

Constrained Model-based Control for Robust Operation of a Solid Oxide Fuel Cell

Silvina I. Biagiola , Christian A. Schmidt , and José L. Figueroa , *Senior Member, IEEE*

Abstract—Over the years, the Solid Oxide Fuel Cell (SOFC) has grown in popularity due to its high efficiency and fuel flexibility, low maintenance requirements and environmentally friendly features. Its durability and performance can be substantially enhanced through the implementation of optimal control strategies. However, controlling the SOFC is challenging due to its nonlinear behavior and the need to manage its operational constraints simultaneously. To come up with an effective control algorithm for a SOFC, it is necessary to understand its dynamic behavior. In this work, a Wiener model is developed for control purpose. This mathematical representation enables the use of an identification algorithm to estimate unknown parameters. Furthermore, the control-oriented model uncertainty is characterized and incorporated as bounds on the model parameters. The resulting model is integrated into a Model Predictive Control (MPC) framework, designed for both regulation and optimization objectives. This control scheme ensures robust constraint satisfaction for the whole set of characterized uncertain models. The simulation results show the benefits of the proposed model-based controller both for SOFC operation and performance enhancement.

Link to graphical and video abstracts, and to code: <https://latam.ieceer9.org/index.php/transactions/article/view/10280>

Index Terms—Control, Fuel Cell, Identification, Model, MPC, Optimization.

I. INTRODUCCIÓN

LA tendencia actual hacia una adopción masiva de fuentes de energía renovable, motivada por la necesidad de reducir la huella de carbono, ha reavivado el interés en las celdas de combustible. Estas son una alternativa eficiente y viable tanto para satisfacer la creciente demanda de electricidad en la red como para su uso como fuente energética en vehículos eléctricos [1], [2]. Las celdas de combustible generan energía eléctrica mediante una reacción química entre un combustible y un oxidante (por ejemplo, hidrógeno y oxígeno) a medida que atraviesan un material específico.

La clasificación de las celdas de combustible se basa principalmente en la clase de electrolito utilizado, lo cual determina las reacciones electroquímicas involucradas, los catalizadores necesarios, el rango de operación térmica, el tipo de combustible requerido, entre otros factores. Estas propiedades impactan

directamente en cuáles son las aplicaciones más convenientes de cada clase de celda. Actualmente, existen varios tipos de celdas, cada una de ellas con ventajas, limitaciones y adecuada para campos de aplicación específicos [3], [4].

Las celdas de combustible de óxido sólido (SOFC, por sus siglas en inglés) sobresalen por su alta eficiencia, bajas emisiones contaminantes y la capacidad para aprovechar el calor residual. Además, ofrecen flexibilidad en cuanto al tipo de combustible utilizado, lo que amplía su rango de aplicación. No obstante, la tensión y la corriente (y, en consecuencia, la potencia) generadas por las SOFC son altamente sensibles a diversos factores que afectan la reacción electroquímica, como los caudales de hidrógeno y oxígeno, así como la estructura y composición de la celda.

Esta sensibilidad da lugar a múltiples regímenes de operación, lo que ha motivado una amplia variedad de estudios experimentales y de modelado, enfocados en mejorar el rendimiento, identificar limitaciones y aumentar la eficiencia, con miras a desarrollar dispositivos comercialmente atractivos [4], [5]. El modelado de SOFCs presenta múltiples desafíos debido a su naturaleza multiescala, las interacciones físicas involucradas y el comportamiento no lineal del sistema. Entre los principales retos se encuentran la incertidumbre asociada a la cinética de las reacciones electroquímicas, las propiedades de los materiales y la dificultad para capturar múltiples fenómenos en un modelo único [4], [5].

Diversos materiales, configuraciones y tecnologías de fabricación han sido propuestos para reducir costos y mejorar la estabilidad [3], [6], [7]. Sin embargo, la optimización del rendimiento de las SOFC también requiere el diseño de una arquitectura de control adecuada. En este sentido, es fundamental implementar una estrategia de control capaz de maximizar la potencia generada y mantener el sistema operando en las condiciones deseadas.

En un trabajo reciente, Yang *et al.* [8] presentan una amplia revisión sobre estrategias de control para las celdas SOFC, agrupándolas en ocho categorías. Destacan del control predictivo la buena precisión de control y la posibilidad de mejorar la velocidad de respuesta. Sin embargo, mencionan el impacto de las no linealidades severas en la carga computacional. En cuanto al control robusto, concluyen que puede superar eficazmente diversos tipos de incertidumbre de las SOFC, por ejemplo, parámetros inciertos o dinámicas no modeladas, con la limitación inherente de un exceso de conservadurismo que restringe la optimalidad del control.

En particular, en [9], se evaluaron diversas estrategias de control mediante un análisis de controlabilidad. Se validó un

The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Adriana Tellez (*Corresponding author: Jose Luis Figueroa*).

S. I. Biagiola, C. A. Schmidt, and José Luis Figueroa are with the Instituto de Investigaciones en Ingeniería Eléctrica, San Andrés 900, 8000 Bahía Blanca, Argentina (e-mails: biagiola@uns.edu.ar, cschmidt@uns.edu.ar, and figueroa@uns.edu.ar).

enfoque que regula los flujos de combustible y aire para mantener constante la utilización del combustible y la temperatura de operación. La potencia de salida pudo ser regulada a través de la densidad de corriente. Estrategias de control similares fueron reportadas en [10], [11], [12]. Como se ha mencionado, durante la operación de las SOFC deben respetarse ciertas restricciones, tanto por requerimientos de seguridad como por consideraciones ambientales. A menudo, estas restricciones solo se pueden garantizar si se incluyen explícitamente en el diseño del controlador, especialmente en sistemas no lineales.

El control predictivo no lineal (NMPC), una extensión al predictivo lineal (MPC), se presenta como una solución adecuada en este contexto. Este enfoque de control fue implementado en [13], donde se propuso un modelo Hammerstein difuso para la SOFC. Sin embargo, dicho enfoque requiere una gran cantidad de datos experimentales para estimar con precisión los parámetros, tanto los asociados a la dinámica lineal, como los involucrados en el bloque no lineal. Otro enfoque de NMPC, en este caso bajo la estructura de un modelo tipo Wiener fue presentado en [14], [15]. En estos casos se utilizan modelos Wiener clásicos, con no linealidad tipo polinomial, lo que no permite explotar todas las potenciales ventajas que esta estructura posee.

