graus de liberdade rotacionais.

O resultado completo contendo os polinômios para enchimento e exaustão das câmaras  $A$  e  $B$  do 2º Grau de Liberdade estão apresentados na Tabela II.

Segundo [6, 9, 26, 27], nos atuadores pneumáticos, o atrito deve-se principalmente ao contato do anel de vedação, presente no êmbolo do atuador, com o corpo do cilindro por onde o mesmo se move.

TABELA II  
POLINÔMIOS DE APROXIMAÇÃO PARA A SERVOVÁLVULA 2

Câmara A enchendo	
Vazão versus Pressão $\bar{p}a < 0,38293, f_{pa}^{ench}(\bar{p}a) = 1$	Vazão versus Tensão $\bar{u} < 0,10851, f_{ua}^{ench}(\bar{u}) = 0,2696\bar{u} + 0,0029$
$\bar{p}a \geq 0,38293, f_{pa}^{ench}(\bar{p}a) = -1,9834\bar{p}a^3 + 1,1435\bar{p}a^2 - 0,1648\bar{p}a + 1,0068$	$\bar{u} \geq 0,10851, f_{ua}^{ench}(\bar{u}) = 4,0740\bar{u}^3 - 8,8726\bar{u}^2 + 6,4540\bar{u} - 0,5689$
Câmara A exaurindo	
Vazão versus Pressão $\bar{p}a < 0,67249, f_{pa}^{exau}(\bar{p}a) = -0,3932\bar{p}a^3 - 0,6895\bar{p}a^2 + 2,1361\bar{p}a - 0,0051$	Vazão versus Tensão $\bar{u} < 0,08935, f_{ua}^{exau}(\bar{u}) = 0,2444\bar{u} + 0,0120$
$\bar{p}a \geq 0,67249, f_{pa}^{exau}(\bar{p}a) = 1$	$\bar{u} \geq 0,08935, f_{ua}^{exau}(\bar{u}) = 1,6492\bar{u}^3 - 4,3802\bar{u}^2 + 4,0206\bar{u} - 0,2916$
Câmara B enchendo	
Vazão versus Pressão $\bar{p}b < 0,39159, f_{pb}^{ench}(\bar{p}b) = 1$	Vazão versus Tensão $\bar{u} < 0,10317, f_{ub}^{ench}(\bar{u}) = 0,1780\bar{u} + 0,0065$
$\bar{p}b \geq 0,39159, f_{pb}^{ench}(\bar{p}b) = -2,1465\bar{p}b^3 + 1,3754\bar{p}b^2 - 0,2383\bar{p}b + 1,0113$	$\bar{u} \geq 0,10317, f_{ub}^{ench}(\bar{u}) = 3,5268\bar{u}^3 - 7,9868\bar{u}^2 + 6,0204\bar{u} - 0,5151$
Câmara B exaurindo	
Vazão versus Pressão $\bar{p}b < 0,68732, f_{pb}^{exau}(\bar{p}b) = -0,7387\bar{p}b^3 - 0,2520\bar{p}b^2 + 1,9867\bar{p}b - 0,0066$	Vazão versus Tensão $\bar{u} < 0,08797, f_{ub}^{exau}(\bar{u}) = 0,2185\bar{u} + 0,0137$
$\bar{p}b \geq 0,68732, f_{pb}^{exau}(\bar{p}b) = 1$	$\bar{u} \geq 0,08797, f_{ub}^{exau}(\bar{u}) = 1,7839\bar{u}^3 - 4,7169\bar{u}^2 + 4,2378\bar{u} - 0,3046$

O equacionamento do atrito no presente trabalho é baseado no modelo de atrito LuGre, proposto por [7], devido à sua capacidade de representar diversos efeitos que compõem o atrito, dentre eles o fenômeno de Stribeck, os efeitos de atrito de Coulomb, atrito viscoso e estático, além de características como a histerese, força de quebra variável e de deformações elásticas no movimento de pré-deslizamento. Este modelo foi desenvolvido baseado no estudo do atrito a nível microscópico, onde o contato ocorre por meio pequenos elementos modelados com comportamento elástico.