En este trabajo se propone un enfoque que combina los beneficios del control predictivo y el robusto, seleccionando una estructura Wiener para el modelo, conveniente para reducir el esfuerzo de cálculo y el conservadurismo en el control. Para ello, se desarrolla un modelo simplificado del proceso electroquímico de la SOFC, con el objetivo de capturar adecuadamente el comportamiento entrada-salida de la dinámica del sistema. La estructura del modelo propuesto, es tipo Wiener, pero en este caso se explota el conocimiento de los modelos de primeros principios que se encuentran en la literatura. El propósito del modelo propuesto es que posea las características apropiadas que faciliten alcanzar un desempeño apropiado del controlador, tanto en regulación como en optimización. En consecuencia, se desarrolla un algoritmo de control, dedicado para la SOFC, que utiliza un modelo orientado a este objetivo.

El resto del artículo se organiza de la siguiente manera: en la Sección II se describe un modelo basado en primeros principios reportado en la literatura y luego se propone una versión modificada, que consiste en una representación entrada-salida del sistema. En la Sección III se aborda el proceso de identificación de los parámetros del modelo propuesto sobre la base de datos de entrada y de salida del proceso y se caracteriza la incertidumbre. El criterio utilizado asegura que el conjunto completo de datos permanezca dentro de las bandas especificadas por esta incertidumbre. La Sección IV se centra en el diseño del esquema de control predictivo basado en modelo (MPC), donde se plantean tres posibles modos de operación: regulación del voltaje de salida de la celda, maximización de la potencia entregada y maximización del voltaje. Además, se requiere la satisfacción robusta de las restricciones operativas. Finalmente, la Sección V presenta las conclusiones del trabajo.

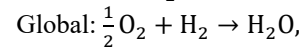
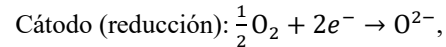
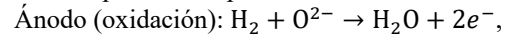
II. MODELO DE LA SOFC

A. Modelo Basado en Primeros Principios

Las celdas de combustible se consideran una fuente de energía renovable interesante y prometedora. Proporcionan energía eléctrica como resultado de una reacción electroquímica obtenida al combinar un combustible (hidrógeno) con un oxidante (oxígeno). La SOFC consiste en dos electrodos cerámicos porosos separados por un electrolito cerámico denso. De esta manera, la SOFC produce electricidad mediante una reacción electroquímica a través del electrolito sólido.

Debido a la oxidación del hidrógeno y la reducción del oxígeno, se genera una caída de voltaje entre los electrodos. El electrolito actúa como un medio de transporte, separando físicamente los dos electrodos, pero habilitando el intercambio de masa y carga iónica. De este modo, los electrones generados en el ánodo se desplazan a través de una carga externa hacia el cátodo, completando así el circuito.

Estas reacciones químicas se pueden describir como:



cada celda genera un voltaje de 1 V, por lo cual se las conecta en serie para formar una pila de mayor potencial.

El comportamiento dinámico reportado en [16] y replicado en otros artículos, consta de las siguientes ecuaciones:

$$\dot{p}_{\text{H}_2} = \frac{1}{\tau_{\text{H}_2}} \left(-p_{\text{H}_2} + \frac{1}{K_{\text{H}_2}} (q_{\text{H}_2}^{\text{in}} - 2K_r I) \right), \quad (1)$$

$$\dot{p}_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{1}{\tau_{\text{H}_2\text{O}}} \left(-p_{\text{H}_2\text{O}} + \frac{2K_r}{K_{\text{H}_2\text{O}}} I \right), \quad (2)$$

$$\dot{p}_{\text{O}_2} = \frac{1}{\tau_{\text{O}_2}} \left(-p_{\text{O}_2} + \frac{1}{K_{\text{O}_2}} \left(\frac{1}{\tau_{\text{H}_2\text{O}}} q_{\text{H}_2}^{\text{in}} - K_r I \right) \right), \quad (3)$$

donde el estado interno del proceso es determinado por las presiones parciales del hidrógeno, agua y oxígeno, denotadas como p_{H_2} , $p_{\text{H}_2\text{O}}$ y p_{O_2} , respectivamente. Las variables $q_{\text{H}_2}^{\text{in}}$ e I describen el caudal de hidrógeno y la corriente suministrada por la celda, respectivamente. La Tabla I contiene las principales variables y parámetros involucrados en este modelo.

Si en lugar de hidrógeno se utilizara gas natural como combustible, se deberá incorporar una descripción para la dinámica del combustible que responde a la siguiente expresión [17]:

$$\dot{q}_{\text{H}_2}^{\text{in}} = \frac{1}{\tau_f} (-q_{\text{H}_2}^{\text{in}} + q_f), \quad (4)$$

donde q_f es el caudal de entrada del combustible.

El voltaje de la pila (U), es voltaje total producido por el conjunto de celdas:

$$U = N \left[E^0 + \frac{RT}{2F} \left(\ln \left(\frac{p_{\text{H}_2} p_{\text{O}_2}^{0.5}}{p_{\text{H}_2\text{O}}} \right) \right) \right] - \eta, \quad (5)$$

donde $\eta = \eta_{\text{act}} + \eta_{\text{conc}} + \eta_{\text{ohm}}$ representa las múltiples fuentes de pérdidas [16]. Estas son las pérdidas por activación ($\eta_{\text{act}} = \alpha + \beta \log I$), por concentración ($\eta_{\text{conc}} = RT/2F \ln(1 - I/I_L)$) y óhmicas ($\eta_{\text{ohm}} = R_{\text{ohm}} I$).

TABLA I
NOMENCLATURA Y PARÁMETROS DEL MODELO [17]

Variable/ Parámetro	Descripción	Valor	Unidad
E^0	Potencial reversible estándar de la celda	1	V
F	Constante de Faraday	96485	Cmol ⁻¹
I	Corriente de la celda de combustible		A
I_L	Corriente limitante	800	A
K_r	Constante	0.996×10^{-3}	mol (s A) ⁻¹
K_{H_2}	Constante molar de la válvula para H ₂	8.32×10^{-6}	mol (s Pa) ⁻¹
K_{H_2O}	Constante molar de la válvula para H ₂ O	2.77×10^{-6}	mol (s Pa) ⁻¹
K_{O_2}	Constante molar de la válvula para O ₂	2.49×10^{-5}	mol (s Pa) ⁻¹
N	Número of celdas en la pila	384	
$q_{H_2}^{in}$	Caudal de entrada de hidrógeno		mol s ⁻¹
$q_{H_2}^{out}$	Caudal de salida de hidrógeno		mol s ⁻¹
q_f	Caudal de entrada de combustible		mol s ⁻¹
r_{H-O}	Relación de hidrógeno a oxígeno	1.145	
R	Constante universal del gas	8.314	J (mol K) ⁻¹
T	Temperatura de la celda	1273	K
R_{ohm}	Resistencia óhmica	0.126	Ω
U	Voltaje		V
τ_{H_2}	Constante de tiempo (caudal de H ₂)	2.91	s
τ_{H_2O}	Constante de tiempo (caudal de agua)	26.1	s
τ_{O_2}	Constante de tiempo (caudal de oxígeno)	78.3	s
τ_f	Constante de tiempo (procesador de combustible)	5	s
β	Coefficiente de transferencia de electrones	0.11	
θ	Pendiente de Tafel	0.05	