No equacionamento matemático do modelo LuGre, a força de atrito é composta por uma força proporcional à média das microdeformações dos elementos elásticos, uma parcela proporcional à taxa de variação temporal das deformações e por uma parcela relativa à força de atrito viscoso. Assim, como no presente caso, o sistema é rotacional, equaciona-se o torque de atrito resultante do modelo por meio de (10):

$$T_{\text{atr}} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 \omega, \quad (10)$$

onde  $T_{\text{atr}}$  é o torque de atrito no atuador,  $\sigma_0$  é o coeficiente de rigidez das deformações microscópicas entre as superfícies de contato do atuador,  $z$  é um estado não mensurável que representa as microdeformações médias dos elementos elásticos do atuador,  $\sigma_1$  é o coeficiente de amortecimento,  $\sigma_2$  é o coeficiente de amortecimento viscoso e  $\omega$  é a velocidade relativa do atuador.

A dinâmica das microdeformações médias  $z$  é definida por (12), onde o termo  $g_i(\dot{y}_i)$  é uma função que representa os efeitos do atrito seco e viscoso, além do fenômeno de Stribeck:

$$\frac{dz}{dt} = \omega - \frac{|\omega|\sigma_0}{g(\omega)}. \quad (11)$$

Conforme [7], o termo  $g_i(\dot{y}_i)$ , o qual descreve os efeitos de Stribeck, é positivo e depende basicamente das propriedades do material, lubrificação e temperatura. A Eq. (12) descreve o efeito de Stribeck:

$$g(\omega) = T_c + (T_s - T_c)e^{-(\omega/\omega_s)^2}, \quad (12)$$

onde  $T_c$  é o torque de atrito seco (ou de Coulomb),  $T_s$  é o torque de atrito estático e  $\omega_s$  é a velocidade de Stribeck. Com esta descrição, o modelo fica caracterizado por quatro parâmetros estáticos ( $\sigma_2, T_c, T_s$  e  $\omega_s$ ) e dois parâmetros dinâmicos ( $\sigma_0$  e  $\sigma_1$ ) para um determinado atuador. A partir de (10), verifica-se que a função que descreve as características de regime permanente do modelo (movimento com velocidade constante e  $\dot{z} = 0$ ) é definida no domínio  $0 < T_c \leq g(\omega) \leq T_s < \infty$ . Nesse caso, a força de atrito pode ser descrita por meio de (13):

$$T_{ss} = \text{sgn}(\omega) \left( T_c + (T_s - T_c)e^{-(\frac{\omega}{\omega_s})^2} \right) + \sigma_2 \omega, \quad (13)$$

onde  $T_{ss}$  é o torque de atrito em regime permanente (*steady state*).

Os autores em [27], realizaram um estudo para identificação dos parâmetros do atrito utilizando resultados de diversos testes experimentais. Como resultado, obteve-se os seguintes valores:  $\sigma_2 = 0,166$  Nms/rad,  $T_c = 0,032$  Nm,  $T_s = 0,449$  Nm e  $\omega_s = 0,988$  rad/s. Os valores de  $\sigma_0$  e  $\sigma_1$  foram obtidos a partir da combinação de resultados experimentais e procedimentos de simulação (realizados de acordo com os procedimentos descritos por [6]), obtendo-se os seguintes valores de  $\sigma_0 = 3,75 \cdot 10^3$  N/m e  $\sigma_1 = 61,22$  Ns/m.

A obtenção do modelo matemático do subsistema mecânico (representado no bloco “Sistema Mecânico”) segue em uma estratégia baseada no método de Euler-Lagrange, a qual é amplamente utilizada na bibliografia especializada em modelagem de sistemas robóticos (por exemplo, [4, 17, 19]).

Na Formulação Lagrangeana, o modelo matemático dinâmico é obtido utilizando o equacionamento da energia potencial e cinética de um sistema de coordenadas generalizadas. Esta estratégia considera que os elos que compõem a cadeia cinemática aberta são corpos rígidos, ou seja, os efeitos dos deslocamentos elásticos e folgas nos os elos são considerados suficientemente pequenos para serem desprezados, sendo que, em conjunto com a notação de Denavit-Hartenberg o referencial possui as vantagens de ser formulado sistematicamente.

No presente trabalho, a análise dinâmica do manipulador SCARA contempla as massas, centros de massa e momentos de inércia do braço robótico, objeto de estudo do trabalho, cuja representação simplificada é ilustrada por meio da Fig. 6.

Para o equacionamento do balanço energético do sistema apresentado na Fig. 6, são determinadas as velocidades lineares e centros de massa de cada elo em relação ao sistema inercial de referência ( $x, y$ ), conforme (14) - (17):

$$\dot{x}_1 = -r_1 \text{sen}(\theta_1) \dot{\theta}_1, \quad (14)$$

$$\dot{y}_1 = -r_1 \text{cos}(\theta_1) \dot{\theta}_1, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & -(l_1 \text{sen}(\theta_1) + r_2 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2)) \dot{\theta}_1 \\ & - r_2 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) \dot{\theta}_2, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 = & (l_1 \text{cos}(\theta_1) + r_2 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2)) \dot{\theta}_1 \\ & - r_2 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2) \dot{\theta}_2. \end{aligned} \quad (17)$$

onde  $l_1$  e  $l_2$  são os comprimentos dos elos 1 e 2, respectivamente (Fig.6).

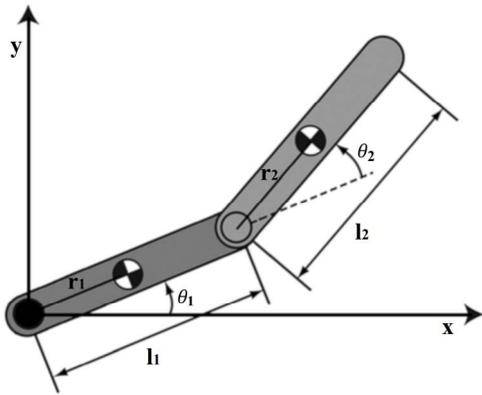


Fig. 6. Identificação dos parâmetros do manipulador.

De acordo com [42] a totalização da energia cinética  $T_{EC}$  de cada elo pode ser expressa em função do movimento angular somado aos termos de velocidade linear e angular, conforme (19), onde  $m_1$  e  $m_2$  são as massas dos elos do primeiro e segundo grau de liberdade, respectivamente, enquanto que  $I_1$  e  $I_2$  são momentos de inércia de massa com relação aos respectivos centros de massa:

$$\begin{aligned} T_{EC}(\theta, \dot{\theta}) = & \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 \\ & + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2. \end{aligned} \quad (18)$$

O balanço energético do sistema pode ser avaliado por intermédio do chamado Lagrangeano  $L$ , definido como a diferença entre a energia cinética  $T_{EC}$  do sistema e sua energia potencial  $U$ , conforme (19):

$$L(\theta, \dot{\theta}) = T(\theta, \dot{\theta}) - U(\theta). \quad (19)$$

A Equação de Lagrange permite expressar o movimento de um sistema mecânico relacionando seu Lagrangeano com as forças externas atuantes em cada elemento do sistema. O modelo matemático dinâmico no espaço das juntas derivado da aplicação da Formulação Lagrangeana pode ser expresso em

uma forma matricial em função dos ângulos das juntas, permitindo obter, após simplificações e derivações, a Equação Matricial Dinâmica do manipulador SCARA objeto de estudo deste trabalho, expressa por meio de (20):

$$\begin{bmatrix} A + 2B\text{cos}\theta_2 & C + B\text{cos}\theta_2 \\ C + B\text{cos}\theta_2 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B\text{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_2 & -B\text{sen}\theta_2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ B\text{sen}(\theta_2)\dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

onde  $A = I_1 + I_2 + m_1 r_1^2 + m_2 (l_1^2 + r_2^2)$ ,  $B = m_2 l_1 r_2$  e  $C = I_2 + m_2 r_2^2$ . Detalhes sobre a manipulação algébrica necessária para obtenção de (20), podem ser encontrados em [17, 19, 26]. Os valores dos parâmetros físicos para o equacionamento da dinâmica do manipulador SCARA foram obtidos a partir do projeto mecânico e por medições experimentais e estão apresentados na Tabela III.