Para garantizar que la SOFC permanezca en una región operativa factible, se introduce el concepto de *utilización de combustible*, como la relación entre el caudal de combustible que produce la reacción y el que es inyectado en la celda [16]. En [18] se presenta una expresión para este factor como:

$$u_f = \frac{2K_r I}{q_{H_2}^{in}}, \quad (6)$$

y, para asegurar la operación segura de la SOFC, este factor es restringido por límites inferiores y superiores

$$u_{fmin} < u_f < u_{fmax}, \quad (7)$$

donde el límite superior, u_{fmax} , es una medida del combustible usado en exceso. Si se excede este límite la celda puede sufrir de suministro deficitario de combustible y ser permanentemente dañada. En el otro extremo, la cota inferior implica combustible en exceso, y en este caso el voltaje puede crecer muy rápidamente. Es importante notar que estos límites se refieren a la situación en la cual el sistema está en estado estacionario, en la transición dinámica estos límites pueden perder significado [16].

B. Modelo Modificado

La identificación de los parámetros del modelo de la Sección II.A, en la que se utilizan datos de entrada y salida, implica la solución de un problema de optimización no lineal, lo cual tiene asociado un alto costo computacional. Para aliviar esto, en este trabajo se desarrolla un modelo no lineal simplificado para la dinámica de la SOFC, modificando el modelo original (1)-(5) desde dos perspectivas:

i) Las ecuaciones de estado se reescriben enfatizando su estructura lineal, y reagrupando sus parámetros para evitar cálculos innecesarios en el proceso de identificación. Es importante notar que esto no implica ninguna simplificación en la ecuación de estado original:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{H_2}^{in} \\ \dot{p}_{H_2} \\ \dot{p}_{H_2O} \\ \dot{p}_{O_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_5 & -\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta_3 & 0 \\ \theta_8 & 0 & 0 & -\theta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{H_2}^{in} \\ p_{H_2} \\ p_{H_2O} \\ p_{O_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & -\theta_6 \\ 0 & \theta_7 \\ 0 & -\theta_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_f \\ I \end{bmatrix}, \quad (8)$$

donde $\theta_1 = \frac{1}{\tau_f}$, $\theta_2 = \frac{1}{\tau_{H_2}}$, $\theta_3 = \frac{1}{\tau_{H_2O}}$, $\theta_4 = \frac{1}{\tau_{O_2}}$, $\theta_5 = \frac{1}{\tau_{H_2} K_{H_2}}$, $\theta_6 = \frac{2K_r}{\tau_{H_2} K_{H_2}}$, $\theta_7 = \frac{2K_r}{K_{H_2O} \tau_{H_2O}}$, $\theta_8 = \frac{1}{K_{O_2} \tau_{O_2} \tau_{H-O}}$ and $\theta_9 = \frac{K_r}{K_{O_2} \tau_{O_2}}$.

ii) La ecuación no lineal de salida se simplifica, reduciendo los términos de pérdidas en una única expresión afin, y parametrizando el voltaje de la pila como

$$U_{model} = \left[1 \quad \ln \left(\frac{p_{H_2} p_{O_2}^{0.5}}{p_{H_2O}} \right) \quad -I \right] \begin{bmatrix} \theta_{10} \\ \theta_{11} \\ \theta_{12} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

donde el regresor contiene la no linealidad, y la salida depende linealmente de los parámetros del modelo (θ_{10} , θ_{11} y θ_{12}).

Las ecuaciones (8)-(9) conforman el modelo Wiener construido a partir del modelo original basado en primeros principios. Una estructura Wiener es un modelo orientado a bloques que consiste en una dinámica lineal conectada en serie con una no linealidad estacionaria. Estos modelos son particularmente útiles para modelar sistemas no lineales de manera precisa y eficiente, y tienen variados campos de aplicación, en particular para representar la dinámica de la SOFC [14], [15], [19], [20]. La principal ventaja del modelo propuesto respecto de los modelos Wiener tradicionales, es el uso del conocimiento previo de la no linealidad y la flexibilidad que permite ajustar los parámetros a los datos obtenidos para cada aplicación.

Una vez establecida la estructura del modelo, es necesario formular un método de identificación apropiado.

III. UN ENFOQUE ROBUSTO PARA LA IDENTIFICACIÓN

Antes de proceder con la identificación, es necesario reconocer las entradas y salidas del modelo. El modelo Wiener (8)-(9) tiene dos entradas (la intensidad de corriente, I , y el caudal de combustible, q_f) y una salida (el voltaje de la pila, U). Los valores nominales para las entradas son $I = 350$ [A] y $q_f = 0.8 \times 10^{-3}$ [kmol/s]. Cabe destacar que q_f será una variable manipulada, mientras que I será una variable manipulada o una perturbación, dependiendo del modo de operación que se especifique.

Como primer paso del proceso de identificación se obtuvieron 5000 muestras (a una tasa de dos muestras por segundo) de datos entrada-salida por simulación del sistema (1)-(5). Las señales de excitación consistieron en trenes de pulsos aleatorios con amplitudes uniformemente distribuidas a las entradas I y q_f (con límites de ± 35 A y ± 0.1 kmol/s, respectivamente). Estos cambios en la entrada, no son aplicados simultáneamente (es decir, I y q_f cambian alternadamente) y cada entrada se mantiene constante por 200 muestras antes de que se produzca el próximo cambio. Antes de aplicar los cambios se verifica que se satisface la restricción (7), con $u_{fmax} = 1$, para asegurar que

la SOFC permanece en condición operativa. Las señales de entrada generadas se muestran en la Fig. 1.