TABELA III  
PARÂMETROS DO MANIPULADOR

Parâmetro	Grandeza
$I_1$	0,0924 kgm <sup>2</sup>
$I_2$	0,0676 kgm <sup>2</sup>
$r_1$	0,1349 m
$r_2$	0,1290 m
$l_1$	0,2498 m
$l_2$	0,2230 m
$m_1$	2,7545 kg
$m_2$	2,5158 kg

Para obtenção do modelo completo do atuador é necessário combinar o equacionamento dos dois atuadores com o do sistema mecânico de forma a compor um sistema único representativo do manipulador SCARA. Para obtenção desse modelo matemático completo do manipulador, foi elaborado um modelo de simulação no software Simulink®, cuja validação será apresentada na Seção IV a seguir.

#### IV. RESULTADOS E DISCUSSÃO

##### A. Aquisição de Dados para a Validação do Modelo

A validação do modelo proposto foi realizada por meio de testes em malha aberta utilizando o modelo completo do manipulador. Para tanto, foram realizados experimentos nos quais aplicou-se em malha aberta uma tensão tipo degrau unitário ( $u = 1$  Vcc) para que os dois graus de liberdade se deslocassem da posição de início do curso ( $\theta = 0$  rad) até o final do seu curso ( $\theta = 4,71$  rad), rotacionando no sentido horário. Após, aplicou-se uma tensão tipo passo unitário  $u = -1$  Vcc para que os dois graus de liberdade retornassem para a posição de início de curso ( $\theta = 0$  rad). As tensões de  $\pm 1$  V correspondem à abertura máxima da válvula em ambas as direções de deslocamento do fluido.

O primeiro experimento foi realizado de forma que, enquanto o primeiro grau de liberdade executava o movimento rotacional, o segundo permanecia fixo

mecanicamente na posição 0 rad, conforme ilustra a Fig. 7, na qual identifica-se também o sentido de movimentação do manipulador.

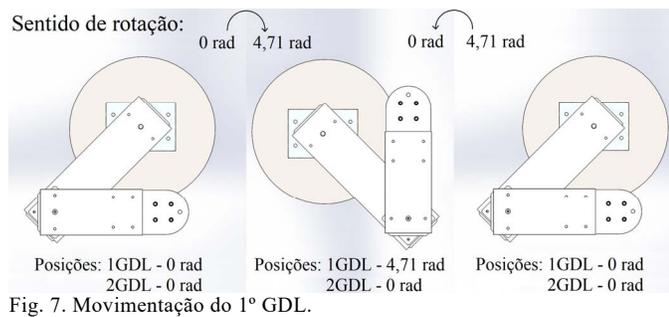


Fig. 7. Movimentação do 1º GDL.

Por outro lado, o segundo experimento foi realizado de forma alternativa, de forma que, enquanto o segundo grau de liberdade executava o movimento, o primeiro era mantido fixo mecanicamente na posição central do curso, em aproximadamente 2,35 rad, conforme ilustra a Fig. 8.

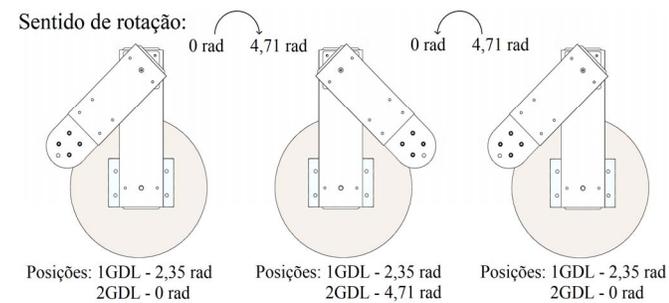


Fig. 8. Movimentação do 2º GDL.