Provisto el conjunto de datos $u(k) = [q_f(k) \ I(k)]$ e $y(k) = U(k)$, con $u(k)$ e $y(k)$ las entradas y salidas, respectivamente, se realiza la identificación de los parámetros del modelo sobre la base un criterio de mínimos cuadrados (LS) clásico. La función costo se formula como:

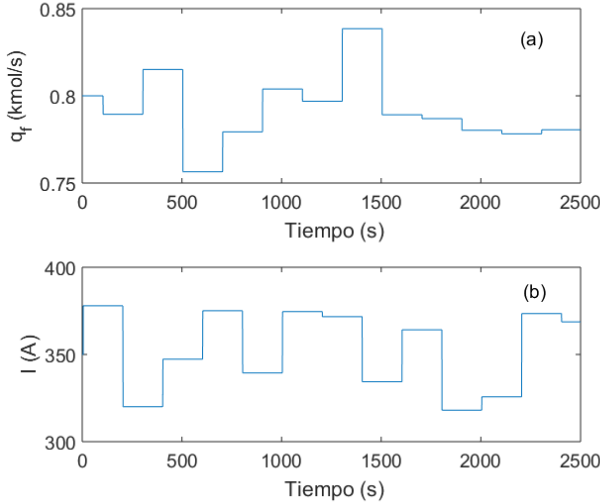


Fig. 1. Entradas usadas para generar los datos necesarios para la identificación: (a) caudal de combustible (kmol/s); (b) intensidad de corriente (A).

$$J(\theta) = \sum_{i=1}^{n_t} (U(k) - U_{model}(k, \theta))^T \times (U(k) - U_{model}(k, \theta)), \quad (10)$$

donde $U_{model}(k, \theta)$ es la salida simulada del modelo (8-9) para un conjunto dado de parámetros θ . Debemos notar que la elección de esta función costo cuadrática asegura buenas propiedades de convergencia. En lo sucesivo el símbolo $\hat{\theta}$ denota los parámetros que minimizan esta función objetivo.

Para resolver este problema de optimización no convexa se utilizará un procedimiento de dos pasos. Primeramente, se ejecuta un algoritmo genético (GA) usando un número de generaciones suficientemente grande para evitar la convergencia a mínimos locales y lograr el acercamiento al óptimo global. En un segundo paso, se utiliza un algoritmo de mínimos cuadrados no lineal (la función *lsqnonlin* de MATLAB®) para refinar esta búsqueda.

En este punto es importante notar que el modelo desarrollado en (8-9) permite la caracterización de la incertidumbre paramétrica [20]. Asumiendo que la incertidumbre se acumula en la ecuación de salida, es posible continuar con el siguiente procedimiento.

Se considera la ecuación de salida del modelo

$$U_{model}(k, \hat{\theta}_o) = \lambda(k) \hat{\theta}_o, \quad (11)$$

donde

$$\lambda(k) = \left[1 \quad \ln \left(\frac{p_{H_2}(k) p_{O_2}^{0.5}(k)}{p_{H_2O}(k)} \right) \quad -I(k) \right],$$

y

$$\hat{\theta}_o = [\hat{\theta}_{10} \quad \hat{\theta}_{11} \quad \hat{\theta}_{12}]^T,$$

y se define al conjunto de parámetros como

$$\Theta_o = \left\{ \theta_o : \theta_o = \hat{\theta}_o + \Delta\theta_o; \begin{array}{l} -\Delta\theta_o^L \leq \Delta\theta_o \leq \Delta\theta_o^U; \\ \Delta\theta_o^L, \Delta\theta_o^U \geq 0 \end{array} \right\}. \quad (12)$$

El conjunto de voltajes que la pila generará con estos parámetros se representa con la siguiente expresión:

$$\mathcal{U} = \{ \hat{U} : \hat{U} = \lambda(k) \theta_o; \theta_o \in \Theta_o \}. \quad (13)$$

Para caracterizar la incertidumbre, se deben calcular los límites de los parámetros ($\Delta\theta_o^L$ y $\Delta\theta_o^U$) de forma tal que, para todo instante de tiempo, k , y para toda entrada, $u(k)$, la salida del sistema verifique $U(k) \in \mathcal{U}$. Esto se representa como:

$$\min_{\Delta\theta_o^L, \Delta\theta_o^U} \|\Delta\theta_o^U + \Delta\theta_o^L\|_1, \quad (14)$$

sujeito a

$$\begin{array}{l} \max_{\theta_o \in [\Theta_o]} \lambda(k) \theta_o \geq U(k) \quad \forall k, \\ \min_{\theta_o \in [\Theta_o]} \lambda(k) \theta_o \leq U(k) \quad \forall k. \end{array}$$

Se señala que el uso de la norma 1 implica minimizar la brecha entre las cotas. La solución de este problema puede ser expresada como una función del conjunto de las cotas como:

$$\max_{\theta_o \in [\Theta_o]} \lambda(k) \theta_o = \lambda(k) \hat{\theta}_o + \lambda(k)^+ \Delta\theta_o^U + \lambda(k)^- \Delta\theta_o^L \quad \forall k,$$

$$\min_{\theta_o \in [\Theta_o]} \lambda(k) \theta_o = \lambda(k) \hat{\theta}_o + \lambda(k)^- \Delta\theta_o^U + \lambda(k)^+ \Delta\theta_o^L,$$

donde $\lambda(k)^+ = \max(\lambda(k), 0)$ y $\lambda(k)^- = \min(\lambda(k), 0)$.

Entonces, se puede escribir el problema (14) como:

$$\min_{\Delta\theta_o^L, \Delta\theta_o^U} \|\Delta\theta_o^U + \Delta\theta_o^L\|_1, \quad (15)$$

sujeito a

$$\begin{array}{l} \lambda(k)^+ \Delta\theta_o^U + \lambda(k)^- \Delta\theta_o^L \geq U(k) - \lambda(k) \hat{\theta}_o, \quad \forall k, \\ \lambda(k)^- \Delta\theta_o^U + \lambda(k)^+ \Delta\theta_o^L \leq U(k) - \lambda(k) \hat{\theta}_o, \quad \forall k. \end{array}$$

Es relevante remarcar que esta formulación se corresponde con un problema de programación lineal.

Del conjunto de datos generados, 2000 muestras son usadas para la identificación del modelo, y el resto para el test de validación. Los resultados de la identificación se muestran en la Fig. 2. En esta figura también se indican las cotas de la incertidumbre en el voltaje de salida.

Los valores de los parámetros identificados se incluyen en la Tabla II, en la que también se presentan los errores relativos de los parámetros obtenidos comparados con los valores determinados en [17]. Se observa que en un solo caso este error supera el 10%, lo cual indica una buena concordancia, más aún si consideramos que el objetivo de la identificación fue reducir el error en el voltaje de salida (el mismo resultó en 0.25% para el modelado y aún menor para la validación). Es importante remarcar que, debido a la metodología de cálculo, las cotas sobre los parámetros aseguran que el conjunto de datos es consistente con el modelo obtenido. Una vez completado el procedimiento de identificación robusta, se procede con el abordaje del problema de control.