A tensão de controle foi aplicada diretamente utilizando a bancada onde está instalado o manipulador. Portanto, as posições ao longo do tempo para os dois graus de liberdade rotacionais foram adquiridas por meio da placa *dSPACE*<sup>®</sup>. Esses dados adquiridos experimentalmente foram comparados com os resultados obtidos com a aplicação da mesma função passo unitário no modelo matemático do manipulador, descrito na Seção III do presente trabalho. Nas simulações, para reproduzir o efeito da fixação mecânica do 2º GDL na posição 0 rad e do 1º GDL na posição 2,35 rad, utilizou-se apropriadamente a função saturação do sinal de posição, impondo que seus valores fossem mantidos iguais aos da restrição desejada nas simulações.

### B. Validação do Modelo Matemático do Manipulador

Utilizando um modelo que representa adequadamente o comportamento dinâmico do robô, é possível realizar, por exemplo, simulações de apoio ao desenvolvimento de controladores. Após a realização dos experimentos, os resultados de posição ao longo do tempo obtidos experimentalmente a partir da medição feita por meio de sensores (encoders ópticos), foram comparados com os resultados de posição ao longo do tempo obtidos por intermédio do modelo matemático implantado no software Simulink<sup>®</sup>.

As figuras 9 e 10 apresentam, respectivamente, os gráficos que permitem comparar os resultados obtidos

experimentalmente e por simulação para o primeiro grau de liberdade no sentido de rotação horário e anti-horário:

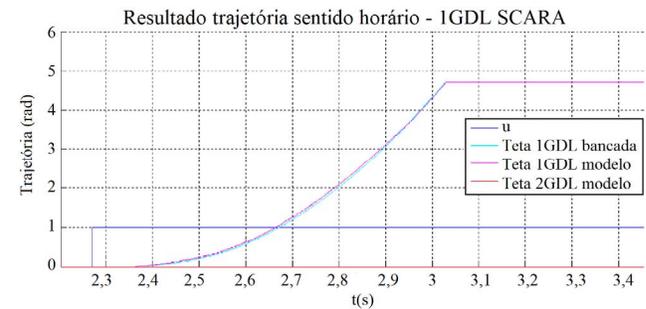


Fig. 9. Resultados obtidos no sentido horário do 1º GDL do modelo matemático completo do manipulador.

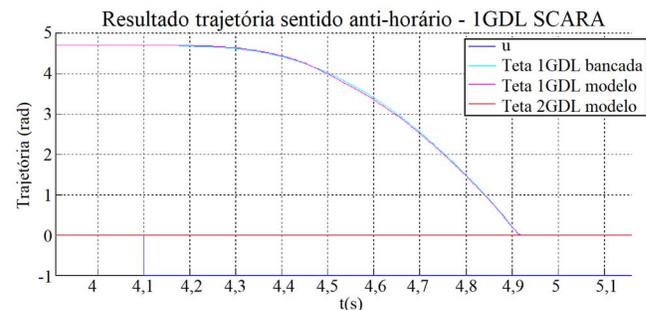


Fig. 10. Resultados obtidos no sentido anti-horário do 1º GDL do modelo matemático completo do manipulador.

Já, as figuras 11 e 12 apresentam os gráficos que permitem comparar os resultados obtidos experimentalmente e por simulação para o segundo grau de liberdade, nos dois sentidos de rotação, desde a posição de início do curso ( $\theta=0$  rad) até o seu final ( $\theta = 4,71$  rad), rotacionando no sentido horário e, após, rotacionando no sentido anti-horário, retornando para a posição de início de curso ( $\theta = 0$  rad):

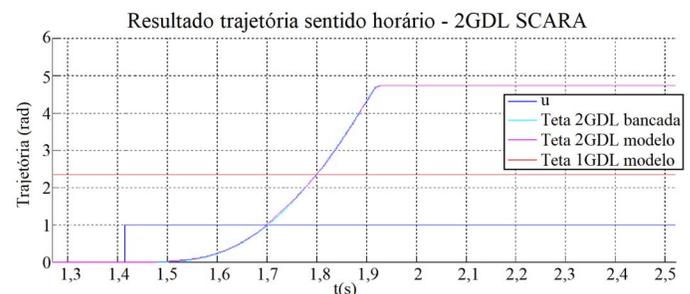


Fig. 11. Resultados obtidos no sentido horário do 2º GDL do modelo matemático completo do manipulador.

Diante dos resultados apresentados, tanto por meio de simulações como pelos experimentos, ilustrados pelas figuras 9 a 12, é possível concluir que o modelo desenvolvido se mostra viável para aplicações de simulação visando-se à síntese e apoio à análise de controladores em malha fechada para o referido sistema.

### C. Contribuições

A principal contribuição do presente trabalho consiste no desenvolvimento de um modelo matemático preciso de um

manipulador SCARA com acionamento pneumático contemplando suas principais características dinâmicas não-lineares, incluindo o atrito.

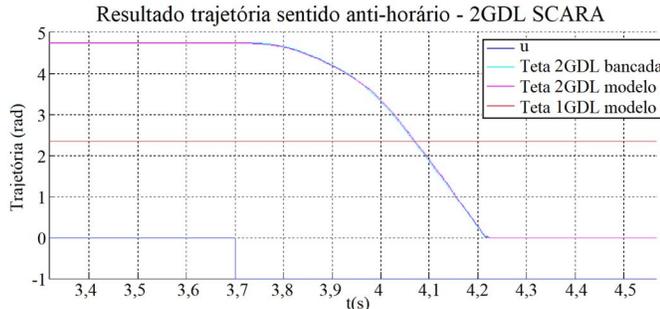


Fig. 12. Resultados obtidos no sentido anti-horário do 2º GDL do modelo matemático completo do manipulador.

Esse modelo, além de poder ser utilizado no apoio ao desenvolvimento do sistema mecânico, incluindo a especificação dos atuadores, pode também ser aplicado no apoio ao desenvolvimento e síntese de controladores lineares e não-lineares para robôs pneumáticos.

O modelo proposto foi validado em um protótipo experimental construído para este fim.

## V. CONCLUSÃO

O presente artigo apresenta o desenvolvimento de um modelo completo de um manipulador SCARA composto por dois servoposicionadores pneumáticos rotacionais, no qual foram fornecidos os valores dos parâmetros medidos e identificados em uma bancada experimental que, juntamente com as equações apresentadas ao longo do artigo, permitem a completa implementação computacional do modelo.

Por conta da importância das não-linearidades intrínsecas aos sistemas pneumáticos, a modelagem precisa de um robô com acionamento pneumático engloba dificuldades adicionais que não são encontradas, por exemplo, na modelagem de robôs elétricos. Assim, a estratégia proposta, apresentada na Fig. 4, de interpretar o sistema robótico como um subsistema mecânico acionado por atuadores pneumáticos modelados separadamente, mostrou-se apropriada para a presente aplicação, pois permitiu apresentações e discussões separadas das diversas etapas da modelagem, ao mesmo tempo em que viabilizou a obtenção de um equacionamento acoplado. Conforme mostraram os resultados obtidos por simulação quando comparados aos resultados experimentais, este equacionamento representa adequadamente o comportamento dinâmico do sistema real. Ainda, a partir dos mesmos resultados, é possível concluir que as forças de atrito, que são decorrentes da complexa interação entre os materiais nas vedações dos atuadores pneumáticos rotativos, também foram adequadamente equacionadas por meio do modelo LuGre para o atrito, de forma que, mesmo para baixas velocidades, onde os modelos tradicionais geralmente têm desempenho comprometido, os resultados apresentaram curvas com comportamento considerado adequado.

Também tomando como base os resultados obtidos, é possível concluir ainda que o modelo desenvolvido pode ser utilizado em simulação para análise prévia de desempenho de

controladores e na síntese de controladores baseados em modelos. Além disso, analisando a estrutura da Fig. 4, é possível verificar que a estratégia de modelagem proposta é escalonável, podendo ser facilmente expandida para aplicação na modelagem de robôs seriais de número maior de graus de liberdade.

Trabalhos futuros envolverão a aplicação em malha fechada, tanto para simulação, visando a avaliar desempenho (prévio) de controladores, quanto para a síntese de controladores não-lineares baseados em modelo.