IV. OPERACIÓN Y CONTROL DEL PROCESO

Una estrategia de control eficaz de la SOFC debe evitar conducir a la celda a condiciones de fallo. Los requisitos comunes para el funcionamiento de una SOFC incluyen: mantener las variables manipuladas dentro de un rango operativo admisible, no exceder los límites de esfuerzo de control, y lograr una generación de energía óptima por parte de la celda.

Dadas las características del modelo identificado en la Sección III, y para alcanzar estos objetivos, el control basado en modelos predictivos no lineales (NMPC) se presenta como una estrategia adecuada.

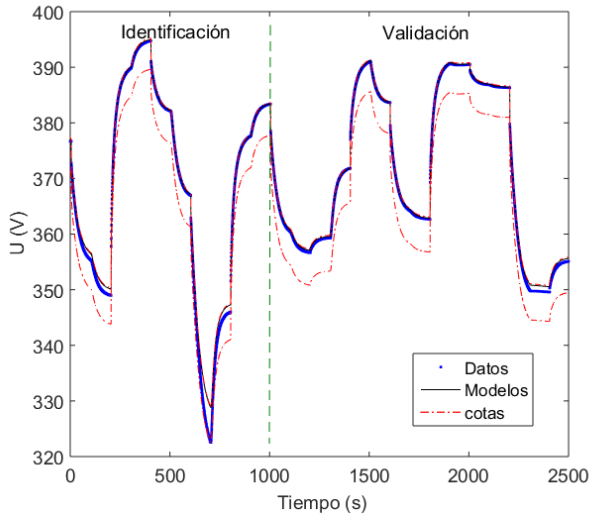


Fig. 2. Resultados del proceso de identificación (2000 muestras) y de validación (3000 muestras). Se comprueba que todos los posibles valores de voltaje de salida (línea continua) están comprendidos entre las cotas predichas (línea de trazo y punto) por el conjunto de parámetros inciertos.

TABLA II
PARÁMETROS IDENTIFICADOS

Parámetro	Límite inferior $\hat{\theta}_o - \Delta\theta_o^l$	Valor nominal $\hat{\theta}_o$	Límite superior $\hat{\theta}_o + \Delta\theta_o^u$	Error con respecto a [17]
θ_1		0.2070		3.5 %
θ_2		0.0379		-1.08 %
θ_3		0.0122		-4.47 %
θ_4		0.3271		-4.81 %
θ_5		5018.15		8.97%
θ_6		9.9219		8.16%
θ_7		10.02093		9.11%
θ_8		12152.97		0.83%
θ_9		15.7011		14.1%
θ_{10}	378.89	384.32	384.32	
θ_{11}	21.6074	21.6074	21.6074	
θ_{12}	0.1289	0.1289	0.1456	

MPC es una estrategia clásica de control que hace uso de un modelo para predecir la evolución futura del proceso (sobre un horizonte de predicción determinado) y minimiza algún criterio que cuantifica el apartamiento entre el comportamiento deseado del proceso y el observado. Para tal fin, se calculan las variables manipuladas sobre un horizonte de control [21]. Esta optimización puede incorporar restricciones sobre las entradas, estados y/o salidas. Una vez que se resuelve la optimización, se implementa en el proceso la acción de control calculada que corresponde a la primera muestra. Entonces, se debe incorporar un mecanismo para realimentar la salida, y repetir el procedimiento. Una forma tradicional de hacer esta realimentación es comparar la salida del modelo con la medición, e incorporar esta diferencia como una perturbación tipo escalón a la salida del modelo [22, 23]. En la implementación propuesta en este trabajo, esta adaptación se realizó incluyendo una perturbación aditiva $d(k)$ en la Ec (9), calculada como la diferencia entre el voltaje medido y el voltaje estimado en la muestra anterior.

Para mostrar la flexibilidad del NMPC, la misma estructura del controlador se utilizará para diferentes objetivos. De esta

forma, se definen los siguientes modos de operación:

Modo 1 (Regulación del voltaje): La variable manipulada es el caudal de entrada de combustible q_f . Como se dispone de información sobre la demanda de corriente, esta puede incorporarse como una perturbación medida, implicando que el controlador operará con una componente de compensación en avance. En este caso, el objetivo de control será:

$$\min_{q_f} \sum_{i=k}^{P+k} (U_{sp}(i) - U_{model}(i))^2 + \sum_{i=k}^{M+k} Q(q_f(i+1) - q_f(i))^2, \quad (16)$$

donde el factor Q sirve para penalizar los cambios grandes en la variable manipulada.

Modo 2 (Optimización de la potencia): Las variables manipuladas son simultáneamente el caudal de entrada de combustible y la corriente que se extrae de la pila. En este caso el objetivo de control se formula como:

$$\max_{q_f, I} \sum_{i=k}^{P+k} U_{model}(i)I(i). \quad (17)$$

Modo 3 (Optimización del voltaje): Las variables manipuladas son las mismas que en el modo 2, y la función objetivo es:

$$\max_{q_f, I} \sum_{i=k}^{P+k} U_{model}(i). \quad (18)$$

La idea detrás de la definición de estas tres funciones objetivo para el control, es que cada una está diseñada para satisfacer requerimientos especiales en la operación de la celda.

Cabe señalar que los tres modos están sujetos a varias restricciones:

- Cotas sobre el valor absoluto de las variables manipuladas:

$$0.2 \leq q_f \leq 1.2, \\ 200 \leq I \leq 500.$$

- Cotas sobre los cambios relativos entre muestras de las variables manipuladas:

$$-0.05 \leq q_f(i+1) - q_f(i) \leq 0.05, \\ -5 \leq I(i+1) - I(i) \leq 5.$$

- Restricciones relacionadas con la utilización de combustible:

$$\frac{\theta_6 I(k)}{\theta_5 q_{H2}^{in}(k)} \leq 0.9, i = k, k+1, \dots, k+P, \\ \frac{\theta_6 I(k)}{\theta_5 q_{H2}^{in}(k)} \geq u_{fmin}, i = k, k+1, \dots, k+P.$$

- Restricciones sobre el máximo voltaje permitido. Por razones de seguridad se requiere que el máximo valor de U permanezca por debajo de 430 V.

- Restricciones sobre el mínimo voltaje permitido: Por motivos de operatividad se requiere que el valor mínimo de U permanezca arriba de 375 V.

Observemos que, de las cinco restricciones, las dos primeras aplican sobre las variables manipuladas. En particular, los límites sobre los cambios en la intensidad de corriente I se deben considerar en los modos 2 y 3, cuando el objetivo de control es optimizar la operación.

La tercera restricción aplica sobre uno de los estados (q_{H2}^{in}), en este punto es importante recordar que, pese a estar trabajando con un modelo modificado, los estados se corresponden con el

modelo de primeros principios. En este caso u_{fmin} se establece en 0.6 para los modos 1 y 2; y en 0.5 en el modo 3, donde requerimos que el voltaje pueda variar rápidamente [16].

Las últimas dos restricciones aplican en la salida de la pila (U). En este caso, se debe asegurar que estas restricciones se satisfagan en todo tiempo, por lo cual se puede utilizar la información de la incertidumbre paramétrica caracterizada en la Sección III para robustecer esta condición.

Analizando los signos de $\lambda(k)$ (11) y las cotas de los parámetros, es posible concluir que el máximo voltaje (peor caso) para el modelo incierto es dado por

$$U_{max}(k, \theta) = \lambda(k) \begin{bmatrix} \hat{\theta}_0(10) + \Delta\theta_0^U(10) \\ \hat{\theta}_0(11) + \Delta\theta_0^U(11) \\ \hat{\theta}_0(12) - \Delta\theta_0^L(12) \end{bmatrix} + d(k),$$

y el mínimo voltaje es

$$U_{min}(k, \theta) = \lambda(k) \begin{bmatrix} \hat{\theta}_0(10) - \Delta\theta_0^L(10) \\ \hat{\theta}_0(11) - \Delta\theta_0^L(11) \\ \hat{\theta}_0(12) + \Delta\theta_0^U(12) \end{bmatrix} + d(k).$$

donde $\hat{\theta}_0(i)$ simboliza el i -ésimo elemento del vector $\hat{\theta}_0$.

En todos los modos operativos, el horizonte de control es fijado en $M=3$, el horizonte de predicción en $P=50$ y (para el modo 1) el peso en $Q=5$. Estos valores de los parámetros de sintonía se seleccionaron tras realizar varias simulaciones y eligiendo el conjunto con el que se obtuvo un buen compromiso entre velocidad de respuesta (influenciada mayormente por P), consumo de combustible (Q) y tiempo de cálculo ($M < P$). En la Fig. 3 se muestran los resultados de varias de las pruebas ($M \in [1,5]$, $P \in [10,100]$ y $Q \in [1,10]$) donde se encuentra resaltada la opción elegida.

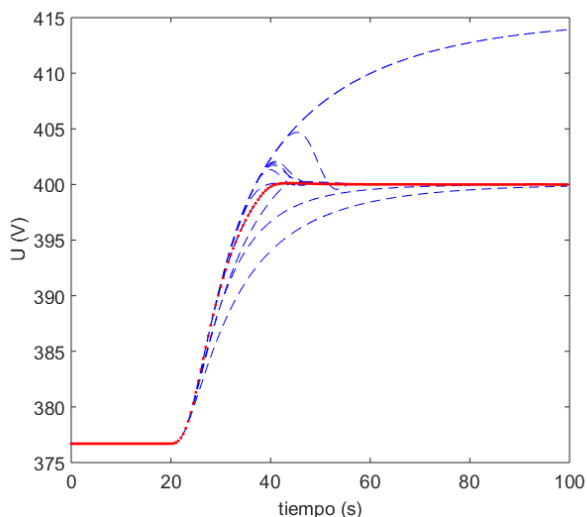


Fig. 3. Simulaciones para la selección de parámetros de sintonía del controlador. Líneas a trazos: $M \in [1,5]$, $P \in [10,100]$ y $Q \in [1,10]$; línea continua: $M=3$, $P=50$ y $Q=5$.

Las Figs. 4-6 describen los resultados de simulación obtenidos para el proceso bajo control en los tres modos operativos. En esta simulación se conmutó entre los diferentes modos para demostrar la flexibilidad y efectividad de la estrategia desarrollada. La simulación comienza con un control regulatorio (Modo 1) en el estado estacionario con las entradas nominales

establecidas en $q_f = 0.8$ kmol/s e $I = 350$ A. Se introdujo un cambio en el voltaje de referencia llevándolo a 400 V a los 20 segundos, mientras que la corriente requerida se mantuvo en 350 A. A los 50 segundos, se introdujo un cambio en la carga, llevando la corriente requerida a 400 A. Se debe notar que los cambios en la corriente implican perturbaciones que impactan en el estado interno de la celda. Finalmente, a los 100 segundos la referencia de voltaje se mueve a 390 V. A los 150 segundos se conmutó la operación al Modo 2, retornando a los 200 segundos al Modo 1, con la misma referencia y valor de intensidad de corriente que se había establecido a los 100 s. Por último, a los 300 segundos se conmutó la operación al Modo 3.

La Fig. 4 muestra el voltaje de salida durante toda la simulación. También se muestran los valores de la referencia, que solo está definida para el modo operativo 1, y las restricciones sobre el voltaje.

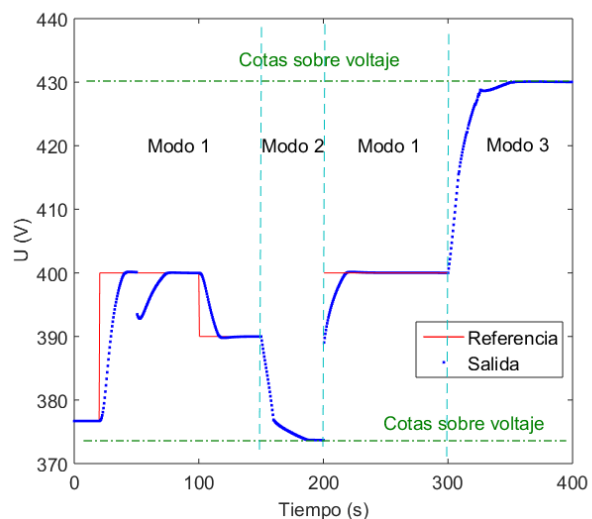


Fig. 4. Voltaje de la pila en operación a lazo cerrado (línea azul de puntos) y valor de referencia (línea roja continua). En los intervalos de tiempo $[0,150]$ y $[200,300]$ en sistema se encuentra operando en el modo 1 (regulación de voltaje). En el intervalo $[150,200]$ el objetivo es la optimización de la potencia entregada por la SOFC (modo 2). En los últimos 100 s de la simulación se opera en modo 3 para optimizar el voltaje. Las líneas verdes de punto y trazo son las cotas operativas sobre el voltaje.

La Fig. 5 muestra la evolución del caudal de combustible y la intensidad de corriente. Esta última es una perturbación en el modo operativo 1 (donde es determinada por el consumo requerido por la carga) o una variable manipulada en los otros modos operativos. También se incluyen en esta figura las restricciones sobre estas variables.