## REFERÊNCIAS

- [1] A. Bollmann and R. Guenther, "Posicionadores Hidráulicos e Pneumáticos: Características e Técnicas de Controle", Anais do 5º Seminário Nacional de Hidráulica e Pneumática, SENAI/CTAI. Florianópolis, 1997.
- [2] A. C. Valdiero, "Controle de Robôs Hidráulicos com Compensação de Atrito", Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2005.
- [3] A. R. Cukla, "Arquitetura Microcontrolada Programável Aplicada ao Controle de um Servoposicionador Pneumático", Dissertação de Mestrado. Universidade federal do Rio Grande do Sul, 2012.
- [4] B. Siciliano, L. Sciacivco, L. Villani, et al. "Robotics Modelling, Planning and Control", Springer Science & Business Media, 2010.
- [5] B. W. McDonell, "Modeling, Identification, and Control of a Pneumatically Actuated Robotic Manipulator", PhD Thesis. University of California, Irvine, 1996.
- [6] C. A. C. Sarmanho, "Desenvolvimento de um Robô Pneumático de 5 Graus de Liberdade com Controlador Não Linear com Compensação de Atrito", Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.
- [7] C. Canudas de Wit et al., "A New Model for Control Systems with Friction", IEEE Trans. on Automatic Control, vol. 40, p.419-425, 1995.
- [8] D. Saravanakumar, et al., "A review on recent research trends in servo pneumatic positioning systems", Precision Engineering, vol. 49, p. 481-492, 2017.
- [9] E. A. Perondi, "Controle Não-Linear em Cascata de um Servoposicionador Pneumático com Compensação do Atrito", Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC, 2002.
- [10] E. A. Perondi e R. Guenther, "Controle de um Servoposicionador Pneumático por Modos Deslizantes", In: Congresso Nacional de Eng. Mecânica, 2000.
- [11] E. A. Perondi et al., "Feedback Linearization Control Applied to a Pneumatic Actuator System", XVIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2010), Bonito, MS, 2010.
- [12] E. J. Barth et al., "Control design for relative stability in a PWM-controlled pneumatic system", Transactions-American Society of Mechanical Engineers Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 125(3), 504-508, 2003.
- [13] E. J. Barth et al., "Sliding mode approach to PWM-controlled pneumatic systems", American Control Conference, 2002, Proceedings of the 2002, vol. 3. IEEE, 2002.
- [14] E. R. De Pieri, et al., "Cascade controlled pneumatic positioning system with LuGre model based friction compensation", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Brasil, vol. 28, n.1, p. 48-57, 2006.
- [15] F. Abry et al., "Non-linear position control of a pneumatic actuator with closed loop stiffness, and damping tuning", Proceedings of the European Control Conference, Zurich, Switzerland, pp. 1089-1094, 2013.
- [16] Festo Corporation. Festo Catálogo Eletrônico 2015. Versão Worldwide 9.08, disponível em: <www.festo.com > acesso em: ab. 2016.
- [17] H. H. Asada, "Introduction to Robotics", Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [18] J. E. Bobrow and B. W. M. McDonell, "Modeling, identification, and control of a pneumatically actuated, force controllable robot", IEEE transactions on Robotics and Automation, vol. 14, p. 732-742, 1998.