La Fig. 6 muestra la potencia generada y la utilización de combustible durante la simulación. En el primer caso se remarca la operación en Modo 2, donde la potencia se maximiza. Respecto de la utilización de combustible, es evidente que las cotas se satisfacen aún durante el transitorio, a pesar de que fueron establecidas a partir de un análisis de estado estacionario [16].

Se observa que durante el modo regulatorio el sistema responde en forma levemente subamortiguada con un sobrepico prácticamente inapreciable.

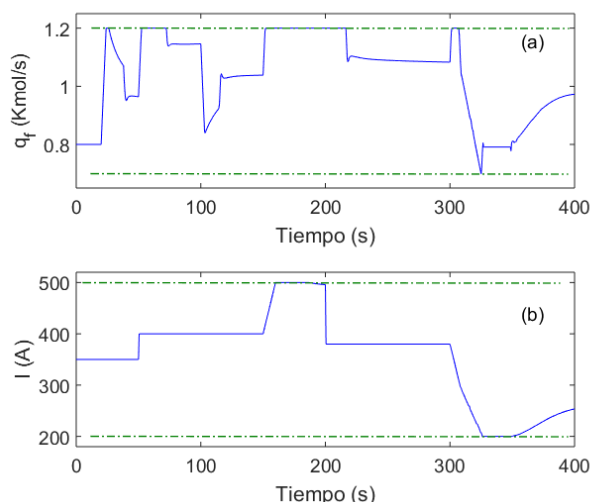


Fig. 5. Variables calculadas por el controlador: (a) caudal de combustible (kmol/s) y (b) intensidad de corriente (A), en este caso durante la operación en Modo 1 se trata de una perturbación medida. Las restricciones operativas sobre las variables (q_f e I) se muestran en línea verde de trazo y punto.

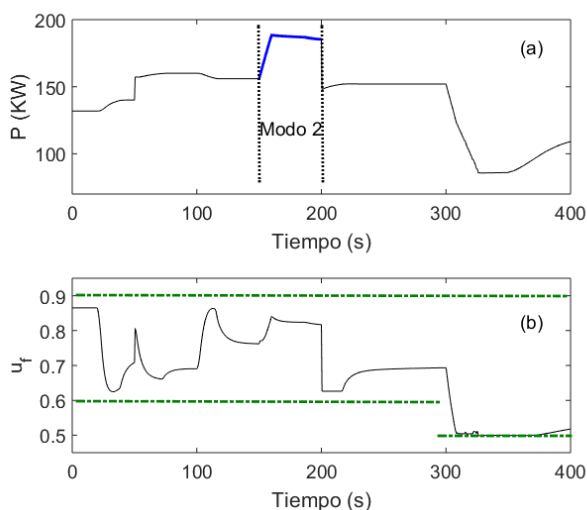


Fig. 6. (a) Potencia entregada por la pila (kW) y (b) utilización de combustible para la operación a lazo cerrado. Las restricciones operativas sobre esta variable se muestran en línea verde de trazo y punto.

El tiempo de establecimiento es de unos 20 segundos, limitado fundamentalmente por la restricción de cambio en el caudal de combustible. Durante el modo 2, el pico de potencia entregada se alcanza en 10 segundos (debido al límite de crecimiento de la intensidad de corriente). En ese punto ambas variables manipuladas se encuentran en su tope superior, decayendo lentamente la potencia de acuerdo a la dinámica propia de la celda. Un efecto semejante ocurre en el modo de optimización del voltaje, donde el tiempo de trepada es de unos 30 segundos. Es importante resaltar que la respuesta del proceso se ve fuertemente influenciada por la satisfacción de las restricciones.

Durante la operación, las variables manipuladas alcanzan repetidamente los límites superiores e inferiores. Esto ocurre debido a que tanto la intensidad de corriente como el caudal de

combustible pueden fluctuar en diferentes zonas operativas de acuerdo al modo de operación requerido. Por ejemplo, maximizar la potencia extraída conduce a la corriente a su máximo valor, mientras que maximizar el voltaje la lleva a su límite inferior para reducir la caída de voltaje resistiva.

V. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó una representación alternativa para un modelo de celda de combustible acompañada de una estrategia dedicada para llevar a cabo la identificación de los parámetros del modelo. La incertidumbre paramétrica fue caracterizada mediante una metodología de alta eficiencia. Finalmente, se mostraron las ventajas del modelo desarrollado empleándolo en un esquema NMPC que habilita la operación tanto en modo regulatorio como optimizante.

La estrategia de control propuesta permite incorporar restricciones sobre las entradas, estados y salidas en la formulación del problema. Los resultados alcanzados muestran que la salida obtenida queda siempre dentro de las cotas que corresponden al peor caso, el cual corresponde al escenario más desfavorable que se puede presentar si θ_{10} , θ_{11} y θ_{12} toman cualesquiera de los valores dentro del intervalo identificado para cada uno de estos tres parámetros. Los extremos de los intervalos se asocian con una medida de la incertidumbre paramétrica que es caracterizada mediante un algoritmo de identificación robusta. Dichos intervalos aplican para todos los modos operativos. Cabe destacar que este modelo se desarrolló específicamente para operar de manera eficiente con el enfoque de control propuesto, lo que se evidencia en el buen desempeño obtenido.

Por último, es importante resaltar que el enfoque seguido para la identificación no se limita a este modelo de SOFC, y que solo requiere datos entrada-salida del proceso real, aunque permitiría los máximos beneficios si el proceso se comportara como un sistema tipo Wiener y se pudiera tener información de la característica de la no linealidad involucrada (esta es también la principal limitación del método). En esta línea de trabajo se prevé la aplicación de las técnicas desarrolladas a otros casos de estudio.

REFERENCIAS

- [1] R.K. Ahluwalia, and X.Wang, "Fuel cell systems for transportation: Status and trends," *Journal of Power Sources*, vol. 177, pp. 167-176, February, 2008. doi: 10.1016/j.jpowsour.2007.10.026
- [2] E. Ogungbemi, O. Ijaodola, F.N.Khatib, T. Wilberforce, Z. El Hassan, J. Thompson, M. Ramadan, and A.G. Olabi, "Fuel cell membranes – Pros and cons," *Energy*, vol. 172, pp. 155–172, April, 2019. doi: 10.1016/j.energy.2019.01.034
- [3] H. Sethia, and A. Priyam, "Review on hydrogen fuel as an alternative fuel," *Next Energy*, vol. 9, 100460, October, 2025. doi: 10.1016/j.nxener.2025.100460
- [4] M. Irshad, K. Siraj, R. Raza, A. Ali, P. Tiwari, B. Zhu, A. Rafique, A. Ali, M. Ullah, and A. Usman, "A brief description of high temperature solid oxide fuel cell's operation, materials, design, fabrication technologies and performance," *Applied Sciences*, vol. 6, Art. no. 75, March, 2016. doi: 10.3390/app6030075
- [5] Z. Wu, P. Zhu, Y. Huang, J. Yao, F. Yang, Z. Zhang, and M. Ni, "A comprehensive review of modeling of solid oxide fuel cells: from large systems to fine electrodes," *Chem. Rev.*, vol. 125, pp. 2184-2268, February, 2025. doi: 10.1021/acs.chemrev.4c00614