- [19] J. J. Craig, "Introduction to robotics: mechanics and control", Upper Saddle River: Pearson Prentice Hall, 2005.
- [20] K. Hoshino and I. Kawabuchi, "Mechanism of humanoid robot arm with 7 DOFs having pneumatic actuators", IEICE transactions on fundamentals of electronics, Communications and Computer Sciences, vol.89, p.3290-3297, 2006.
- [21] L. Endler, "Uma solução para economia de ar comprimido em sistemas de controle de posição pneumáticos", Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2014.
- [22] M. Frasson, "Projeto de um Robô Cartesiano com Acionamento Pneumático", Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007.
- [23] M. G. Q. Rijo, "Desenvolvimento da Base e Controle do Grau de Liberdade Rotacional de um Robô Cilíndrico com Acionamento Pneumático", Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2013.
- [24] M. R. Sobczyk, "Controle em cascata e a estrutura variável com adaptação de parâmetros e compensação de atrito de um servoposicionador pneumático", Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.
- [25] M. R. Sobczyk et al., "Friction Compensating Feedback Linearization Control Applied to a Pneumatic Servo System", Applied Mechanics and Materials, vol. 536, p. 219-224, 2014.
- [26] M. S. Schlüter, "Controle não linear adaptativo com compensação de atrito de um manipulador SCARA com acionamento pneumático", Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2018.
- [27] M. S. Schlüter and E. A. Perondi, "Mathematical modeling of pneumatic semi-rotary actuator with friction", Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, vol. 40, n. 11, p. 523, 2018.
- [28] N. Gulati and E. J. Barth, "Non-linear pressure observer design for pneumatic actuators", In Proceedings, 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. IEEE, p. 783-788, 2005.
- [29] P. Beater, "Pneumatic drives", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
- [30] R. Jain, "The art of computer systems performance analysis: techniques for experimental design, measurement, simulation, and modeling", John Wiley & Sons, 1990.
- [31] R. M. Suzuki, "Controle baseado em linearização por realimentação dos estados aplicado a um servoposicionador pneumático" Dissertação de Mestrado. Universidade federal do Rio Grande do Sul, 2010.
- [32] R. S. Allgayer, "Desenvolvimento de um Manipulador Robótico Cilíndrico Acionado Pneumaticamente", Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.
- [33] R. W. Fox and A. T. McDonald, "Introdução à Mecânica dos Fluidos", LTC, Rio de Janeiro, 2001.
- [34] V. F. Romano, "Robótica industrial: aplicação na indústria de manufatura e de processos", São Paulo: E. Blücher, 2002.
- [35] V. Vigolo, "Estudo teórico-experimental para auxílio no dimensionamento de sistemas de atuação pneumáticos", Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.
- [36] X. Wang and G. Peng, "Modeling and control for pneumatic manipulator based on dynamic neural network", Systems, Man and Cybernetics, IEEE International Conference, vol.3, p. 2231-2236, 2003.
- [37] X. Wang et al., "Finite-time composite position control for a disturbed pneumatic servo system", Mathematical Problems in Engineering, 2016.
- [38] Y. Xia, "Continuous Sliding Mode Control of a Cartesian Pneumatic Robot" Master thesis, Department of Mechanical Engineering, Queen's University, Canada, 2001.
- [39] K. Watanabe et al., "Mechanical Compliance Control System for a Pneumatic Robot Arm", Society of Instrument and Control Engineers Annual Conference, p.2789-2794, 2008.
- [40] E. Todorov et al, "Identification and control of a pneumatic robot", 3rd IEEE RAS and EMBS International Conference on, pp. 373-380, 2010.
- [41] R. Schmitt and M. R. S. Sobrinho, "Nonlinear Dynamic Modeling of a Pneumatic Process Control Valve", IEEE Latin America Transactions, v. 16, n. 4, p. 1070-1075, 2018.
- [42] R. Murray, et al., "A mathematical introduction to robotic manipulation", CRC press, 1994.
- [43] J. Viola and L. Angel, "Tracking control for robotic manipulators using fractional order controllers with computed torque control", IEEE Latin America Transactions, v. 16, n. 7, p. 1884-1891, 2018.
- [44] T. Costa et al, "Robust H $\infty$  Computed torque Control for Manipulators", IEEE Latin America Transactions, v. 16, n. 2, p. 398-407, 2018.
- [45] F. G. Rossomando et al, "Adaptive neural sliding mode control in discrete time for a SCARA robot arm", IEEE Latin America Transactions, v. 14, n. 6, p. 2556-2564, 2016.



**Melissa dos Santos Schlüter** possui graduação em Engenharia Eletrônica pelo Centro Universitário Feevale (2006), Mestrado em Mestre em Economia com ênfase em Controladoria pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS (2010) e Doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2018).

Possui experiência em desenvolvimento de projetos de automação industrial, em desenvolvimento de controlador não linear e possui mais de dez anos de experiência docente.



**Eduardo André Perondi** é professor associado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS - Brasil), e um pesquisador do LAMECC - Laboratório de Mecatrônica e Controle na mesma universidade. Obteve no ano de 2002 o grau de Doutor em Engenharia Mecânica na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC - Brasil). Sua pesquisa e atividade acadêmica incluem modelagem, análise e simulação de sistemas físicos e projeto de controladores de sistemas mecânicos.