- [6] W. Zhang, Y. Zeng, H. Zhang, R. Shi, N. Duan, L. Jia, and D. Yan, "Structural design and optimization for a 20-cell solid oxide fuel cell stack based on flow uniformity and pressure drop," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 48, pp. 36900-36917, 2023. doi: 10.1016/j.ijhydene.2023.05.325
- [7] M. Guo, D. Zhao, Q. Xu, Z. Li, H. Xu, and M. Ni, "New interconnector design optimization to balance electrical and mechanical performance of solid oxide fuel cell stack," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 48, pp. 3107-3121, 2023. doi: 10.1016/j.ijhydene.2022.10.147
- [8] B. Yang, Y. Li, J. L. H. Shu, X. Zhai, Y. Ren and Q. Li, "Comprehensive Summary of Solid Oxide Fuel Cell Control: A State-of-the-art Review," *Protection and Control of Modern Power Systems*, vol. 7, no. 36, pp. 1-31, July, 2022, doi: 10.1186/s41601-022-00251-0.
- [9] J. Braun, T. Vincent, H. Zhu, and R. Kee, "Analysis, optimization and control of solid-oxide fuel cell systems," *Advances in Chemical Engineering*, vol. 41, pp. 383-446, 2012. doi: 10.1016/B978-0-12-386874-9.00011-7
- [10] R. Roberts, J. Brouwer, F. Jabbari, T. Junker, and H. Ghezal-Ayagh, "Control design of an atmospheric solid oxide fuel cell/gas turbine hybrid system: Variable versus fixed speed gas turbine operation," *Journal of Power Sources*, vol.161, pp. 484-491, October, 2006. doi: 10.1016/j.jpowsour.2006.03.059
- [11] C. Stiller, B. Thorud, O. Bolland, R. Kandepu, and L. Imsland, "Control strategy for a solid oxide fuel cell and gas turbine hybrid system," *J. Power Sources*, vol. 158, pp. 303-315, July 2006. doi: 10.1016/j.jpowsour.2005.09.010
- [12] Y. Li, S. Choi, and S. Rajakaruna, "An analysis of the control and operation of a solid oxide fuel-cell power plant in an isolated system," *IEEE Trans Energy Convers*, vol. 20, pp. 381-387, June, 2005. doi: 10.1109/TEC.2005.847998
- [13] F. Jurado, "Predictive control of solid oxide fuel cells using fuzzy Hammerstein models," *J. Power Sources*, vol. 158, pp. 245-253, July, 2006. doi: 10.1016/j.jpowsour.2005.08.041
- [14] M. Ławryńczuk, and D. Söffker, "Wiener structures for modeling and nonlinear predictive control of proton exchange membrane fuel cell," *Nonlinear Dyn.* vol. 95, pp. 1639-1660, January, 2019. doi: 10.1007/s11071-018-4650-y
- [15] M. Ławryńczuk, "Modelling and MPC of the Proton Exchange Membrane Fuel Cell Using Wiener Models." *Nonlinear Predictive Control Using Wiener Models. Studies in Systems, Decision and Control*, vol. 389, pp 251-281, Springer, 2022. Doi: 10.1007/978-3-030-83815-7_6
- [16] J. Padullés, G.W. Ault, and J.R. McDonald, "An integrated SOFC plant dynamic model for power systems simulation," *Journal of Power Sources*, vol 86, pp. 495-500, March, 2000. doi: 10.1016/S0378-7753(99)00430-9
- [17] X.-J. Wu, X.-J. Zhu, G.-Y. Cao, and H.-Y. Tu, "Predictive control of SOFC based on a GA-RBF neural network model," *Journal of Power Sources*, vol. 179, pp. 232-239, April, 2008. doi: 10.1016/j.jpowsour.2007.12.036
- [18] A.M. Omer Abbaker, H. Wang and Y. Tian, "Voltage control of solid oxide fuel cell power plant based on intelligent proportional integral-adaptive sliding mode control with anti-windup compensator," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 42, pp. 116-130, August, 2019. doi: 10.1177/0142331219867779
- [19] M. Ławryńczuk, "Identification of Wiener models for dynamic and steady-state performance with application to solid oxide fuel cell," *Asian J. of Control*, vol. 21, pp. 1836-1846, July, 2019. doi: 10.1002/asjc.2038
- [20] S.I. Biagiola, C. Schmidt, and J.L. Figueroa, "Model uncertainty estimation of a solid oxide fuel cell using a Volterra-type model," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, pp. 4183-4197, August, 2014. doi: 10.1016/j.jfranklin.2014.04.025
- [21] E.F. Camacho, and C. Bordons, *Model Predictive Control*. Second edition, Springer-Verlag, London, 2007. doi: 10.1007/978-0-85729-398-5
- [22] J.L. Figueroa, and S.I. Biagiola, "Modelling and uncertainties characterization for robust control," *Journal of Process Control*, vol. 23, pp. 415-428, March, 2013. doi: 10.1016/j.jprocont.2012.11.008
- [23] X.W. Zhang, S.H. Chan, H.K. Ho, J. Li, G. Li, and Z. Feng, "Nonlinear model predictive control based on the moving horizon state estimation for the solid oxide fuel cell," *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 33, pp. 2355-2366, May, 2008. doi: 10.1016/j.ijhydene.2008.02.063



Silvina I. Biagiola received the B.Sc. degree in chemical engineering from the Universidad Nacional del Comahue, Neuquén, Argentina and the Ph.D. degree in systems control from the Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, in 1994 and 2001, respectively. Since 2005, she has been with the Universidad Nacional del

Sur and CONICET. Her research interests include modelling and control of (bio)processes.



Christian A. Schmidt received the B.Sc. degree in electronics engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, in 2005 and 2012, respectively. He has been with the Universidad Nacional del Sur and CONICET since 2013. His current research interests

include nonlinear dynamic systems modeling and post-processing techniques for distortion reduction in analog-to-digital converters.



José L. Figueroa (M'98-SM'01) received the B.Sc. degree in electrical engineering and the Ph.D. degree in systems control from the Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca, Argentina, in 1987 and 1991, respectively. He has been with the Universidad Nacional del Sur and CONICET since 1995. His current research interests

include control systems and signal processing.